Jean-Henri Lambert

Notes et Additions
(1774)
à la
Perspective affranchie de l’embarras du plan géométral

Notes et additions au troisième paragraphe

Traduction de Jeanne Peiffer
Notes de Roger Laurent et Jeanne Peiffer

Texte extrait de

Roger Laurent, *La place de J-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective,* cedic, Paris, 1987, p. 195-209

Ces notes de Jean-Henri Lambert portent sur
l’histoire de la perspective.

Notes et additions au troisième paragraphe

p. 5

L'histoire de la perspective, que je n'avais nullement l'intention de présenter dans la première édition, n'aurait pu être raisonnablement évoquée dès cette époque. Elle ne doit pas être, en effet, un simple répertoire d'écrits sur la perspective et de leurs auteurs, mais elle doit indiquer avec précision les étapes de son enrichissement et de son perfectionnement. Une telle histoire suppose néanmoins comme préalable que les lecteurs connaissent tous les principes de construction perspective sans lesquels il leur sera difficile d'apprécier les progrès accomplis à chaque étape.

Écrire une telle histoire de la perspective n'est d'ailleurs pas chose aisée. L'« Histoire des Mathématiques » de Monsieur Montucla[1] n'a paru qu'en 1758, alors que je commençais à publier la première édition. Je n'en ai pris connaissance, ainsi d'ailleurs que de celle éditée par Monsieur Savérien[2] en 1756, que plusieurs années plus tard. Pour autant que je sache, ce sont là les seuls ouvrages relatifs à l'histoire de la perspective. Monsieur Montucla indique aussi p. 6 expressément qu'il n'a encore rien vu de semblable et qu'il espère faire plaisir à ses lecteurs en exposant ce qu'il en sait. L'exposé des deux ouvrages est succinct[3] et il reste donc beaucoup de choses à rajouter. La première question à poser est celle du premier inventeur de la perspective. Il est donc bien naturel de rechercher si celle-ci était déjà connue des Anciens[4]. On peut fortement en douter. Monsieur Lessing dans son « Laocoon »[5], puis dans ses

---

(1) Jean-Étienne Montucla , *Histoire des mathématiques,* Paris 1758, 2 vol., in-4°. Cf. [128].
Montucla, conformément à l'usage, traite de perspective dans la partie *« Mathématiques mixtes »,* dans le chapitre intitulé *Optique,* p. 632-638. En effet, étymologiquement, perspective dérive du latin *« perspicere »* (voir clairement) ; *« Optiké »* (science de la vision) en grec.
Jusqu'à la fin du Moyen Age, la perspective désigne l'étude des phénomènes de la vision : conséquences géométriques qui découlent des lois de la vision dans l'antiquité classique, aspects physiques et psychologiques de la vision au Moyen Age. A la Renaissance, il se produit, en Italie, une distinction entre *« perspectiva naturalis »* ou *« communis »,* ensemble des lois de la vision, et *« perspectiva artificialis »* ou *« pingendi »,* méthode de représentation de l'espace.

(2) Alexandre Savérien, *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences exactes...,* Paris, 1766 (et non 1756, comme l'indique Lambert par erreur). Cf. [151-2], p. 253-256.

(3) Aucune histoire de la perspective en tant que telle n'existait avant cet essai de Lambert. Montucla y consacre 7 pages, dont 3 aux anamorphoses, et Savérien 4. Lambert est donc le premier à avoir rassemblé en un ensemble cohérent de 31 pages des éléments de l'histoire de cette discipline.

(4) La question de savoir si les Anciens ont connu la perspective centrale constitue encore aujourd'hui l'objet d'un débat. En effet, elle fut reposée, en 1927, dans la multiplicité de ses aspects, par Erwin Panofsky dans *La perspective comme forme symbolique.* Cf. [137]. Il y démontre brillamment que les Anciens ignoraient la perspective linéaire et formule l'hypothèse que les peintres de l'Antiquité avaient à leur disposition un procédé géométrique de construction qui utilise la projection sur une surface sphérique, et non plane, comme celui de la Renaissance. Mettant en évidence le caractère historique de la perspective, Panofsky nie l'existence d'une seule et même perspective (toujours linéaire) et montre que chaque époque et chaque culture élabore son propre système perspectif, expression ou mieux encore « forme symbolique » des conceptions scientifiques et philosophiques de l'espace. Les thèses panofskyennes ont donné une impulsion féconde à la recherche en histoire de l'art, mais n'ont pas été universellement acceptées. Pour l'état actuel du débat, cf. Marisa Dalai-Emiliani, Préface à [137] et art. « Perspective » dans *Encyclopaedia Universalis.*

(5) Gotthold-Ephraïm Lessing, *Laocoon, ou Des limites de la peinture ou de la poésie,* trad. fr. par A. Courtin, Paris 1866. Cf. [110-1].
Œuvre d'esthétique, parfaitement achevée dans la forme et le raisonnement, le *Laocoon* a exercé la plus grande influence sur la critique d'art. Sur la perspective, cf. Partie XIX, p. 331-335.

« Lettres antiques »[6] avance diverses raisons en faveur de cette hypothèse, et Monsieur Lippert dans sa « Dactyliothèque »[7] ne voit que peu de perspective dans tout ce qu'on pourrait qualifier de perspective dans les dessins des Anciens, c'est-à-dire à peine autant qu'on pourrait en attendre d'un œil exercé. Il est vrai que Monsieur Klotz essayait de démontrer le contraire[8], tout en admettant cependant que les Anciens n'ont utilisé qu'une espèce de perspective militaire[9] ; c'est-à-dire qu'ils ont procédé *« cavalièrement »*[10].

Savérien et Montucla citent toutefois un passage de la préface du 7e livre de Vitruve[11], qui mérite d'être pris en considération. Je le reproduirai ici mot à mot puisqu'il faut d'abord le *déchiffrer* avant de pouvoir se fier à une traduction. C'est le suivant :

p. 7 *Namque primum Agatarchus Athenis, Aeschylo docente tragoediam scenam fecit, & de ea Commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus & Anaxagoras de eadem rescripserunt, quemadmodum oporteat ad aciem oculorum radiorumque extensionem, certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere : Uti de incerta re certae imagines aedificiorum in scenarum picturis redderent speciem, & quae in directis planisque frontibus sint figuratae, alia abscendentia alia prominentia videantur.*

---

(6) Feuilletonniste de génie, critique sévère, auteur plein de verve, G. E. Lessing, après son départ forcé du théâtre national de Hambourg, régla ses comptes en envoyant à l'adresse de ses détracteurs une suite d'articles, chefs-d'œuvre de persiflage : ce sont les lettres antiques (*Briefe antiquarischen Inhalts*, Berlin, 1768-1769). Dans la neuvième lettre, adressée à C. A. Klotz, « qui ne supporte guère qu'on dénie la connaissance de la perspective aux anciens », Lessing défait avec une rigueur impitoyable les arguments avancés par Klotz et y distingue entre sens large et sens étroit du concept de perspective : au sens large, elle serait *« la science qui consiste à présenter sur une surface des objets tels qu'ils apparaissent à notre regard »* à une certaine distance. *« Dénier »* alors *« aux Anciens la perspective étendue de la sorte serait folie pure. Cela signifierait en effet qu'on leur déniât non seulement la perspective, mais l'art du dessin tout entier, dans lequel pourtant ils excellèrent. Personne n'a pu soutenir une thèse semblable. Mais, quand on conteste que les Anciens aient connu la perspective, c'est qu'on entend le mot en son sens étroit, celui que les artistes lui donnent. Or les artistes entendent par là la science qui consiste à représenter plusieurs objets avec la partie de l'espace dans laquelle ils se trouvent de la façon dont ces objets, dispersés sur différents plans de l'espace, et cet espace lui-même, apparaîtraient à l'œil placé en un seul et même lieu »*.

Pour l'essentiel, Panofsky, dans [137], fait sienne cette deuxième définition de Lessing, ce qui montre l'influence que ce dernier continue à exercer au XXe siècle.

(7) Philippe-Daniel Lippert, *Dactyliothèque, c'est-à-dire recueil de pierres antiques gravées,...* (éd. lat., 1756 ; éd. all., 1767).

Il est intéressant de remarquer que les grandeurs visuelles sont, chez Lippert, artiste s'adressant aux artistes, déterminées, non par l'éloignement des objets relativement à l'œil mais uniquement par la mesure de l'angle visuel (cf. chap. II.6.), ce qui correspond encore à la *perspective angulaire* d'Euclide dont Panofsky a postulé l'existence chez les Anciens.

(8) Christian-Adolf Klotz (1738-1771), connu aujourd'hui à travers les polémiques impitoyables que Herder et Lessing ont mené, à juste titre, contre lui, jouissait en son temps d'une excellente réputation. Son succès était dû à sa capacité de se familiariser rapidement, sans recherches approfondies, avec divers domaines de la connaissance, à son érudition *« précieuse »* sur l'antiquité, très appréciée à l'époque, et à son style facile et drôle tant en allemand qu'en latin. Fervent admirateur de l'art des Anciens, il entreprit de démontrer, à l'aide des pierres gravées et des monnaies, que les Anciens connaissaient les règles de la perspective. Cf. *Beytrag zur Geschichte des Geschmacks und der Kunst aus Münzen*, Altenburg, 1767, *Uber den Nutzen und Gebrauch der alten geschnittenen Steine und ihrer Abdrücke*, Altenburg, 1768.

Le début de ce passage est purement historique et facile à expliquer. Les plus anciens décors de théâtre se composaient de verdure, de haies, de cabanes en feuillage, etc. S'ils paraissaient naturels dans les pastorales, ils ne représentaient que rarement le lieu de l'action dans les tragédies. Cette situation frappa Eschyle, et comme il était difficile de construire sur la scène des bâtiments, palais, etc., pour remplacer les branchages, il demanda au peintre Agatharque[12] de créer un cadre plus approprié à la représentation de ses tragédies en peignant des bâtiments, qui, dressés sur l'emplacement des buissons, prendraient l'aspect de constructions véritables. Agatharque exécuta admirablement bien la commande, d'après les jugements de ses contemporains du moins. Dès lors les buissons étaient réservés aux p. 8
spectacles satyriques ; on commença également à se préoccuper des décors pour les pièces de théâtre bourgeoises qui ne se déroulaient pas dans des palais mais dans des bâtiments communs, auberges, etc. Afin de disposer de plusieurs décors à la fois, les dessins furent exécutés sur trois surfaces verticales assemblées sous forme de prisme, de sorte que par simple rotation on pouvait présenter un quelconque des trois côtés et changer ainsi les décors de la scène selon les besoins. C'étaient les *Scenae versatiles* par opposition aux *ductilium,* qui pouvaient coulisser.

Voici un *Commentarius* très intéressant, sur le plan historique, de la première partie du passage de Vitruve. La difficulté commence avec le terme *quemadmodum* et se prolonge jusqu'à la fin. Vitruve y parle de dessins devant être mis exactement en perspective pour qu'on les perçoive naturellement. Toutefois, il n'emploie pas, à ce que je vois, d'expressions propres à la perspective. Car le *certo loco centro constituto, ad lineas ratione naturali respondere* peut être interprété dans le sens de la perspective si l'on veut, mais il peut tout aussi bien l'être autrement, surtout si on isole ce passage de Vitruve. Le problème de la traduction est de ne rien ajouter à ce qu'a voulu dire Vitruve mais aussi de ne rien y retrancher. Montucla et Savérien concluent qu'il est effectivement question de p. 9
dessins en perspective. Même Perrault[13] traduit : *Représenter fort bien les édifices dans les perspectives que l'on fait aux décorations de théâtres, etc.*[14]. Un traducteur plus ancien, Jean Martin[15] 1618, dit à cet endroit : *Que Démocrite et Anaxagore se trouvans stimulés de suivre cette route écrivirent en même style la pratique de perspective, etc.* Cela reviendrait à attribuer à

---

(9) La perspective militaire ou cavalière est une perspective avec un point de vue rejeté à l'infini. Elle a l'avantage de conserver les parallèles et fut fréquemment utilisée — tout particulièrement en France — dans le dessin et autres constructions militaires ; d'où son nom de *« militaire ou cavalière ».*

L'indication de Klotz n'a bien sûr aucune valeur scientifique.

Dans l'édition française, (*Pers. aff.*, § 251, p. 148), l'appellation de perspective *« militaire ou cavalière »* est utilisée alors qu'elle ne l'est pas dans la version allemande.

(10) En français dans le texte ; ici Lambert fait un joli jeu de mots et il est donc permis de croire que, fort au courant de la polémique entre Lessing et Klotz, il se moque de la remarque de ce dernier.

(11) Vitruvius Pollio, architecte romain du Iᵉʳ siècle av. J.-C., n'a exercé que peu d'influence sur l'architecture romaine officielle — sa seule construction civile étant la basilique de Fano sur l'Adriatique — mais a joué un rôle considérable au Quattrocento à travers son traité *De architectura.* La première édition imprimée date de 1486, mais plus de 20 copies manuscrites du XVᵉ siècle ont été retrouvées. Cf. [185], p. 208-212.

Cf. aussi *supra*, chap. II.1., note (4) p. 38 et chap. II.8., note (35) p. 59.

(12) Peintre du Vᵉ siècle av. J.-C.

(13) Traduction déjà citée [185] de 1673 ; on retrouvera cette traduction au bas de la page 212 dans la réédition de 1979, éd. Balland.

(14) En français dans le texte.

(15) Il existe en effet une édition française plus ancienne de l'ouvrage de Vitruve, due à Jean Martin, illustrée par Jean Goujon ; les première et deuxième éditions ont paru à Paris en 1547, resp. en 1572, la troisième, citée par Lambert, à Cologne, en 1618.

Vitruve des concepts qu'il n'utilisait peut-être pas. Voilà pourquoi je me suis donné la peine de traduire [16] le passage cité en premier lieu dans des termes aussi vagues que ceux du texte original, mais sans trop le respecter à la lettre. Voici cette traduction :

« À Athènes, Agatharque fut le premier à exécuter, suivant les indications d'Eschyle, des décors scéniques adaptés aux représentations de tragédies et à nous en laisser une description. Ceci encouragea Démocrite et Anaxagore à écrire également sur ce sujet, à savoir comment le dessin doit correspondre, de manière rendant tout à fait naturellement, à la vision, à l'expansion des rayons visuels et aussi, au
p. 10 *moyen d'un lieu choisi comme centre, aux lignes, et comment, dans un domaine encore peu exploré, certains tableaux peints sur les panneaux de la scène peuvent néanmoins avoir l'aspect de vrais bâtiments et, dans les dessins tracés sur des plans verticaux dressés droit devant l'œil, quelques objets peuvent sembler s'éloigner et d'autres faire saillie. »*

Je trouve dans Vitruve un autre passage, dans le deuxième chapitre du premier livre [17] qui pourrait apporter quelque lumière. Il y explique l'*Ichnographie* (représentation en plan), puis l'*Orthographie* (représentation en élévation), et finalement la *scénographie* (qui ne peut être rien d'autre qu'une espèce de représentation en perspective) [18]. Il dit : *Scenographia est frontis et laterum abscendentium adumbratio ad circinique centrum omnium linearum responsus.* Ici il parle effectivement de lignes qui se rapportent toutes à un centre commun. Je cite : *Lineae respondent ad centrum ;* dans le passage ci-dessus : *Imagines (aedificiorum) respondent ad lineas certo loco centro constituto.* Il pourrait bien parler de la même sorte de lignes et de centre. Dans les deux cas il est question de représentations qui, pour être exactes, doivent être dessinées en perspectives. Alors le *centrum* serait le point de l'œil [19], dans lequel doivent en
p. 11 effet concourir les *lineae laterum abscedentium,* si elles veulent apparaître comme des

---

(16) Voici la traduction lambertienne, allemande, du texte latin : *« Zu Athen war Agatarchus der erste, welcher auf Angeben des Aeschylus dem Schauplatze eine dem Trauerspiel gemäße Verzierung gegeben und eine Beschreibung davon hinterlassen hat. Dieses munterte den Democritus und Anaxagoras auf, ebenfalls darüber zu schreiben, wie nämlich die Zeichnung dem Sehen und der Ausbreitung der Sehestrahlen und mittels eines zum Mittelpunkt gewählten Ortes, auch den Linien auf eine ganz natürlich fallende Art, entsprechen soll, und wie in einer noch wenig durchforschten Sache dennoch bestimmte Bilder auf den Schildereien der Schaubühne das Ansehen wirklicher Gebäude haben können, und bei den auf ebenen, gerade gegen das Auge gekehrten Flächen entworfene Zeichnungen einiges sich in die Ferne ziehen, anderes vorwärts hervorstechend erscheine. »*
Pour la traduction de Perrault, voir chap. II.1, note (4).

(17) Cf. p. 30 de [185].

(18) La scénographie était considérée, d'après Geminus et Proclus, comme une branche de l'Optique, celle *« qui enseigne à faire voir dans des images des aspects non déformés ni disproportionnés par les distances et par la hauteur des dessins »* (Proclus, *Commentaires sur le 1^er livre des Éléments d'Euclide,* trad. P. Ver Eecke, Bruges, 1948, p. 34-35). Elle semble avoir été beaucoup plus une technique artistique qu'une science proprement dite. Voir chap. III.4.1., le sens des termes ichnographie, orthographie, scénographie donné par B. Taylor, repris de Vitruve [185], p. 30.

(19) Point de fuite principal. Pour la terminologie lambertienne, voir chap. III.6.2., p. 110.

fuyantes[20]. Ceci présuppose certes une *théorie* plus exacte de la direction des rayons visuels. Et Anaxagore[21] a effectivement élaboré une telle théorie et l'a décrite dans son *Actinographie*[22]. Il paraîtrait donc qu'Agatharque et les décorateurs de théâtres grecs qui lui ont succédé ne dessinaient pas sans avoir une connaissance théorique de la perspective.

Toujours est-il que c'est Agatharque qui a posé les premiers fondements d'une théorie de l'optique. Mais on ne peut pas dire qu'il l'ait beaucoup développée. Il vivait à une époque où Thalès a découvert le triangle isocèle (probablement prop. 5, I. Elem. Euclide)[23] et Pythagore le théorème portant son nom, c'est-à-dire à une époque où la géométrie en était encore à ses premiers théorèmes. La véritable théorie des couleurs est attribuée à Apollodore, ce dernier ayant vécu plus tard, et davantage encore à son disciple Zeuxis[24]. Ainsi il semblerait donc qu'Agatharque n'ait pas beaucoup plus avancé.

Euclide vécut quelques 200 ans plus tard. Son « Optique » et sa « Catoptrique » indiquent l'état des connaissances optiques de l'époque. Certes, on prétend souvent que ces ouvrages sont indignes d'un Euclide et qu'on les lui attribue à tort, tant les démonstrations sont mal exposées. Ce seul argument ne me semble pas suffisant, Euclide n'étant pas le seul et de loin, à faire des déductions pertinentes, correctes et rigoureuses en géométrie, mais médiocres en **p. 12**
physique[25]. Mais soit, l'optique euclidienne nous montre en tout cas que, quelques siècles après l'époque d'Agatharque, les progrès accomplis en optique étaient faibles. Malgré cela

---

(20) Les deux passages de Vitruve ont été discutés maintes fois par les érudits, mais leur interprétation est difficile. Tous les commentateurs y projettent un peu leur propre point de vue. Ainsi Lambert, partant de la perspective centrale, y reconnaît, en hésitant certes, le point de fuite principal. Panofsky, dans [137], p. 73-75, envisage l'éventualité suivante : le terme de *centrum* renvoit plutôt à un centre de projection, représentant l'œil, situé hors du tableau. La surface de projection est ici sphérique (fig. b) et non pas plane (fig. a) comme dans la perspective linéaire usuel.

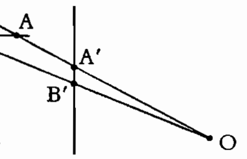


Fig. a.

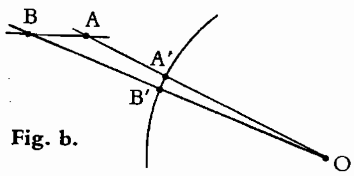


Fig. b.

(21) Anaxagore (500 av. J.-C. [?] - 428 av. J.-C. [?]) a vécu pendant une trentaine d'années à Athènes et y était l'ami de Périclès.

(22) « *Actinographie* » est le titre conservé d'un ouvrage perdu de Démocrite (fin du v^e^ siècle av. J.-C.). Il s'agissait sans doute d'une optique au sens où Euclide entendait cette discipline. Il est cependant peu probable qu'elle ait été basée sur l'hypothèse des rayons visuels, puisque, pour Démocrite, la vision se produit par l'impression, dans les yeux, de l'image émanant de la surface des corps regardés, image substantielle, composée d'une infinité de corpuscules conservant leurs positions relatives.

(23) La proposition suivante est attribuée à Thalès (v. 640 av. J.-C. - v. 546 av. J.-C.) : « *Dans un triangle isocèle, les angles opposés aux côtés égaux sont semblables.* » Elle a été démontrée par Euclide dans les *Éléments* (Livre I, Prop. 5). Pour plus de détails, voir T. L. Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford, 1921.

(24) Zeuxis (v. 464 av. J.-C. - v. 398 av. J.-C.), peintre grec, célèbre pour les effets de clair-obscur dans son art. Il est à l'origine de recherches dont les compositions illusionnistes aboutiront aux styles bien connus de la peinture pompéienne.

(25) Cf. Paul Ver Eecke, *Euclide : L'Optique et la Catoptrique*, Paris-Bruges, 1938.
Si l'on s'accorde à admettre que le génie d'Euclide s'est exercé plus sur la mise en ordre et la rigueur de la démonstration de propositions antérieures que sur l'invention de propositions nouvelles, on pourra expliquer, comme le fait P. Ver Eecke, la relative infériorité de l'*Optique* par l'état embryonnaire de cette discipline à l'époque d'Euclide.

l'Optique d'Euclide contient des propositions qui peuvent être considérées en elles-mêmes comme théorèmes perspectifs[26]. Ainsi, par exemple, les points les plus éloignés dans un plan situé plus bas que l'œil semblent être placés plus haut pour montrer leur éloignement. Euclide place l'œil en B, les points E, Z, Δ, Γ sur le plan K Γ; il élève en E la perpendiculaire EH, qui coupe les rayons visuels BΓ, BΔ, BZ en H, A, M de sorte que Γ soit perçu en H, Δ en A, Z en M et que par conséquent tout point plus éloigné soit vu plus haut. EH représente ici le tableau et dans la démonstration on suppose nécessairement que les points Γ, Δ, Z, E sont vus exactement comme s'ils se trouvaient dans le tableau en H, A, M, E. Ce tableau n'est toutefois pas mentionné chez Euclide et la présentation de sa 10ᵉ *proposition* a beaucoup plus un caractère optique que perspectif. Ceci vaut aussi pour la 6ᵉ proposition, la
p. 13 11ᵉ et quelques autres[27]. Il est bien possible qu'Euclide ait laissé aux peintres le soin de développer les applications perspectives et qu'il se soit contenté du point de vue optique. Toujours est-il qu'il indique les théorèmes sur lesquels se fonde immédiatement la perspective. Ce ne sont certes que les tout premiers théorèmes et nous sommes loin de ce que j'ai appelé géométrie perspective au § 30[28].

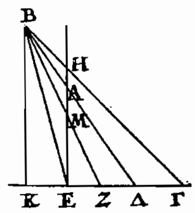


Fig. 33 - Tab. VII ***(Notes et Add.).***

Il semblerait d'ailleurs, d'après Vitruve, que les Anciens n'utilisaient la perspective que pour décorer la scène et pour dessiner des bâtiments ou l'utilisaient de préférence à ces fins. La définition de Vitruve n'élargit guère la notion de scénographie. Dans les tableaux historiques, les Anciens alignaient les personnages et même s'ils en plaçaient certains au second plan, les

---

(26) *L'Optique* débute par 7 définitions, qui permettent d'introduire l'instrument géométrique dans les phénomènes de la vision. Dans la quatrième est définie une relation de la grandeur apparente des objets avec la grandeur de l'angle visuel : [Supposons] *« que les grandeurs vues sous un plus grand angle apparaissent plus grandes ; tandis que celles qui sont vues sous un plus petit angle apparaissent plus petites, et que celles qui sont vues sous des angles égaux apparaissent égales »*. Dans la proposition VIII, Euclide s'oppose expressément à ce que les grandeurs visuelles dépendent des distances : *« Les grandeurs égales et parallèles, inégalement distantes de l'œil, ne sont pas vues proportionnellement aux distances. »* Il est tout à fait étonnant que Lambert, qui veut reconnaître chez Euclide, les tout premiers éléments de perspective, ne relève pas ce théorème qui s'oppose diamétralement à la construction de la perspective linéaire.

(27) La proposition VI, par exemple, exprime la propriété que *« les longueurs parallèles, vues à distance, paraissent de latitude inégale »* (c'est-à-dire, d'après Ver Eecke, convergentes).

(28) (*Pers. aff.*, § 30) [78], Lambert entend par *géométrie perspective* l'ensemble des règles de la perspective utilisées pour représenter dans le tableau les objets du géométral ; ainsi, p. 14, *« tout ce que la Géométrie nous enseigne touchant le plan géométral, peut être appliqué en mêmes termes au tableau »*. Fidèle à ce principe, Lambert appelle *« parallèles perspectives »* des droites convergentes du plan du tableau, images de droites parallèles dans le géométral.

raccourcis perspectifs y faisaient défaut; les personnages à l'arrière étaient placés un peu plus haut suivant la 10ᵉ proposition d'Euclide déjà citée, sans que pour autant ils apparaissent plus éloignés. Quand les distances étaient très grandes, ils déplaçaient tout vers le haut avec tout au plus un raccourci estimé à vue d'œil. Et c'est d'autant moins étonnant qu'aujourd'hui encore on a l'habitude d'utiliser incomplètement la perspective pour représenter des paysages. Certes, les paysages s'en ressentent et on devine aisément qu'ils n'ont pas été construits à la règle et au compas, mais que les estimations ont été faites à vue d'œil[29]. **p. 14** Même si l'on sait, ou si l'on admet que les Anciens connaissaient la perspective, on ne pourra plus s'en faire une idée précise. Cette science a dû être complètement réinventée dans les temps modernes. Il est toutefois équitable de ne pas passer sous silence Ptolémée[30]. C'est à ce fameux astronome que nous devons la projection stéréographique de la surface sphérique, qui au fond est perspective. Il démontra le théorème suivant: si l'œil se trouve en un point de la surface sphérique et si tous les cercles de la sphère (ne passant pas par l'œil) sont projetés sur un plan perpendiculaire à un diamètre dirigé vers l'œil, alors ces derniers restent des cercles[31]. Mais il ne semble pas que Ptolémée ait orienté ses recherches vers de semblables théorèmes sur la projection d'autres objets ou susceptibles de s'appliquer à la peinture. Il ne pensait à vrai dire qu'à la projection de cartes et de planisphères et, dans ce domaine, il a plus ou moins atteint son objectif, sa projection stéréographique possédant de nombreuses et très belles propriétés.

Nous pouvons faire ensuite un saut jusqu'à l'époque du renouveau des sciences. Certes, les arabes ont étudié l'optique[32], mais il semblerait qu'ils eussent négligé la perspective. Outre *Ignazio Dante,* Montucla et Saverien citent un certain *Pietro del Borgo san Stephano,* qui en aurait posé les bases[33]. Son ouvrage est resté inédit[34], Balthasar

---

(29) Voir fig. 130, le paysage mis en perspective par Lambert.

(30) Claude Ptolémée (v. 100 - v. 170), astronome alexandrin, auteur de la *Syntaxe mathématique* ou *Almageste,* livre de référence des astronomes jusqu'à l'abandon de la conception géocentrique de l'Univers. Il nous a laissé une *Optique* prolongeant les résultats d'Euclide et un traité de *Géographie* (en 8 livres).

(31) De cette propriété bien connue de la projection stéréographique, on déduit facilement celle de la conservation des angles, propriété d'une grande importance pratique en cartographie. Pour les propres travaux de Lambert en cartographie, voir chap. I.2.2.5. Lambert saisit bien ici la relation étroite qui existe entre la cartographie et la perspective; en effet, dans les deux cas, il s'agit de construire l'image d'un ensemble donné en respectant les justes proportions de ses éléments. Joan Gadol, L.-B. Alberti, *Universal man of the early Renaissance,* University of Chicago Press, 1969, puis S.-Y. Edgerton Jr., *The Renaissance discovery of linear perspective,* Basic Books, 1975, ont montré le rôle considérable que la cartographie ptoléméenne a joué comme trait d'union entre les Grecs et la Renaissance. En 1400, une copie de la *Géographie* de Ptolémée parvint à Florence et fut rapidement traduite. Ptolémée y proposa plusieurs méthodes de projection cartographique, que les peintres ont pu transposer à leur domaine. Cf. Pierre Thuillier, « Espace et perspective au Quattrocento », *La Recherche* n° 160, nov. 1984, vol. 15, p. 1384-1398.

(32) K. Bopp, note (29), 1757, du *Monatsbuch* [10], indique que Lambert connaissait l'Optique d'Ibn al-Haytham (décédé en 1039), publiée, en 1572, par F. Risner à Bâle sous le titre *Opticae Thesaurus Alhazen libri septem.* Cet ouvrage s'inspire des travaux de Ptolémée, tout en faisant faire à la théorie de la vision des progrès remarquables.

(33) Les experts s'accordent aujourd'hui à reconnaître en L.-B. Alberti le premier théoricien de la perspective. Dans son traité *Della pittura* (1435), il explique les méthodes mises au point par les praticiens Brunelleschi et Masaccio. Pour plus de détails, voir chap. II.3., p. 42.

(34) Cf. Piero della Francesca del Borgo San Stephano, *De prospettiva pingendi.*

Peruzzi[35] l'aurait utilisé. Ce dernier est mort en 1536. Ignazio Dante est cité dans le dictionnaire d'*Iselin* pour son *Commentario alle regole della perspettiva di Jac. Barozzi*[36]. Dante est mort en 1586. Tout ceci est bien trop récent. D'après Montucla, *Pietro del Borgo* serait un peu plus âgé qu'*Albert Dürer,* qui est décédé en 1528. Mais je crois, moi, que Lionardo da Vinci fut le premier à avoir voulu perfectionner l'art de peindre et à avoir pensé à la perspective. Ni Montucla, ni Saverien ne le mentionnent. Mais cela ne veut pas dire grand-chose. De Lionardo da Vinci, nous possédons un ouvrage paru longtemps après sa mort. Dans celui-ci, il se réfère fréquemment à son traité de perspective, qui n'a cependant pas été publié. Mais il ne semblerait pas que Lionardo eût écrit en vue d'une publication. Il a vécu de 1445 à 1520[37], c'est-à-dire à l'époque où l'imprimerie était à ses débuts et ne se développait que lentement. Son Traité de la peinture est un recueil d'innombrables remarques qu'il a notées au jour le jour. Ses autres écrits ont dû se présenter sous un aspect semblable et ne sont pour ainsi dire que des *rubriques,* dans
p. 16 lesquelles il inscrivait ses remarques au fil des jours. Si donc un traité est cité dans un autre, on ne pourra en conclure qu'il est antérieur à ce dernier puisque Lionardo nota ses idées tantôt dans l'un, tantôt dans l'autre, comme l'occasion se présentait. Le passage suivant mérite d'être cité :

« La perspective linéaire consiste et a pour objet d'indiquer par des lignes graduées que celle du second plan est moindre que celle du premier, celle du troisième moindre que l'autre du second, et ainsi de degré en degré à perte de vue. L'expérience m'a appris qu'en considérant des objets égaux en grandeur et inégaux en distance dans un espace de vingt brasses, s'ils sont également éloignés les uns des autres, le premier paraît une fois plus grand que le second, et le second une fois plus petit que le premier et une fois plus grand que le troisième, et ainsi des autres à proportion, puisqu'on juge de leur grandeur s'ils sont placés à des distances inégales. Au-delà de vingt brasses, la figure perdra un quart de sa grandeur, au-delà de 40 brasses elle en perdra neuf dixièmes! La diminution suivra cette proportion selon la distance. »
[§ 205, chap. VII, Traité de la peinture.]

On retrouve cette remarque dans un autre paragraphe du même ouvrage. La loi est tout à
p. 17 fait correcte et peut être démontrée géométriquement. Elle est largement suffisante pour réduire les hauteurs d'objets verticaux proportionnellement à leur distance de l'œil. Si la distance des objets à l'œil croît comme les nombres 1, 2, 3, 4, etc., alors les hauteurs de ces objets dans le tableau seront proportionelles à $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, etc. Ceci résulte immédiatement du § 100[38]. Il est pourtant remarquable que Lionardo prétend avoir trouvé cette loi *« empiriquement ».* Il ne la connaissait donc pas dans sa formulation théorique, bien qu'il dût y réfléchir intensément. Dans le même traité, il exige que « l'application soit fondée sur une bonne théorie, dont la perspective peut être la bride et le timon »[39].

---

(35) Architecte et peintre siennois.

(36) Le dominicain Egnatio Danti (1536-1586), cartographe au service de Cosimo I de'Medici, puis du pape, a traduit (du grec) l'Optique d'Euclide (1573) et publié, en 1583, à Rome *Le due regole della prospettiva pratica di m. Jacomo Berozzi da Vignola con i commentari del R.P.M. Egnatio Danti.* On y trouve le procédé du point de distance. Cf. chap. II.3., fig. 10 et chap. III.1.7.

(37) Léonard de Vinci (1452-1519). Les dates indiquées par Lambert sont inexactes. Le *Trattato della pittura* (1651) est le résultat d'une sélection de notes de Léonard sur la peinture, effectuée par un auteur inconnu.

(38) Le § 100 de *(Pers. aff.)* traite du compas de proportion. Cf. *supra* chap. II.5. et III.7.

(39) Cf. *Traité de la peinture,* chap. VII, § 202.

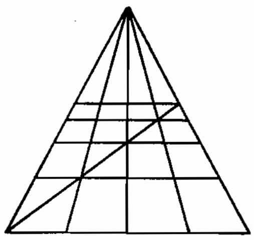
Cette loi n'était pas connue quand Lionardo a fait l'expérience citée et l'a approfondie par la réflexion. Toujours est-il que je la considère comme antérieure à la date citée ci-dessus pour Pietro del Borgo. L'émulation qui régnait alors parmi les peintres paraît avoir contribué à la propagation rapide de la théorie de la perspective. En Allemagne, Albert Dürer progressait également. Il a publié son ouvrage en 1525, trois ans avant sa mort. Il a illustré sa théorie par un seul exemple, celui d'un cube mis en perspective à partir du plan frontal et du géométral, dont il décrit en même temps la manière de porter l'ombre aussi bien selon sa largeur que selon sa longueur[40]. Cela était largement suffisant pour ceux qui étaient versés dans l'art de **p. 18**
mesurer. Il ajouta cependant une méthode permettant de dessiner des objets existant dans la nature à l'aide de machines construites à dessein. Déjà Lionardo da Vinci avait utilisé des plaques de verre. Dürer les remplaça par un cadre subdivisé par des fils en petites cases carrées lui permettant de reproduire fidèlement sur une feuille de papier ce qu'il percevait de l'objet à travers chaque case du cadre. Il dessine un œil au point de l'œil, car comme Lionardo, il admet que ce point de l'œil représente le lieu de l'œil[41]. La mise en perspective d'un pavement (fait de carrés) lui apprend naturellement la manière d'élever facilement une perspective à partir du géométral. Une réédition posthume (1538) de son traité *« Unterweisung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit »* porte des additions rédigées par ses soins. Il me semble naturel de ne pas situer *l'époque* des recherches de Dürer en perspective en 1525, date de la première édition de son traité. On possède de nombreux dessins perspectifs de Dürer qui montrent qu'il s'y est intéressé bien avant cette date.

Sous un titre analogue a paru en 1530 à Simmern, et ultérieurement en 1546, à Francfort, **p. 19**
un ouvrage détaillé sur la perspective[42]. Il porte comme sous-titre : *Où l'on peut comprendre et apprendre cet art plus facilement que dans quelques autres livres déjà imprimés.* L'auteur est resté anonyme et s'est contenté d'envoyer le manuscrit à l'éditeur *(Secretario)* Rodler de Simmern afin qu'il le fasse connaître en l'imprimant ; Rodler rédigea la préface, mais n'y mentionna que l'ouvrage de Dürer ; le trouvant moins compréhensible, il jugea utile de donner une explication plus claire. J'y trouve effectivement quelques exemples plus détaillés sans y découvrir toutefois la méthode de Dürer et sa précision géométrique. Un pavement y sert une fois pour toutes à déterminer les distances et les raccourcis. Cela va bien si le pavement est en forme de carré équilatéral[43]. Mais s'il s'agit de prolonger le côté fuyant, l'auteur ne sait plus comment se tirer d'affaire et dessine alors en suivant son intuition. L'idée

(40) Cf. *supra* chap. II.3. pour l'histoire et chap. III.5. pour les détails techniques.

(41) Le point de l'œil signifie ici pour Lambert l'œil et non le point de fuite principal comme habituellement chez lui. Pour les machines à perspective conçues par Dürer, cf. *supra* fig. 5 et fig. 143.

(42) *Eyn schön nützlich Büchlin und Underweisung der Kunst des Messens...* Hieronymus Rodler y méconnaît, en effet, toute théorie de la construction exacte et transmet la pratique artisanale suivante :



La diagonale, dont la position est pourtant arbitraire, permet d'obtenir les intervalles de profondeur. Il s'agit donc d'une perspective dans laquelle la distance de l'œil au tableau est définie arbitrairement.

(43) Par *« carré »* il faut entendre ce que nous appelons aujourd'hui *« rectangle »*.

ne lui vient pas d'agrandir tout le carré ou de prolonger les diagonales jusqu'à ce qu'elles se coupent, ou de recourir à d'autres méthodes faciles à imaginer. Aussi voit-on dans quelques-uns de ses dessins le saut dans la diminution de la largeur des pavés, erreur difficile à
p. 20 éviter par sa façon de procéder. S'il intègre les bâtiments dans des paysages lointains, il oublie que ceux-ci ne peuvent avoir, ni point de l'œil ni horizon différents de ceux qu'il a admis pour dessiner les bâtiments ; l'eau remonte la pente, puisque le point de l'œil utilisé pour dessiner le pont se trouve au-dessous du niveau de l'eau et dans tout le dessin on compte au moins trois ou quatre points de l'œil [44]. Erreur que Lionardo da Vinci reprochait déjà aux peintres de son époque et devant laquelle il les mettait en garde.

Tout ce qui s'est fait en perspective après Albert Dürer se résume par une volonté de simplifier le travail, l'invention d'instruments adéquats, de règles souples et de lois générales pour la mise en perspective. Depuis l'époque de Dürer de si nombreuses méthodes de mise en perspective ont paru qu'il est difficile de déterminer un ordre d'antériorité sans avoir une vision globale de toutes ces méthodes. D'après Montucla, Pietro del Borgo, Jacob Barozzi, Ignazio Dante et Daniel Barbaro semblent ne pas avoir dépassé Albert Dürer. L'ouvrage du dernier cité a paru en 1569 [45].

Savérien et Montucla attribuent l'invention du point dit point de distance et de son utilisation dans la construction de l'échelle des lignes fuyant vers le point de l'œil (§§ 80, 137)
p. 21 à Balthasar Peruzzi [46]. Montucla précise qu'Ignazio Dante en a donné les démonstrations dans son *Commentario*. Je les trouve aussi dans un ouvrage édité à Rome en 1611 : *Le due Regole della Prospettiva prattica di M. Jacomo Barozzi da Vignola, con i Commentari del R.P.M. Egnazio Dante delle ordine dé Predicatori, Matematico dello Studio di Bologna.*

Le théorème de Peruzzi était très facile en soi. Il suffisait de remarquer qu'en mettant en perspective un pavement, les diagonales de tous les pavés concourent en un point de l'horizon et peuvent donc être utilisées pour subdiviser les lignes qui fuient vers le point de l'œil.

Guido Ubaldus e Marchionibus Montis [47], que Saverien et Montucla citent sous le nom de Guido Ubaldi, alla plus loin en démontrant rigoureusement que dans la construction perspective (§ 18) toutes les lignes parallèles, non parallèles au tableau, concourent en un même point de l'horizon. Son ouvrage a paru en 1600 sous le titre : *Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae Libri VI, Pisauri apud Hieronymum Concordiam*. Son ouvrage est purement
p. 22 géométrique, sans aucune application à l'architecture et au dessin de paysages, etc. Dans le sixième livre, il présente, imitant en cela I. Dante, la théorie de la décoration perspective des théâtres.

---

(44) L'évolution allant de l'espace agrégatif (récipient limité de contenus juxtaposés) à l'espace unifié (infini, homogène, centré autour d'un point de vue) a trouvé, durant la Renaissance, une conclusion provisoire. Cette nouvelle conception de l'espace ne permet pas de juxtaposer des plans partiels organisés chacun autour d'un point de vue. Cf. *supra* chap. II.3. et [137].

(45) Cf. Daniele Barbaro, *La Pratica della Prospettiva*, Venise, 1568. Barbaro y utilise, en se référant à A. Dürer, l'angle euclidien pour augmenter, à mesure qu'elle s'élève, les proportions d'une figure se dressant à une grande hauteur. Cf. [8] et *supra* chap. II.6.

(46) Au sujet de l'utilisation des points de distance, cf. *supra* chap. III.1.7., fig. 31.

(47) Cf. *Perspectivae libri sex* [55].

Lambert a très justement reconnu l'importance de la contribution de Guidobaldo dei Marchesi del Monte. Il est le premier à mettre la perspective à la place qu'elle aura désormais : celle d'une branche de la géométrie, qui aboutira, après Desargues, à l'élaboration de la géométrie projective. Les outils de Guidobaldo sont ceux des *Éléments* d'Euclide, qu'il utilise pour établir toutes ses démonstrations géométriques.

Savérien affirme que pendant longtemps l'ouvrage d'Ubaldi a paru si parfait qu'on n'a pas pensé aller au-delà. Le nombre d'écrits sur la perspective a augmenté considérablement depuis 1600. Parmi les plus anciens, je trouve la perspective de Lenker parue en 1571 à Nuremberg [(48)]. Lenker s'efforce de supprimer toutes les lignes ne faisant pas partie du dessin proprement dit. Pour cela, il se sert de plusieurs compas, d'équerres et de fils ; il les utilise de manière à rendre superflues les lignes citées mais n'abrège pas le travail en soi.

En ce qui concerne les auteurs moins anciens ayant écrit sur la perspective dans les temps plus modernes, quelques uns sont cités dans la *Perspective pratique* publiée en 1642 à Paris par un jésuite parisien. Le R.P.e.S.J. anonyme, qui d'après Niceron s'appelait du Breuil [(49)], précise dans sa préface que, pour ne pas être accusé de vol savant, il citerait tous les écrits consultés. Le premier et le plus ancien serait Georgius Reich, un allemand, cité pour le 10e livre de ses œuvres. Ensuite viendrait Viator [(50)], chanoine à *Toul*, qui aurait donné beaucoup de bons dessins suivis de peu d'instructions et de règles. Après celui-ci Albert Dürer, un excellent homme, aurait laissé quelques règles et fondements dans le 4e livre de sa « Messung ». Les autres seraient Jean Cousin [(51)], Daniel Barbaro, Vignole, Serlio [(52)], du Cerceau [(53)], Sirigaty [(54)], Salomon de Caus [(55)], Marolois [(56)], Vredemen, Vriesse (à vrai dire Vredemann Frisius) [(57)], Guidus Ubaldus, Pietra, Acolty [(58)], de Vaulezard [(59)], Desargues [(60)], Niceron. Cette liste des auteurs ayant étudié la perspective avant 1692 n'est pas exhaustive, bien sûr. L'ouvrage de du Breuil a paru, en 1710, en allemand, traduit par Rembold. p. 23

Le P. Niceron cite dans son *Thaumaturgus opticus Tom. 1*, p. III [(61)] quelques titres d'ouvrages sur la perspective afin de démontrer que divers procédés dits nouveaux ne le sont pas autant qu'on le prétend. Il s'en rapporte au *Commentario* d'I. Dante, à *Inganno degli occhi* de Pietro Accolti, paru en 1625 à Florence, à l'*Introduction à la perspective...*, parue en 1628, ouvrage posthume d'Aleaume [(62)]. Et encore à la *Perspective spéculative et pratique, où sont démontrés les Fondements de cet art et de tout ce qui a été enseigné jusqu'à présent. Ensemble la manière universelle de pratiquer non seulement sans plan géométral et sans tiers point dedans ni dehors le champ du tableau, mais encore par le moyen de la ligne communement appelée horizontale, de l'invention du* p. 24

(48) Cf. Hansen Lencker, *Perspectiva*, Nürnberg 1561, Ulm 1617 (2e éd.). Lencker était orfèvre et opticien à Nuremberg.
(49) Cf. [41].
(50) Cf. [141].
(51) Jean Cousin, *Livre de perspective*, 1560.
(52) Sebastiano Serlio, *Il secondo libro di perspettiva*, Venise, 1560, cf. [152].
(53) Jacques Androuet-Ducerceau, *Leçons de perspective positive*, Paris, 1576.
(54) Lorenzo Sirigatti, *La Pratica di prospettiva del cavaliere L.S.*, Venise, 1596, 2e éd. en 1625.
(55) Salomon de Caus, *La Perspective, avec la raison des ombres et miroirs*, Londres, 1612.
(56) Cf. [118].
(57) Jan Vredeman de Vries, *Perspective*, ..., Lugduni Batavorum, H. Hondius, 1604-1606, 3 parties en 1 vol. (en allemand). L'édition latine, *Perspectives*, ne contient que les 2 premières parties.
L'édition française, *Perspective...* augm. et corr. en divers endroits par S. Marolois *in* S.M., *Opera mathematica*, Hagae-Comitis, 1615, ne contient également que les 2 premières parties.
(58) Pietro Accolti, *Lo Inganno degli occhi, prospettiva, pratica*, Florence, 1625.
(59) Cf. [179]-[182].
(60) Cf. [33]-[40] et [11]-[15].
(61) Cf. [133].
(62) Jacques Aleaume, *Introduction à la perspective ensemble, l'usage du compas optique et perspective*, 1628. De cet ouvrage, 6 feuillets seulement furent imprimés jusqu'à ce que E. Migon, disciple d'Aleaume, le reprenne en 1643.

feu Sieur Aleaume, etc., 1643, par Migon[63]. De plus à l'*Abrégé ou racourci de la perspective par l'imitation*, 1631, de Vaulezard. Et à la *Méthode universelle, de mettre en perspective les objets donnés réellement ou en devis, avec leurs proportions, mesures, éloignemens, sans employer aucun point qui soit hors du champ de l'ouvrage* de Desargues[64]. Et enfin à la *Perspective pratique* du P. du Breuil citée plus haut. Aussi prometteurs que soient ces titres, aussi peu appréciés sont-ils du P. Niceron. Aussi ne s'en sert-il guère, mais déduit tout d'un théorème évident en soi. On suppose que, dans la 6e figure[65], on détermine sur AP le point B tel que ABCD soit un carré. Si le tableau ne comprend pas le point de distance N, on peut choisir un point M plus près du point de l'œil P, et comme PN : PM = AD : AQ, on peut trouver AQ facilement et tracer MQ, ce qui détermine le point B aussi bien que si l'on avait prolongé PM jusqu'en N et tiré ND[66]. On peut imaginer sans peine de nombreuses autres méthodes rendant inutile le
p. 25 prolongement des lignes[67] au-delà du tableau. Mais ces méthodes sont indirectes et on ne les applique que lorsque c'est vraiment nécessaire.

En 1615, Lucas Brunnen *de Monte Sanct. Annae* a publié une perspective pratique. Il y décrit un instrument qui a beaucoup de ressemblance avec celui édité par Albert Dürer. Comme exemples il choisit la plupart du temps des lettres latines majuscules et l'anamorphose d'une tête de mort.

De 1622 date: *Institutio artis perspectivae* auctore Henrico Hondio[68]. Le texte, que j'ai sous les yeux, est rédigé en français et explique dans l'ordre les figures jointes. Ce sont pour la plupart des dessins d'architecture. Mais j'y vois aussi un paysage, un jardin de plaisance, une presse, des chaises, etc. Le choix des thèmes n'est pas des plus réussis et le goût mis en œuvre dans les décorations laisse à désirer.

De Joh. Vredemanni, *Frisii Perspectiva* je n'ai que la seconde partie, qui est pratique. Les 23 gravures sur cuivre, qui ne représentent que des dessins d'architecture d'un assez mauvais goût, sont commentés sur deux feuilles[69].

Dans la préface de son *Commentario*, Egnazio Dante présente quelques éléments d'histoire de la perspective, que je traduirai ici mot à mot. Il dit:

p. 26 *« Qu'avec toute la peine qu'on s'est donné dans les recherches, on n'a pu trouver livre ou texte des Anciens sur la perspective, alors qu'ils ont dû exceller dans cet art, à en juger d'après les décors de théâtre*

(63) Cf. [2] et [120].

(64) Il s'agit de *Exemple de l'une des manières universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective sans employer aucun tiers point, de distance ny d'autre nature qui soit hors du champ de l'ouvrage* publié en annexe du traité d'A. Bosse de 1648 [12].

(65) Pour (fig. VI, tab. I, *Pers. aff.*), voir annexe. Il s'agit de la technique de la *« réduction de la distance »* lorsque le point de distance est situé en dehors du tableau. Voir par exemple dans un cours contemporain de Perspective [148], p. 25.

(66) Le problème de construction d'une perspective sans l'utilisation du point de distance quand il se trouve hors du tableau (sans tiers point) est sans doute à l'origine des fameux problèmes de géométrie de la règle qui seront traités dans les (*Notes et Add.*, p. 172-173, probl. V), en guise de conclusion. Ils débouchent sur les premières notions de géométrie projective, dont le théorème de G. Desargues sur les triangles perspectifs est sans doute la première formulation. Lambert fait référence à ce problème, mais rien n'indique ici qu'il en voit toute la richesse et ses futurs développements. Voir analyse de ce problème, chap. IV *supra*.

(67) Par ligne, Lambert entend la plupart du temps ligne droite ou segment de droite.

(68) L'édition française intitulée *Instruction en la science de perspective* a été publiée, en 1625, à La Haye.

(69) Cf. note (57).

tant appréciés par les Grecs à Athènes et par les Latins à Rome. » Egnazio continue : « *Parmi les auteurs contemporains ayant écrit sur cet art, Pietro della Francesca dal Borgo San Sepolcro était le premier à le faire selon un bon système et dans l'ordre ; nous possédons de lui un manuscrit en trois livres avec des dessins excellents, dont on peut constater les avantages et la valeur grâce à Daniel Barbaro, qui en a reproduit une grande partie dans son ouvrage sur la perspective*[70]. *Sebastian Serlio*[71] *a également décrit les règles communes de cet art telles qu'il les a apprises de Balthasar de Sienne*[72]. *Les français Jac. Audr. du Cerceau*[73] *et Jean Cousin*[74] *ont donné des textes plus étendus à ce sujet. Pietro Cataneo*[75] *a suivi l'exposé de Pietro dal Borgo. D'autre part, les règles communes sont décrites plus succinctement par Leon Battista Alberti*[76], *Lionardo da Vinci, Albert Dürer, Gioacchino Fortio, Joh. Lenker*[77], *Wenceslaus Jannizer*[78], *de Nuremberg, qui a mis en perspective les corps réguliers et d'autres corps composés, comme l'avait fait Pietro del Borgo. Nonobstant F. Luca*[79] *les a publiés plus tard sous son nom. En plus, nous possédons un autre livre sur la perspective, intitulé Viator*[80] *qui contient plus de* **p. 27** *figures que de textes. De même, Commandino montre géométriquement quel aspect prendra tout objet mis en perspective.* »

Egnazio estime que, de tous ces textes, pas un seul ne contient d'aussi excellentes règles que celles qu'il se propose de présenter dans son *Commentario*. La première de ces règles veut que toutes les lignes parallèles concourent, dans la perspective, en quelque point de l'horizon (§ 18). L'autre est simplement relative à l'utilisation des points de distance, qui se trouvent à 45 degrés du point de l'œil (§§ 80,137)[81]. Dans la pratique, Egnazio donne toujours le géométral, et ses deux règles avec leurs applications sont contenues dans toutes les méthodes de perspective, ou presque.

La *Manière universelle* de M. Desargues *pour pratiquer la perspective par petit pied comme le géométral*, par A. Bosse, *graveur en Taille douce* a paru à Paris en 1648[82] avec beaucoup de gravures très nettes sur cuivre ; ces dernières sont moins belles dans la traduction hollandaise imprimée en 1686 à Amsterdam. L'expression « *par petit pied* » ne signifie rien d'autre que **p. 28**
choisir même échelle et même grandeur pour la ligne de terre dans la perspective et dans le

---

(70) Cf. note (45).
(71) Cf. note (52).
(72) Cf. note (35).
(73) Cf. note (53).
(74) Cf. note (51).
(75) Cf. Pietro Cataneo, *L'Architettura...*, Venise, 1567.
(76) Cf. note (33).
(77) Cf. note (48).
(78) Wenceslaus Jamnitzer, *Perspectiva corporum regularium*, Nuremberg, 1568.
(79) Il s'agit sans doute de Luca Pacioli (Borgo San Sepolcro, 1445-1517), qui, dans sa *Divina proportione* (Venise, 1509), reprend en italien le *De corporibus regularibus* de Piero della Francesca sans citer le nom de ce dernier.
(80) Jean Pélerin Viator, *De Artificiali Perspectiva*, Toul 1505. Il s'agit du premier traité de perspective artistique imprimé en Europe. Viator y expose la méthode des points de distance (cf. chap. II.3. et chap. III.1.6.), qui codifie un procédé de raccourcissement dans l'espace, surtout en usage dans l'Europe du Nord des Alpes. Une soixantaine de belles planches, surprenantes par la modernité du tracé, « *les figures exemplaires* » accompagnent le texte.
(81) C'est purement et simplement la méthode de Viator que Vignola prône sous le nom de « *seconda regola* ». Elle fut adoptée par presque tous les perspectivistes italiens, puis revint au Nord des Alpes « *auréolée de tout le prestige que lui conférait l'autorité de Vignola* » (L. Brion, [20], p. 416).
(82) L'œuvre mathématique de G. Desargues est très importante dans le domaine de la perspective et de

géométral afin qu'on puisse juxtaposer les deux plans. Desargues indique aussi quelques règles de perspective aérienne, bien qu'elles ne soient pas quantitatives. Il était, selon Bosse, le premier en France à énoncer ces règles. En Italie, par contre, Lionardo da Vinci les avait étudiées depuis longtemps. De façon générale, Bosse fit de Desargues trop son héros[83].

A Anvers sont publiés en 1613 Francisci Aguilonii e.S.J. *opticorum libri sex*[84], qui comprennent à la fin la projection *ptoléméenne* de la surface sphérique et les fondements de la perspective linéaire. Comme le *Traité de Perspective* de P. Lami[85], paru en 1701 à Paris, ils ne contiennent rien de particulier, sauf que ce dernier touche un peu à la perspective aérienne.

Montucla fait l'éloge de Deschales[86] pour sa rigueur. Wolf loue encore Andr. Alberti[87] et surtout l'*Essai de Perspective* de s'Gravesande[88], paru en 1711, dans lequel l'emploi du géométral en perspective est expliqué de nombreuses manières nouvelles et faciles pour la
p. 29 plupart. L'ouvrage d'Andrea Pozzo[89] ainsi que celui de Schübler[90] présentent, à cause de nombreux dessins d'architecture proprement exécutés, des avantages pour les peintres et les

---

ses développements théoriques; voir chap. II.1., II.2., II.5., pour l'analyse historique et chap. III.1.14., III.1.15., III.1.18. pour le théorème de G. Desargues sur les triangles perspectifs. La première œuvre originale [33] était une plaquette de perspective (dont 5 exemplaires seulement ont été retrouvés). Les méthodes nous sont parvenues grâce aux traités de son fervent disciple A. Bosse, qui s'efforçait de les populariser. Le traité de 1648 [12], a été composé sous l'inspiration directe de Desargues et contient 4 pages de développements de géométrie de sa plume, dont le fameux théorème sur les triangles perspectifs (cf. chap. III.1.12.). La nature projective de ce théorème fut reconnue plus tard seulement par L. Carnot (1753-1823) et J.-V. Poncelet (1788-1867).

(83) Cf. R. Taton [165], chap. 2, sur les violentes polémiques qui opposèrent Desargues à ses contemporains.

(84) François d'Aguilon (Bruxelles, 1546 - Anvers, 1617), jésuite, chargé d'organiser en Belgique l'enseignement des sciences exactes utiles au commerce, conçut le projet d'un traité d'optique, synthèse des travaux d'Euclide, Alhazen, Vitellion, Roger Bacon, Ramus et Kepler. Seule la première partie fut publiée sous le titre *Francisci Aguilonii e Societate Jesu Opticorum libri sex Philosophis juxta ac mathematicis utiles* (et illustrée de gravures de Rubens). On y trouve une définition, certes encore incomplète, en l'absence du concept de limite, du point de fuite.
Dans le Livre VI, un long développement est consacré, en effet, à la projection stéréographique qui occupe une place de choix en histoire des sciences.

(85) Cf. Bernard Lamy, *Traité de perspective, où sont contenus les fondements de la peinture*, Paris, 1701.

(86) Claude-François Millet Deschales ou Dechales ou de Challes (1621-1678), jésuite, missionnaire en Turquie, puis professeur de mathématiques et de philosophie aux collèges de Lyon et de Chambéry, est l'auteur d'un manuel en 3 volumes, *Cursus seu mundus mathematicus*, Lyon, 1674, qui a connu une grande popularité. Les principes de la perspective y sont exposés.

(87) *Andreae Alberti zwey Bücher, das erste von der Perspectiva, das andere von dem Schatten*, Nürnberg, 1623, 1634.

(88) G. J.'s Gravesande, *Essai de Perspective*, La Haye, 1711. C'est un ouvrage systématique, d'une grande clarté d'exposition, que Lambert a dû utiliser pour ses travaux sur la perspective. Cet essai est suivi de: « *Usage de la chambre obscure pour le dessein* » (sic).

(89) Cf. A. Pozzo, *Perspective propre des peintres et des architectes*, éd. lat. à Rome (1re partie, 1693; 2e partie, 1737), éd. fr. à Rome (1700) et éd. lat./all. à Augsbourg (1re partie, 1711; 2e partie, 1719). Lambert a utilisé cet ouvrage pour ses éléments de scénographie, ainsi que le suggère la ressemblance des figures. Il cite d'ailleurs explicitement A. Pozzo dans le § corresp. (*Notes et Add.*, p. 143, X à la *Pers. aff.*, § 136).

(90) Cf. Johann Jacob Schuebler, *Perspectiva, pes picturae*, Nürnberg, 1719-1720.
Très bel ouvrage, ouvrant sur un bref historique de la perspective. Schuebler y cite pratiquement tous les auteurs qu'on retrouve chez Lambert.

architectes. Taylor[91] traite la théorie de façon très générale, puisque dès le départ il admet que la table soit oblique. A part cela, il introduit beaucoup de dénominations, presque toujours nouvelles et superflues, qui lui permettent de démontrer plusieurs théorèmes, mais étendent inutilement la théorie. Aussi son traducteur français[92] choisit-il plus particulièrement, dans sa préface, les cas les plus simples et les plus courants et ajoute-t-il à la fin la première partie du livre de Murdoch: *Newtoni genesis curvarum per umbras, seu Perspectivae universalis elementa, etc.*

Dans aucun des textes cités ci-dessus, je n'ai trouvé mention de la division de la ligne horizontale en degrés (§ 21 et suivants), bien que Ubaldo di Monte eût pu facilement y penser. Et pourtant, je dois constater que je ne suis pas le premier a avoir eu l'idée. La Caille l'expose dans la seconde édition de 1756 de ses *Leçons d'optique,* qui a servi à établir la traduction latine parue à Vienne en 1766. Comme l'idée de la remarque exposée (§ 21) ne m'est venue qu'en été 1758, je cède volontiers la priorité, que je n'ai jamais revendiquée, à Monsieur La Caille. Si toutefois, on devait faire un bilan plus précis, je crois être allé un peu **p. 30**
plus loin puisque j'ai utilisé la méthode du compas de proportion dans ma recherche d'une construction résolvant le problème réciproque de la perspective. La Caille présente d'ailleurs aussi des formules trigonométriques et algébriques, en quoi il a été devancé à son tour par Monsieur le professeur Kaestner[93], dont la dissertation inaugurale: *Perspectivae et Projectionum theoria generalis analytica* a paru en 1752 déjà[94]. L'année d'après, Monsieur le professeur Meister de Göttingen a publié une dissertation inaugurale sous le titre: *Instrumentum scenographicum, cujus ope datis objecti ichnographica et orthographia, invenire scenographiam citra omnem punctorum, linearum intersectionum, circini, numerorum perspectivae adeo usum, facili licet methodo exponit A.L.F. Meister.* Cette publication est, pour autant que je sache, unique en son genre et n'a rien à voir avec les machines d'Albert Dürer et d'autres, que Monsieur Meister énumère longuement. Elle se fonde sur la méthode de Sirogatti[95] mettant chaque point en perspective à l'aide du géométral et du plan frontal, à la différence près que Monsieur Meister utilise deux règles et deux équerres au lieu de tracer les lignes aveugles dont **p. 31**
parle Sirogatti[96].

Plusieurs autres ouvrages trouveraient leur place ici s'ils n'étaient déjà cités dans huit pages in-8° du second tome de la *Bibliothèque de Peinture, de Sculpture et de Gravure* de M. de Murr[97]. Parmi ceux portant une date, le *Trattato di prospettiva* de Bernardo Zenale da Trevigi de l'année 1524 est le plus ancien.

---

(91) Cf. B. Taylor, *Linear Perspective*, London, 1715. Cf. *supra,* chap. III.4., l'analyse de quelques méthodes de perspective de Taylor et chap. III.9.1. la restitution d'une perspective.

(92) Le père Rivoire, S.J., a réuni dans [172] la traduction de 2 ouvrages, les « Nouveaux Principes de la perspective linéaire » de B. Taylor, qui contient (comme supplément) « Nouvelle théorie sur le mélange des couleurs, selon les principes de l'Optique de Newton, et les « Principes de la perspective linéaire » de Patrice Murdoch, première partie de l'ouvrage latin cité par Lambert.

(93) B. Taylor et P. Murdoch développent également des calculs pour mettre en place une graduation à l'aide du compas de proportion; Cf. [172], p. 33-36, 48-49, et chap. III.7 *supra.*

(94) Il s'agit d'une plaquette de 12 pages, publiée à Leipzig, Kaestner y démontre un théorème général donnant une formule algébrique pour le raccourci perspectif dans le cas général d'un tableau incliné.

(95) Lorenzo Sirigatti, *La pratica di prospettiva,* Venise 1596, 2e éd. 1606, 3e éd. 1625.

(96) Lambert ne fait pas allusion, curieusement, à la construction de son perspectographe, décrite dans le manuscrit de 1752.

(97) Francfort et Leipzig, 1770.

Jean-Henri Lambert

Notes et Additions (1774) à la

Perspective affranchie de l'embarras du plan géométral

« En guise de conclusion »

Traduction de Jeanne Peiffer
Notes de Roger Laurent et Jeanne Peiffer

Texte extrait de

Roger Laurent, *La place de J-H. Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective,* cedic, Paris, 1987, p. 262-274**.**

Cette conclusion de Jean-Henri Lambert est constituée des
15 problèmes de géométrie de la règle.

p. 161 En guise de conclusion (208)

J'ajouterai ici diverses notes et divers problèmes s'insérant en partie dans la dernière section et utiles pour mieux mettre en lumière les liens de parenté entre la géométrie et la perspective. Cette dernière est appelée perspective linéaire ou perspective de la règle (209), si on veut la distinguer de la perspective aérienne — ou chromatique. Cette désignation prend toute sa signification dans le sens que la perspective repose davantage sur l'usage de la règle que du compas. Elle traite de la grandeur et de la position apparentes des objets visibles et se limite à un seul état et à un seul point de vue. À partir d'un point de vue, on ne peut que mesurer des angles, tracer des lignes et au plus déterminer leurs rapports. Cela vaut peut-être la peine d'*examiner jusqu'où on peut aller en perspective et ensuite aussi en géométrie sans utiliser le compas, la règle seule étant admise,* dans le but donc de rendre linéraires au vrai sens du terme la perspective et la géométrie. Dans un second temps, on peut étudier la manière de réduire au maximum le
p. 162 nombre d'éléments exigeant l'emploi du compas dans la résolution des problèmes. Peu importe si ces solutions sont généralement plus longues. Il peut toujours exister des cas où c'est la seule possibilité. La solution la plus brève sur le papier présuppose souvent des mesures de lignes et d'angles sur le terrain qui peuvent ne pas être réalisables, parce qu'elles nécessitent trop de temps et d'efforts ou sont trop coûteuses. On comprend d'ailleurs aisément qu'une telle géométrie linéaire peut aussi servir dans les mesures à vue d'œil dont j'ai exposé quelques règles dans la première partie des *Beiträge zum Gebrauche der Mathematik* (210).

Pour les constructions à la seule règle, la perspective a un avantage sur la géométrie ; en effet les parallèles en perspective peuvent être tracées sans difficulté. Elle présente un autre avantage encore : dans une figure donnée, on peut dessiner arbitrairement tous les éléments nécessaires à la détermination de l'horizon correspondant, du point de l'œil et de sa distance. Elle nécessite quatre données, auxquelles on ajoute la pente de la table et la ligne d'intersection, si l'on veut donner à la table une position oblique par rapport au géométral et la laisser indéterminée au départ. Ainsi il peut arriver qu'on puisse *construire* en perspective un
p. 163 problème, dont une ou plusieurs données manquent pour la construction géométrique. J'en ai déjà donné un exemple dans les notes et additions à la géométrie pratique § 158 des Contributions citées ci-dessus (210). J'en ajouterai plusieurs autres.

(208) Cette partie est très importante et constitue une contribution à la géométrie projective. Les problèmes proposés par Lambert seront repris dans la *Correspondance sur l'École Polytechnique* [56] en 1806-1807 par Poinsot et Brianchon. Voir *supra* chap. IV.3. Pour simplifier la lecture de cette partie importante, nous avons choisi une mise en page qui mette en valeur les différents problèmes.

(209) La règle se dit « Lineal » en allemand, d'où « Lineal-perspektive », perspective de la règle et « Linearperspektive », perspective linéaire. Aujourd'hui nous qualifierons le domaine dans lequel se situent les 15 problèmes de Lambert de « géométrie de la règle d'inspiration perspectiviste ».

(210) Contributions à l'usage des mathématiques, Berlin, 1765 [91].

Problème I

Déterminer à l'aide d'une seule règle plusieurs points situés, avec quatre points donnés, non alignés, mais dont chacun est situé en dehors du triangle formé par les trois autres, sur le tracé d'une ellipse.

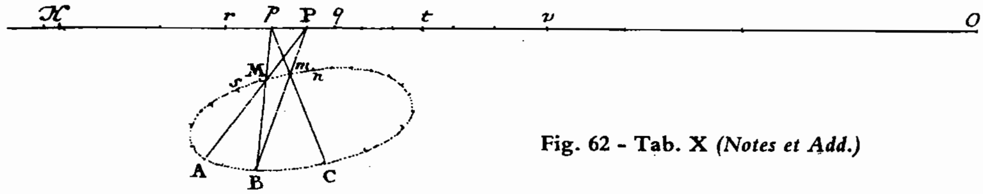


Fig. 62 - Tab. X ***(Notes et Add.)***

Ce problème équivaut à mettre en perspective un cercle passant par quatre points donnés. Or trois points suffiraient en soi, si l'horizon était supposé construit et gradué. Mais comme nous en faisons abstraction, le quatrième point est nécessaire et il suffit qu'il soit situé en dehors du triangle formé par les trois autres. Voici la solution : soient A, B, C, M les quatre points donnés. On n'a qu'à tracer une ligne quelconque HO, qui ne coupe aucun d'eux et qui est censée représenter l'horizon ; les préparatifs sont déjà terminés. On trace maintenant la ligne AM issue de A, passant par M et coupant l'horizon en P, ainsi que BM coupant l'horizon **p. 164**
en *p*. Or, si l'on trace BP, C*p*, ces lignes auront un point d'intersection *m* qui sera situé sur l'ellipse cherchée. On procède de la même façon avec *m* qu'avec M, en traçant successivement et dans l'ordre A*mq*[211], B*q*, CP ; *n* sera le point d'intersection de B*q* et de CP et il sera lui aussi situé sur l'ellipse cherchée. De cette manière on s'approche de O en déterminant plusieurs points de l'horizon aussi bien que de l'ellipse. De l'autre côté, on trace ensuite CM*r*[212], B*r* et A*p*. Les droites B*r* et A*p* auront pour intersection le point *s*, qui se trouve également sur l'ellipse. On procède de la même manière en allant vers H et en déterminant plusieurs points de l'horizon et de l'ellipse.

Ce procédé repose sur le fait que AB, BC sont considérés comme des arcs égaux du cercle censé être mis en perspective. Comme AP et BP sont perspectivement parallèles, M*m* représente un arc égal du cercle et tous les angles AMB, MB*m*, BMC, etc. sont des images d'angles égaux ; par conséquent l'horizon est perspectivement divisé en parts égales représentant chacune autant de degrés qu'en comportent ces angles.

Si l'on voulait trouver le point de l'œil et la distance de l'œil à la base de cette perspective, on devrait chercher un point dans lequel les lignes issues de *r*, *p*, P, *q* se couperaient suivant des angles égaux. On peut également choisir des points *q*, *t*, *v*, O plus distants, découpant sur **p. 165**
l'horizon des parts trois fois plus longues. Ce problème peut être résolu à l'aide de deux cercles qui se coupent au point cherché[213].

---

(211) On ne lit pas cette ligne dans la figure 62. Voir *supra* chap. IV.3, Pb. I, p. 186.
(212) Cette ligne ne figure pas non plus dans la figure 62.
(213) Ce problème est traité dans la *(Pers. aff.)*, voir *supra* l'étude chap. III.9.2, pb. 21 relative à la restitution et chap. IV.3, pb. I des *(Notes et Add.)*, p. 186.

En outre, on voit sans peine que l'emplacement de l'horizon n'aurait plus été arbitraire si l'on avait ajouté un point *m* aux quatre points A, B, C, M. Car les lignes AMP, BM*p*, B*m*P, C*m*P suffisent pour déterminer les deux points *p*, P par lesquels on aurait dû faire passer l'horizon, au cas où AB, BC et M*m* représentent des images d'arcs égaux d'un cercle. On comprend aussi aisément qu'avec cinq points donnés, la ligne AM*m*CB ne sera pas toujours une ellipse, mais pourra aussi bien être une parabole, une hyperbole ou un cercle selon la position des cinq points. Voici donc résolu, à l'aide d'une règle seulement, le problème très difficile en soi de *tracer par cinq points une courbe du second ordre* dans la mesure où, avec la méthode indiquée, on peut trouver de nombreux points par lesquels doit passer cette courbe. On peut même trouver une infinité de points si les arcs AB, BC, M*m* sont les images
p. 166 perspectives d'arcs égaux de cercle n'ayant pas un rapport entier à la circonférence du cercle.

Problème II

Diviser l'horizon de 30 degrés en 30 degrés au moyen de la règle.

On dessine arbitrairement un triangle ABC et dans celui-ci un point quelconque *c*; le triangle peut être interprété comme image d'un triangle équilatéral et *c* comme l'image de son centre (214). On joint le point *c* par des droites aux sommets A, B, C et on les prolonge éventuellement dans les deux sens. Ces droites coupent les côtés du triangle en D, E, F. Par ces points, on fait passer des droites DF, DE, EF, et finalement on les prolonge dans les deux sens, jusqu'à ce que CB et DF, ainsi que BA et EF et aussi AC et DE, se coupent aux points G, L, J. Ces points sont alignés et la ligne LJ représente l'horizon sur lequel LK, KG, GH, HJ, représentent des angles de 30 degrés; en effet, les angles LKB, KBG, GCH = DCB, HCJ = DCA, JAM sont les images des angles de même nom dans le triangle équilatéral dont ABC est la perspective et mesurent donc 30 degrés (215).

Si l'on veut reporter l'échelle de 30 degrés en 30 degrés en partant d'un autre point de
p. 167 l'horizon, *f* par exemple, on tracera une ligne *fd* quelconque issue de *f*. On regardera en quels points elle coupera deux des lignes passant par *c* et formant des angles de 30 degrés, soit en *d* et en *e* par exemple. Au moyen des points L, G, J, on tracera par *d* et par *e* les deux hexagones en pointillés, images de deux hexagones réguliers, parallèles et concentriques ; les points *h*, *d* et *g* seront situés aux sommets de l'hexagone extérieur ; *k*, *e* et *i* se trouveront sur les milieux des côtés de l'hexagone intérieur et *khd*, *edg* et *igl* représenteront des angles égaux. On n'a qu'à prolonger *kh* et *gi* jusqu'à l'horizon, qu'ils couperont en des points distants de 60 et de 120 degrés du point donné *f*. Pour trouver les autres points dont la distance de *f* est de 30, 90, 150 degrés, on tracera 2 autres hexagones tels que *m* et *d* se trouvent sur les milieux des côtés. On peut même laisser de côté l'hexagone passant par *m* car on n'en utilisera que les points *k*, *e*, *i*, qu'on a déjà trouvés ; il n'est pas nécessaire non plus de tracer plus que les trois côtés *pq*, *qr*, *rs* de l'hexagone passant par *d*. Car si l'on trace *pt*, *qm* et *rn* (216) jusqu'à l'horizon, on y aura trouvé les points cherchés. Les points *w*, *v*, *t*, *f*, sont marqués dans le figure. Les deux autres se trouvent au-delà de la figure.

---

(214) C'est le concept de plan de spécialisation affine qu'utilise Lambert. (*Notes et Add.*, tb. X, fig. 63). Voir *supra* chap. III.8.

(215) La fig. 63 comprend 2 fois la lettre *g*. J doit remplacer celui situé à l'extrémité droite de LGK. Voir L. Cremona, *Geometria projettiva*, Turin, 1873, p. 57 et l'étude sur le transporteur ou échelle des angles, *supra* chap. III.2.

(216) Ces trois droites ne sont pas dessinées sur la figure.

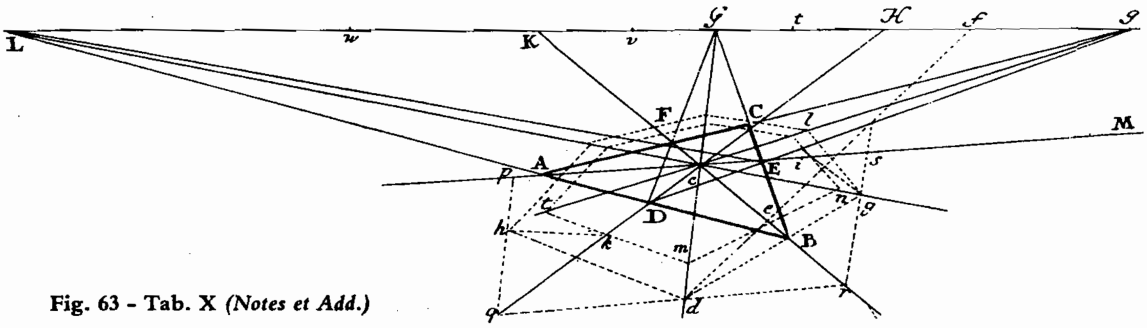


Fig. 63 - Tab. X *(Notes et Add.)*

On ne peut guère aller plus loin à l'aide de la règle seulement, sauf qu'on peut *par approximation partager tout angle en deux;* mais je ne m'y arrêterai guère. Il existe une autre p. 168
méthode n'utilisant que la règle pour diviser l'horizon de 30 degrés en 30 degrés, et elle peut trouver sa place ici. On trace l'horizon AB, sur celui-ci on choisit les deux points A et B et on suppose que AB mesure 90 degrés. On choisit arbitrairement un point C, on trace AC et BC, puis deux autres lignes AD et BE issues de A et de B ; AC et AD seront parallèles ainsi que BC et BE et se couperont sous des angles qui sont des images d'angles droits[217]. Dans le rectangle CEFD, on trace CF jusqu'à l'horizon, puis M*f*D, A*f*J, MGJ, CGN, et aussi MEK, A*hk* et M*h*L jusqu'à ce que cette dernière coupe la ligne BCL prolongée en un point, que nous désignerons par L, puisqu'il est au-delà du dessin; AL coupe la ligne BE en un point H situé lui aussi en dehors du dessin. On trace MH issue de H, jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne CB prolongée. Finalement on trace une ligne issue de ce point d'intersection, passant par A et rejoignant la ligne BE prolongée. On trace enfin la ligne TO issue de ce nouveau point d'intersection et passant par C, et ainsi ECF, FCG, GCJ, JCO, OCP, PCQ, QCR, RCS, SCK, KCT, TC*h*, *h*CE représentent les 12 angles de 30 degrés et les lignes CP, p. 169
CO, CJ, CG, CF, CE divisent l'horizon de 30 degrés en 30 degrés.

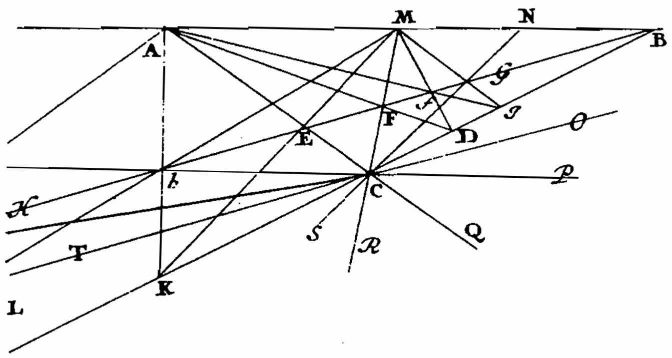


Fig. 64 - Tab. X *(Notes et Add.)*

(217) Lambert fait l'hypothèse que la donnée d'une figure dessinée en perspective permet de définir la transformation « projection centrale ». Il utilise ensuite les propriétés des figures et du transporteur, où la ligne d'horizon est divisée en degrés, pour faire ses constructions. Voir *supra* chap. III.2.

Ce procédé repose sur l'hypothèse que ECF est l'image d'un angle de 30 degrés. Si CE est un diamètre, EF sera la tangente de 30 degrés. Or la tangente de 60 degrés est 3 fois plus grande et c'est pourquoi FG doit être le double de EF pour que EG puisse représenter la tangente de 60° et ECG un angle de 60 degrés. De l'autre côté, on a de même l'égalité E*h* = EF, que l'on a reportée deux fois, afin que EC*h*, ECT représentent des angles de 30 et de 60 degrés.

Problème III
Un parallélogramme ABCD étant donné, construire à l'aide d'une règle seulement, par un point P donné, une ligne parallèle à une ligne IE donnée [218].

On prolonge les côtés du parallélogramme ainsi qu'une diagonale jusqu'à ce qu'ils coupent la ligne donnée en E, F, G, H, I. On trace arbitrairement GR issue de G et ensuite FP et EP. Par les points d'intersection *a*, *c*, on fait passer des lignes droites issues de H, I. Celles-ci se couperont en un point Q et PQ sera la ligne cherchée [219].

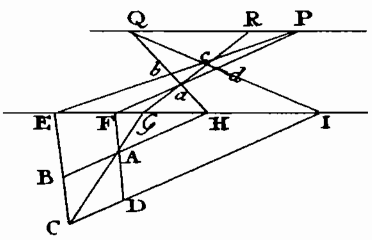


Fig. 65 - Tab. X *(Notes et Add.)*

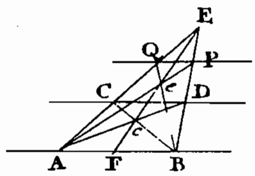


Fig. 66 - Tab. X *(Notes et Add.)*

p. 170 L'image perspective de ABCD est *abcd*, EI est la ligne de terre et QP l'horizon. Si, par hasard, la droite EI est parallèle à deux côtés du parallélogramme, alors elle sera superflue car on pourra immédiatement indiquer que PQ est parallèle à deux côtés du parallélogramme ; il s'agirait alors de *construire à l'aide de la règle seulement une droite parallèle à deux autres parallèles données et passant par un point donné.* La construction est alors la suivante : soient AB et CD les deux parallèles [220]. On trace par P une ligne droite BE, issue de B et dépassant P, la ligne AE issue de A, puis AD, BC et E*c*F. Finalement PA, B*e*Q [221] et PQ ; PQ sera la ligne cherchée.

E est alors un point de l'horizon, AB la ligne de terre, CD une parallèle à celle-ci, ABCD l'image d'un rectangle et *c* son centre ; AE, FE et BE sont perspectivement parallèles et par

(218) Lire ici fig. 65, tab. X *(Notes et Add.)* et voir *supra* chap. IV.3 pour l'étude d'un problème extrait de la *Correspondance sur l'École Polytechnique*, article de Hachette reproduit p. 184, relatif à ces questions de construction à l'aide de la règle. On verra qu'en 1805-1806, elles étaient objet d'études dans le cadre de la théorie des transversales.

(219) Lambert donne les règles de construction d'une perspective sans justification, mais sa méthode est tout à fait semblable à celle présentée *supra* chap. III.4.2 et III.4.3 au sujet des méthodes de Brook Taylor.

(220) Lire fig. 66.

(221) Dans l'original, on lit D*e*Q par erreur.

conséquent AF = FB. Le point *e* représente de même le centre du rectangle AQPB [222], AP et QB ses diagonales, QP le côté parallèle à la ligne de terre ; par conséquent ce parallélisme n'est pas seulement perspectif mais aussi géométrique [223].

On voit dans la construction que AD et BC ont été tracés dans le seul but de construire, à **p. 171**
l'aide du point *c* et de la ligne E*c*F, le point F, qui partage AB en deux. On peut donc considérer la réciproque du problème : AF = FB *étant donnés, tracer à l'aide d'une seule règle une ligne parallèle à AB et passant par un point P donné* [224]. On trace BP jusqu'en un point quelconque E, ensuite dans l'ordre EF, EA, AP, B*e*Q et PQ.

La figure 65 illustre également *le problème du partage, à l'aide d'une seule règle, d'une ligne FH dans le rapport de deux lignes EF et HI données, une ligne PQ, parallèle à FH, étant donnée* [225]. On trace successivement PE, PF, QH, QI et *ca*G ; EF est à HI comme FG est à GH.

Or, si EF : FG = GH : HI *est donné, on peut construire à la seule règle une ligne parallèle à EI et passant par un point donné P.* On trace GR quelconque et ensuite PE, PF, H*a*Q, I*e*Q et finalement PQ.

Problème IV

Un cercle étant donné avec son centre, abaisser une perpendiculaire sur une ligne donnée à l'aide d'une seule règle [226].

On trace deux diamètres AC et BD du cercle ; A, B, D, E sont les quatre sommets **p. 172**
d'un rectangle, dont on prolonge les côtés jusqu'à ce qu'ils coupent la ligne donnée en F, G, H, I. Sur la circonférence du cercle, on choisit un point quelconque K et on le joint par des droites à H et à I. Ces droites coupent le diamètre AC en *a* et en *b*. On joint G et *a*, F et *b* par des droites. Ces dernières se coupent en *c* et, K*c*, prolongé jusqu'en L, sera parallèle à IF. On trace finalement le diamètre K*d*, puis on trace L*d* jusqu'au point M ; LM sera perpendiculaire à FI.

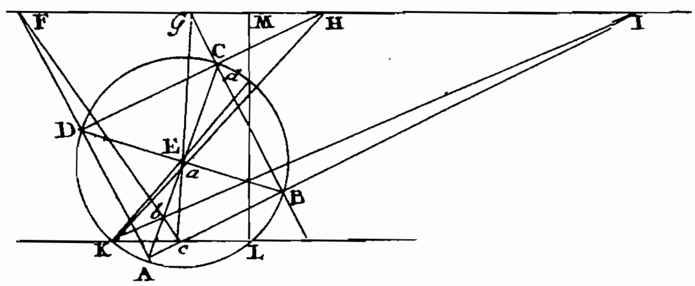


Fig. 67 - Tab. X *(Notes et Add.)*

---

(222) Dans l'original, on lit AQBD.

(223) Le lecteur pourra constater qu'il s'agit de l'étude de la conservation des propriétés géométriques des figures par projection conique centrale, systématisée dans le *Traité des propriétés projectives des figures*... de J.-V. Poncelet, 1822 [144].

(224) Cf. J. Steiner (1796-1863), *Die geometrischen Konstruktionen ausgeführt mittels der geraden Linie und Eines festen Kreises*, Berlin, 1833, chap. I, 1er probl.

(225) Cf. J. Steiner, *op. cit.*, chap. 3, 2e problème.

(226) Cf. J. Steiner, *ibid.* chap. 3, 3e problème.

La parallèle KL a été construite selon les mêmes principes que dans la figure 65. KL*d* est nécessairement un angle droit puisqu'il repose sur le diamètre K*d*. Par conséquent les angles en M doivent également être droits, car KL est parallèle à FM.

À l'aide du rectangle ABCD, on peut tracer des parallèles à ML par des points quelconques et, par conséquent, on peut aussi tracer avec la règle seulement[227] des perpendiculaires à FI passant par des points quelconques.

Problème V

AC, BD sont des lignes qui se coupent en un point en dehors de la table, tracer à l'aide d'une règle seulement et sans prolonger ces lignes, une ligne passant par un point E donné et coupant BD, AC au
p. 173 *même point d'intersection*[228].

On trace deux lignes AH et GB passant par E, puis on trace AB et GH jusqu'à ce qu'elles se coupent en K. On trace KC issue de K, puis HC et GD, EF sera la ligne cherchée.

ABHG, GHDC sont les images de rectangles, dont les côtés convergent vers deux points de l'horizon. E et F sont leurs centres respectifs et, par conséquent, EF est parallèle à BD et à AC, et fuit vers le même point de l'horizon.

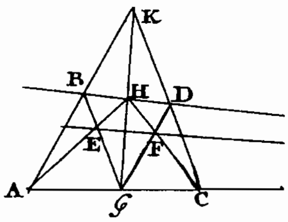


Fig. 68 - Tab. X ***(Notes et Add.)***

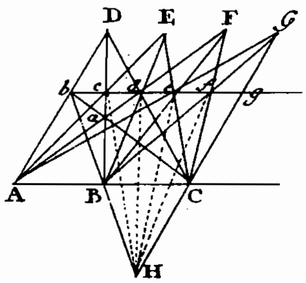


Fig. 69 - Tab. X ***(Notes et Add.)***

Le problème suivant est encore une addition à la note du § 33.

---

(227) Voir L. Cremona, *Geometria projettiva*, Turin 1873, p. 58.

(228) Suivre fig. 68. Il s'agit exactement du problème de la *Correspondance sur l'École Polytechnique, op. cit.* p. 266, note[218]. Il est intéressant à double titre : ses origines se trouvent dans la préoccupation des peintres de tracer des parallèles en perspective sans sortir du tableau ; il s'inscrit dans les recherches relatives à la théorie des transversales, pôles et polaires, voir *supra* chap. IV. p. 183. En fait, le théorème de Desargues de 1648 sur les triangles perspectifs permet de résoudre ce problème. Cf. *supra* chap. III.1.12 à III.1.15, note 18). Ici ABE et CDF peuvent être considérés comme les deux triangles homologues dont les côtés homologues AB et CD, BE et DF, AE et HF se coupent respectivement en 3 points alignés R, G et H. Alors BD, EF et AC sont concourants au centre d'homologie.

Problème VI

Partager une ligne en deux parties égales, partager celles-ci à l'aide de la règle en un nombre quelconque de parties égales[229].

Soit AB = BC la ligne. On trace BD quelconque, puis DA et DC. Sur BD on choisit un point quelconque *a* et on trace A*ad*, C*ab* et *bd* qu'on prolonge si nécessaire. On trace successivement :

A*c*E, B*d*E et on obtiendra C*e*E
A*d*F, B*e*F et on obtiendra C*f*F
A*e*G, B*f*G et on obtiendra C*g*G

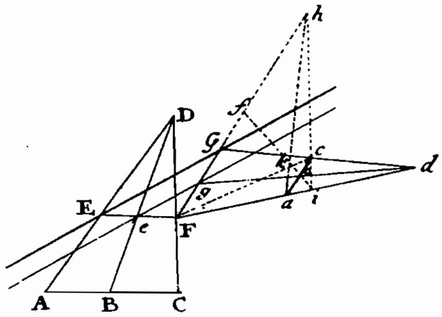


Fig. 70 - Tab. X *(Notes et Add.)*

On peut continuer de la sorte, prolonger éventuellement la ligne *gb* au-delà de *b*, et déterminer sur *bg* autant de points que AC doit avoir de parties. Si AC doit être divisé en 10 parties par exemple, BC en comptera 5 et elles seront déterminées par les lignes en pointillés, après avoir tracé *b*H passant par B, et *g*H passant par C. p. 174

Suivant la légende de la figure 66, *bg* est parallèle à AC et les points D, E, F, G, etc. sont sur une droite parallèle à AC et *bg*[230].

Problème VII

Deux lignes obliques sont données, chacune étant divisée en deux parties égales ; construire une parallèle à une ligne donnée[231].

Soient AB = BC et *ab* = *bc* les lignes données ; on demande de construire une parallèle à EG. On trace une ligne quelconque AD, qui coupe la ligne EG en E. On trace DB et DC issues de D ; la ligne joignant C à E coupera la ligne DB en un point appartenant également à la ligne qui joint A à F ; EF sera parallèle à AC, de sorte qu'on ait également E*e* = *e*F. On trace en outre F*a*[232], on la prolonge jusqu'en *d* et on y choisit un point *i*. On joint ce point aux points *b* et *c* par des lignes prolongées tant que nécessaire. On trace ensuite *c*F qui coupe la ligne *ib* en *k*. On trace en plus *ak* et on la prolonge jusqu'à ce qu'elle coupe en *h* la ligne *ic* elle-même prolongée ; F*h* sera parallèle à *ac*. F*h* coupe EG en G. On prolonge G*c* jusqu'à ce qu'elle coupe F*a* en *d*. Finalement on prolonge *db* jusqu'en *g*, son point d'intersection avec FG, et F*g* = *g*G. Comme E*e* = *e*F, *eg* sera parallèle à EG et sera donc la ligne cherchée. p. 175

---

(229) Suivre fig. 69.

(230) La conception projective de Lambert apparaît très nettement dans la résolution de ce problème, car cette construction — encore en usage aujourd'hui — repose sur les propriétés harmoniques du quadrilatère. Voir *supra* chap. III.1.

(231) Lambert a pour objectif de construire la droite des milieux du triangle FEG, *eg*, parallèle à EG. Il utilise les propriétés de perspective pour construire séparément le milieu *e* de EF et le milieu *g* de GF ; suivre fig. 70.

(232) Dans l'original, on lit *fa* par erreur.

On peut constater que tracer des lignes géométriques parallèles à l'aide d'une règle seulement est d'autant plus compliqué que les données sont plus éparses. La construction perspective ne pose aucun problème sauf que les lignes tracées sont souvent de grande dimension.

Problème VIII

À l'aide d'une règle seulement représenter le théorème de PYTHAGORE en perspective[233].

On suppose que la partie AB de l'horizon mesure 90 degrés et AC 45 degrés; CB mesurera donc également 45 degrés. Si l'on choisit un point *b* arbitraire, A*b*B ou *abc* sera l'image d'un angle droit. Soient *ab* et *bc* les côtés d'un triangle rectangle *abc*, on trace alors *a*C, *c*C, *a*A, A*fg*, *Bed* et *c*B; *adeb* et *cgfb* seront leurs carrés, *ae* et *cf* leurs diagonales et les angles A*a*C, C*a*B, A*c*C et C*e*B compteront 45 degrés. Les lignes *d*B et *g*A se coupent en *p*; par *p* on fait passer la ligne P*k* contenant *pb* et elle coupera l'hypoténuse *ac* sous angle droit. On trace en outre les droites P*ah* et P*ci*, on marque leurs points d'intersection *n*, resp. *m*, avec *d*B, resp. *c*A,
p. 176 et *anmc* sera l'image du carré de l'hypoténuse, *am* prolongée jusqu'en R et *cn* prolongée jusqu'en Q seront les diagonales et par conséquent QP et PR mesureront 45 degrés. Si l'on trace donc Q*ai*, R*ch* et *hi*, alors *acih* sera également l'image du carré de l'hypoténuse, située à l'extérieur du triangle.

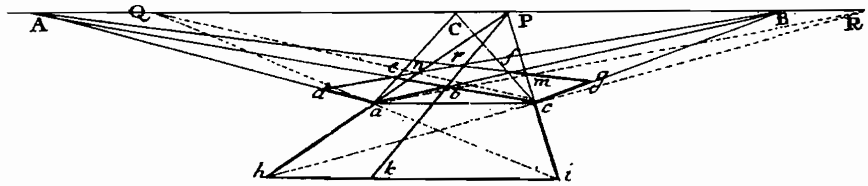


Fig. 71 - Tab. X ***(Notes et Add.)***

On pourrait se servir de cette construction pour trouver à la règle seulement, pour tout point R, les points P, resp. Q, distants de 45, resp. 90, degrés, AC et CB étant supposés mesurer 45 degrés. Cette façon de procéder n'est certes pas des plus courtes.

Problème IX

Un cercle et son centre étant donnés; partager un arc quelconque en deux parties égales[234].

Soit AB l'arc. On trace les deux diamètres AC et BD et on complète le rectangle ABCD. On prolonge le côté AD jusqu'en un point E quelconque. Puis on trace successivement E*a*B, *ab*A, E*bd* et *cd; cd* divise l'arc AB en deux parties égales. DC étant parallèle à AB, *d* partage AB en deux parties égales et le diamètre passant par le milieu d'une corde, passe aussi par le milieu de l'arc.

(233) Lambert utilise dans cette construction les propriétés de l'échelle d'angles ou transporteur décrites *supra* au chap. III.2.; suivre fig. 71.
(234) Voir Steiner, *op. cit.*, chap. 3, probl. 5, partie *a*; suivre fig. 72.

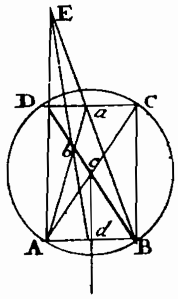


Fig. 72 - Tab. X *(Notes et Add.)*

On peut généraliser ce problème. L'angle à partager en deux peut être quelconque, le rectangle ABCD obtenu en traçant deux diamètres quelconques pourra servir à tracer des parallèles aux côtés de l'angle donné passant par *c*. Ces parallèles découpent sur le cercle un arc p. 177
qu'on peut partager en deux selon la première méthode. On trace un diamètre passant par le point de partage de l'arc et on peut en dessiner une parallèle passant par le sommet de l'angle donné et partageant l'angle en deux parties égales. Le problème général s'énonce donc comme suit : *Un angle et un cercle avec son centre étant donnés dans un même plan, partager l'angle en deux parties égales en n'utilisant qu'une règle.*

Problème X

On a $ae = ec$, $be = \frac{1}{2} ed$ *ou* $ed = 2\,be$ *sur deux droites concourantes et on demande de décrire un parallélogramme à l'aide d'une règle seulement.*

On trace les lignes *da, dc, ab* et *cb,* on les prolonge jusqu'à ce qu'elles se coupent en *f* et en *h* (235). On trace ensuite *db* jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne *fh* en *g* et on obtient $db = bg$. Or, comme on a $ae = ec$ ou $fg = gh$, on peut, en suivant les indications de la figure 70, tracer une parallèle à toute ligne donnée et par conséquent autant de parallélogrammes que l'on voudra.

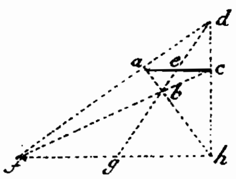


Fig. 73 - Tab. X

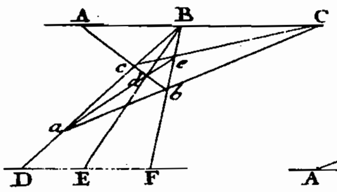


Fig. 74 - Tab X

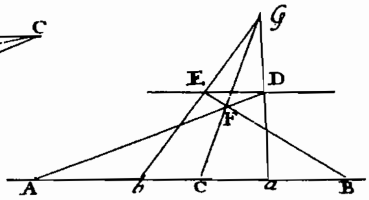


Fig. 75 - Tab. X *(Notes et Add.)*

(235) Dans l'original, on lit *g* par erreur.

p. 178 Si l'on trace une parallèle à *ac* passant par *d* (236) et si l'on prolonge *bc*, on trouvera sans peine que $df = 3\,ad$ et que par conséquent $dg = 3\,ed$. Or $db = \frac{3}{2} de$ et $de \frac{1}{3} dg$, par conséquent $db = \left\{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}\right\} dg = \frac{1}{2} dg$.

Problème XI

Trois lignes DB, EB et FB ayant un point commun en B, construire à la règle seulement une parallèle à DF passant par B, DE devant être égal à EF (237).

On trace arbitrairement une ligne *ab*, ensuite une ligne *bc* quelconque, mais issue de *b*. Par le point d'intersection *d* (238), on trace *ad* jusqu'en *e*, ensuite *ce* jusqu'à ce qu'elle rencontre *ab* prolongée en C; CB sera la ligne cherchée.

BC est l'horizon; DB, EB et FB sont perspectivement parallèles, *aceb* est l'image d'un parallélogramme; par conséquent EB (239) est situé entre DB et FB et partage toute ligne parallèle à l'horizon, comme DF, en deux parties égales.

Problème XII

Tracer à l'aide d'une règle seulement une parallèle à AB passant par un point donné D si Aa est à AC comme Bb à BC (240).

On trace la ligne *a*D et on la prolonge jusqu'en G, puis on trace CG, *b*G et AD. Par le point d'intersection F de AD et de CG, on trace BF jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne *b*G (241) en E et ED sera la ligne cherchée.

p. 179 **Problème XIII**

Aa étant à AC comme Bb est à BC, tracer une parallèle par un point quelconque D à l'aide d'une règle seulement (242).

On trace comme ci-dessus *b*G, CG, *a*G, BDF et FA; ED sera la parallèle cherchée.

Problème XIV

L'angle aBE étant égal à l'angle EBF, élever en B une perpendiculaire à EB à l'aide d'une règle seulement (243).

(236) Lire fig. 73.

(237) Lire fig. 74. Les diagonales *ae* et *cb* du parallélogramme perspectif *abec* se coupant en leur milieu, la fuyante *d*B, parallèle aux côtés *ac et be* du parallélogramme, coupe le segment DF de la ligne de terre en son milieu.

(238) De *bc* et de BE.

(239) Dans l'original, on lit ED par erreur.

(240) Lire fig. 75. Voir démonstration chap. IV, pb. XII, p. 189. Ce problème est bien représentatif des questions qui seront traitées dans la géométrie de position.

(241) Dans l'original, on lit *a*G par erreur.

(242) Lire fig. 76.

(243) Lire dans la figure 76.

La construction est identique à celle de la figure 74. En effet on trace *ab* quelconque, ensuite *bc*, issue de *b*, quelconque, jusqu'à son point d'intersection avec *a*B. En outre on prolonge *ad* jusqu'en *e*, finalement on trace *ce* jusqu'à ce qu'elle coupe *ab* en C et CB sera perpendiculaire à BE.

Car, d'après le problème XI, toute ligne parallèle à BC sera partagée en deux parties égales par les lignes *a*B, EB et FB (244), éventuellement prolongées. Comme les angles *a*BE et EBF sont égaux, les parallèles à BC et BC elle-même doivent couper la ligne BE sous angle droit.

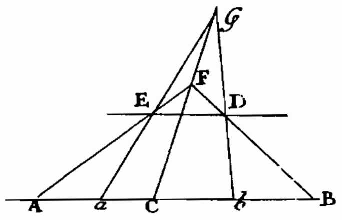


Fig. 76 - Tab. X ***(Notes et Add.)***

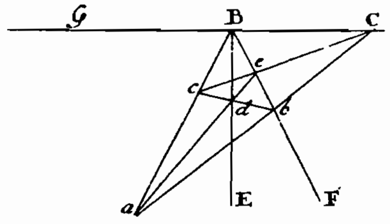


Fig. 77 - Tab. X ***(Notes et Add.)***

Problème XV

Élever encore une perpendiculaire en B à l'aide d'une règle seulement si les angles a*BG, FBC adjacents à une droite GC sont égaux ou ce qui revient au même, partager l'angle* a*BF en deux.*

On trace deux lignes arbitraires C*c*, C*a* issues d'un point quelconque, C par exemple, de la ligne BC, jusqu'à ce qu'elles coupent *a*B et on marque leurs points d'intersection *e* et *b* avec FB. On trace ensuite les deux diagonales *cb* et *ae* et la perpendiculaire B*d*E cherchée passera par leur point d'intersection *d*. **p. 180**

Si par contre l'angle droit EBC et l'angle EBF sont donnés, on pourra encore tracer C*e* (245) et C*b* quelconques et les prolonger. Comme le point *d* est entièrement indéterminé, on peut, pour le trouver, procéder par tâtonnements. S'il n'est pas correctement choisi, les points *c* et *d* ne seront pas sur la même droite que *b* (246), mais *cd* passera à gauche ou à droite de *b* et on pourra l'interpréter comme une tangente à une courbe ; on tracera autant de tangentes qu'il y a de choix possibles pour le point *d* sur BE ; *a*B sera alors également tangente à cette courbe et pourra par conséquent être tracée avec toute la précision requise.

Les problèmes cités en exemples suffiront pour illustrer les constructions à la règle seulement. Il résulte de ces solutions que de très nombreux points peuvent être choisis arbitrairement et que de très nombreuses lignes peuvent être tracées arbitrairement (247). C'est

(244) Dans l'original, on lit FC par erreur.
(245) Dans l'original, on lit C*ℓ* par erreur.
(246) Dans l'original, on lit B par erreur.
(247) Lambert souligne l'intérêt de cette nouvelle géométrie appelée aussi « de position » par Carnot et qui sera constituée plus tard en corps de doctrine par J.-V. Poncelet. Voir *supra* chap. IV.

p. 181 une conséquence nécessaire de la restriction à l'emploi de la seule règle; si l'on admettait l'usage du compas avec celui de la règle, on pourrait inclure une condition supplémentaire dans l'énoncé des problèmes.

Dans les premiers problèmes, j'ai utilisé le compas uniquement pour les constructions géométriques des *Datis*; l'usage de la règle seule a été réservé aux solutions apportées. Parmi ces *Datis*, la configuration la plus simple est justement celle de deux lignes partagées en deux parties égales. Cette dernière permet de tracer des parallèles uniquement à la règle; réciproquement la donnée des droites parallèles permet de retrouver la configuration précédente. La question principale reste de savoir si l'on *peut partager les lignes en parties égales ou tracer une parallèle à celles-ci à l'aide de la règle seulement, sans construction annexe*? Ce dernier problème serait résolu si l'on voulait admettre une règle infiniment longue. Une telle règle n'est cependant pas à notre disposition. Peut être faut-il lier les deux problèmes, c'est-à-dire déterminer par approximation la parallèle et le partage de la ligne en deux, de sorte qu'on puisse vérifier une construction à l'aide de l'autre. La figure 74 suggère une indication supplémentaire, car la ligne DF ne peut être partagée en deux par BE sans être simultanément parallèle à CB. L'une des deux propriétés n'a pas lieu sans l'autre et on peut donc se servir de l'une pour vérifier l'autre.