ANALYSE

DE

QUELQUES EXPÉRIENCES FAITES SUR L'AIMAN.

PAR M. LAMBERT.

§. 1.

Les Loix, ſuivant leſquelles la force magnétique varie, ſont un de ces objets de la Phyſique, qui excitent la curioſité autant qu'ils éludent l'attente de celui qui entreprend de les examiner. On ſait que la connoiſſance de ces loix ſeroit d'une grande utilité pour la navigation, & que la Phyſique en obtiendroit un luſtre & même un accroiſſement très-conſidérable. Toutes ces raiſons ſont plus que ſuffiſantes, & il n'en faudroit pas même autant, pour engager à faire ſur cette matiere toutes les recherches qu'elle mérite. Auſſi l'aiman n'a-t-il pas manqué d'attirer l'attention des plus grands Phyſiciens & même celle des Académies, qui ſur ce ſujet ont propoſé pluſieurs queſtions intéreſſantes, dont au moins quelques-unes ont été très-bien réſolues. Je nommerai ſurtout auſſi le célebre Mr. *Muſſchenbræck*, qui s'eſt particulierement appliqué à mettre, pour ainſi dire, l'aiman à toutes les épreuves, pour voir s'il y avoit moyen d'en connoître la nature & les loix, ſuivant lesquelles il attire & repouſſe. La Diſſertation qu'il a publiée là-deſſus, offre des phénomenes fort curieux & très-propres à engager à de nouvelles recherches. On en trouve de même dans l'ouvrage, que Mr. *Brugmann* vient de publier ſur la force magnétique. On loue encore un ouvrage publié en 1759 à *Breſcia* par Mr. *Scarella*. Et il ſeroit ſurtout à ſouhaiter, que la Société R. des Sciences de Göttintingue fit publier les Mémoires qu'elle possede de feu Mr. *Mayer*, où il doit y avoir de fort belles expériences sur l'aiman & la boussole.

§. 2. La grande difficulté qu'on rencontre dans ces sortes de recherches, c'est que quand on veut déterminer les loix fondamentales, qui en elles-mêmes doivent être très-simples, il faut trouver moyen de simplifier les expériences à un tel point, qu'étant dégagées de toutes les circonstances étrangeres & de tout mécanisme trop compliqué, elles ne présentent que l'effet tout pur de la loi qu'on veut découvrir. Mais cela présuppose, qu'on connoisse ces circonstances & ce mécanisme, & qu'on sache plus ou moins l'influence qu'elles peuvent avoir pour altérer le succès de l'expérience qu'on veut faire. L'aiman nous présente tous ces obstacles. L'un de ses poles attire tandis que l'autre repousse, & l'effet qui en résulte est toujours mêlé. On peut augmenter le nombre des poles; mais on n'a point encore pu faire, qu'il n'y en ait qu'un seul. Ce seroit cependant là le moyen de connoître son effet pur ou dégagé de l'altération qui provient de l'action toute contraire de l'autre pole. Ensuite, ce n'est pas au pole seul que l'aiman attire, il attire plus ou moins en chaque point de sa surface, avec des forces fort inégales. De là vient que la direction moyenne & la force composée varient d'une façon extrémement compliquée. Pour parvenir à trouver les premieres Loix, il faudroit pouvoir faire l'expérience pour chaque point isolé. Mais l'expérience ne nous fait voir que la somme qui résulte de l'effet mêlé de tous les points.

§. 3. A ces difficultés il s'en joint encore plusieurs autres. Car, pour déterminer par des expériences les forces de l'aiman, nous ne pouvons lui présenter que des matieres ferrugineuses ou quelque autre aiman. Or, pour peu que l'expérience dure, le fer que nous approchons de l'aiman pour en être attiré, commence à participer lui-même de la force magnétique, & l'effet qui en résulte commence à en être plus ou moins altéré. Il en est de même si au lieu du fer nous nous servons d'un autre aiman. Ensuite, si les expériences qu'on fait deman-

demandent beaucoup de tems, on n'eſt plus aſſuré, ſi l'aiman qu'on employe, conſerve ſa force invariablement pendant tout le tems que dure l'expérience. Car on ſait que la force magnétique, de même que ſa direction moyenne, varie d'un moment à l'autre.

§. 4. Enfin, quoiqu'il ſoit indubitable que la force de l'aiman & ſes variations dépendent de quelques loix générales, il n'eſt pas ſi facile de deviner d'avance, quelles ſont ces loix. Si nous conſultons là-deſſus les expériences, elles s'accordent toutes à nous faire voir, que la force de l'aiman s'affoiblit à meſure que la diſtance augmente. Mais c'eſt peu de choſe de ne ſavoir que cela. Il s'agit de connoître exactement le rapport qu'il y a entre la force & la diſtance. Il s'agit de plus de ſavoir, ſi ce rapport eſt le même, quelle que puiſſe être la poſition abſolue & rélative de l'aiman & de celle du fer, qu'on lui préſente pour être attiré. On ſait encore que la grandeur & la figure de l'aiman influent très conſidérablement à varier l'effet de ſa force attractive, & que cette force augmente pluſieurs fois dès que l'aiman eſt garni d'une armure.

§. 5. Ces rapports, qu'il s'agit de trouver entre la maſſe, la figure, la diſtance & la force de l'aiman, ne ſont pas les ſeuls qu'il faut chercher. Il reſte enſuite encore à déterminer, quel peut être l'effet de l'obliquité d'incidence, puiſque nous ſavons que toute action eſt plus foible à meſure qu'elle agit plus obliquement. Il eſt cependant fort à préſumer, que l'action oblique de l'aiman ſur le fer non aimanté differe de beaucoup de celle qu'il exerce ſur le fer aimanté. Le premier ſera attiré en telle poſition qu'il ſe trouve. L'autre ſera attiré fort différemment, & quelquefois même repouſſé. De plus, ſi d'une aiguille non aimantée on vouloit faire une bouſſole, cette aiguille ſeroit indifférente pour une poſition quelconque, ſans affecter même de vouloir ſe tourner vers le Nord. C'eſt tout autre choſe quand elle eſt aimantée. Elle n'aura point de repos, à moins qu'elle ne ſe trouve dans la direction du méridien magnétique.

§. 6. Ce phénomene nous fait voir qu'une aiguille aimantée, de même que toute matiere ferrugineuſe, peut toujours être conſidérée comme expoſée à l'action d'un ou de pluſieurs gros aimans, qui ſe trouvent dans les entrailles de la terre. C'eſt auſſi la circonſtance la plus ſimple dans laquelle une aiguille aimantée puiſſe ſe trouver. Car dès qu'on en approche quelque autre aiman, ou quelque matiere ferrugineuſe, l'action devient compoſée, & nous jette dans l'embaras de déterminer ce qui eſt du à chaque cauſe ſéparément.

§. 7. Mais, en écartant de l'aiguille tout ce qui pourroit en altérer la poſition, elle ne nous offre que deux phénomenes. L'un c'eſt d'être en repos, quand elle ſe trouve dans ſon méridien magnétique; l'autre c'eſt de faire des oſcillations, auſſitôt qu'elle ne ſe trouve pas dans ce méridien. Ces oſcillations nous font voir, que les forces qui agiſſent ſur l'aiguille, ne ſont inégales, que lorsque l'aiguille ſe trouve dans ſon méridien. Comme par-là elle peut être regardée comme un pendule compoſé, dont les oſcillations ſont circulaires, on pourra comparer la durée des oſcillations avec l'arc que l'aiguille parcourt; & par-là on pourra parvenir à connoitre quelque rapport entre la force moyenne & ſa direction moyenne, entant que cette direction eſt plus ou moins oblique. On peut encore remarquer que ces oſcillations ne ſe font exactement dans le plan horizontal, que là où l'inclinaiſon eſt nulle. Dans tout autre cas les arcs parcourus ſont des courbes à double courbure. L'aiguille d'inclinaiſon nous indique la raiſon de ce phénomene. Car elle s'incline le moins quand elle ſe trouve dans le méridien magnétique; elle baiſſe davantage à meſure qu'on la tourne vers l'Eſt ou l'Oueſt de ce méridien, & elle devient verticale toutes les fois que ſa déclinaiſon eſt de 90 degrés. Or l'aiguille de déclinaiſon n'eſt horizontale, que parce qu'on lui donne un contrepoids, qui ſuffit pour la tenir dans la poſition horizontale auſſi longtems que ſa force ne varie point, & qu'elle ſe trouve dans la direction de ſon méridien. Mais la force, qui ſans ce contrepoids l'auroit déprimée, agit plus fortement auſſitôt que l'aiguille ne ſe trouve plus dans la direction de ſon méridien. Comme donc par-là le contrepoids ne ſuffit plus, l'aiguille eſt plus ou moins déprimée. Je rapporte cette circonſtance parce qu'il faut y avoir égard, quand on veut tirer quelque concluſion des oſcillations de l'aiguille de déclinaiſon. Mr. *Muſſchenbrœck* rapporte pluſieurs expériences qu'il a faites ſur les oſcillations de l'aiguille & ſur leur durée. Elles reſſemblent à la plûpart des autres expériences de ce célebre Phyſicien, en ce qu'elles ne s'accordent gueres entr'elles, ſans qu'on trouve alléguées les circonſtances, qu'il faudroit ſavoir pour rendre raiſon de la diverſité de l'effet. Auſſi eſt-ce une affaire trop ſujette à caution que de vouloir comparer la durée des oſcillations avec la longueur des aiguilles. Car, avant que d'en venir là, il s'agit d'expliquer, ce que cela veut dire que deux aiguilles d'une longueur inégale, mais douées d'une force magnétique égale. Mais ce n'eſt pas là ce qu'il y a de plus ſimple, ni par où il faut commencer. D'abord il vaudra mieux comparer une aiguille à elle-même, en recherchant, ſi par des expériences bien exactes faites ſur ſes oſcillations on peut parvenir à déterminer la loi de l'obliquité d'incidence. Les petits arcs ne ſuffiſent pas, parce qu'on peut aiſément démontrer que les petites oſcillations ſeront à très peu près iſochrones, quelle que puiſſe être cette loi. Car il faudra toujours regarder la force ſollicitante comme une fonction du ſinus d'incidence, de ſorte que ce ſinus étant $= x$, la force ſoit exprimée par la ſuite

$$ax + bx^2 + cx^3 + \&c.$$

laquelle ſe réduit au premier terme toutes les fois que l'oſcillation peut être regardée comme infiniment petite.

§. 8. Quoique les expériences à faire ſur ces oſcillations ſoient fort ſimples, & qu'elles puiſſent ſervir à connoitre les variations ſucceſſives de la force magnétique, on voit pourtant par ce que je viens de dire, qu'il eſt difficile d'en rien déduire pour déterminer la loi de l'obliquité d'incidence. Car, les petits arcs ne ſuffiſant pas pour ce ſujet, il faudra en faire parcourir de plus grands à l'aiguille. Par-là on augmente

mente la friction qu'elle souffre en se tournant sur la pointe qui lui sert de pivot ou d'appui; & cette friction ne laisse pas de raccourcir les arcs, & de changer la durée des oscillations.

§. 9. J'en reviens donc aux expériences que j'ai faites en employant, outre l'aiguille & l'aiman qui se trouve dans le globe de la terre, encore un petit aiman non armé & d'une figure à peu près cubique, que je pouvois par conséquent placer dans une situation & à une distance quelconque de l'aiguille, tandis que la position du grand aiman, qui est dans les entrailles de la terre, restoit la même. On sait qu'en approchant un aiman d'une boussole, l'aiguille change de position, & qu'en variant celle de l'aiman on peut donner à l'aiguille une déclinaison quelconque de son méridien. On peut même donner à l'aiman une infinité de positions différentes, de sorte qu'en le plaçant dans quelle de ces positions que l'on voudra, la déclinaison de l'aiguille de son méridien reste la même. Je me suis cependant borné à ne donner à l'aiman, que ces positions où son axe & son pole méridional fût dirigé vers le centre ou vers le pivot sur lequel l'aiguille tourne, & entre les déclinaisons de l'aiguille j'ai choisi celles de 10 en 10 degrés vers l'ouest & celles de 15, 30, 60, 90, 120 degrés vers l'est. Il s'agissoit donc de tracer les lignes courbes, qu'on pouvoit faire parcourir au pole méridional de l'aiman, à condition que ce pole soit toujours dirigé vers le centre de la boussole & que la déclinaison de la boussole reste toujours la même, c'est à dire, celle qu'on a choisie. Exp. I

§. 10. Pour tracer les lignes plus commodément & de façon à m'en pouvoir servir dans la suite, j'affermis un papier sur une planche de bois, & au milieu du papier j'enfonçai un bout d'aiguille fort pointue, sur laquelle je posai ensuite l'aiguille aimantée. Et ayant décrit un cercle concentrique, & tant soit peu plus grand que la longueur de l'aiguille aimantée, je le divisai en degrés numérotés vers l'est & vers l'ouest. Ce qui étant fait, il ne restoit plus que de tourner la planche en sorte que le degré o se trouvât dans le méridien magnétique de l'aiguille. Et par-là la préparation étoit faite.

 §. 11.

§. 11. La figure repréſente les lignes courbes, tracées de la façon que je viens de dire, dans leur grandeur naturelle. AB eſt le méridien magnétique, C le centre autour duquel l'aiguille tournoit. Les angles ACα, ACD, ACK, ACP, ACT, ſont ceux de déclinaiſon, & de 15, 30, 60, 90, 120 dégrés. Et les courbes $\alpha\beta$, DE, KL, PQ, Tγ ſont telles, qu'en y plaçant l'aiman que j'ai employé, de ſorte que ſon pole méridional ſoit tourné vers le centre C, & qu'il ſe trouve ſur la ligne courbe en quelque point que ce ſoit, la déclinaiſon de l'aiguille ſoit conſtamment la même, p. ex. de 30 degrés, quand l'aiman eſt placé ſur la courbe DEFI*m*.

§. 12. Comme toutes ces courbes ſe reſſemblent, je me ſuis borné à repréſenter dans la premiere figure celles que j'avois tracées du côté oriental du méridien magnétique, afin de ne pas trop embarraſſer la figure. Comme cette figure les repréſente dans leur grandeur naturelle, c'eſt à dire, telles que l'expérience me les fourniſſoit, il eſt clair que la figure eſt comme l'expérience même. Nous n'aurons donc qu'à comparer enſemble les lignes courbes qu'elle nous offre.

§. 13. Pour faire cette comparaiſon, je n'admettrai d'autre propoſition, que celle dont j'ai parlé ci-deſſus (§. 4.) & qui ſe prouve par toutes les expériences qu'on fait ſur la force de l'aiman, c'eſt que cette force diminue à meſure que la diſtance augmente. Mais, avant que de faire uſage de cette propoſition, il s'agit de voir comment nous devons enviſager cette diſtance. D'abord donc il eſt clair, qu'elle ſe détermineroit très facilement, ſi dans le cas de cette expérience l'aiman auſſi bien que l'aiguille avoit été infiniment petit. Alors la diſtance dont il eſt ici queſtion, ſeroit par tout celle de chaque point des courbes du centre C.

§. 14. Mais ce n'eſt pas là le cas où nous nous trouvons. L'aiguille avoit la longueur *p*C*q*, & l'aiman en avoit presque tout autant, & autant de largeur, & la moitié d'épaiſſeur. Ainſi les droites CE, CM &c. ne ſont que la diſtance du pole méridional du centre C.

p. ex.

p. ex. l'aiman, ou pour mieux dire ſon pole méridional étant en E, l'aiguille ſe trouva dans la poſition de la droite DCM, & par-là le pole boréal de l'aiguille étoit beaucoup plus près du pole méridional de l'aiman, que ne l'étoit le pole méridional de l'aiguille du pole boréal de l'aiman. De cette maniere la droite CE repréſente une diſtance, qui par rapport à l'aiguille eſt moyenne, mais à laquelle il faudroit encore ajouter la moitié de la longueur ou de l'axe de l'aiman, pour faire qu'elle fût également moyenne à l'égard de l'aiman.

§. 15. Je n'ai pas cru devoir changer la figure pour cet effet. On voit aiſément que p. ex. la droite CF étant plus longue que la droite CE, la diſtance moyenne doit avoir été plus grande en F qu'elle ne l'a été en E, parce que de part & d'autre ces droites différent des diſtances moyennes de la moitié de la longueur de l'aiman. Si donc il ne s'agit que de ſavoir, que la force de l'aiman a été plus ou moins grande dans un cas que dans un autre, les droites CF, CE &c. ſuffiront telles qu'elles ſont. La force de l'aiman ſera plus petite à meſure que ces droites ſeront plus longues.

§. 16. Il y a encore une autre raiſon, pourquoi je n'inſiſte pas à mieux définir les diſtances. C'eſt que p. ex. la courbe DEGI étant continuée doit enfin tomber ſur le point *m*, qui eſt à l'oppoſite du point initial D. Or il me ſemble qu'elle doit s'approcher du point *m* d'une maniere toute ſemblable à celle dont elle s'éloigne du point D. Car l'aiman ſe trouvant en G dans une direction perpendiculaire à l'aiguille, qui eſt en D*m*, il eſt clair que le pole méridional de l'aiman doit attirer le pole boréal de l'aiguille avec autant de force qu'il en repouſſe le pole auſtral, & que ſi le pole boréal de l'aiman, qui tourne pour ainſi dire le dos à l'aiguille, ne laiſſe pas d'exercer encore quelque pouvoir ſur elle, il repouſſera ſon pole boréal avec autant de force qu'il en attire le pole méridional. De plus, ſi nous prenons de côté & d'autre de la droite CG deux points, p. ex. F, H, qui faſſent des angles FCG, GCH égaux, il eſt clair que l'aiman étant en F, où il attire le pole boréal de l'aiguille avec une force $= p$,

& en repouſſe le pole auſtral avec une force $=q$, on n'aura qu'à placer l'aiman en H, & il employera réciproquement la force p pour repouſſer le pole auſtral, & la force q pour attirer le pole boréal de l'aiguille. Ce qui enfin veut dire, que les diſtances CH, CF, étant égales, la poſition de l'aiguille dans l'un & dans l'autre cas ſera la même, & que réciproquement elle ne pourra être la même à moins que les diſtances CH, CF, ne ſoient égales. Or, les angles FCG, GCH, étant égaux, il s'enſuit que la courbe D G m ſe reſſemble à elle-même de côté & d'autre de la droite CG, de ſorte que CG en eſt un axe ou un diametre, qui la partage en deux parties égales & ſemblables.

§. 17. Remarquons cependant, que cette démonſtration préſuppoſe une parfaite reſſemblance & égalité des forces de l'un & de l'autre pole, tant de ceux de l'aiman que de ceux de l'aiguille. Reſſemblance & égalité qu'on ne trouve nulle part dans la nature, qui décline toujours tantôt plus tantôt moins de la rigueur géométrique. La moindre cauſe accidentelle ſuffit pour produire quelque anomalie. Par cette raiſon, je n'étois pas ſurpris de voir, que la courbe D G m, telle que l'expérience me la fit tracer, différoit tant ſoit peu de la parfaite reſſemblance qu'elle auroit du avoir de l'un & de l'autre côté de la droite CG. La partie antérieure DG étant à vue d'oeil plus réguliere, je la crois également plus exacte.

§. 18. On voit en général que toutes ces courbes s'éloignent du centre juſqu'aux points δ, G, N, S, X, par leſquels paſſe le diametre dont je viens de parler (§. 16.) & que je nommerai transverſal, parce qu'il paſſe par l'aiguille à angles droits. Or comme il faut une même force pour retenir l'aiguille à une même déclinaiſon de ſon méridien, il ſera facile d'en conclure, que la diſtance de l'aiman devroit, pour une même déclinaiſon, être par tout la même, s'il employoit par tout ſa force abſolue. Mais l'inégalité des diſtances ſaute trop aux yeux, pour ne pas en inférer, qu'il faut néceſſairement avoir égard à l'obliquité d'action. Suppoſons, par exemple, que l'aiman ſe trouve ſucceſſivement dans les points de la courbe D, E, F, G, l'aiguille gardera

dera la poſition D*m*. Nommons pour plus de briéveté les angles DCE, DCF, DCG, angles d'incidence; il eſt viſible, que ces angles croiſſent en même tems que les diſtances CE, CF, CG. Or, comme tandis que ces diſtances croiſſent, la force de l'aiman diminue, il faut que cette diminution ſe compenſe en ce que l'aiman agit moins obliquement en F, G, qu'il n'agit en E.

§. 19. Il ſeroit facile de déterminer comment ſe fait cette compenſation, ſi le rapport entre la diſtance & la force abſolue de l'aiman étoit connue. Car l'effet qui dépend de l'obliquité d'incidence doit être pour la même courbe en raiſon réciproque de cette force, pour que l'effet composé qui en réſulte, puiſſe retenir l'aiguille dans la même poſition DC*m*, qui demande une force égale, en quelque point de la courbe DG que l'aiman ſoit placé.

§. 20. Mais ce rapport entre la force de l'aiman & ſa diſtance étant inconnu, il faudra nous y prendre d'une autre façon, pour déterminer l'effet de l'obliquité d'incidence. Pour cet effet, il eſt à propos de remarquer, qu'outre celle que nous venons de rapporter à l'aiman, nous en avons encore une autre, qui ſe rapporte à ce gros aiman qui eſt dans les entrailles de la terre, & qui agit obliquement ſur l'aiguille toutes les fois qu'elle ne ſe trouve pas dans ſon méridien AB. En effet, la figure nous fait voir, que cette ſeconde obliquité doit entrer en ligne de compte. Car, ſuppoſons que l'aiman ſe trouve ſucceſſivement dans les points δ, G, N, S, il eſt viſible qu'il ſe trouve plus près du centre C lorſqu'il eſt en S, que lorſqu'il eſt en N, G, δ. Par conſéquent ſa force devient plus grande à meſure qu'on le transporte de δ en G, N, S. Mais, dans tous ces points, ſon pole méridional ou ſon axe eſt dirigé perpendiculairement ſur l'aiguille, puiſque les angles $\alpha C \delta$, DCG, KCN, PCS, ſont des angles droits. Comme donc dans tous ces cas l'obliquité d'incidence eſt la même, c'eſt à dire, perpendiculaire, il eſt clair que les forces que l'aiman employe pour retenir l'aiguille dans les poſitions reſpectives αC, DC, KC, PC, ne pourroient être inégales, comme elles le ſont, vû l'inégalité des diſ-

tances

tances $C\delta$, CG, CN, CS, si la matiere magnétique n'agissoit plus fortement sur l'aiguille en CP, lorsqu'elle en est CK, CD, $C\alpha$. Or, la direction moyenne de la force de la matiere magnétique étant BA, il est clair qu'elle agit plus obliquement à mesure que l'aiguille se tourne de CP vers CA.

§. 21. On voit aisément que les effets de ces deux obliquités d'incidence doivent se contrebalancer, parce que l'aiman éloigne l'aiguille de son méridien, tandis que la matiere magnétique la rapproche. Or les points ϵ, E, M, S, sont ceux où l'une & l'autre obliquité est égale, c'est à dire, de 15, 30, 60, 90 dégrés. Donc, l'aiman étant successivement placé dans ces points, non seulement sa force rélative, mais aussi sa force absolue, sera égale à la force rélative & absolue de la matiere magnétique. De là il suit, que les distances $C\epsilon$, CE, CM, CS, doivent être égales. La figure étant consultée là dessus, nous fait voir que ces lignes ne différent presque point entr'elles. Car on trouve $C\epsilon = CE$, & $CM = CS$, de sorte qu'il n'y a que ces deux dernieres lignes qui sont plus petites que les deux premieres, à peu près de la quantité SO, ce qui fait à peine une ligne.

§. 22. Prenons maintenant deux distances égales de l'aiman, telles que sont p. ex. Cd, CQ, afin d'avoir deux cas où sa force absolue est la même. Nommons la $= m$, & par contre M la force absolue de la matiere magnétique. Considérons l'effet qui résulte de l'obliquité d'incidence comme une fonction de l'angle d'incidence, & nous pourrons la déterminer de la maniere qui suit.

§. 23. L'aiman étant en d, son angle d'incidence est $dCD = 15$ degrés, & l'angle d'incidence de la matiere magnétique $DCA = 30$ degrés. Or, l'aiguille étant retenue en équilibre, il faut que M, multipliée par une fonction de l'angle de 30 degrés, fasse un produit égal à celui de m multipliée par une même fonction de l'angle de 15 degrés. Donc

$$M \,.\, f30^\circ = m \,.\, f15^\circ,$$

ce qui donne

$$M : m = f15^\circ : f30^\circ.$$

§. 24.

§. 24. Transportons maintenant l'aiman dans l'autre point Q; les forces m, M, feront les mêmes. Car M eft conftante, & la diftance CQ $=$ Cd. Mais dans ce cas les angles d'incidence font différens. Celui de l'aiman eft QCP $=$ 30 degrés, & celui de la matiere magnétique PCA $=$ 90 degrés. Ce qui donne d'une maniere tout à fait femblable

$$M \cdot f 90^\circ = m \cdot f 30^\circ,$$

d'où l'on tire

$$M : m = f 30^\circ : f 90^\circ.$$

§. 25. Comparant donc cette analogie avec celle que nous avons tirée du premier cas (§. 23.) & qui eft

$$M : m = f 15^\circ : f 30^\circ,$$

nous aurons entre ces quatre fonctions le rapport fuivant

$$f 15^\circ : f 30^\circ = f 30^\circ : f 90^\circ.$$

On voit aifément que nous n'aurions pu choifir les points d, Q, plus opportunément, pour qu'une feule analogie trahiffe, pour ainfi dire, la nature des fonctions que nous nous propofions de chercher. Car on n'a qu'à ouvrir les tables des finus pour trouver qu'il eft

$$\sin 90^\circ : \sin 30^\circ = \sin 30^\circ : \sin 14\tfrac{1}{2}^\circ,$$

& pour s'affurer par-là, que ces fonctions ne font autre chofe que les finus des angles d'incidence.

§. 26. Les deux points f, β, qui font à très peu près également diftans du centre C, nous confirment la même chofe. Car l'aiman fe trouvant fucceffivement en β & en f, fes angles d'incidence font $\beta C\alpha = 30^\circ$, & fCD $= 75^\circ$, & les angles d'incidence répondans de la matiere magnétique font αCA $= 15^\circ$, & DCA $= 30^\circ$. Donc, nommant la force abfolue de l'aiman en β & f, $= \mu$, nous aurons

$$M \cdot f 15^\circ = \mu \cdot f 30^\circ,$$
$$M \cdot f 30^\circ = \mu \cdot f 75^\circ,$$

ce qui donne

$$f15^\circ : f30^\circ = f30^\circ : f75^\circ.$$

Or il eſt

$$\sin 15^\circ : \sin 30^\circ = \sin 30^\circ : \sin 75^\circ,$$

de ſorte qu'on voit encore par-là, que les fonctions en queſtion ſont des ſinus des angles d'incidence.

§. 27. Faiſons encore $Cg = Cd$, & les deux points d, g, nous prouveront la même vérité. Car la figure nous donnera à très peu près

$$\sin ACD : \sin DCd = \sin AC\alpha : \sin \alpha Cg,$$

c'eſt à dire

$$f ACD : f DCd = f AC\alpha : f \alpha Cg.$$

Mais je ne rapporterai plus d'autres exemples, qui peuvent facilement être pris de la figure, ſi l'on fait abſtraction des points des courbes qui y ſont tracées, où la figure elle-même fait voir quelque légere anomalie, & où les angles ſont trop petits pour pouvoir être meſurés avec tant ſoit peu de préciſion. D'ailleurs, quoique tous ces exemples ne prouvent pas en toute rigueur géométrique, que l'effet de l'obliquité d'incidence eſt proportionnel au ſinus d'incidence, nous pouvons néanmoins établir cette proportion comme telle. Car, à proprement parler, on pouvoit d'abord douter, ſi cette obliquité entre en conſidération, ou non? Et dans le premier cas il reſtoit encore indécis, ſi au lieu du ſinus de l'angle d'incidence il ne falloit prendre le rapport du quarré de ce ſinus, comme on le fait dans la théorie de la percuſſion des fluides? L'un & l'autre de ces doutes diſparoit après les expériences que je viens de rapporter, de façon que nous voyons qu'il faut établir le rapport ſimple & direct des ſinus d'incidence, & que par-là même on ne ſauroit conſidérer l'action de la matiere magnétique ſur le même pied que l'on conſidere la percuſſion des fluides, mais qu'il faut plutôt la traiter ſur le pied d'une ſimple preſſion. Obſervons encore que l'aiguille étant mobile ſur ſon pivot comme ſur un point d'appui, la force magnétique agit ſur elle comme ſur un levier. Et comme me c'eſt ſur ce pied qu'il faut conſidérer ſon état d'équilibre, on voit que le ſinus de l'obliquité de l'action entre néceſſairement dans le calcul. Ainſi, ſi cette action devoit être traitée ſur le même pied que la percuſſion des fluides, il eſt clair qu'à ce rapport ſimple des ſinus il faudroit encore joindre le quarré des ſinus.

§. 28. Après avoir donc déterminé la premiere & apparemment la plus ſimple des loix magnétiques, qui regarde l'obliquité d'incidence, il ne ſera pas difficile d'en faire uſage dans notre expérience pour évaluer la force de l'aiman rélativement à la diſtance. Pour cet effet nous déſignerons par l'unité la force abſolue de la matiere magnétique, qui eſt la même qu'elle exerce lorſque l'aiguille eſt dans la poſition CP perpendiculaire au méridien magnétique AB. Comme dans toute autre poſition de l'aiguille l'angle d'incidence eſt le même que celui de la déclinaiſon, nous nous ſervirons de ce dernier terme toutes les fois qu'il s'agira de l'obliquité d'incidence de la matiere magnétique, & quand il s'agira de celle de l'aiman, nous en garderons le nom.

§. 29. Suppoſons donc que l'aiman ſe trouve ſur la courbe DEG, l'aiguille ſera dans la poſition CD, déclinant d'un angle de 30 degrés. Or le ſinus de 30 degrés étant $= \frac{1}{2}$, la force oblique de la matiere magnétique ſera également $= \frac{1}{2}$. Et telle doit être auſſi la force oblique de l'aiman, en quelque point de la courbe CG qu'il ſe trouve. Nommons pour une diſtance quelconque ſa force abſolue $= \upsilon$, & l'angle d'incidence $= \Phi$, & nous aurons pour chaque point de la courbe CG, l'équation

$$\upsilon \cdot \sin \Phi = \tfrac{1}{2},$$

d'où il ſuit

$$\upsilon = \frac{\operatorname{coſec} \Phi}{2}.$$

Et pour un angle de déclinaiſon quelconque ω nous aurons

$$\upsilon = \sin \omega : \sin \Phi.$$

§. 30.

§. 30. Posant donc successivement $\omega = 15, 30, 60, 90, 120$ degrés, & $\phi = 15, 30, 45, 60, 75, 90$ degrés, cette équation nous fournira la table qui suit, & qui exprime les forces v indépendamment des distances.

ϕ, ω	15	30	60	90	120
15	1,0000	1,9318	3,3461	3,8637	3,3461
30	0,5176	1,0000	1,7320	2,0000	1,7320
45	0,3660	0,7071	1,2247	1,4142	1,2247
60	0,2988	0,5773	1,0000	1,1547	1,0000
75	0,2679	0,5176	0,8965	1,0353	0,8965
90	0,2588	0,5000	0,8660	1,0000	0,8660

En cherchant dans la figure les angles ϕ, ω, on voit aisément que p. ex. la seconde colonne offre les forces de l'aiman dans les points d, E, e, F, f, G. &c.

§. 31. Afin donc de comparer ces forces avec les distances, il n'y aura qu'à exprimer les distances répondantes Cd, CE, Ce, CF &c. en nombres, ce qui se fera en les prenant sur une échelle quelconque, n'y ayant point de mesure absolue pour cet effet. J'ai choisi pour l'unité le demi-diametre Cp, comme étant la moitié de la longueur de l'aiguille, & ayant construit une échelle, en centiemes parties de Cp, j'ai trouvé les distances répondantes aux forces de la table précédente, comme suit

ϕ, ω	15°	30°	60°	90°	120°
15°	3, 61	2, 71	2, 54	2, 35	2, 34
30	4, 50	3, 62	3, 00	2, 84	2, 84
45	4, 94	4, 17	3, 28	3, 10	3, 12
60	5, 20	4, 33	3, 48	3, 18	3, 33
75	5, 36	4, 48	3, 51	3, 29	3, 44
90	5, 48	4, 61	3, 52	3, 43	3, 53

§. 32. Il convient de renouveller ici le ſouvenir des remarques que nous avons faites ci-deſſus à l'égard des diſtances. Car, ces nombres dénotant les diſtances entre le pole méridional de l'aiman & le centre de l'aiguille, il eſt clair que pour avoir les diſtances des deux centres ces nombres doivent être augmentés de la moitié de l'axe de l'aiman, & que par contre il faut les diminuer d'une quantité variable, ſi l'on veut avoir la diſtance du pole méridional de l'aiman & du pole boréal de l'aiguille. Mais, comme en général nous ne ſavons pas encore quelle eſt la diſtance qui ait le rapport le plus ſimple à la force de l'aiman, il conviendra de ne rien changer préalablement aux nombres de cette table, mais de faire plutôt ſur les nombres de la table précédente les calculs & les changemens, qui pourront plus ou moins contribuer à nous faire découvrir le rapport que nous cherchons.

§. 33. C'eſt ainſi p. ex. que nous ſavons en gros, que puisque les forces diminuent à meſure que la diſtance augmente, nous en pouvons conclure, que les forces doivent être en quelque raiſon réciproque des diſtances. Mais, les diſtances qui pourroient fournir le rapport le moins compliqué n'étant point encore connues, nous ferons mieux de tourner cet énoncé, en diſant que les diſtances doivent être en quelque rapport réciproque des forces.

§. 34. Si donc, par exemple, les forces étoient en raiſon réciproque du quarré de quelque diſtance connoiſſable, il eſt clair que nous parviendrons à connoître cette diſtance en la prenant en raiſon réciproque de la racine quarrée des forces, ou bien en faiſant

$$d \backsim 1 : \sqrt{v}.$$

J'ai cru devoir employer cette formule, tant par ſon analogie avec la gravité, que parce qu'on peut généralement préſumer, qu'une force qui répand ſon action par des eſpaces circonſcrits s'affoiblit en raiſon des ſurfaces de ces eſpaces. Prenant donc pour v les nombres de la premiere table, j'en tirai pour $\sqrt{\frac{1}{v}}$ les nombres de la table ſuivante

Φ, ω	15°	30°	60°	90°	120°
15°	1,0000	0,7195	0,5460	0,5087	0,5460
30	1,3900	1,0000	0,7600	0,7071	0,7600
45	1,6530	1,1892	0,9036	0,8409	0,9036
60	1,8291	1,3161	1,0000	0,9306	1,0000
75	1,9320	1,3900	1,0561	0,9828	1,0561
90	1,9657	1,4142	1,0746	1,0000	1,0746

Et ces nombres doivent être en quelque rapport ou raiſon directe des diſtances *d*.

§. 35. Mais, pour m'aſſurer de la maniere la plus facile ſi, entre ces nombres & ceux de la table précédente, il y a quelque rapport connoiſſable, je regardois les nombres de la troiſieme table comme des abſciſſes, & les nombres répondans de la ſeconde table comme des ordonnées; & ayant conſtruit toutes ces ordonnées, je vis ſans peine qu'elles aboutiſſoient à une ligne droite, qui ne paſſoit pas par le commencement des abſciſſes, ou bien, qu'en nommant les diſtances dans la ſeconde table $= \delta$, & les nombres répondans de la troiſieme table $= w$, il étoit, à très peu près, ou par maniere de terme moyen,

$$\delta - 1,31 = \tfrac{11}{5} \,.\, w.$$

On peut s'en convaincre par la table ſuivante, dont la premiere colonne renferme les nombres w, la ſeconde les nombres δ, la troiſieme les mêmes nombres δ calculés par la formule $\delta = 1,31 + \tfrac{11}{5} \,.\, w$, & enfin la quatrieme la différence entre l'obſervation & le calcul.

w	δ	*calc.*	*diff.*	w	δ	*calc.*	*diff.*
0,5087	2,35	2,43	− 8	1,0000	3,62	3,51	+ 11
0,5460	2,34	2,51	−17	1,0000	3,61	3,51	+10
0,5460	2,54	2,51	+ 3	1,0561	3,44	3,63	−19
0,7071	2,84	2,86	− 2	1,0561	3,51	3,63	−12
0,7195	2,71	2,89	−18	1,0746	3,53	3,67	−14
0,7600	2,84	2,98	−14	1,0746	3,52	3,67	−15
0,7600	3,00	2,98	+ 2	1,1892	4,17	3,93	+21
0,8409	3,10	3,16	− 6	1,3161	4,33	4,21	+12
0,9036	3,12	3,30	−18	1,3900	4,48	4,37	+11
0,9036	3,28	3,30	− 2	1,3900	4,50	4,37	+13
0,9306	3,18	3,36	−18	1,4142	4,61	4,42	+19
0,9828	3,29	3,47	−18	1,6530	4,94	4,95	− 1
1,0000	3,33	3,51	−18	1,8291	5,20	5,34	−14
1,0000	3,49	3,51	− 2	1,9320	5,36	5,56	−20
1,0000	3,48	3,51	− 3	1,9657	5,43	5,64	−21

§. 36. Sur cette table je remarque d'abord, que les différences entre le calcul & l'obſervation étant indifféremment, tantôt poſitives, tantôt négatives, elles ne ſauroient dériver de ce que, au lieu de la formule

$$\delta = 1,31 + \tfrac{11}{5} \cdot w,$$

on auroit dû en prendre une autre plus compliquée. Car, quelque autre qu'on eût pris, elle auroit donné des différences qui auroient été, ou toutes poſitives, ou toutes négatives, ou enfin les ſignes + & − ſe ſeroient ſuivis dans un certain ordre. Ce qui n'étant pas, il paroit que ces différences doivent être attribuées plutôt à l'obſervation même qu'à la formule. En effet, la moindre irrégularité qui auroit pu ſe trouver dans le magnétiſme de l'aiman ou de l'aiguille, eſt plus que ſuffiſante pour produire ces différences.

§. 37. Mais ce n'eſt pas cependant ce qui me ſatisfait. Car en admettant la formule

δ —

$$\delta - 1,31 = \frac{11}{5} w = \frac{11}{5 \cdot \sqrt{v}},$$

il s'enſuit que, pour avoir la diſtance dont le quarré eſt en raiſon réciproque de la force de l'aiman, il faut prendre, non la diſtance entre les centres de l'aiman & de l'aiguille, non plus que celle qui eſt entre le pole méridional de l'aiman & le centre de l'aiguille, mais qu'il faut diminuer cette derniere de la quantité 1, 31, qui eſt $= Cr$, & par conſéquent plus grande que la moitié de la longueur de l'aiguille Cp. Or, quoiqu'on puiſſe en tout cas conſidérer cette quantité comme une eſpece de conſtante, qu'il auroit falu ajouter ou retrancher, ſi la formule avoit été tirée de quelque différentielle, je n'ai garde de donner cette formule comme univerſelle, à moins qu'elle ne ſe vérifie, ſoit par quelque autre loi plus ſimple, ſoit par d'autres expériences faites avec des aimans & des aiguilles aimantées de différente grandeur, figure, force &c. Mais voici cependant ce que je puis dire à l'égard de l'expérience que je viens d'analyſer, & d'où la formule a été tirée.

§. 38. La raiſon pourquoi en décrivant (§. 10.) le cercle APB tant ſoit peu plus grand que ne l'auroit été le cercle pq, dont le diametre eſt égal à la longueur de l'aiguille, cette raiſon, dis-je, eſt, que CA étoit la moindre diſtance que je pouvois donner à l'aiman, à moins que l'aiguille n'en fût attirée de façon à s'y attacher. Auſſi voit-on dans la figure, que l'aiman étant p. ex. placé en D, l'aiguille vient ſe placer ſur la même ligne CD, quoique, ſollicitée par la matiere magnétique à retourner vers ſon méridien AC, elle auroit du s'arrêter à une déclinaiſon moindre que l'angle ACD. Or, cela n'arrivant pas, on voit que l'aiman étant en D, l'angle de déclinaiſon eſt $=$ DCA, celui de l'obliquité d'incidence $= o$, ou du moins d'une grandeur imperceptible, ce qui en conſéquence du §. 23. & ſuiv. donne pour ce cas

$$M : m = \sin o : \sin 30°,$$

& partant

$$M : m = 1 : \infty,$$

c'eſt

c'eſt à dire la force de l'aiman en D eſt incomparablement plus grande que celle de la matiere magnétique, quoique l'aiman ſoit encore éloigné du pole de l'aiguille de la diſtance $Dt = Ap$.

§. 39. De là il faudra conclure, que ce qu'on peut nommer le *centre d'attraction* de l'aiman, ſe trouve hors de l'aiman, à quelque diſtance de ſon pole. Comme il en eſt de même de l'aiguille aimantée, il s'enſuit que le centre commun d'attraction doit ſe trouver quelque part dans l'intervalle Ap, ou Dt, d'autant plus près de l'aiguille que ſa force eſt moindre que celle de l'aiman. Peut-être ne me tromperai-je pas en diſant que dans notre expérience c'eſt le point r, ou que ce centre commun n'en eſt gueres éloigné. Car l'aiman que j'ai employé étoit petit & non armé, il avoit très peu de force, & l'aiguille attiroit d'avantage. Mais quoiqu'il en ſoit, la formule que nous avons trouvée indépendamment de ce phénomene, y ſatisfait pleinement. Car ſuppoſons que l'aiman ou ſon pole méridional ſe trouve ſur le cercle r, p. ex. en s, alors ſa diſtance du centre δ étant $= 1,31$, nous aurons

$$1,31 - 1,31 = \frac{11}{5} w = \frac{11}{5\sqrt{v}} = 0$$

$$v = \infty,$$

ou réciproquement, en ſuppoſant $v = \infty$, on trouve $\delta = 1,23$, ce qui donne par tout l'angle d'incidence $\phi = 0$, & marque que le commencement des courbes tombe partout ſur le cercle rs, tout comme la figure, c'eſt à dire l'expérience, le fait voir.

§. 40. Mais comme la formule

$$\delta - 1,31 = \frac{11}{5\sqrt{v}},$$

jointe à celle que nous avons trouvée ci-deſſus pour les angles, & qui eſt (§. 29.)

$$v = \sin\omega : \sin\phi,$$

 nous

nous met en état de déterminer l'équation générale pour les courbes $\alpha\beta$, DE, KL &c., nous allons le faire. Pour cet effet il n'y aura qu'à ſubſtituer dans la premiere de ces formules la valeur de la force v, que donne la ſeconde, & nous aurons

$$\delta - 1,31 = \frac{11 \sqrt{\text{ſin } \phi}}{5 \sqrt{\text{ſin } \omega}}.$$

Or pour une même courbe, l'angle de déclinaiſon ω étant conſtant, la diſtance δ ſe trouve moyennant la racine quarrée du ſinus de l'angle ϕ. Ce qui fait voir, que p. ex. la courbe D G m, commence au point s, qu'elle finit au point n, & que ſon axe eſt C G perpendiculaire ſur l'axe initial $s\,n$. Et toutes ces conſéquences ſont très conformes tant à l'expérience qu'à ce que nous avons déduit ci-deſſus (§. 16. 17.) de la nature de la choſe. Enfin je dois encore remarquer, qu'ayant changé cette expérience de façon, qu'en tournant le papier & l'aiman en ſorte que le point A regardât le midi & B le nord du méridien magnétique, & que le pole boréal de l'aiman fût dirigé vers le centre C, je trouvai qu'il falloit placer ce pole ſur les mêmes courbes pour fixer l'aiguille à la déclinaiſon répondante à chaque courbe, & les anomalies ou les différences que j'obſervai en quelques endroits, ſont trop petites & trop irrégulieres pour ne pas devoir être attribuées à quelque inégalité du magnétiſme de l'aiman ou de l'aiguille.

Exp. II. §. 41. Mais, afin de m'aſſurer de l'univerſalité de la formule que cette expérience me fit trouver, pour déterminer le rapport entre la diſtance & les angles d'incidence & de déclinaiſon, je répétai cette expérience en y employant un autre aiman & une autre aiguille aimantée. L'aiman étoit artificiel, c'eſt à dire, une petite barre d'acier de 5 pouces 7 lignes de longueur ſur 6 lignes de largeur & 1 ligne d'épaiſſeur, meſure de Paris. Il portoit ſans être armé au delà de deux onces de fer non aimanté. L'aiguille avoit 44 lignes de longueur. Elle étoit très peu aimantée, ne portant qu'à peine une groſſe aiguille à coudre. Ayant donc pris un angle de 40 degrés pour celui de la déclinaiſon que je voulus donner à l'aiguille en tournant le pole méridional

nal de l'aiman vers ſon centre, je cherchai à quelle diſtance il falloit placer l'aiman, pour fixer l'aiguille à cette déclinaiſon. Et ayant choiſi pour cet effet les angles d'incidence de 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 degrés, je trouvai les diſtances entre le pole méridional de l'aiman & le centre de l'aiguille de $57\frac{1}{2}$, 69, $78\frac{1}{2}$, 85, 90, 94, 97, 98, 98 lignes. Ces diſtances & ces angles étant conſtruits, me donnerent une courbe tout à fait ſemblable à celles de la premiere figure, ce qui me fit voir que je ne perdrois pas mon tems, en y accommodant la formule qui en général eſt

$$\delta = \alpha + \frac{m \cdot \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}}.$$

Afin donc de déterminer les conſtantes α, m, je choiſis les angles $\phi = 90°$ & $= 30°$, auxquels répondent les diſtances $\delta = 78\frac{1}{2}$ & $= 98$. Ces valeurs étant ſubſtituées, & prenant $\omega = 40$ degrés, on a les deux équations ſuivantes

$$78\tfrac{1}{2} = \alpha + m \cdot \sqrt{\tfrac{1}{2}} : \sqrt{\sin 40°}$$
$$98 = \alpha + m : \sqrt{\sin 40°},$$

leſquelles étant réſolues donnent $\alpha = 31$, & $m = 53,8$, & partant

$$\delta = 31 + \frac{53,8 \cdot \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}}.$$

Cette formule étant appliquée au cas préſent, en faiſant $\omega = 40°$, ſe change en

$$\delta = 31 + 67 \cdot \sqrt{\sin \phi}.$$

Or, en ſubſtituant pour l'angle d'incidence ſes valeurs $\phi = 10$, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, on obtient pour les diſtances δ les valeurs 58,9; 70,2; 78,4; 84,8; 89,6; 93,4; 95,9; 97,5; 98,0, qui ne différent qu'en des parties décimales de celles que donne l'expérience. Je vis donc par-là, que ce n'eſt pas par quelque cauſe accidentelle que la formule

$$\delta = a + \frac{m \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

s'accordoit en tout avec la premiere expérience, puiſqu'elle s'accorde également, & même encore plus exactement, avec l'expérience préſente, totalement différente de la premiere. Il eſt remarquable qu'encore ici la diſtance conſtante 31 excede la moitié de la longueur de l'aiguille, & que par conſéquent ce qu'on peut nommer le centre d'attraction de l'aiman ſe trouve hors de lui, à quelque diſtance de ſon pole.

§. 42. Si dans cette ſeconde expérience, au lieu de meſurer les diſtances par des lignes du pied de Paris, nous les exprimons par des unités égales à la moitié de la longueur de l'aiguille, comme nous l'avons fait dans la premiere expérience, il faudra pour cet effet diviſer la formule trouvée

$$\delta = 31 + \frac{5,38 \cdot \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

par 22 lignes, comme étant la moitié de la longueur de l'aiguille, & par-là nous aurons

$$\delta = 1,41 + \frac{12,2}{5} \cdot \frac{\sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}}.$$

Cette formule ayant donc une unité ſemblable à celle que nous avons tirée ci-deſſus de la premiere expérience, & qui eſt (§. 39.)

$$\delta = 1,31 + \frac{11}{5} \cdot \frac{\sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

nous nous voyons par-là mis en état de les comparer enſemble. Ce qui dans cette comparaiſon doit d'abord frapper, c'eſt le peu de différence qui ſe trouve entre les coëfficiens numériques, qui ne revient qu'à environ une douzieme partie, & qui par-là même peut nous faire douter ſi elle ne doit pas être réputée nulle. En effet, pour peu qu'on réfléchiſſe ſur la diſproportion qu'il y a entre un aiman d'environ 10 lignes de longueur & de largeur & de 6 lignes d'épaiſſeur, foible

foible à ne porter qu'à peine une aiguille à coudre, & un aiman de 6 lignes de largeur, de $5\frac{1}{2}$ pouces de longueur, d'une ligne d'épaiſſeur, fort à porter au delà de deux onces, on devroit s'attendre à de tout autres différences que ne l'eſt une douzieme partie. La différence des aiguilles employées dans ces deux expériences pourroit peut-être compenſer la diſproportion entre les aimans. Celle qui étoit entre la longueur des aiguilles n'alloit pas tout à fait au quadruple, & la petite avoit tant ſoit peu plus de force que la grande. Quoiqu'il en ſoit, il faut qu'il y ait quelque compenſation. Car, ſi dans la formule

$$\delta = \alpha + m \cdot \frac{\sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

les conſtantes α, m, avoient dans tous les cas un même rapport à la longueur de l'aiguille, cette formule ne dépendroit en aucune maniere de la force, ni de la grandeur, ni de la figure de l'aiman. Conſéquence, qu'on ne ſauroit admettre, vu l'équilibre qu'il doit y avoir entre la force de l'aiman & celle de la matiere magnétique, pour que l'aiguille s'arrête à une déclinaiſon donnée de ſon méridien.

§. 43. Je répétai néanmoins l'expérience, en gardant le même aiman dont je m'étois ſervi dans la ſeconde expérience, mais en ſubſtituant à l'aiguille une autre ſix fois plus legere, & dont la longueur n'étoit que de 26 lignes. J'en approchai l'aiman pour lui faire avoir une déclinaiſon de 40 degrés, comme dans la ſeconde expérience; mais je fus ſurpris de nouveau, en voyant que les diſtances répondantes aux angles d'incidence $\phi = 10, 20, 30 \cdots 90$ degrés, étoient à une demi-ligne près les mêmes que celles que j'avois trouvées dans la ſeconde expérience, quoique faite avec une aiguille & plus groſſe & plus longue. Ainſi, en meſurant les diſtances par lignes du pied de Paris, la même formule Exp. III.

$$\delta = 31 + \frac{5,38 \cdot \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

donne dans l'une & l'autre de ces deux expériences à une demi-ligne près les courbes qu'on peut faire parcourir à l'aiman, ſans que la déclinaiſon répondante de l'aiguille varie.

§. 44. Ce nouveau phénomene paroit être ſuſceptible de démonſtration. Je la déduirai de l'équilibre qu'il y a entre la force de l'aiman & celle de la matiere magnétique. La premiere dépend de la diſtance δ, la ſeconde peut être regardée comme conſtante. Mais, entant que l'une & l'autre agit ſur l'aiguille, elles dépendent en partie des angles d'incidence Φ, ω, en partie de la longueur & de la force magnétique de l'aiguille. Or cette longueur & cette force magnétique pour une même aiguille eſt la même tant à l'égard de l'aiman qu'à l'égard de la matiere magnétique, c'eſt à dire que l'un & l'autre agit plus fortement à meſure que l'aiguille eſt plus longue & qu'elle a plus de force magnétique. Ainſi ces deux circonſtances, quoiqu'on les change, n'influent point ſur l'état d'équilibre. Il n'y a donc que les angles ω, Φ, qui y influent, & on aura ces angles les mêmes, dès qu'un même aiman a une même poſition à l'égard du centre des aiguilles qu'on employe. Diſons cependant que ce raiſonnement ſera plus juſte à meſure que les aiguilles auront moins de longueur. Cette reſtriction ſe rend néceſſaire, en ce que ſans cela il ſeroit facile d'imaginer une aiguille, qui s'étendroit juſques ſur l'aiman, & qui par conſéquent s'y attacheroit. Il eſt clair que, dans ce cas, il faudroit éloigner l'aiman & lui faire parcourir par-là même des lignes courbes d'une plus grande circonférence

Exp. IV. & étendue. J'ai répété cependant l'expérience en employant le même aiman, mais en ſubſtituant une aiguille dont la longueur étoit de 30 lignes, & j'ai obtenu la même formule

$$\delta = 31''' + \frac{5,83 \cdot \sqrt{\sin \Phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

en ce que j'ai vu, qu'il falloit placer l'aiman aux mêmes endroits pour faire en ſorte que l'aiguille déclinât conſtamment de 40 degrés de ſon méridien.

§. 45. Quoique donc la formule

$$\delta = a + m \cdot \frac{\sqrt{\sin \Phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

ſe

ſe trouve confirmée par toutes ces expériences, il ne faudra pas cependant diſconvenir, qu'avec tout cela elle pourroit n'être vraie qu'à très peu près. Car la remarque que je viens de faire ſur les différences qui peuvent naître des différentes longueurs de l'aiguille, ſe vérifiera encore par d'autres conſidérations. Examinons-la pour cet effet avec un peu plus d'attention. Il eſt ſûr d'abord que l'aiguille pouvant être conſidérée comme infiniment petite, en comparaiſon du gros aiman que nous pouvons concevoir être dans l'intérieur de la terre, l'angle ω ſera le même pour toute la longueur de l'aiguille. Ainſi le ſinus de cet angle, dont la racine quarrée entre dans notre formule, reſtant invariable pour une même déclinaiſon, la formule n'en ſouffre point d'altération. Par contre, il en eſt tout autrement de l'angle ϕ, qui eſt entre l'axe de l'aiman & celui de l'aiguille, & que nous avons nommé ci-deſſus l'angle de l'obliquité d'incidence de l'aiman. Cette dénomination ſeroit univerſellement vraie & exacte, ſi la force de l'aiman agiſſoit ſur chaque point de l'aiguille dans une direction parallele à cet axe de l'aiman. Mais un ſemblable paralléliſme eſt fort peu vraiſemblable, & nombre d'autres obſervations ſemblent inſinuer tout le contraire. On ne pourra donc regarder l'angle ϕ tout au plus que comme une eſpece d'angle d'incidence moyenne d'entre une infinité d'autres plus & moins obliques. Et par-là la formule

$$\delta = \alpha + m \cdot \frac{\sqrt{\text{ſin}\ \phi}}{\sqrt{\text{ſin}\ \omega}},$$

doit être regardée comme une intégrale, peut-être fort ſimplifiée par pluſieurs réductions que pourra admettre celle qu'on trouve immédiatement par l'intégration. Il y a apparence que cette formule n'eſt que la différence de deux, ou même de quatre autres, que l'intégration fournit, tant pour l'attraction des poles amis, que pour la répulſion des poles ennemis. En général, il n'y a qu'un cas où l'angle ϕ eſt celui de l'incidence moyenne, c'eſt lorſqu'il eſt droit. Car, dans ce cas, toutes les actions différentielles ſont abſolument les mêmes de l'un & de l'autre côté du centre de l'axe de l'aiman. A chaque action oblique d'un côté il en répond une égale de l'autre côté de cet axe, & l'une & l'au-l'autre ſe décompoſent également en deux, dont l'une eſt parallele & l'autre perpendiculaire à l'axe de l'aiguille. Mais, dans tout autre cas où l'angle ϕ eſt entre 0 & 90 degrés, on ne ſauroit ſoutenir que l'angle ϕ ſoit exactement celui de l'incidence moyenne, à moins que la nature du magnétiſme ne ſoit telle qu'elle vérifie la formule

$$\delta = \alpha + \frac{m \,.\, \sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

à l'aide de quelques circonſtances, qui ſoient particulieres, ſoit à la nature de l'aiman, ſoit au cas des expériences dont cette formule a été déduite comme leur étant conforme, du moins à quelque minutie près.

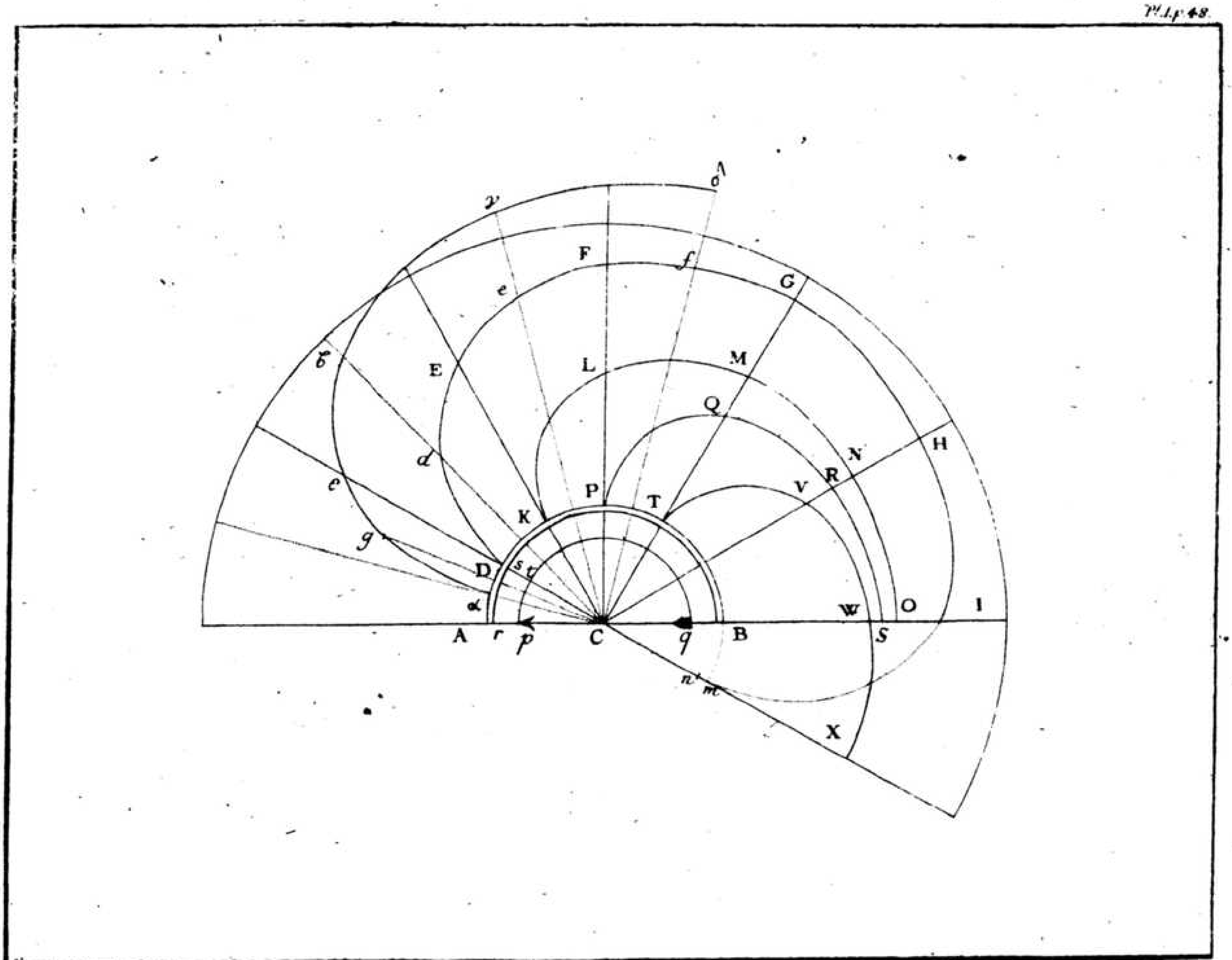
§. 46. Mais, en ſuppoſant encore que cette formule ſoit tout à fait exacte, on ne gagne pas beaucoup en la conſidérant comme une intégrale. On ne ſauroit la différentier, puiſque les variables dont il faudroit prendre les différences, ne s'y trouvent point. Car ces variables ſont une ligne droite tirée d'un point quelconque de l'aiguille à un point quelconque de l'aiman, les angles que forme cette droite tant avec l'axe de l'aiman qu'avec celui de l'aiguille, & enfin les forces des deux points auxquels cette droite aboutit tant ſur l'aiguille que ſur l'aiman. En conſidérant ces variables, on regarde la poſition de l'aiman & de l'aiguille comme donnée, & partant les quantités δ, ϕ, ω, comme conſtantes. Ainſi, ſi la formule

$$\delta = \alpha + m \,.\, \frac{\sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}},$$

étoit exacte en toute rigueur, il faudroit, entre les variables que nous venons de nommer, trouver une équation différentielle, telle qu'en exprimant ſon intégrale par δ, ϕ, ω & des coëfficiens conſtans, elle donnât la formule

$$\delta = \alpha + m \,.\, \frac{\sqrt{\sin \phi}}{\sqrt{\sin \omega}}.$$

On voit bien qu'il eſt inutile d'éprouver la ſolution de ce probleme, à moins qu'on ne ſoit aſſuré de l'abſolue exactitude de cette formule. Car, pour cet effet, il ne ſuffit pas qu'elle ne differe de la vérité qu'à quelque minutie près.


v
F
f
e
G
b
E
L
M
Q
H
N
d
R
V
e
P
T
K
g
D
s
t
α
W
O
I
A
r
p
C
q
B
S
n
m
X