

## XVI.

Beiträge zum Gebrauche der Mathematick und deren Anwendung durch J. H. Lambert. Mit Kupfern. Zweyter Theil. Berlin, im Verlag der Buchhandlung der Realschule, 1770. 8.

Dieser zweyte Theil hat zwey Abschnitte, die man allenfalls besonders kann binden lassen, weil jeder sein Titelblatt hat. Es sind zusammen  $2\frac{1}{2}$  Alph. und 12 Kupfertafeln auf Viertelsbogen.

Diese Sammlung enthält 12 Abhandlungen von sehr verschiedener Größe. Aus allen leuchtet der tief-sinnige, schöpferische und unermüdete Geist hervor, den man aus den übrigen Schriften dieses berühmten Gelehrten bereits zur Genüge kennet. Wenn wir die Beschaffenheit der Lambertschen Schriften erwägen; so ist es uns unbegreiflich, wie sie so geschwinde auf einander folgen können. Wenigstens muß das rechnen und das Tabellenmachen dem H. B. schon so zur andern Natur worden seyn, daß es ihm nicht mehr Zeit und Mühe kostet, als gemeine Schrift. Wir wollen nun etwas weniges von dem Inhalt der Abhandlungen selbst sagen; nicht mehr, als wir selbst in einer Recension zu lesen wünschten.

1.) Theilung und Theiler der Zahlen. Man kann die Frage von Erfindung der Theiler einer Zahl schwerlich auf eine Algebraische Gleichung bringen, weil man kein anderes Datum hat, als die Zahl, deren Theiler man sucht. Man giebt also die Auflösung so an; daß man die Theilung mit jedweder kleinern Zahl versuchen soll. Man könnte zwar hiebey alle, die nicht Primzahlen sind, übergehen; aber das  
setzt

setzt voraus, daß man die Primzahlen kenne; und diese zu entdecken ist eben so schwer, als die Erfindung der Theiler selbst. Der H. V. hat auf Mittel gedacht, alle diese Theilungen dergestalt unnöthig zu machen, daß man ohne sie die Quotienten und Reste finden und in einer Reihe hinschreiben kann. Weil aber aller dieser Erleichterungen ohngeachtet eine Tabelle, worinn die Zahlen bereits in ihre Factoren aufgelöst sind, immer angenehmer seyn wird; so enthält die zweite Abhandlung einen Vorschlag dazu. Es fehlet zwar nicht gänzlich an solchen Tabellen; allein sie sind theils andern Werken angehängt, theils würden sie, wegen ihrer unbequemen Einrichtung, zu ungeheuren Folianten anwachsen und keinen Verleger finden, wenn man sie bis auf 100000. fortsetzen wollte. Durch bequeme Einrichtung aber läßt sich ein solcher Foliant, ohne Mühe, bis auf zehn Foliosseiten abkürzen. Z. B. wenn man alle Zahlen wegläßet, die sich durch 2, 3 oder 5 theilen, und leicht als solche erkennen lassen. Die Tabelle so Hr. L. durch den Druck bekannt macht, geht bis auf 10200; er hat Hoffnung, es werde sich, durch ihre geschmeidige Einrichtung, irgend jemand bewegen lassen, noch 9, oder, wenn er sich einen recht unsterblichen Namen machen will, noch 99. andere beizufügen. Hier wäre also noch etwas für die zu verdienen, die sich mit Unsterblichkeit bezahlen lassen.

Die 11te Abhandlung, von Verwandlung der Brüche, beschäftigt sich mit solchen Brüchen, deren Nenner, oder Zähler, oder beyde zugleich, ebenfalls wiederum Brüche haben. Sie können zu besondern Absichten sehr gut gebraucht werden, um derenwillen man auch öfters ganz reine Brüche in solche verwandelt, deren Nenner wieder mit Brüchen behaftet sind. Dergleichen Gelegenheit ist, wenn man einen durch  
große

große Zahlen ausgedrückten Bruch, (oder eine Decimalreihe) der sich nicht genau auf kleinere bringen läßt, vergestalt auf kleinere Zahlen bringet, daß er durch keine noch kleinere genauer getroffen werden kann. Man behält dabey die Wahl, zu bestimmen, ob man sich mit diesem oder jenem Grad der Schärfe begnügen wolle. Eben so kann man die Decimalreihen in Reihen von Brüchen verwandeln, zu denen allerley Gesetze vorgeschrieben werden.

IVte Abhandlung. Algebraische Formeln für die Sinus von 3 zu 3 Graden. Sie sind alle so beschaffen, daß sie weder aus unendlich vielen Gliedern bestehen, noch imaginäre Theile haben. Man kann aus dieser Tabelle mit einem Blick übersehen, auf welche Art diese Sinus mehr oder minder irrational sind.

V. Abhandlung. Vorläufige Kenntnisse für die, so die Quadratur und Rectification des Kreises suchen. Der H. V. zweifelt mit Grunde, ob diese Abhandlung von denen werde gelesen oder auch verstanden werden, die die meiste Zeit und Mühe mit dem Quadraturerfinden verderben. Gemeiniglich glauben sie, daß man aus Neid und Mißgunst ihren Beweisen keinen Beyfall gebe. Es geht auch eine Sage unter ihnen herum, als wenn England und Holland große Preise darauf gesetzt hätten; das Parlament würde ein gutes Werk thun, wenn es in allen Zeitungen kund machen ließe, daß sich die Erfinder der Quadratur auf keinen Preis Rechnung zu machen haben. Die leistungserische oder Merkelische Zahlen, die noch vor kurzem ein so unverdientes Aufsehen, bey Leuten die nicht im Stande waren, sie auf die Probe zu stellen, gemacht haben, blenden dadurch, daß es Quadratzahlen sind. Damit nun fernerhin niemand etwas Geheimnißvolles in dieser Eigenschaft vermuthet;

so zeigt der H. B. wie man so viele Zahlen als man nur will, finden kann, die alle Quadratzahlen sind, und die Verhältniß immer genauer und genauer ausdrücken, je größer sie sind.

VI. Anmerkungen von Ausmessung der Winkel und Linien auf dem Papier. Es ist die Beschreibung eines Transporteurs, in Form eines rechtwinklichen Dreiecks. Wir haben dergleichen bereits vor mehreren Jahren in Bestecken gesehen, die, wo wir uns recht erinnern, in Halle gemacht waren.

VII. Anlage zur Tetragonometrie. Da in der Trigonometrie aus drey gegebenen Theilen des Dreiecks die drey übrige gefunden werden; so kann man fragen, in wieferne aus einigen der acht Stücke einer viereckigten Figur die übrigen berechnet werden können. Und das wäre der Gegenstand der Tetragonometrie. Es wird hier gezeigt, daß es nur vier allgemeine Fälle giebt; sie theilen sich aber in 24. besondere, die alle in der praktischen Feldmesskunst wirklich vorkommen können. Zerlegt man ferner das Viereck durch eine Diagonale in zween Triangel; so können die gegebene und die gesuchte Stücke auf vielerley Arten verthellet werden, die ihre eigene Verwickelungen, Schwürigkeiten und Auflösungen haben. Die Fälle werden hier durch 38 Figuren vorgestellt, bey deren jedweder man sechserley fragen kann. Sie enthalten also überhaupt 228 Aufgaben, deren Auflösung der H. B. denen überläßt, die sich in dem algebraischen Theil der Trigonometrie üben wollen.

VIII. Anmerkungen über die Verwandlung und Auflösung der Gleichungen. Jede Biquadratgleichung, deren Wurzeln sämtlich unmöglich oder auch sämtlich real sind, läßt sich auf die Trisektion eines Circulbogens reduciren. Eine bequeme Methode sie aufzulösen, wie auch die Gränzen zu bestimmen, in-

nerhalb welchen es geschehen kann, wird hier angewiesen.

Nun folgen Betrachtungen über die Veränderungen, so man mit den Wurzeln vornehmen kann, ohne die Gleichung aufzulösen. Man ist bisher bey den bekannten Verwandlungen stehen geblieben; der nächste Schritt wäre gewesen, die Wurzeln einer gegebenen Gleichung zu beliebigen Dignitäten zu erhöhen. Der H. V. thut diesen Schritt, und zeigt ganz allgemeine Methoden dazu, wie auch ihre Anwendung auf solche Fälle, wo die Aufgabe auf mancherley Weise umgekehrt wird. Er erinnert, daß man zwar überhaupt in diesen Sätzen bisher zurück geblieben sey; indessen aber doch mit Trigonometrischen Formeln solche Verwandlungen vorgenommen habe, die den seinigen ähnlich sind. Er suchet auch hierzu den Weg noch gebähnter zu machen.

IX. Quadratur und Rectification der krummen Linien durch geradlinichte Vielecke, welche um dieselbe und in denselben beschrieben werden können. Bey dem Zirkel konnte man die regulären Vielecke dazu gebrauchen; diese Bequemlichkeit fällt bey jeden andern krummen Linien weg, und man muß die Regelmäßigkeit nur auf die parallele Lage der Seiten des äußern und innern Vieleckes, und auf die Gleichheit der Winkel einschränken; will man von diesen Bedingungen abgehen, so ist der einfachste und kenntlichste Fall derjenige, wo das innere Vieleck auf die Berührungspunkte des äußern fällt. Auf die Anwendung dieser Begriffe, zum Gebrauch der Rectificationen, können wir uns nicht einlassen.

X. Anmerkungen und Zusätze zur Gnomonik. Man kann, wie der H. V. glaube, anstehen, ob es möglich sey, eine Art von Sonnenuhren zu erdenken, die nicht schon irgendwo beschrieben und angebracht  
word

worden wäre; um so weniger will er entscheiden, ob das, was er hier vorträgt, ganz neu sey. Es betrifft erstlich die Azimuthaluhren, von denen er vermuthet, daß sie unter allen zuerst erfunden und am letzten bearbeitet worden: zweitens die Bestimmung des Azimuth durch die Höhe der Sonne: drittens wird ein Sector, um aus der Sonnenhöhe die Zeit zu bestimmen, beschrieben: und viertens gezeigt, wie er für jede Polhöhe universal zu machen ist: fünftens Konstruktionen für die Sonnenhöhen: sechstens Anmerkungen über die Horizontal- und Verticaluhren: siebentens Beschreibung eines halben Zirkels, um aus der Höhe der Sonne die Zeit zu finden: achtens ein gleichseitiges Dreyeck zu eben dem Gebrauche.

XI. Gedanken über die Grundlehren des Gleichgewichtes und der Bewegung. Wir können nicht umhin, den Inhalt dieser Abhandlung etwas umständlicher anzudeuten. Der Hr. B. macht über die mechanische und geometrische Evidenz die Anmerkung, daß sie so ziemlich mit gleichen Schritten gehen würden, wenn man in der Mechanick keine Kräfte betrachtet und vergleichen wollte; denn dieselben liegen nicht so vor Augen, wie in der Geometrie die Figuren, sondern es läßt sich höchstens ihre Wirkung sehen, und auch dieses nur zum Theil. In der Mechanick kommen noch dergleichen, selbst unter ihren ersten Sätzen, solche vor, die man nicht sowol wegen ihrer Beweise, als wegen ihrer Uebereinstimmung mit der Erfahrung, für wahr hält. Zum Beyspiel beruft sich Hr. L. auf die Streitigkeiten über das Maas der Kräfte.

1) Der Begriff der Kraft ist in den neuern Zeiten sehr schwer gemacht worden, da man fast jede Modifikation der Kraft, sich als besondere Kräfte vorgestellt hat. Wir können von der Kraft eben so wol

nig eine Worterklärung geben, als von den Farben, dem Lichte u. s. f.

2) Die unbiegsame Linie. Der Hr. B. glaubt, daß man in den meisten Statiken nicht ausführlich genug zeige, was für einen Einfluß diese vorausgesetzte Unbiegsamkeit in die Beweise der Lehrsätze habe; und bemühet sich diesen Mangel hier zu ersetzen.

3) Die Dimensionen der Kraft. 4) Der Hebel. 5) Druck der Kräfte auf ebene Flächen. 6) Zuf körperliche Räume. 7) Einige statische Definitionen und Sätze. 8) Zusammensetzung der Kräfte. Man pflegt die Sätze vom Hebel, auch die Zusammensetzung der Kräfte, aus der bey Hebung des Gleichgewichtes erfolgenden Bewegung herzuleiten; allein hierzu wäre nöthig, sagt Hr. L., daß diese Bewegung selbst erst auf ihre ächte Gründe gebracht würde, und auch alsdenn würde man in Absicht auf die Zusammensetzung der Kräfte noch viele Schwierigkeiten finden. Der Hr. B. aber giebt Beweise, die so unmittelbar aus der Sache selbst hergeleitet werden, daß sie vom Hebel und denen daraus hergeleiteten Bedingungen des Gleichgewichtes unabhängig sind. Ja man hätte umgekehrt verfahren und diese von jenen herleiten können.

9) Erste Gründe der Dynamik. Das Entstehen der Bewegung. Es ist hier schwerer voraus zu bestimmen, was möglich oder was wirklich ist; weil die Kräfte nicht sichtbar, sondern nur empfindbar sind. Die Bewegung setzt Kräfte voraus; und Kräfte lassen sich nicht ohne Bewegung gedenken. Und so macht Hr. L. den Schluß, daß eines von beyden von Ewigkeit her gewesen seyn müsse; und dies wird die Kraft, in einem weit allgemeinem Sinn genommen, seyn; weil noch zu mehreren andern, als blos zur Bewegung, Kräfte erfordert werden. Bey der Erklärung,

wie

wie die Kraft Materie in Bewegung setzt, legt er drey Fälle zum Grund: der erste, wenn der Materie eine absolute Trägheit zukommt: der zweyte, wenn die Materie sogleich mit der völligen, aus der Aeufferung des Druckes entstehenden, Geschwindigkeit wegfährt: der dritte, wenn die Geschwindigkeit nicht mit einemmale, ohne allen Zeitverlust, erwächst.

10) Bestimmung der Geschwindigkeit. Es werden noch immer blos Möglichkeiten zum Grunde gelegt und die Folgen davon erörtert und in drey Formeln vorgestellt.

11) Anwendung der Dynamik auf die Schwere.  
 12) Auf die Federkraft. 13) Stoß elastischer Körper. Zusatz, vom Principe de la moindre action. Der Streit darüber und die Actions waren, wie Hr. L. sinnreich sagt, nichts weniger als ein minimum, da sie bis zu gerichtlichem Verfahren und Schmähschritten getrieben wurden. Das Geheß der Sparsamkeit findet, wie es scheint, keinen Vertheidiger an ihm. Es ist nicht genug, sagt er, daß unsre Rechnungen ein Kleinstes geben, sondern es kommt hauptsächlich auf die Frage an, ob allenfalls, in der Natur selbst, auch ein anderer größerer Werth hätte statt haben können? Ob die Natur, wenn sie gewollt hätte, etwas weniger sparsam hätte seyn können? Das Minimum bleibt ein blos symbolisches Minimum, so lange es in der Natur selbst an sich nicht anders seyn kann. Die Sparsamkeit setzt eine Auswahl voraus; wo diese nicht statt hat, da kann auch von jener die Rede nicht seyn.

14) Das Cartesische und Leibnizische Kräftemaaß. Davon urtheilt Hr. L., daß in der Sache etwas verwirrtes gewesen sey, welches sich auf keine Weise recht entwickeln, noch zu einer wahren geometrischen Evidenz habe bringen lassen wollen. Diese

Verwirrung mache noch jetzt einen netten Vortrag ziemlich schwer; indessen wolle er einen Versuch damit machen. Offenbar hat die Zweydeutigkeit des Wortes, Kraft, den größten, wo nicht einzigen Antheil am ganzen Streit. Weder Leibniß noch Cartes haben zureichend angezeigt, was für eine Kraft sie verstanden. Da also beyde Partheyen nicht darüber einig gewesen, so müssen sie auch wohl einander, vielleicht auch jeder sich selbst, nicht genug verstanden haben. Von Erhaltung dieser Kräfte läßt sich allenfalls noch, ohne Rücksicht auf obigen Wortstreit, reden.

15) Erste Grundlehren der Hydrostatick. Beschaffenheit flüssiger Materien. Es werden hierbey die Betrachtungen, wie sich Kugeln aneinander und um- und aufeinander, mit mehrerer oder minderer Gleichförmigkeit, schichten lassen, zum Grunde gelegt.

16) Gleichgewicht flüssiger Materien. Hr. L. macht die Elasticität der Wassertheilchen auf folgende Art wahrscheinlich: er sieht die Materie als unendlich theilbar an, weil kein Theilchen so absolut hart gedacht werden könne, daß es nicht wenigstens durch eine unendliche Kraft sollte getrennt werden können: Muß also die Härte durch Kräfte erhalten werden; so kann kein Theilchen der Materie hart seyn, ohne zugleich elastisch zu seyn. Das Florentinische Experiment beweist theils an sich nichts, theils besonders nichts gegen die Elasticität der Wassertheilchen; hätte man statt des Wassers stählerne Schrote zusammen pressen wollen, so würde das Experiment eben so ausgefallen seyn. Ueberhaupt zeigt die Erfahrung bey flüssigen Materien nicht den Erfolg der nicht elastischen, sondern den Erfolg der elastischen Körper.

17) Bewegung flüssiger Materien. Was man bey Springbrunnen die Höhe des Falles nennet, muß eben

ehender die Höhe des Druckes genennet werden; zumal wenn sich das Wasser sehr langsam senket, so kann es nicht sowol als fallend, sondern vielmehr als blos drückend angesehen werden. Man hat demnach auch hier die Bewegung mit dem Druck zu vergleichen und die Theilchen des Wassers als elastisch zu betrachten.

XII. Vergleichung und Anwendung der Mayerschen Mondstafeln. In den vorläufigen Betrachtungen erinnert Hr. L., daß der Erfolg, den die Ungewißheit einer Secunde Zeit beim Beobachten nach sich ziehen kann, nach Maasgabe des Gegenstandes sehr verschieden seyn könne; und daß man viel erreicht zu haben glaubte, da die Mayerschen Tafeln den Ort des Mondes bis auf eine oder zwei Minuten genau angaben. Indessen habe La Caille seine Tafeln dadurch das Ansehen einer noch größern Genauigkeit geben wollen, daß er den Lauf der Sonne bis auf Zehntheilchen von Secunden bestimmen wollen; allein er habe sie füglich weglassen können, da seine Tafeln noch lange nicht in ganzen Secunden richtig seyen. Hr. L. beweist diese Beschuldigung durch ein Beispiel. Auch geräth er darüber in einen patriotischen Eifer, daß man in Frankreich andere Mondstafeln berechnet, nachdem man aus den Mayerschen gelernet hatte, was man eigentlich zu suchen habe; und daß es nachher geheißen, Mayer habe verschiedenes blos empirisch gefunden; seine Tafeln fiengen bereits an vom Himmel abzuweichen; auch in England sey man nicht mehr ganz damit zufrieden, u. s. f. Allein Mayer hätte (fährt der Hr. B. fort) mehr Anspruch auf Erkennlichkeit verdient, und allem Ansehen nach wird erst die Nachwelt billiger seyn müssen. Die Methode, deren sich Mayer bedienet, ist noch ungedruckt; eben so wie eine Gleichung, die er noch nach London nach-

schickte und wodurch seine Tafeln noch genauer gemacht werden; und Hr. L. hält es für einen bloßen Mißverständnis, daß vorgegeben wird, als hätte Braden eine solche Gleichung gefunden. Da also die Mayersche Tafeln, in den Göttingischen Commentariis, das einzige sind, was bisher von seinen Bemühungen bekannt gemacht worden, (Hr. L. hatte nemlich folgendes Werk noch nicht gesehen: *Tabulae motuum solis et Lunae, auctore Tobia Mayer: quibus accedit Methodus Longitudinum promota: eodem auctore. Editae jussu praefectorum rei longitudo-  
dinariae. Londini, 1770. 4.*) so müssen sie, sagt Hr. L., so wie sie sind, zergliedert werden, wenn man ihre innere Einrichtung kennen, und noch andere Vortheile daraus ziehen will, die vielleicht Mayer selbst auch daraus gezogen haben würde, wenn er länger gelebt hätte. Das geschieht nun hier. „Es wäre ein leichtes gewesen, sagt Hr. L., die Zergliederung zu unterdrücken, den Mayerschen Tafeln eine neue Gestalt zu geben, etwas Theorie mit einzumengen und sodann der Welt aufzubürden, als wenn ich die Sache a priori gefunden und noch viel besser in Ordnung gebracht hätte. Vielleicht haben einige so verfahren. Ich habe aber nie geglaubt, daß fremde Federn gut zieren.“

Wir wollen nun noch die Gegenstände dieser Abhandlung kurz anführen: Die mittlere Bewegung; Ungleichheiten des Mondlaufes; ihre Bestimmung durch die mittlere Bewegung; Betrachtung des Falles, wenn er keine andere Ungleichheiten hätte, als er zur Zeit der wahren Syzigien hat; stündliche Bewegung des Mondes; Keplerische Bestimmung des Mondlaufes; Bestimmung der Zeit zwischen den wahren und mittlern Syzigien; Tafeln zur Berechnung der Syzigien und Finsternisse; Berechnung und Ent-

werfung der Mondfinsternisse; der Sonn- und Erd-  
finsternisse; allgemeine Entwerfung der Erdfinster-  
nisse; Genauigkeit der Projectionen; Zeit der größten  
Verfinsterung; Zuverlässigkeit bey den Finsternissen;  
Tafeln für den Mondlauf ausser den Syzigien; Be-  
rechnung des wahren Ortes der Sonne und des Mon-  
des ausser den Syzigien; Tafeln für die Bedeckung  
der Fixsterne von dem Mond. Hierauf folgen die zu  
dieser Abhandlung gehörige Tafeln, auf beynähe 8.  
Bogen.

H.

XVII.

Johann Friedrich Le Bret, der Beredsam-  
keit ordentlichen Lehrers bey dem Gymnasio  
illustri zu Stuttgardt ꝛc. Staatsgeschichte der  
Republick Venedig, von ihrem Ursprunge  
bis auf unsere Zeiten, in welcher zwar  
der Text des Herrn Abtes Laugier zum  
Grunde gelegt, seine Fehler aber verbessert,  
die Begebenheiten bestimmter und aus äch-  
ten Quellen vorgetragen, und nach einer  
richtigen Zeitordnung geordnet, zugleich neue  
Zusätze von dem Geiste der Venetianischen  
Geseze, und weltlichen, und kirchlichen Ange-  
legenheiten, von der innern Staatsverfas-  
sung, ihren systematischen Veränderungen  
und der Entwicklung der aristokratischen  
Regierung, von einem Jahrhunderte zum an-  
dern beygefügt werden. Erster Theil. Leip-  
zig und Riga, verlegt J. F. Hartnoch,