

VII. Tafel, zum Einschalten.

St.	Min.	x +	$x \cdot \frac{x-1}{2}$ —	$x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{3}$ +	$x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{3} \cdot \frac{x-3}{4}$ —	$x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{3} \cdot \frac{x-3}{4} \cdot \frac{x-4}{5}$ +
0	0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1	10	0,00694	0,00345	0,00230	0,00172	0,00138
	20	0,01389	0,00685	0,00453	0,00339	0,00270
	30	0,02083	0,01020	0,00673	0,00501	0,00399
	40	0,02778	0,01350	0,00888	0,00660	0,00524
	50	0,03472	0,01675	0,01097	0,00814	0,00645
	60	0,04167	0,01996	0,01303	0,00964	0,00763
2	70	0,04861	0,02312	0,01504	0,01110	0,00877
	80	0,05556	0,02623	0,01700	0,01252	0,00987
	90	0,06250	0,02930	0,01892	0,01390	0,01094
	100	0,06944	0,03231	0,02079	0,01523	0,01198
	110	0,07639	0,03526	0,02261	0,01653	0,01297
	120	0,08333	0,03819	0,02440	0,01779	0,01394
3	130	0,09028	0,04106	0,02614	0,01902	0,01487
	140	0,09722	0,04389	0,02784	0,02020	0,01576
	150	0,10417	0,04666	0,02949	0,02135	0,01663
	160	0,11111	0,04938	0,03109	0,02246	0,01747
	170	0,11806	0,05206	0,03266	0,02353	0,01827
	180	0,12500	0,05469	0,03418	0,02457	0,01904
4	190	0,13194	0,05727	0,03566	0,02557	0,01978
	200	0,13889	0,05980	0,03710	0,02654	0,02049
	210	0,14584	0,06229	0,03850	0,02747	0,02117
	220	0,15278	0,06472	0,03985	0,02837	0,02183
	230	0,15972	0,06710	0,04116	0,02923	0,02245
	240	0,16667	0,06944	0,04244	0,03006	0,02305
5	250	0,17361	0,07173	0,04367	0,03086	0,02361
	260	0,18056	0,07398	0,04487	0,03163	0,02416
	270	0,18750	0,07617	0,04602	0,03236	0,02467
	280	0,19444	0,07832	0,04714	0,03306	0,02516
	290	0,20139	0,08042	0,04821	0,03373	0,02563
	300	0,20833	0,08247	0,04925	0,03437	0,02606
6	310	0,21528	0,08447	0,05025	0,03498	0,02648
	320	0,22222	0,08642	0,05121	0,03556	0,02687
	330	0,22917	0,08833	0,05214	0,03612	0,02724
	340	0,23611	0,09018	0,05302	0,03664	0,02758
	350	0,24306	0,09199	0,05387	0,03713	0,02790
	360	0,25000	0,09375	0,05469	0,03760	0,02820

St.	Min.	x +	$x \frac{x-1}{2}$ —	$x \frac{x-1}{2} \frac{x-2}{3}$ +	$x \frac{x-1}{2} \frac{x-2}{3} \frac{x-3}{4}$ —	$x \frac{x-1}{2} \frac{x-2}{3} \frac{x-3}{4} \frac{x-4}{5}$ +
6	360	0,25000	0,09375	0,05469	0,03760	0,02820
	370	0,25694	0,09546	0,05546	0,03804	0,02847
	380	0,26389	0,09713	0,05621	0,03845	0,02873
	390	0,27083	0,09874	0,05691	0,03883	0,02896
	400	0,27778	0,10031	0,05758	0,03919	0,02917
	410	0,28472	0,10183	0,05822	0,03952	0,02937
7	420	0,29167	0,10330	0,05882	0,03983	0,02954
	430	0,29861	0,10472	0,05939	0,04011	0,02969
	440	0,30556	0,10610	0,05992	0,04037	0,02983
	450	0,31250	0,10742	0,06042	0,04060	0,02994
	460	0,31944	0,10870	0,06089	0,04081	0,03004
	470	0,32639	0,10993	0,06133	0,04099	0,03012
8	480	0,33333	0,11111	0,06173	0,04115	0,03018
	490	0,34028	0,11225	0,06210	0,04129	0,03022
	500	0,34722	0,11333	0,06243	0,04141	0,03025
	510	0,35416	0,11437	0,06274	0,04150	0,03026
	520	0,36111	0,11535	0,06302	0,04157	0,03026
	530	0,36806	0,11630	0,06326	0,04163	0,03024
9	540	0,37500	0,11719	0,06348	0,04166	0,03020
	550	0,38194	0,11803	0,06366	0,04167	0,03015
	560	0,38889	0,11883	0,06381	0,04166	0,03009
	570	0,39583	0,11957	0,06394	0,04163	0,03001
	580	0,40278	0,12027	0,06403	0,04158	0,02991
	590	0,40972	0,12092	0,06410	0,04151	0,02981
10	600	0,41667	0,12153	0,06414	0,04142	0,02969
	610	0,42361	0,12208	0,06415	0,04132	0,02955
	620	0,43056	0,12259	0,06413	0,04120	0,02941
	630	0,43750	0,12305	0,06409	0,04106	0,02925
	640	0,44444	0,12346	0,06401	0,04090	0,02908
	650	0,45139	0,12382	0,06392	0,04072	0,02890
11	660	0,45833	0,12413	0,06379	0,04053	0,02871
	670	0,46528	0,12440	0,06364	0,04033	0,02851
	680	0,47222	0,12461	0,06346	0,04010	0,02830
	690	0,47917	0,12478	0,06326	0,03987	0,02807
	700	0,48611	0,12490	0,06303	0,03961	0,02784
	710	0,49306	0,12498	0,06278	0,03934	0,02760
12	720	0,50000	0,12500	0,06250	0,03906	0,02734

St.	Min.	x +	$\frac{x-1}{2}$ —	$\frac{x-1}{2} \frac{x-2}{3}$ —	$\frac{x-1}{2} \frac{x-2}{3} \frac{x-3}{4}$ —	$\frac{x-1}{2} \frac{x-2}{3} \frac{x-3}{4} \frac{x-4}{5}$ +
12	720	0,50600	0,12500	0,06250	0,03906	0,02734
	730	0,50694	0,12498	0,06220	0,03877	0,02708
	740	0,51389	0,12490	0,06187	0,03846	0,02681
	750	0,52083	0,12478	0,06152	0,03813	0,02653
	760	0,52778	0,12461	0,06115	0,03780	0,02625
	770	0,53472	0,12440	0,06077	0,03745	0,02596
13	780	0,54167	0,12413	0,06034	0,03709	0,02565
	790	0,54861	0,12382	0,05990	0,03671	0,02534
	800	0,55556	0,12346	0,05944	0,03633	0,02502
	810	0,56250	0,12305	0,05896	0,03593	0,02470
	820	0,56944	0,12259	0,05846	0,03552	0,02437
	830	0,57639	0,12208	0,05793	0,03510	0,02403
14	840	0,58333	0,12153	0,05739	0,03467	0,02369
	850	0,59028	0,12092	0,05682	0,03423	0,02334
	860	0,59722	0,12027	0,05624	0,03378	0,02299
	870	0,60416	0,11957	0,05564	0,03332	0,02263
	880	0,61111	0,11883	0,05501	0,03285	0,02226
	890	0,61806	0,11803	0,05437	0,03238	0,02190
15	900	0,62500	0,11719	0,05371	0,03189	0,02153
	910	0,63194	0,11630	0,05303	0,03140	0,02115
	920	0,63889	0,11535	0,05234	0,03089	0,02077
	930	0,64583	0,11437	0,05162	0,03038	0,02038
	940	0,65278	0,11333	0,05089	0,02986	0,01999
	950	0,65972	0,11225	0,05015	0,02934	0,01960
16	960	0,66667	0,11111	0,04938	0,02881	0,01920
	970	0,67361	0,10993	0,04860	0,02827	0,01881
	980	0,68056	0,10870	0,04781	0,02772	0,01841
	990	0,68750	0,10742	0,04700	0,02717	0,01800
	1000	0,69444	0,10610	0,04617	0,02661	0,01759
	1010	0,70139	0,10472	0,04533	0,02605	0,01719
17	1020	0,70833	0,10330	0,04448	0,02548	0,01678
	1030	0,71528	0,10183	0,04361	0,02491	0,01636
	1040	0,72222	0,10031	0,04272	0,02433	0,01595
	1050	0,72917	0,09874	0,04183	0,02374	0,01553
	1060	0,73611	0,09713	0,04092	0,02316	0,01512
	1070	0,74306	0,09546	0,04000	0,02257	0,01470
18	1080	0,75000	0,09375	0,03906	0,02197	0,01428

St.	Min.	x +	$x \cdot \frac{x-1}{2}$ —	$x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{3}$ + 2 3	$x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{3} \cdot \frac{x-3}{4}$ — 4	$x \cdot \frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{3} \cdot \frac{x-3}{4} \cdot \frac{x-4}{5}$ + 5
18	1080	0,75000	0,09375	0,03906	0,02197	0,01428
	1090	0,75694	0,09199	0,03812	0,02137	0,01386
	1100	0,76389	0,09018	0,03716	0,02077	0,01344
	1110	0,77083	0,08833	0,03619	0,02017	0,01302
	1120	0,77778	0,08642	0,03521	0,01956	0,01261
	1130	0,78472	0,08447	0,03422	0,01895	0,01219
19	1140	0,79167	0,08247	0,03322	0,01834	0,01177
	1150	0,79861	0,08042	0,03220	0,01772	0,01135
	1160	0,80556	0,07832	0,03118	0,01711	0,01093
	1170	0,81250	0,07617	0,03015	0,01649	0,01051
	1180	0,81944	0,07398	0,02911	0,01587	0,01010
	1190	0,82639	0,07173	0,02806	0,01525	0,00968
20	1200	0,83333	0,06944	0,02701	0,01463	0,00926
	1210	0,84028	0,06710	0,02594	0,01401	0,00885
	1220	0,84722	0,06472	0,02487	0,01338	0,00844
	1230	0,85416	0,06229	0,02379	0,01276	0,00803
	1240	0,86111	0,05980	0,02270	0,01214	0,00762
	1250	0,86806	0,05727	0,02161	0,01152	0,00721
21	1260	0,87500	0,05469	0,02051	0,01089	0,00681
	1270	0,88194	0,05206	0,01940	0,01027	0,00641
	1280	0,88889	0,04938	0,01829	0,00965	0,00601
	1290	0,89583	0,04666	0,01717	0,00903	0,00561
	1300	0,90278	0,04389	0,01605	0,00842	0,00521
	1310	0,90972	0,04106	0,01492	0,00780	0,00482
22	1320	0,91667	0,03819	0,01379	0,00718	0,00443
	1330	0,92361	0,03526	0,01265	0,00657	0,00404
	1340	0,93056	0,03231	0,01152	0,00596	0,00366
	1350	0,93750	0,02930	0,01038	0,00535	0,00328
	1360	0,94444	0,02623	0,00923	0,00474	0,00290
	1370	0,95139	0,02312	0,00808	0,00414	0,00252
23	1380	0,95833	0,01996	0,00693	0,00354	0,00216
	1390	0,96528	0,01675	0,00578	0,00294	0,00178
	1400	0,97222	0,01350	0,00463	0,00234	0,00142
	1410	0,97917	0,01020	0,00347	0,00175	0,00106
	1420	0,98611	0,00685	0,00231	0,00116	0,00070
	1430	0,99306	0,00345	0,00116	0,00058	0,00035
24	1440	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Ueber das Einschalten

beym

Gebrauche der Ephemeriden

durch Hrn. Lambert.

Die sämtlichen Columnen für den Mondlauf und die meisten für die Sonne sind Tag für Tag berechnet. Sollen sie demnach auf andere zwischenfallende Zeiten angewendet werden, so wird eine Reduction dabey erfordert, die, wenn sie gleich zuverlässig seyn soll, nicht immer gleich leicht ist.

Die üblichste Methode ist der Gebrauch der Differenzen, und damit reicht man bey vielen Columnen gut aus. Um die Arbeit dabey zu erleichtern und abzukürzen, habe ich eine besondere Tafel, welches die 7 Tafel ist, dazu berechnet, welche von 10 zu 10 Minuten eines Tages die Coefficienten enthält, mit welchen die ersten, 2, 3, 4 und 5 Differenzen müssen multiplicirt werden. Sie gründet sich auf die bekannte Formel

$$\begin{aligned} y = & A + x. \Delta A + x. \frac{x-1}{2}. \Delta^2 A + x. \frac{x-1}{2}. \frac{x-2}{3}. \Delta^3 A \\ & + x. \frac{x-1}{2}. \frac{x-2}{3}. \frac{x-3}{4}. \Delta^4 A \\ & + x. \frac{x-1}{2}. \frac{x-2}{3}. \frac{x-3}{4}. \frac{x-4}{5}. \Delta^5 A \\ & + \&c. \end{aligned}$$

von welcher man jedesmal so viele Glieder nimmt, als nöthig ist, um die erforderliche Genauigkeit zu erhalten. Bey der Sonne reicht man mit den zwei ersten Differenzen und oft auch mit der ersten allein gut aus. Bey dem Monde, wenn man seine Länge für eine gegebene Zwischenzeit finden will, müssen wenigstens

98 Samml. der neuesten in die astron. Wissenschaften

die 3 ersten Differenzen und meistens noch die vierte mitgenommen werden. Ich werde sogleich davon ein Beyspiel geben, und merke nur noch an, daß in der Tafel die Coefficienten der 1, 3, 5 Differenz positiv, der 2, 4 aber negativ genommen werden. Und da diese Coefficienten in Decimaltheilen angegeben sind, so thut man auch gut, wenn man die Differenzen in solche verwandelt. Dieses geht nun am bequemsten an, wenn man sie durchaus in Minuten und $\frac{1}{100}$ Theilen von Minuten ausdrückt, indem man die Grade mit 60, die Secunden mit $\frac{1}{2}$ multipliciret.

Es sey nun z. E. die Länge des Mondes 1776 den 2 Merz Abends um 7 Uhr 50 Min. zu finden. Diese Zeit ist 19 St. 50 M. nach der Mitternacht, für welche die Länge des Mondes auf den 1 Merz in den Ephemeriden angesetzt ist. Man schreibt daher aus den Ephemeriden die Länge des Mondes für den 1, 2, 3, 4, 5 Merz aus, und nimmt die Differenzen davon. Diese verwandelt man in Minuten und deren $\frac{1}{100}$ Theile, und nimmt sodann die 2, 3, 4 Differenzen. Alles kan auf folgende Art in Ordnung gestellt werden.

1776 Mart.	☽ Länge	Δ'	Δ'	Δ''	Δ'''	Δ'''
1	4. 457.32	+11°.50'.15"	=710",25	-2,52	+2,71	-0,44
2	4.16.47.47	+11 47 44	=707,73	+0,19	+2,27	
3	4.28.35.31	+11 47 55	=707,92	+2,46		
4	5.10.23.26	+11 50 23	=710,38			
5	5.22.13.49					

Nun finden sich in der Tafel bey 19 St. 50' = 1190' die Coefficienten

$$\begin{aligned}
 &+ 0,82639 \Delta' \\
 &- 0,07173 \Delta'' \\
 &+ 0,02806 \Delta''' \\
 &- 0,01525 \Delta'''
 \end{aligned}$$

Nimmt man demnach diese Multiplicationen vor, so erhält man

$$\begin{aligned}
 &+ 0,82639 \cdot + 710,25 = + 586,94 \\
 &- 0,07173 \cdot - 2,52 = + 0,18 \\
 &+ 0,02806 \cdot + 2,71 = + 0,08 \\
 &- 0,01525 \cdot - 0,44 = + 0,01
 \end{aligned}$$

$$+ 587,11 = + 9^\circ. 47'. 6''.$$

Länge

Länge des D den 1 Merz - - - 4. 4. 57. 32

den 2 Merz Abends um 7 Uhr 50' - 4. 14. 44. 38

Man kan hiebey auch rückwärts rechnen. Z. E. Es soll die Länge des Mondes hier den 23 Merz 1776, um 9 Uhr 38'. 27". Abends gefunden werden. Diese Zeit ist um 2 St. 21'. 33" vor Mitternacht. Die Rechnung hiebey ist folgende

1776						
Mart.	Länge des D	Δ'	Δ'	Δ''	Δ'''	Δ'''
23	1.28.17.32	-13.58.55	=-838,92	-27,90	+5,09	+1,87
22	1.14.18.37	-14.26.49	=-866,82	-22,81	+6,96	
21	0.29.51.48	-14.49.38	=-889,63	-15,85		
20	0.15. 2.10	-15. 5.29	=-905,48			
19	1.1.29.56.41					

Nun findet sich für die 2 St. 21'. 33". oder 141'. 33", wenn man die erforderliche Proportionaltheile nimmt, aus der Tafel

$$\begin{aligned}
 &+ 0,09830 \cdot - 838,92 = - 82,46 \\
 &- 0,04432 \cdot - 27,90 = \quad \quad \quad + 1,24 \\
 &+ 0,02809 \cdot + 5,09 = \quad \quad \quad + 0,14 \\
 &- 0,02038 \cdot + 1,87 = - 0,03 \\
 &\hline
 &\quad \quad \quad - 82,49 + 1,38 \\
 &\quad \quad \quad + 1,38 \\
 &\quad \quad \quad \hline
 &\quad \quad \quad - 81,11 = - 1^{\circ}. 21'. 7".
 \end{aligned}$$

Länge des Mondes den 23 Merz - - - 1. 28. 17. 32

2 St. 21'. 33". vor Mitternacht - - - 1. 16. 56. 25

Diese Beyspiele mögen hinreichend seyn, anzuzeigen, was in andern Fällen zu thun ist. Diese Rechnung für die Länge des Mondes ist zwar freylich nicht so weitläufig, als wenn der Ort des Mondes unmittelbar aus den Tafeln müßte gesucht werden. Indessen ist sie dennoch immer weitläufig genug, um eine Abkürzung zu wünschen. Und überdies ist sie bey der geraden Aufsteigung und bey der Abweichung des Mondes wegen der allzugroßen und allzu irregulären Differenzen so viel als ganz unbrauchbar. Ich habe demnach auf Mittel gedacht, die in den Ephemeriden angesetzte stündliche Bewegung des Mondes zum Einschalten zu gebrauchen.

Es sey x die Zeit von einer fürgegebenen Mitternacht an in Theilen des Tages ausgedrückt, so daß z. E. für jede Stunde

100 Samml. der neuesten in die astron. Wissenschaften

Stunde $x = \frac{1}{24}$ sey; so setze ich die Bewegung des Mondes in der Zeit x sey

$$y = ax - bx^2 + cx^3$$

Nun findet sich in den Ephemeriden die Bewegung des Mondes

in der 1 Stunde. Diese sey = H .

in 24 Stunden oder 1 Tag. Diese sey = D .

in der 25 Stunde. Diese sey = ω .

oder in 25 Stunden = $D + \omega$.

Hieraus folgen die drey Gleichungen

$$24 \quad H = a - \frac{b}{24} + \frac{c}{24 \cdot 24}$$

$$D = a - b + c$$

$$24 \quad \omega = a - \frac{49b}{24} + \frac{1801 \cdot c}{24 \cdot 24}$$

vermittelt welcher die Coefficienten a, b, c bestimmt werden. Die Auflösung dieser Gleichungen giebt folgendes. Man setze

$$24 \quad H = D + \alpha$$

$$24 \quad \omega = D + \beta$$

so erhält man

$$y = (D + \frac{2}{24} \alpha + \frac{1}{24} \beta) x - (\frac{1}{24} \alpha + \beta) x^2 + (\frac{1}{24} \alpha + \frac{1}{24} \beta) x^3$$

Diese Formel ist überhaupt betrachtet, genauer, weil sie nicht die Irregularitäten des Mondlaufes von 5 Tagen, sondern nur von 25 Stunden zusammen nimmt. Hingegen müssen die stündlichen Bewegungen H, ω bis auf Decimaltheile von Secunden berechnet seyn, wenn α, β nicht um mehrere ganze Secunden fehlen sollen, wiewohl sich diese Fehler oft auch aufheben. Ich werde das erste vorhin angeführte Beyspiel nach dieser Methode berechnen.

Mart.	Länge des D	D.	Stündl. Bewegung
1776			
1	4. 4. 57. 32	11°. 50'. 15"	29'. 41" = H
2	4. 16. 47. 47		29. 32 = ω

Hieraus

$$\alpha = 24 H - D = + 2'.9'' = 2',15, \text{ demnach } \frac{I}{23} \alpha = 0,09$$

$$\begin{aligned} \frac{24}{23} \alpha &= 2,24 = \alpha + \frac{\alpha}{23} \\ \frac{25}{23} \alpha &= 2,33 = \alpha + \frac{2\alpha}{23} \\ \frac{49}{23} \alpha &= 4,57 = \frac{24+25}{24} \alpha \end{aligned}$$

$$\beta = 24^{\circ} - D = -1'.27'' = 1'.45'', \text{ demnach } -\frac{1}{25}\beta = 0,06$$

$$-\frac{24}{25}\beta = 1,39 = -\beta + \frac{1}{25}\beta.$$

$$\begin{array}{rcl} D & = & + 710,25 \\ + \frac{2}{3} \alpha & = & + 2,33 \\ - \frac{1}{3} \beta & = & - 0,06 \\ & & + 712,52 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \frac{2}{3} \alpha & = & + 4,57 \\ \beta & = & - 1,45 \\ & & + 3,12 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \frac{2}{3} \alpha & = & + 2,24 \\ \frac{2}{3} \beta & = & - 1,39 \\ & & + 0,85 \end{array}$$
$$y = 712,52 x - 3,12 x^2 + 0,85 x^3$$

Im ersten Beyspiel war die Frage für 19 St. 50'. Es ist also

$$x = \frac{19.50}{24.0} = 0,8264.$$

$$x^2 = 0,683.$$

$$x^3 = 0,564.$$

$$y = 588,83 - 2,13 + 0,48 = 587,18 = 9^{\circ} 47' 11''$$

dazu addiert

4. 14. 44. 43

(G) 3

Man

Man kan auch, wiewohl mit etwas weniger Genauigkeit, statt der herausgebrachten Formel, folgende,

$$\begin{aligned} y &= (D + \alpha) x \\ &- (2\alpha + \beta) x^2 \\ &+ (\alpha + \beta) x^3 \end{aligned}$$

gebrauchen. Diese trifft für $x = 0$ und $x = 1$, und ebenfalls für $x = (50\alpha + 23\beta) : (25\alpha - 23\beta)$, mit jener überein, und der Unterschied für die zwischenfallenden Werthe ist auch aus diesem Grunde desto geringer. Es ist ferner α und β selten zugleich bejaht oder verneint, und wenn auch dieses sich zuträgt, so ist sowohl α als β sehr geringe. Da man endlich auch hier alles rückwärts nehmen kan, so kan auch immer $x < \frac{1}{2}$ seyn, und damit kan es gewöhnlich bey den 2 ersten Gliedern sein Bewenden haben.

Wenn man aber von der furgegebenen Mitternacht rückwärts gehen will, so muß eine andere Formel dazu gebraucht werden, weil nun H, D, α für die Stunden $-1, +24, +23$ müssen genommen werden. Die Rechnung wird wie vorhin angestellt und man findet

$$\begin{aligned} y &= (D + \frac{23}{25}\alpha - \frac{1}{25}\beta) \cdot x \\ &- (\frac{47}{25}\alpha + \beta) \cdot x^2 \\ &+ (\frac{23}{25}\alpha + \frac{24}{25}\beta) \cdot x^3 \end{aligned}$$

Um diese Formel auf eben das Beyspiel anzuwenden, so wird die Rechnung folgender maassen gestellt.

1776			
Mart.	Länge des D	D	Stündl. Bewegung
2	4. 16. 47. 47	11. 15. 50	29. 32" = H
1	4. 4. 57. 32		29. 41" = α

Demnach

$$\alpha = 24 H - D = - 1'. 27'' = - 1'. 45''$$

$$\frac{1}{25} \alpha = - 0.06$$

$$\frac{23}{25} \alpha = - 1.39$$

$$\frac{23}{25} \alpha = - 1.33$$

$$\frac{47}{25} \alpha = - 2.72$$

$$\beta = 24 \alpha - D = + 2'. 9'' = + 2.15$$

$$\frac{1}{25} \beta = + 0.09$$

$$\frac{23}{25} \beta = + 2.24$$

D =

$$\begin{array}{r|l|l}
 D = + 710,25 & & \\
 + \frac{2}{3}\alpha = - 1,33 & \frac{2}{3}\alpha = - 2,72 & \frac{2}{3}\alpha = - 1,39 \\
 - \frac{1}{3}\beta = - 0,09 & \beta = + 2,15 & \frac{2}{3}\beta = + 2,24 \\
 \hline
 708,83 & - 0,57 & + 0,85
 \end{array}$$

$$y = 708,83 x + 0,57 xx + 0,85 x^3$$

Nun ist den 2 März Abends um 7 Uhr 50 M. diese Zeit so viel als 4 St. 10 vor Mitternacht; demnach

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{4.10}{24.60} = 0,1736 \\
 x^2 &= 0,030 \\
 x^3 &= 0,005
 \end{aligned}$$

und daher erhält man

$$y = 123,06 = 2^\circ 3' 4''$$

welche von 4. 16. 47. 47
abgezogen den Ort des D. 4. 14. 44. 43
für die verlangte Zeit geben

Wenn man den Ort des Mondes auf eine weniger weitläufige Art suchen will, so kan man sich schlechthin nur an die Formeln

$$\begin{aligned}
 y &= 24. H. x - \alpha x^2 = (D + \alpha) x - \alpha x^2 \\
 \text{oder} \quad y &= (D + \beta) x - \beta x^2
 \end{aligned}$$

halten, wovon letztere gebraucht wird, wenn man sichwärts rechnen will. Man kan auch in dieser Absicht beyde zugleich gebrauchen, um zu sehen, wiefern beyde von einander abgehen.

Will man nun diese Methode umkehren, um für einen gegebenen Ort des Mondes die Zeit zu finden, wenn man nämlich weiß, zwischen welchen zween Tagen diese Zeit ist; so kan man ebenfalls

$$n = f\xi - f\xi^2 + g\xi^3$$

setzen; und dabey n in Minuten Zeit und deren Decimalktheilen, ξ aber in Minuten und deren Decimalktheilen bestimmen. Auf diese Art erhält man die drey Gleichungen

$$\begin{aligned}
 60 &= eH - fH^2 + gH^3 \\
 1440 &= eD - fD^2 + gD^3 \\
 1500 &= e(D + \omega) - f(D + \omega)^2 - g(D + \omega)^3
 \end{aligned}$$

worinn H , D , ω eben die Bedeutung haben, wie in der vorhergehenden ersten Formel. Es wird aber die auf diese Art anzustellende Rechnung nicht wenig weitläufig. Und da man ohnehin mit aller hievon zu erwartenden Genauigkeit nur genau interpolirt, nicht aber den eigentlichen Ort des Mondes genau findet, weil der für jede Mitternacht in den Ephemeriden angeetzte Ort des Mondes noch lange nicht bis auf einzelne Secunden zuverlässig ist; so kan man eben so gut sich einer kürzern Rechnungsart bedienen. Man ziehe demnach von dem fürgegebenen Ort des Mondes den von der nächst vorhergehenden Mitternacht ab; der Ueberrest sey $= M$, und die gesuchte Zeit $= z$; so findet man sehr nahe

$$z = \frac{M}{H} + (24 \text{ St.} - \frac{D}{H}) \cdot \frac{M^2}{D^2}$$

Diese Zeit wird von Mitternacht fortgezählt.

Will man aber hiebey rückwärts rechnen, so zählt man den fürgegebenen Ort des Mondes von dem in der folgenden Mitternacht ab. Der Ueberrest sey N , die Zeit von der folgenden Mitternacht rückwärts gezählt $= \tau$, so ist sehr nahe

$$\tau = \frac{N}{\omega} + (24 \text{ St.} - \frac{D}{\omega}) \cdot \frac{N^2}{D^2}$$

Beyspiele hiezu sind bereits bey der Erklärung der 12 Monate vorgekommen.

Oft kömmt man am besten fort, wenn man bey dem Einschalten Formeln von der Art

$$N = \alpha \sin(\omega + \lambda) + \beta \sin(\phi + \pi) + \&c.$$

zum Grunde legt, und anfangt α , β , ω , λ , ϕ , π &c. zu bestimmen. Es wird aber die Rechnung dabey nicht wenig weitläufig. Sie dient übrigens besonders in solchen Fällen, wo die Differenzen nicht durchaus bejaht oder verneint sind, und wo folglich *N* ein Größter odet ein Kleinstes wird.

Sind die Differenzen nicht sehr groß, so kann man sich oft mit der Formel

$$N = \alpha \sin(\omega + \lambda)$$

begnügen

begnügen. Da hier α , ω , λ vorerst zu bestimmen sind, so gebraucht man 3 Gleichungen

$$\begin{aligned} M &= \alpha \cdot \sin \omega \\ N &= \alpha \cdot \sin (\omega + \lambda) \\ O &= \alpha \cdot \sin (\omega + 2\lambda) \end{aligned}$$

um hieraus α , ω , λ zu finden, haben wir erstlich

$$\Delta'' M = (O - 2N + M) = -4\alpha (\sin \frac{1}{2}\lambda)^2 \cdot \sin (\omega + \lambda)$$

demnach

$$-\frac{\Delta'' M}{N} = 4 (\sin \frac{1}{2}\lambda)^2$$

hiedurch wird λ gefunden. Ferner haben wir

$$\frac{N}{M} = \frac{\sin (\omega + \lambda)}{\sin \omega} = \cos \lambda + \sin \lambda \cdot \cot \omega$$

hiedurch findet sich ω , weil λ bereits bekannt ist. Endlich ist

$$\alpha = \frac{M}{\sin \omega}$$

und damit ist auch α bestimmt.

Um hievon ein Beyspiel zu geben, wollen wir für die Breite des Mondes in den Ephemeriden

$$1776. \text{ Apr. } 4 | M = 4^\circ 48' 5'' = 288,08$$

$$10 | N = 5 \quad 1 \quad 41 = 301,68$$

$$6 | O = 5 \quad 1 \quad 5 = 301,08$$

setzen. Damit haben wir

$$O - 2N + M = \Delta'' N = -13,00$$

$$\frac{\Delta'' M}{N} = \frac{1300}{30168} = 0,047070 = 4 (\sin \frac{1}{2}\lambda)^2$$

$$\sin \frac{1}{2}\lambda = 0,10848$$

$$\lambda = 12^\circ 27' 19''$$

$$\sin \lambda = 0,21568$$

$$\cos \lambda = 0,97646$$

$$\frac{N}{M} = 1,04721$$

$$\frac{N}{M} = \cos \lambda = 0,97646$$

$$\frac{N}{M} - \cos \lambda = 0,07075$$

(G) 5

N:M=

$$\frac{N : M - \cos \lambda}{\sin \lambda} = 0,32803 = \cot \omega$$

$$\omega = 71^{\circ} 50' 19''$$

$$\sin \omega = 0,95022$$

$$\alpha = \frac{288,08}{0,95022} = 303,17$$

Demnach überhaupt

$$N = 303,17 \sin (71^{\circ} 50' 19'' + 12^{\circ} 27' 19'' x)$$

Hier stellt nun x einen beliebigen Theil eines Tages vor. Ist z. E. $x = \frac{1}{2}$, so erhält man

$$N = 303,17 \sin (71^{\circ} 50' 19'' + \frac{6^{\circ} 27' 19''}{2}) = 296^{\circ} 62'$$

Demnach ist die Breite des Mondes den 5ten April 1776 um Mittag = $296^{\circ} 62' = 4^{\circ} 56' 37''$.

Will man hieby hinwiederum finden, wenn der Mond seine größte Breite hat, so muß

$$71^{\circ} 50' 19'' + 12^{\circ} 27' 19'' x = 90^{\circ}$$

seyn. Damit erhält man

$$12^{\circ} 27' 19'' x = 18^{\circ} 9' 41''$$

$$747,32 x = 1089,07$$

$$x = 1 \text{ Tag } 10 \text{ St. } 58\frac{1}{2}'$$

Demnach hat der Mond seine größte Breite 1776 den 15ten April 23 Uhr nach Mittag, oder den 6ten April 1 Stunde vor Mittag, und sie ist

$$N = 303,17 \sin 90^{\circ} = 303,17 = 5^{\circ} 3' 28''$$

Der Coefficient $12^{\circ} 27' 19''$ ist ziemlich genau das Mittel aus der täglichen Bewegung des Mondes in seiner Bahn vom 4ten bis auf den 6ten April. Wird derselbe durch 24 getheilt, so erhält man die stündliche Bewegung $31' 8\frac{1}{2}''$, welche mit der in den Ephemeriden auf den 5ten April angeetzten sehr genau übereintrifft.

Diese Art zu interpoliren kan ohne viel mehrere Weitläufigkeit, noch genauer gemacht werden, wenn man 4 Gleichungen

$$M = \alpha + \beta \sin \omega$$

$$N = \alpha + \beta \sin (\omega + \lambda)$$

$$O = \alpha + \beta \sin (\omega + 2\lambda)$$

$$P = \alpha + \beta \sin (\omega + 3\lambda)$$

annimmt,

annimmt, und α , β , ω , λ durch M, N, O, P bestimmt. Man findet endlich

$$\Delta' M = + 2 \beta \cdot (\sin \frac{1}{2} \lambda) \cdot \operatorname{cof} (\omega + \frac{1}{2} \lambda)$$

$$\Delta'' M = - 4 \beta \cdot (\sin \frac{1}{2} \lambda)^2 \cdot \sin (\omega + \lambda)$$

$$\Delta''' M = - 8 \beta \cdot (\sin \frac{1}{2} \lambda)^3 \cdot \operatorname{cof} (\omega + \frac{3}{2} \lambda)$$

$$\Delta' N = + 2 \beta \cdot (\sin \frac{1}{2} \lambda) \cdot \operatorname{cof} (\omega + \frac{1}{2} \lambda)$$

Demnach

$$\frac{\Delta'' M}{\Delta' N} = - 4 (\sin \frac{1}{2} \lambda)^2$$

woraus λ gefunden wird. Ferner

$$\frac{\Delta' M}{\Delta' N} = \frac{\operatorname{cof} (\omega + \frac{1}{2} \lambda)}{\operatorname{cof} (\omega + \frac{3}{2} \lambda)}$$

woraus

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\Delta' M \cdot \operatorname{cof} \frac{3}{2} \lambda - \Delta' N \cdot \operatorname{cof} \frac{1}{2} \lambda}{\Delta' M \cdot \sin \frac{3}{2} \lambda - \Delta' N \cdot \sin \frac{1}{2} \lambda}$$

folgt, und ω gefunden wird. Ferner

$$\beta = \frac{\Delta' M}{\sin (\omega + \lambda) - \sin \omega}$$

wodurch β bestimmt wird. Endlich

$$\alpha = M - \beta \cdot \sin \omega$$

Es sey z. E. für die Abweichung des Mondes:

1776.									
Apt.	M	=	7° 3' 5"	=	+ 423,08	Δ'	Δ''	Δ'''	
2	N	=	+ 3 2 1	=	+ 182,02	- 241,06			
3	O	=	- 1 7 25	=	- 67,42	- 249,44	- 8', 38		
4	P	=	- 5 17 4	=	- 317,07	- 249,65	- 0,21	+ 8', 17	

so ist

$$\frac{+ 8,17}{- 249,44} = - 4 (\sin \frac{1}{2} \lambda)^2$$

$$\lambda = 5^\circ 11' 30''$$

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{+ 16,2085}{- 42,1630} = - 0,384425$$

$$\omega = - 21^\circ 1' 41''$$

fin

$$\sin(\omega + \lambda) = -0,1846135$$

$$- \sin \omega = +0,3588242$$

$$f(\omega + \lambda) - f \omega = +0,1742107$$

$$\beta = \frac{-241,06}{+0,1742107} = -1383',73$$

$$\alpha = 423,06 - 496,50 = -73',42$$

Demnach die gesuchte Formel

$$N = -73',42 - 1383',73 \cdot \sin(-21^\circ.1'.41'' + 10^\circ.23'.1''.x)$$

Da der Mond zwischen den 2ten und 3ten April durch den Aequator geht, so dient diese Formel, um die Zeit, wenn es geschieht, zu finden. Es ist nämlich alsdann

$$N = 0 = -73',42 - 1383',73 \cdot \sin(-21^\circ.1'.41'' + 10^\circ.23'.1''.x)$$

Demnach

$$\sin(-21^\circ.1'.41'' + 10^\circ.23'.1''.x) = -0,05306$$

$$-21^\circ.1'.41'' + 10^\circ.23'.1''.x = -3^\circ.2'.29''$$

$$x = 1 \text{ T. } 16 \text{ St. } 52', 8$$

$$\text{Apr. } 1 \quad 12 \quad 0$$

$$3 \text{ T. } 4 \text{ St. } 52', 8$$

Der Mond geht demnach den 3ten April Nachmittag um 4 Uhr 52', 8 durch den Aequator.

Ueber die Nutation oder Schwankung bey Voraussetzung der elliptischen Bewegung des Weltpols um seinen wahren Mittelpunkt, durch Herrn Lambert.

Die Weitläufigkeit und theils auch die unschickliche Anordnung der Tafeln, wodurch die Berechnung der Schwankung der Erdaxe erleichtert werden soll, hat mir zu gegenwärtiger Untersuchung den unmittelbarsten Anlaß gegeben. Die Sache an sich betrifft eine Kleinigkeit von wenigen Secunden, und ist in der Theorie in Absicht auf die Bekräftigung der *Newton'schen* Theorie wichtiger, als bey den Beobachtungen, wo man mehrentheils bey viertel oder halben Minuten eines Grades stehen bleibt, dafern man nicht, wie *Bradley* es gerade in dieser Sache und in Ansehung der