Von der scheinbaren Gestalt des Ringes des Saturns, durch Hrn. Lambert.

Es kommen bey Untersuchung und Berechnung von der scheinbaren Gestalt des Saturnringes drey verschiedene Flächen vor, deren verschiedene Lagen die Theorie etwas verworren, und die darauf sich beziehenden Rechnungen bisher ziemlich weitläuftig gemacht haben. Ich habe demnach auf Mittel gedacht, alles kürzer zu fassen, und fand sogleich, dass die Abkürzung sehr merklich werden konnte.

Der Hauptsatz, den ich hiebey zu gebrauchen hatte, kömmt darauf an, dass die Lage einer Ebene durch die Lage einer senkrecht durch dieselbe gehenden geraden Linie bestimmt wird. Ist nun die Ebene an sich schon ein Kreis, so ist das natürlichste, dass diese gerade Linie senkrecht durch den Mittelpunct desselben gezogen werde, oder dass es die eigentliche Axe des Kreises oder der Scheibe sey.

Eine solche Axe hat nun auch der Ring des Saturns. Man verlängere sie auf beyden Seiten gegen die Fixsterne hinaus, so wird sie am äussersten Firmamente in zween Puncte treffen, welche wir die *Pole des Ringes* nennen wollen.

Da der Ring des Saturns, so viel man aus den bisherigen Beobachtungen hat schliessen können, eine immer parallele Lage behält, so sind die erstbemeldte Pole des Ringes am Firmamente ebenfalls immer von einerley Lage, so dass es genug ist, diese ein für allemal zu bestimmen. Es ergiebt sich aber aus den bisherigen Beobachtungen, dass der nördliche von diesen Polen auf ♊ 16°. 36'. 30" Länge und 58°. 36'. 43" Breite, der südliche auf ♐ 16°. 36' 30" Länge und ebenfalls 58°. 36' 43" Breite trifft. Ihr Abstand vom Pol der Erde ist 10 Gr. und ihre gerade Aufsteigung fällt auf den 46ten und 226ten Grad des Aequators. Diese letztere Angaben habe ich aus den erstern berechnet. Ich sehe nun aber, dass da hier ganze Grade ohne Minuten und Secunden herauskommen, diese letztern aus den Beobachtungen, jene hingegen aus Rechnungen bestimmt seyn mögen. Genug, dass sie wenigstens bis auf einzelne Grade bestimmt sind.

Die

Die erstbemeldte Axe des Saturnringes hat nun offenbar die Eigenschaft, dass jede Linie, welche nach dem Mittelpunct des Ringes gezogen senkrecht auf die Axe trifft, nothwendig in der Ebene des Ringes liegt, und die Fläche des Ringes dem Auge so in dieser Linie ist, ohne alle Breite erscheinen muss.

Geht aber eine solche Linie von Norden nach Süden abwärts durch den Mittelpunct des Ringes, so ist das Aug über die Fläche desselben erhaben. Es sieht den Ring in Form einer ablangen Fläche oder Ellipse, und die längere halbe Axe verhält sich zur kürzern halben Axe, wie der Sinus totus zum Cosinus des Winkels, den die aus dem Auge nach dem Mittelpunct des Ringes gezogene Linie mit der Axe des Ringes macht. Dieser Winkel läst sich durch einen Circulbogen am Firmamente bestimmen. Denn verlängert man die aus dem Auge nach dem Mittelpunct des Ringes gezogene Linie bis an das Firmament, so trifft sie in einen Punct, dessen Abstand vom Pole des Ringes der gesuchte Bogen ist.

Es ist nun hiebey gleich viel, wo das Aug gesetzt wird. Die aus demselben durch den Mittelpunct des Ringes gezogene Linie trifft am Firmamente in den Punct, welcher der scheinbare Ort des Mittelpuncts heisst. Ist demnach das Aug auf der Erde, so ist dieser Punct der geocentrische Ort des Mittelpuncts. Ist das Aug in der Sonne, so ist es der heliocentrische, und eben so kan man sich den jovicentrischen marticentrischen &c. Ort des Mittelpuncts gedenken. Es kömmt schlechthin nur immer auf den Bogen zwischen diesem scheinbaren Orte und dem Pole des Ringes am Firmamente an. Der Cosinus dieses Bogens giebt die kürzere halbe Axe des Ringes, wenn die längere halbe Axe $= 1$ gesetzt wird.

Man verlangt nun gewöhnlich nur die von der Erde aus gesehene Gestalt des Ringes zu bestimmen, und nur zuweilen kömmt die heliocentrische zugleich mit in Betrachtung, wenn nämlich die Sichtbarkeit des Ringes anfängt oder aufhört. Wir können daher Kürze halber zu Bestimmung des erstbemeldten Bogens den Pol in der Ecliptic gebrauchen, um auf der Sphäre einen Triangel zu erhalten, dessen drey Ecken demnach der Pol der Ecliptic, der Pol des Ringes und der geocentrische oder auch heliocentrische Ort des Mittelpuncts des Ringes oder des Saturns sind.

In diesem Triangel ist der Abstand der beyden Pole = 31°. 23′. 17″ ein für allemal bestimmt. Dieses giebt die eine Seite. Die andere ist das Complement der Breite, oder der Abstand des Saturns vom Pole der Ecliptic. Der zwischenliegende Winkel ist der Unterschied der Länge des Saturns und des Pols des Ringes, welche letztere ♊ 16°. 16′. 30″ oder auch ♐ 16°. 16′. 30″ ist.

Wir wollen diesen Unterschied der Länge überhaupt = λ, die Breite des Saturns = β, den Abstand beyder Pole = p, und die gesuchte dritte Seite = x setzen; so haben wir die bekannte Formel

$$\cos x = \cos p. \sin \beta + \text{f } p. \cos \beta. \cos \lambda.$$

und cos x ist gerade hin die kürzere halbe Axe des Ringes, wenn die längere = 1 ist.

Wir wollen aber lieber die längere halbe Axe durch sec β ausdrücken, und dann ist die kürzere

$$= \cos x. \sec \beta = \cos p. \tan \beta + \sin p. \cos \lambda.$$

Da nun hier p beständig ist; so läſst sich diese Formel in zwo ganz einfache Tafeln verwandeln, wovon die erstere β die andere λ zum Argumente hat. Wir können es aber wegen besonders hiebey vorfallender Umstände bey einer einigen Tafel bewenden lassen.

Denn die Breite des Saturns kömmt nie auf 3 Gr. Und daher kan β anstatt tang β gesetzt werden. Nun ist für $\beta = 3°$

$$\cos p. \tan \beta = 0{,}0448$$

demnach für $\beta = 1°$

$$\cos p. \; t \; \beta = 0{,}01493$$

für $\beta = 4'$

$$\cos p. \; t \; \beta = 0{,}0010$$

Es ist folglich genug, wenn man β in Minuten ausdrückt, denn so wird der 4te Theil davon, wie viele $\frac{1}{1000}$ Theile von 1 für cos p. t β müſsen genommen werden.

Hingegen wird für sin p. cos λ eine Tafel erfordert. Ich werde sie sogleich hersetzen, und vorerst nur anmerken, daſs es bequemer ist, wenn man anstatt λ zu suchen, sich begnügt die Länge des Saturns von ♓ 16°. 16′. 30″ an zu rechnen. Dieses geschieht blos dadurch, daſs man 13°. 43′. 30″ zu der von 0 ♈ an gerechneten Länge desselben addirt. Dieses ist nun auch das Argument, für welches folgende Tafel eingerichtet ist.

Arg.

Arg. Länge des ♄ + 13°. 43′. 30″

	0 VI	I. VII	II. VIII	
	+ −	+ −	+ −	
0	0, 009	0, 260	0, 451	30
3	0, 027	0, 284	0, 464	27
6	0, 054	0, 360	0, 467	24
9	0, 081	0, 328	0, 486	21
12	0, 108	0, 348	0, 459	18
15	0, 135	0, 368	0, 503	15
18	0, 161	0, 387	0, 509	12
21	0, 187	0, 405	0, 514	9
24	0, 212	0, 421	0, 518	6
27	0, 236	0, 437	0, 520	3
30	0, 260	0, 451	0, 521	0
	+ −	+ −	+ −	
	V. XI	IV. X	III. IX	

Das + und − stellt hier vor, ob in jedem Falle das Aug über oder unter der Fläche des Ringes sich befindet. Im ersten Fall, wo nämlich + ist, erscheint die gegen das Aug gekehrte Hälfte des Ringes unter dem Mittelpunct oder südwärts, im andern Fall, wo − vorkommt, oberhalb oder nordwärts. Aus gleichem Grunde sind die Viertelminuten der Breite des Saturns, wenn diese nördlich ist, mit +, wenn sie südlich ist mit − zu nehmen.

Z. E. 1776. den 1 May ist von der Erde gesehen

des ♄ Länge 6. Z. 16°. 20′
+ 0. 13. 24
6. 29. 44 giebt in der Tafel − 0,258
des ♄ Breite 2°. 46′ = 166′ nordlich
$\frac{166}{4}$ . . . . + 0,041
Scheinbare kürzere halbe Axe . . . . − 0,217
Scheinbare längere = sec. der Breite . . = 1,001

Da die Bahnen der vier ersten Trabanten des Saturns in gleicher Fläche mit dem Ringe liegen, so werden dieselben ebenfalls nach dieser Anweisung gezeichnet. Der 5te Satellit liegt hinge-

 gen

gen in einer andern Fläche. Der Pol derselben steht nur 15 Gr. von dem Pole der Ecliptic ab, und seine Länge fällt auf den 5ten Gr. der ♊ in Norden, oder auf den 5° des ♐ in Süden. Man erwartet indessen hievon noch genauere Bestimmungen, indem 1773 Saturn durch die Knotenlinie seiner Satelliten geht.

Ich habe übrigens die scheinbare Lage der Bahnen dieser 5 Trabanten nebst dem Saturn und seinem Ringe in der 1ten Figur der VIten Tafel dergestallt vorgestellt, wie sie 1776 den 7 April Abends um 10 Uhr beschaffen ist. Diese Figur dient für mehrere Tage vor und nachher. Die Bahnen der beyden äussersten Satelliten sind von 10 zu 10 Graden eingetheilt. Die von den drey innern lassen sich eben so wie die vom 4ten eintheilen, weil diese 4 Ellipsen einander ähnlich sind, so dass eine aus dem Mittelpunct des Saturns gezogene gerade Linie dieselben in einerley Graden durchschneidet.

Auf diese Art kan man in jeder der 5 Bahnen die tägliche Bewegung der Satelliten von dem für den 7ten April 1776 Abends um 10 Uhr eingezeichneten Orte derselben sowohl vor als rückwärts fortzählen. Es muss aber die tägliche geocentrische Bewegung des Saturns in diese tägliche Bewegung der Trabanten mit eingerechnet werden. Ersterer ist den 7 April so wie mehrere Tage vor und nach rückläufig. Und dieses macht, dass man die Summe nehmen, und sie nach dem 7 April vorwärts, vor dem 7 April rückwärts zählen muss. Die Lage der ☊ ändert sich nur nach der geocentrischen Bewegung des Saturns, und die Veränderung wird ebenfalls nach dem 7 April vorwärts, vor dem 7 April rückwärts gezählt. Auf diese Art kan man die Figur mehrere Tage durch gebrauchen, bis sich nach und nach die scheinbare Figur der Bahnen so merklich ändert, dass man sie aufs neue verzeichnen muss.

Erklärung und Gebrauch der Mondcharte,

durch Herrn Lambert.

Tab. IV. Die 4te Tafel stellt den Mond vor, wie er im vollen Lichte erscheint, wenn seine Breite = 0, und sein wahrer Ort mit dem mittlern übereintrifft, und demnach seine Pole genau oben und