

machung geäußert, als daß ich die Gelegenheit hier nicht hätte ergreifen sollen, die nun endlich erfolgende Erfüllung dieses Wunsches gerade da bekannt zu machen, wo die Nothwendigkeit einer brauchbaren Mondcharte mich von neuem auf *Mayers* Fußstapfen zurück führte.

---

## Vom Auf- und Untergange des Mondes und dessen Bestimmung für jede Oerter der Erdoberfläche, vermittelt der Ephemeriden, durch Herrn Lambert.

Die Zeit des Auf- und Unterganges des Mondes ist in den Ephemeriden eigentlich nur für Berlin angegeben worden, daraus kan aber vermittelt der Interpolation diese Zeit nur für diejenigen Oerter leicht und unmittelbar gefunden werden, die unter dem Berlinschen Parallelkreise liegen. Für jede andre Oerter mengt sich die Ungleichheit der Polhöhe, und die daher rührende Ungleichheit der Tagbögen mit ein. Und überdies ist die Methode, nach welcher der Auf- und Untergang des Mondes für Berlin ist berechnet worden, von der Zeit der Culmination des Mondes abhängig. Ich habe nun seitdem noch auf Mittel gedacht, die Berechnungsart allgemein zu machen, und dieses geht auf folgende Art an.

Tab. VI. Es stelle P den Nordpol, AMECH den Aequator der Erde,  
 Fig. 2. SPM den Berlinschen Mittagskreis vor, so daß M gegen Mittag, S gegen Mitternacht liegt. Um Mitternacht ist demnach die Sonne gegen S unter dem Berliner Horizonte, und deren Nadir gegen M über demselben. Man ziehe die Rectascension dieses Nadirs der Sonne von der Rectascension des Mondes ab, und der Bogen des Aequators AM werde dem Ueberreste gleich gemacht, so ist der Mond, wenn es zu Berlin Mitternacht ist, irgendwo über dem Meridian PA, und zwar über dem Orte L, wenn seine Abweichung nördlich = AL ist.

Aus L beschreibe man als aus einem Pole den größten Circul HZN, welcher der Mondhorizont heißen mag, weil an allen Oertern, die in der fürgegebenen Berlinschen Mitternacht unter dem

dem Circul HZN liegen, den Mond am Horizonte sehen, und zwar die auf HZ liegende bey dem Untergange, die auf ZN liegende bey dem Aufgange: jedoch alles dieses ohne Rücksicht auf die Parallaxe und die Stralenbrechung. Denn wollte man diese beyden Stücke mit in Betrachtung ziehen, so müßte man statt des größten Circuls HZN einen Parallel desselben nehmen, und dieser müßte um den Unterschied der Parallaxe und der Refraction näher gegen L liegen. Wir setzen aber diesen Umstand hier bey Seite.

Man beschreibe nun aus dem Pole P einen beliebigen Parallel des Aequators GDB, und zwar denjenigen, für welchen man den Auf- und Untergang des Mondes berechnen will. Dieser durchschneidet den Mondhorizont HZN in B und D. Durch diese beyden Punkte ziehe man die Mittagskreise PBF, PDE; so ist B der Punkt des fürgegebenen Paralleles, wo der Mond aufgeht, und D der Punkt wo der Mond untergeht, während dem der Mond in L, und zu Berlin Mitternacht ist. Ferner ist  $AE = AF$  der halbe Tagbogen für die Abweichung AL, und den Parallelkreis GDB. Denn in dem rechtwinklichten Triangel PDZ ist, Z der rechte Winkel, PD das Complement der Polhöhe,  $PZ = AL$  die Abweichung, und demnach

$$\text{cof } ZPD = \text{cot } PD. \text{ tang } PZ.$$

eine Formel, die mit der bekannten Formel für die Ascensionaldifferenz auf eines hinausläuft; so daß also  $ZPD = ZPB$  dem halben Nachtbogen, und hinwiederum  $AE = AF$  dem halben Tagbogen, bey der Abweichung = AL und dem Parallelkreise BGD gleich wird. Wenn man für einen oder mehrere Oerter dieses Parallelkreises den Auf- und Untergang des Mondes und für viele Tage berechnen will, so ist das beste, wenn man sich in voraus eine Tafel der halben Tagbögen für jede Grade der Abweichung berechnet, damit man die Bögen  $AE = AF$  nachgehends mit mehrerer Bequemlichkeit erhalten könne.

Hat man nun die Punkte B, D für eine beliebige Berlinsche Mitternacht gefunden, so sucht man ebenfalls für die nächst folgende die Punkte b, d, und für die 3te Mitternacht die Punkte  $\beta, \delta$  &c. Diese Punkte haben nun folgendes auf sich.

Von der ersten Berlinschen Mitternacht bis zur nächst folgenden sind 24 wahre Sonnenstunden. In dieser Zeit ist der Mond der Ordnung nach allen den Oertern die auf dem fürgegebenen Mittags-

Mittagskreise von B gegen G, D bis in b liegen, untergegangen, und hingegen ist er allen von D gegen B, G bis in d liegenden Oertern aufgegangen. Wenn demnach in diesen 24 Stunden die Abweichung des Mondes sich nicht änderte, und der Mond auch in Ansehung der Länge nicht einen ungleichen Lauf hätte; so würde man durch eine bloße Regel de tri finden, um wie viel der Mond an einem beliebigen Orte n später aufgeht als in B, oder früher untergeht als in D. Man dürfte nur sagen:

1. Wie der Bogen BGDb sich zu 24 Stunden verhält, so verhält sich BGN zu der verlangten Zeit x, um welche der Mond in n später untergeht als in B. Nun geht der Mond in B auf wenn es zu Berlin Mitternacht ist. Demnach ist x die Anzahl Stunden und Minuten nach der Berliner Mitternacht. Der Unterschied der Mittagskreise PM, Pnm hilft sodann, diese Zeit der Berliner Uhr auf die Uhr des Ortes n zu reduciren.

2. Wie der Bogen DBGd zu 24 Stunden, also der Bogen Da oder auch DBGn, zu der verlangten Anzahl von Stunden und Minuten, um welche der Mond in n im ersten Fall vor, im andern Fall nach der Berlinschen Mitternacht aufgeht.

Es macht aber die Ungleichheit des Mondlaufes und seiner Abweichung, so wie die Ungleichheit der wahren Sonnentage, daß die Punkte B, b,  $\beta$  &c. nicht gleich weit von einander entfernt sind. Man muß demnach wenigstens 3 solche Punkte bestimmen, um der Ungleichheit Rechnung zu tragen. Ich werde nun das ganze Verfahren durch ein Beyspiel erläutern, welches auf den Nürnberger Parallelkreis und die ersten Tage des Weinmonats 1776 paßen soll.

Man sucht demnach aus den Ephemeriden für jede Mitternacht die Rectascension des Nadir der Sonne, und zieht sie von der Rectascension des Mondes für eben die Mitternächte ab, so erhält man die Bögen MA, welche angeben, um wie viel der Mond zu Berlin um jede Mitternacht, nach seiner geraden Aufsteigung von dem Berlinschen Mittagskreise ostwärts entfernt ist. Für eben diese Mitternächte nimmt man aus den Ephemeriden die Abweichung des Mondes, und mit Hülfe einer für die Nürnbergische Polhöhe berechneten Tafel der Ascensionaldifferenz, dergleichen in dem nunmehr von Hrn. Prof. *Kordenbusch* wieder aufgelegten *Rastischen* Handbuche vorkommen, bestimmt man den  
halben

halben Tagbogen. Wegen geschmeidigerer Anlage der Berechnung ist es dienlich, daß man diese Angaben nur in ganzen Graden und deren  $\frac{1}{100}$  Theilen ansetzt, und damit eine Tabelle von folgender Form verfertigt.

1776 Okt.	MA	AF	MF	$\Delta'$	$\Delta''$	mF
1	58,87	111,78	170,65			173,02
2	72,17	114,93	187,10	343,55		189,47
3	85,27	116,55	201,82	345,28	+ 1,73	204,19
4	98,04	116,45	214,49	347,33	+ 2,05	216,86
5	110,35	114,87	225,22	349,27	+ 1,94	227,59
6	122,15	112,03	234,18	351,04	+ 1,77	236,55
&c.						

Hier ist nämlich MA = asc. r.  $\text{D}$  - asc. r. Nadir  $\text{O}$ , und AF der aus der Abweichung des Mondes für den Nürnberger Parallel gefundene halbe Tagbogen. MF die Summe von beyden.  $\Delta'$  stellt die Differenz von MF für zween nächst auf einander folgende Tage dergestalt vor, daß z. E.  $343,55 = 360,00 + 170,65 - 187,10$  ist. Die Zahlen in der Columne  $\Delta'$  sind demnach eigentlich die Bögen BGD $\beta$ , bGD $\beta$  &c., und man sieht demnach wiefern sie ungleich sind, wenn man sie von einander abzieht, und die Ueberreste in die Columne  $\Delta''$  setzt. Endlich ist mF = MF +  $2^{\circ},37$ , wobey  $2^{\circ},37$  den Unterschied von dem Berliner und Nürnberger Meridian vorstellt, wenn man nämlich eigentlich für Nürnberg selbst, und nicht für einen andern Punkt des Parallelkreises dieser Stadt den Auf- und Untergang des Mondes berechnen will. Die Columne mF ist also hier für Nürnberg selbst, und daher ist Mm =  $2^{\circ},37$  westwärts vom Berlinischen Mittagskreise PM genommen.

Setzt man nun die Zeit in Decimaltheilen eines Tages an, so giebt die Lehre der Interpolation folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \text{Okt. 1.} \quad & 173,02 = 343,55 \cdot x + 1,73 \cdot x \cdot \frac{x-1}{2} \\ & 2. \quad 189,47 = 345,28 \cdot x + 2,05 \cdot x \cdot \frac{x-1}{2} \\ & 3. \quad 204,19 = 347,33 \cdot x + 1,94 \cdot x \cdot \frac{x-1}{2} \\ & 4. \quad 216,86 = 349,27 \cdot x + 1,77 \cdot x \cdot \frac{x-1}{2} \\ & \text{\&c.} \end{aligned}$$

welche

# 158 Samml. der neuesten in die astron. Wissenschaften

welche man ohne Mühe in folgende verwandelt.

Oct. 1	x =	$\frac{17302}{34269 + 86 x}$	= 0,5043 = 12St. 6'
2	x =	$\frac{18947}{34426 + 102 x}$	= 0,5495 = 13 . 11
3	x =	$\frac{20419}{34636 + 97 x}$	= 0,5886 = 14 . 8
4	x =	$\frac{21686}{34839 + 88 x}$	= 0,6215 = 14 . 55
&c.	&c.		

Hier theilt man z. E. 34269 in 17302, und erhält für x den beyläufigen Werth  $x = 0,50$ , diesen setzt man im Nenner, welcher sich dadurch in  $34269 + 86 \cdot 0,50 = 34312$  verwandelt. Durch diesen wird nun 17302 von neuem getheilt, und damit erhält man  $x = 0,5043$  eines Tages oder 12 St. 6'. Diese Zeiten x geben nun an, wie spät nach der Berliner Mitternacht der Mond an bemeldeten Tagen zu Nürnberg aufgeht. Nun ist zu Berlin Mitternacht um 10 Minuten Zeit früher als zu Nürnberg. Demnach müssen die erstgefundenen Zeiten x von 11 Uhr 50' Nürnberger Uhr (wodurch aber allerdings nicht die Nürnberger bürgerliche Uhr verstanden wird) fortgezählt werden. Demnach geht der Mond zu Nürnberg unter

- 1776. den 1 Oct. Abends 11 St. 56' nach Mitternacht oder den 2ten Oct. um 11 56 Vormittag.
- den 2 Oct. 13. 11 nach Mitternacht oder den 3ten 1 St. 11' nach Mittag.
- den 3 Oct. 13. 58 nach Mitternacht oder den 4ten 1 St. 58' nach Mittag.
- den 4 Oct. 14. 45 nach Mitternacht oder den 5ten 2 St. 45' nach Mittag.
- &c.

Was nun hinwiederum den Aufgang des Mondes betrifft, so erhält man, und zwar ebenfalls für Nürnberg

1776 Okt.	MA	AE	ME	$\Delta'$	$\Delta''$	mE
1	58, 87	111, 78	+ 52, 91			+ 49, 54
2	72, 17	114, 93	+ 42, 76	349, 85		+ 40, 39
3	85, 27	116, 55	+ 31, 28	348, 52	- 1, 36	+ 28, 91
4	98, 04	116, 45	+ 18, 41	347, 13	- 1, 39	+ 16, 04
5	110, 35	114, 87	+ 4, 52	346, 11	- 1, 02	+ 2, 15
6	122, 15	112, 03	- 10, 12	345, 36	- 0, 75	- 12, 49

Die Zahlen der drey ersten Columnen sind hier ebenfalls wie vorhin. Hingegen ist  $ME = AE - MA$ . Und da der Mond in n aufgeht, ehe sein Aufgang in E erfolgt, so wird hier rückwärts gerechnet bis zum 6ten, wo ME anfängt negativ zu werden. Aus gleichem Grunde ist in den 5 ersten Tagen  $mE = ME - 2^{\circ}, 37$ , und fängt es erst am 6ten an  $-mE = -ME - 2^{\circ}, 37$  zu werden. Man rechnet demnach eigentlich nur bis auf den 5ten rückwärts, und da erhält man folgende Gleichungen.

Okt.

$$\begin{array}{l}
 3 \quad 28, 91 = 348, 52 x - 1, 36 x \cdot \frac{x - 1}{2} \\
 4 \quad 16, 04 = 347, 13 x - 1, 39 x \cdot \frac{x - 1}{2} \\
 5 \quad 2, 15 = 346, 11 x - 1, 02 x \cdot \frac{x - 1}{2}
 \end{array}$$

Woraus

$$\begin{array}{l}
 x = \frac{2891}{34918 - 66 x} = 1 \text{ St. } 59 \\
 x = \frac{1604}{34783 - 70 x} = 1 \quad 6 \\
 x = \frac{215}{34662 - 51 x} = 0 \quad 9
 \end{array}$$

folgt. Zieht man nun diese Werthe von x, von der Berliner Mitternacht oder von 11 Uhr 50' Nürnberger Uhr ab, so bleibt die Zeit da der Mond zu Nürnberg aufgeht, demnach den

3 Okt.

# 160 Samml. der neuesten in die astron. Wissenschaften

3 Oct. Abends um 9 Uhr. 52 Min.

4 - - - - - 10 44

5 - - - - - 11 41

Man hätte übrigens hiebey auch vorwärts rechnen können. Aber alsdann hätte statt des Bogens ME der Bogen ECHAM genommen werden müssen, welcher =  $360 + AM - AE$  ist. Und eben so würde man statt mE den Bogen ECHAMm haben nehmen müssen. Die Rechnung würde sodann folgende gewesen seyn.

1776 Oct.	MA	AE	ESM	$\Delta'$	$\Delta''$	ESm
1	58, 87	111, 78	307, 09			310, 46
2	72, 17	114, 93	317, 24	349, 85		319, 61
3	85, 27	116, 55	328, 72	348, 52	- 1, 36	331, 09
4	98, 04	116, 45	341, 59	347, 13	- 1, 39	343, 96
5	110, 35	114, 87	355, 48	346, 11	- 1, 02	357, 85
6	112, 15	112, 03	370, 12	345, 36	- 0, 75	362, 49
&c.						

Und demnach für den

Oct.	
1.	$x = \frac{31046}{35041 - 66x} = 20 \text{ St. } 42'$
2.	$x = \frac{31961}{34922 - 70x} = 22 \text{ . } 1$
3.	$x = \frac{33109}{34713 - 51x} = 22 \text{ . } 55$
4.	$x = \frac{34396}{34648 - 37x} = 23 \text{ . } 51$

Diese Zeiten x werden nun von der Berliner Mitternacht oder von 11 Uhr 50' Nürnberger Uhr fortgezählt, und man findet für den Aufgang des Mondes

Oct. 2. Abends 8 Uhr. 32'.

3 - - 9 - 51.

4 - - 10 - 45.

5 - - 11 - 41.

Vom