

2. *Exempel.* Den nämlichen Tag beobachtete ich den Unterschied zwischen 1 0 8 und 2 0 8, ich fand ihn von 2 U. 77½ T. Nach meiner Tabelle ist in der Abweichung dieser beyden Sterne ein Unterschied von 5', 27", 2, und dieser Beobachtung zufolge würde ein Schraubengang nur 1', 56", 1 ausmachen. Diese Beobachtungen waren aber nur vorläufige Versuche, und hiemit von mehrerer Übung und einer längern Mittagsröhre als die meinige ist, eine grössere Genauigkeit zu hoffen.

Schreiben des Herrn P. Hallersteins an den Herrn P. Max. Hell, K. K. Astronomen, über den Unterschied der Mittagskreise zwischen Peckin und St. Petersburg, unterm 5 Sept. 1770. *)

In der Sammlung astronomischer zu Peckin gemachten Beobachtungen, welche Ew. &c. zu Wien herausgegeben, hatte ich aus den zu Peckin und St. Petersburg beobachteten Ein- und Austritten der Jupiterstrabanten, für den Unterschied dieser beyden Mittagskreise 5 St. 44'. 16" gefunden, indem ich nämlich der Verschiedenheit der in beyden Städten gebrauchten Fernröhre Rechnung trug, wie man es sonst zu thun pflegte und auch noch thut. Neulich aber las ich in der *Astronomie* des Hrn. *de la Lande*, wie Ew. Wohlredl. anrathen, diese Verschiedenheit der Seheröhre aus den Augen zu lassen, um vielmehr den Unterschied der Mittagskreise nach Maafgabe der Anzahl der Eintritte und Austritte zu bestimmen; diesem Rath, welcher der Natur der Sache so sehr gemäß ist zufolge, habe ich ohne Verzug meine Rechnung wie der vor die Hand genommen.

Und zwar so habe ich vors erste eben die Angaben, aus welchen ich in oben angeführter Sammlung den Unterschied beyder Mittagskreise gezogen hatte, in die 2 hiebey geschriebene Reihen gebracht, deren die eine 37 Eintritte und die andere 54 Austritte enthält, und habe vors erste gesucht, wie viel nach Dero neuen Regel mehr oder weniger herauskommen würde. Da ich überdiess in der *Sammlung astron. Beobacht.* bey Untersuchung des Unterschieds

*) Aus dem Lateinischen übersetzt und mitgetheilt von Hrn. Bernoulli.

terschiedes der Mittagskreise, die letzte Zahl 5 St. 47'. 41" in der Reihe der Austritte weggelassen hatte, weil sie sehr von den übrigen abweicht und die Rechnung zweifelhaft macht, so habe ich sie auch hier auszulassen für nöthig befunden. Auf diese Weise nun war das Mittel aus den 37 Eintritten 5 St. 44'. 14". 58". Aus den 53 Austritten aber war es 5 St. 44'. 23". 24", und da ich wiederum von diesen Zahlen das Mittel in dem Verhältniß von 37 zu 53 nahm, so kam 5 St. 44'. 19". 56" für den gesuchten Unterschied der Mittagskreise heraus.

Ich machte hernach verschiedene Verbindungen von Zahlen? deren Unterschied gering war, und brachte dadurch wiederum andere Mittelzahlen heraus, die zwar auch unter einander, aber doch nur um wenig Secunden bald größer bald kleiner waren. Da ich mir aber in der Auswahl dieser Verbindungen eben keine gewisse Regel vorschreiben konnte, so wurde ich endlich derselben müde, und erachtete, es wäre fürnehmlich daran gelegen, zu wissen, was man aus allen Beobachtungen sowohl der Eintritte als Austritte für eine Mittelzahl herausbringen würde. Ich hielt mich demnach an keine Auswahl mehr, und da ich aus den 37 Zahlen der Eintritte 5 St. 44'. 14". 58" erhalten hatte, und nun aus allen 54 Austritten die Mittelzahl 5 St. 44'. 27". 3" bekam, so schloß ich, nach dem Verhältniß von 37 zu 54, den Unterschied der Mittagskreise 5 St. 44'. 22". 8" daraus. Dabey hätte ich es vielleicht sollen bewenden lassen. Es kam mir aber ferner in Sinn, ich könnte mit meinen Zahlen noch andere Vergleichen und Proben anstellen, durch welche die Fehler der Ueberschüsse oder der Mängel noch mehr vertheilt würden; und also noch etwas gewisseres herauszubringen wäre. Das Mittel aus allen 37 Austritten war 5 St. 44'. 14". 58". Nun ließ ich den Anfang und das Ende dieser Striche weg, und suchte aus den übrigen 35 Zahlen die Mittelzahl; auf gleiche Weise betrachtete ich hernach nur 33 Zahlen, hernach nur 31, und gieng so immer weiter, bis ich zur Mitte der Reihe gelangt war, und also 19 Mittelzahlen gefunden hatte. Mit diesen verfuhr ich wie vorhin, und erhielt 10 neue Mittelzahlen, diese gaben 5 andere, diese 3 aus allen, endlich war das Mittel 5 St. 44'. 19". 25". Ich schritt nach diesen zu den 54 Austritten, aus welchen das Mittel genommen 5 St. 44'. 27". 3" gewesen, und ich ließ wiederum die ersten und letzten

letzten Zahlen immer weg, und betrachtete erstlich 52, hernach 50 u. f. w. und bekam auf diese Weise 27 Mittelzahlen, hernach 7 und 4, und aus allen war das Mittel 5 St. 44'. 26". 47"". Endlich verglich ich diese Zahl mit dem obigen Resultat 5 St. 44'. 19". 25"" aus den 37 Eintritten und fand nunmehr 5 St. 44'. 23". 47"" für den gesuchten Unterschied.

Da ich aber mit der Berechnung fertig war, wollte sie mir aus folgender Ursache nicht gefallen. Ich bemerkte nämlich, daß, indem ich auf angeführte Weise von den äußersten Zahlen zu den mittlern geschritten war, diese physische und Local-Mittelzahl größer herausgekommen sey, als die arithmetische Mittelzahl, und daß darum hernach das Mittel aus beyderseitigen Resultaten größer habe seyn müssen, hiemit kommt es mir sicherer vor, die Zahl 5 St. 44'. 22" welche ohne Kunstgriff herausgekommen, beyzubehalten. Ew. &c. belieben nun über die ganze Sache ein Urtheil zu fällen, und mich darin zurechte zu weisen; ich meines Orts habe dermalen für oder wider obigen Schluß keine besondere Gründe vorrätzig. Uebrigens aber glaube ich, daß, weil von diesem Unterschied der Gebrauch der Peckinischen astronomischen Beobachtungen, welche Ew. HWE. durch den Druck bekannt gemacht, abhängt, auch gegenwärtiges Schreiben nebst Dero Gutachten darüber dem Publico mitgetheilt werden sollte.

Des Herrn P. Hell's Anmerkung.

Ob schon in diesem von dem Herrn P. *Hallerstein* beobachteten Verfahren nicht alle Bedingnisse meiner Methode konnten befolgt werden, so halte ich dennoch dafür, man könne seine Bestimmung als genau annehmen. Da nun Peckin 5 St. 44'. 22" östlicher als St. Petersburg liegt, und der Unterschied der Mittagskreise zwischen St. Petersburg und Paris 1 St. 52'. 0" ist, so wird für den zwischen Peckin und Paris 7 St. 36'. 22" gefunden, demnach bey einer Secunde so, wie ihn der berühmte Astronome Herr *Pingre* in den Abhandlungen der Pariser K. Academie der Wissenschaften für 1764. S. 262. von 7 St. 36'. 23" angegeben. Diese Länge von Peckin ist demnach derjenigen, welche in der Sammlung der Peckinischen zu Wien herausgekommenen Beobachtungen steht, ohnstreitig vorzuziehen.

37 Eintritte.

34 Austritte.

37 Eintritte.			34 Austritte.								
St.	M.	S.	St.	M.	S.	St.	M.	S.	St.	M.	S.
5	41	48	5	44	25	5	42	11	5	44	33
	42	0		44	30		42	40		44	33
	42	29		44	34		42	43		44	33
	42	45		44	35		42	54		44	35
	43	6		44	36		43	6		44	36
	43	8		44	36		43	18		44	41
	43	10		44	40		43	31		44	43
	43	15		44	40		43	34		44	46
	43	32		44	44		43	34		44	47
	43	47		44	48		43	39		44	47
	43	55		44	49		43	40		44	55
	43	59		45	1		43	42		44	57
	44	2		45	2		43	45		44	58
	44	4		45	32		43	48		45	2
	44	4		45	33		43	56		45	5
	44	7		45	43		44	0		45	6
	44	16		46	10		44	6		45	7
	44	23		47	1		44	7		45	13
	44	25					44	10		45	16
							44	10		45	18
							44	11		45	22
							44	12		45	28
							44	12		45	45
							44	13		45	50
							44	17		45	56
							44	25		46	17
							44	27		47	41

Anmerkung über vorstehendes Schreiben des Hrn. P. Hallerstein, von Hrn. Lambert.

Um die von Hrn. P. *Hallerstein* in Vorschlag gebrachte Methode zu beurtheilen, wird es genug seyn, sie durch ein Beyspiel von wenigern Beobachtungen zu erläutern. Ich setze, es seyen 11, nämlich

nämlich a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l; so nimmt man nach feiner Vorschrift folgende Mittel:

$$M = \frac{a+b+c+d+e+f+g+h+i+k+l}{11}$$

$$N = \frac{b+c+d+e+f+g+h+i+k}{9}$$

$$O = \frac{c+d+e+f+g+h+i}{7}$$

$$P = \frac{d+e+f+g+h}{5}$$

$$Q = \frac{e+f+g}{3}$$

$$R = f$$

Aus diesen ferner folgende:

$$m = \frac{M+N+O+P+Q+R}{6}$$

$$n = \frac{N+O+P+Q}{4}$$

$$o = \frac{O+P}{2}$$

Sodann aus diesen

$$\mu = \frac{m+o}{2}$$

$$v = n$$

Und endlich hieraus

$$\bar{m} = \frac{\mu+v}{2}$$

Geht man nun rückwärts, so findet man der Ordnung nach

$$\mathfrak{M} = \frac{\mu + \nu}{2} = \frac{m + 2n + o}{4}$$

$$= \frac{M + 4N + 7O + 7P + 4Q + R}{24}$$

$$\left. \begin{array}{l} 945 (a + l) \\ + 5565 (b + k) \\ + 15960 (c + i) \\ + 30513 (d + h) \\ + 44373 (e + g) \\ + 54768 f \end{array} \right\} : 228660$$

Die Coefficienten stellen nun hier den *Grad der Zuverlässigkeit* von jeder Beobachtung vor, und damit müßte die mittlere Beobachtung f über 50 mal zuverlässiger seyn, als die erste a oder die letzte l. Nun hat Hr. P. *Hallerstein* seine Beobachtungen so geordnet, daß er von denen, so die kleinsten Unterschiede der Mittagskreise geben, anfängt und der Ordnung nach die größern folgen läßt. In dieser Absicht fallen allerdings diejenigen Beobachtungen in die Mitte, die dem wahren Mittel am nächsten sind, und daher an sich schon mehr Zuverlässigkeit haben. Es wird aber diese mehrere Zuverlässigkeit schon dadurch in der Rechnung mitgenommen, daß die dem wahren Mittel näher kommende Beobachtungen in größerer Anzahl sind, und in so fern ist es genug, daß man aus allen das Mittel nimmt, indem man ihre Summe durch die Anzahl der Beobachtungen theilet.

Aus der von Hrn. P. *Hallerstein* in Vorschlag gebrachten Berechnungsart folgt ferner, daß dabey jede zwey von der mittlern Beobachtung gleich entfernte Beobachtungen einerley Grad der Zuverlässigkeit haben müßten. Dieses hat aber nur statt, wenn 1°. die Fehler auf jeder Seite des Mittels *gleich möglich* sind, und 2°. das Resultat aus jeder der zwey Beobachtungen von dem Wahren *gleich viel* abweicht. Auf die Frage, wie viele Beobachtungen angestellt worden, kömmt es hiebey nicht an. Es kan leicht geschehen, daß man mehrere hat, die zu wenig, als die zu viel geben, oder auch umgekehrt.

Wichtiger ist hingegen die Untersuchung der Beobachtungen, die am meisten zu viel oder zu wenig geben. Sie haben

auf die Bestimmung des Mittels keinen sehr merklichen Einfluss, zumal wenn deren auf der einen Seite mehr sind als auf der andern, oder auf einer Seite allein eine von den übrigen sehr abweichende Beobachtung vorkömmt, dergleichen z. E. die 54te Beobachtung der Austritte ist, welcher keine im zu wenigen gleich viel abweichende das Gleichgewicht hält. Das Mittel aus allen ist 5 St. 44'. 27". Die letzte Beobachtung allein giebt 5 St. 47'. 41" und demnach 3'. 14" zu viel. Theilt man diesen Ueberschufs durch 53, so erhält man $3\frac{2}{3}$ Secunden. Und so viel wird das Mittel geringer seyn, wenn man die 54te Beobachtung als allzu fehlerhaft weglässt.

Die 37te Beobachtung der Eintritte entfernt sich ebenfalls sehr merklich von den übrigen im allzuvielen. Es scheint aber, daß der daher rührende Fehler durch zwei im zu wenigen am meisten abweichende Beobachtungen wieder größtentheils aufgehoben wird.

Ueberhaupt zeigt es sich aus diesen Beobachtungen, daß diejenigen, welche am meisten zu viel geben, am allerunzuverlässigsten sind, da sie sich nicht nur vom Mittel aus allen mehr entfernen, sondern auch mehr sprungweise von einander abgehen. Man kan demnach schon aus diesem Grunde die letzte Beobachtung der Austritte sowohl als der Eintritte weglassen, da dieselben ohnehin sich allzumerklich von den übrigen entfernen. Damit aber hat man vermittelst der Eintritte 5 St. 44'. 10", und vermittelst der Austritte 5 St. 44'. 24". Das Mittel aus beyden ist nur 5 St. 44'. 17".

Es ist dieses das eigentliche arithmetische Mittel, und nicht das, so man nach Verhältniß von 36 zu 53 Beobachtungen finden würde. Denn es folgt nicht, daß wenn man anstatt 36 Eintritte ebenfalls 53 beobachtet hätte, das Mittel aus allen dem Mittel aus den 53 Austritten würde merklich näher gekommen seyn. Es hätte eben so leicht, wiewohl immer nicht viel geringer ausfallen können, weil der Grund, warum hier überhaupt betrachtet, die Beobachtungen der Eintritte geringere Unterschiede der Mittagskreise geben, als die Austritte, nicht in der Anzahl der Beobachtungen, sondern in den den Aus- und Eintrittsbeobachtungen eigenen Umständen, in der verschiedenen Güte der Fernröhre und Schärfe der Augen zu suchen ist. Es kömmt noch mit hinzu,

dafs die Pekinische Beobachtungen meistens nach Mitternacht, die Petersburgischen aber $5\frac{1}{2}$ St. nach der Petersburger Uhr früher, und daher meistens vor Mitternacht haben angestellt werden müssen.

Astronomische Beobachtungen,

aus einem lateinischen Schreiben vom 23ten Jan. 1773:
des Hrn. Pater Fr. Weifs, S. J. und Prof. zu Tyrnau,
an Herrn Bernoulli.

Herr P. *Weifs* merkt vorläufig an, dafs die Verfinsterungen der Jupiters-Trabanten vom 4ten und 6ten October, in seiner Abwesenheit durch den Herrn Pater *Sajnovics* mit einem $4\frac{1}{2}$ füßigen Newtonianischen Telescop beobachtet worden.

Ferner, dafs er bey der Sonnenfinsternis den Durchmesser nicht habe messen können, weil nach der Finsternis der Himmel mit dicken Wolken überzogen wurde. Wenn man aber nach den Wiener Ephemeriden diesen Durchmesser den 25ten October von $32'. 20'', 6$ annehme, so bekomme man für die grösste Verfinsterung o Z. $58'. 9$.

Endlich, dafs nach der Mondfinsternis der Durchmesser des Mondes von $29'. 43''$ befunden, und dafs daraus die Gröfsen der Phasen feyn bestimmt worden.

Beobachtungen der Jupiters-Trabanten, welche im Jahre 1772 zu Tyrnau in Ungarn gemacht worden.

		Wahre Zeit.				
		T.	St.	M.	S.	
Im Jun.	14	14	52	32	Austritt des IIIten Tr. heller Himmel.	
	25	14	20	1	Eintritt des I. Tr. heller Himmel.	
Im Jul.	11	12	32	25	Austr. des I. Tr. Nicht von den besten, wegen öfterer Wolken.	
	18	14	25	41	Eintr. des I. Tr. Der Mond war ziemlich nahe.	
	24	15	13	49	Eintr. des III. Tr. Dünste.	