Ueber die Grenzen der Möglichkeit der Sonnenfinsternisse und Bedeckungen der Sterne vom Monde für eine gegebene Polhöhe. Von Herrn Lambert.

I.

Le nicht genug ist, wenn man weise, dass sie unter Tage fällt. Man mussenoch überdies ausmachen, ob der Mondschatten nicht allzuviel nach Norden oder nach Süden sallen werde, als dass die Finsterniss sichtbar seyn könne. Die Beantwortung dieser letztern Frage sordert mehrere näher zu bestimmende Umstände, Gewöhnlich gebraucht man dabey die Entwersung der Erdstäche, so wie sie zur Zeit der Finsterniss aus der Sonne gesehen erscheiner, damit man daraus sinde, über welche Länder der Mondschatten seinen Weg nimmt. Ich werde miest hier dieser Entwersungsart bedienen, um zu sehen, wiesern statt derselben ein bevläusiger Ueberschilag hinreichend seyn könne, die unter einer, gegebenen Polhöhe nicht sichtbaren Sonnensinsternisse leicht zu erkennen.

Tab.IV. Es sey C der Mittelpunch der aus der Sonne gesehenen ErdFig. III scheibe, Cv ein Breitenkreis, E Ce die Ecliptic, Cb die Erdaxe,
ANBaM ein Parallelkreis des Aequators, und zwar dessen
gegen die Sonne gekehrter Theil, MbA der von der Sonne weggekehrte Theil desselben. Die Abweichung der Sonne sey = d,
die Polhöhe oder Breite des Parallels = p, beyde nordlich, Man
setze den Halbmesser E C = P, so das P den Unterschied der
Mond- und Sonnenparallaxe vorstelle. Damit ist sodann

$$CB = P. fin (p-d)$$

$$Cb = P. fin (p+d)$$

$$CK = \frac{CB + Cb}{2} = P cold. fin p$$

$$KB \pm Kb = \frac{Cb - CB}{2} \pm P colp. fin d$$

$$AK = P. colp.$$

' damit

emichlagenden Beobachtungen, Nach ichten etc. 191

damit find demnach die beyden halben Axen KB, AK in gleichem der Abstand CK bestimmt.

Der Bogen Ba M stellt den halben Taghogen, aM aber die Ascensional Disterenz vor, deren Sinus = tang d tang p ist. Nimmt man nun die größere halbe Axe Ka = P. col p als einen Halbmesser an, so wird der Sinus der Ascensional Disserenz durch P tos p. vo. tp = P. t. sinus der Ascensional Disserenz dere diesen Werth in Verhältniss der größern zur kleinern Axe, so wird man

als die wirkliche Entwerfung des Sinus von aM haben, and G

$$PM = \frac{P \cdot (cof(p-d) \cdot cof(p+d))}{cof d}$$

die Entwerfung ides Cosinus von a M seyn.

H.

Diese Bestimmungen hängen noch alle schlechthin nur von der Abweichung I und der Polhöhe p. ab. Man ziehe nun LCI mit der Mondbahn parallel, und eben so auch die Tangente TN, und durch M die Linie MV, so ass klarz, dass wenn das nordliche Ende des Halbschattens unterhalb TN, oder das südliche Ende desselben überhalb MV, vorbeygeht, die Finsterniss auf dem Parallelkreise nirgends kann gesehen werden, indem im ersten Fall der Mond zu viel südlich, im andern aber zu viel nordlich ist. Es fällt nämlich im ersten Fall der Mittelpunct des Schattens so viel unterhalb-t, im andern Fall so viek überhalb vals die Summe der Halbmesser der Sonne und des Mondes austrägt.

Шí.

Man setze nun den Winkel, den die scheinbare Mondbahn, mit der Ecliptic macht, LCE & &, serner den Winkel VCv = &, so sindet sich, wenn die Schiese der Ecliptic, = s gesetzt wird.

fin a = cot e t d

Ferner ist wegen der parallelen Lage

Cv M' = 00° -

demnach

```
192 Sammi der neuestenin die astron Wissenschaften
demnach CVM = 90 - # - #
hieraus ergiebt sich
             PV = PM. cot CVM = PM. tang (a+w)
             CV = PV + PK + KC
oder wenn man die bereits gefundene Werthe fetzt.
      CV = P, tang (a+b), \frac{r^{2}[cof(p-d)ccof(p+d)]}{cofd}
               + P. sp. td. sd + P. cos d sin p.
             = P. tang (\alpha + \alpha). r [col(p-d) col(p+d)] + P. fin p
Da nun fetner
          Cv = CV. \frac{\sin v \cdot V \cdot C}{\sin V \cdot V \cdot C} = CV. \frac{\cos(\alpha + \omega)}{\cos(\omega + \omega)}
so findet sich endlich
        P. fin (a+w). 7 [col (p-d). col(p+d)] + P. fin p. col(a+w)
                                     col d. col a
      Es sey nun ferner QK = x, QN = y; so haben wir
             y = T \left( P^a \cdot \cos p^a - \frac{xx}{(d^2)} \right)
          \frac{dx}{dv} = \tan T NQ = \tan (\alpha + \alpha)
zus diesen beyden Gleichungen folgt
                    P. cof p. fin 82
            \int \int (\sin \theta^2 + t (\alpha + \omega)^2)
                          P. coi p. t(\alpha + \omega)
             y = \frac{\gamma \left( \sin \theta^2 + t \left( \alpha + \omega \right)^2 \right)}{(\sin \theta^2 + t \left( \alpha + \omega \right)^2)}
und hieraus ferner
```

 $QT = y. t(\alpha + \alpha)$ CT = CK - KQ - QT.

Demnach, wenn man die bereits gefundenen Werthe setzt
$$P \operatorname{cof} p \cdot f d^2 + P \operatorname{cof} p \cdot t (\alpha + \alpha)^2$$

$$CT = P \sin p. \cos \theta - \frac{r(\int d^2 + t(\alpha + \omega)^2)}{r(\int d^2 + t(\alpha + \omega)^2)}$$

reinich lagenden de bachningen, Nachrichten etc. 198

oder kurzer belg meb

CT = Pfp. cof d - P cof p 10 (12+ +(+++)*)

Endlich da

(a + a) los col (a + a) (a) col (a + a)

tolge $P. \text{fp.cofd.col}(\alpha+\omega) - P. \text{cofp} T (1-\text{cofd}^2 \cdot \text{col}(\alpha+\omega)^2)$ tend to the second seco

T. Die frank bestere 🔫 er dien grand

Wir haben nun noch zu sehen, wie sieh die fier Cv und Ct gefundenen Ausdrücke nach den jedesmaligen Umständen andern. Einmal kann, when auch die Abweichung nordlich bleibt, L unterhalb E fallen, und dann ift e verneint. Dieses andert nun weiter an den Formeln nichts, als was diele Aenderung der Zeichen an sich schon mit sich bringt.

Real Prof VI. Come do se

It hingegen die Abpeichung füdlich, so ist AhM der Tag. bogen. Und dann fallt die Tangente NT fo, dals fie oberhalb zwischen v und M die Ellipse berührt, und zwar in einem Punct, welcher dem Punct N gerade gegen über liegt, wenn nämlich die füdliche Abweichung soon fo geole gelene wird, als vorhin die nordliche war. Dieles macht, dass ebenfalls nur die Zeichen verändert werden, indem man

 $Ct = \frac{\text{Pip cold col(}(\alpha + \omega) + \text{P. colp})^{2}(1 - \text{cold}^{2} \text{ col}((\alpha + \omega))^{2})}{\text{Sold }(\alpha)}$

macht : Es enhellet rugleich biereits, was der sowohl bejehre als versieinte Worth des Wurzelzeishens fegen willer to as a

Remer wird bey füdlicher Abweichung nicht der Punct M, fondem der zwischen A, b liegende Berührungspunch der Ellipse und des Erdumkreises genommen nder die Ascensionaldisserenz wird von A gegen b gerechnet. Auch dieses zieht bloss eine Aenderung der Zeichen nach sich, indem man

 $Q_{vir} = -P.f(\alpha + \omega) T[col(p-\delta).cof(p+\delta)] + P fin p.col(\alpha + \omega)$ col d col w

194 Sammi der neinelten in die aftron. Willenfthalten

macht; wodurch ebenfalls die Zweydeutigkeit des Wurzelzeichens aufgeklärt wird:

VIII.

Der Winkel & kommt in beyden Formeln nicht allein, sondern immer zugleich mit & vor. Um nun aber die Fälle, wo & oder &, oder beyde Winkel zugleich verneint sind, kenntlicher zu machen, so haben wir nur dieses zum Grunde zu legen, dass die Figur für denjenigen Fell gezeichnet ist, wo

- 1°. Die Länge der Sonne zwischen 3 und 9 Zeichen fällt, dem gesch der Harbstrachtgleiche näher, als der vom Frühling ist.
- Für diese Umstände ist in vorstehender Kechnung a und a bejaht genommen. Demnach
 - wird a verneint, wenn die Sonne der Frühlingmathte gleiche näher als der vom Herbste ist.
 - wird a verneint, wenn der Mond durch seinen aussiegenden Knoten geht.
- 3. wird sowohl as als as verneint, wenn beydes flatt finde.

 Zur Zeit der Sonnenwende wird as = 0, and d = e.

a diame.

IX.

Um nun die gefundenen Formeln durch ein Beyspiel zu erBautern, werde ich sie auf den Berlinsschen Parallelkreis anweiden, und Kürze halber die Breite desselben nur 52½ Gr. setzen,
weil es unnöchig seyn würde, alle Kleinigkeiten mit in die Rechnung zu ziehen. Aus diesem Grunde wird es ebensalis genug
seyn, den Winkel w = 5° zu setzen, da er bey den Sonnensinsternissen sehen siehe Größe hat. Diese vorausgesetzt, werde
ich nun die vornehmsten und kenntlichsten Falle durchgehen,
nach weschen sich sodann die übrigen durch einen leichten Ueberschlag werden schätzen lassen.

X.

Der erste dieser Fälle kömmt vor, wenn die Sonne in den Wendungspuncten oder in o und o ist. Aledenn ist a=6 = e = 23\frac{1}{2} Gr. Damit ist

Cv. cols

einschlagenden Beobachtungen, Nachrichten etc. 195

$$\frac{Cv. \cos 5^{\circ}}{P} = 152\frac{1}{2}. \cos 5. \sec 23\frac{1}{2} + 15. \sec 23\frac{1}{2}. \Gamma(\cos 76. \cos 29)$$

$$\frac{Ct. \cos 5^{\circ}}{P} = 152\frac{1}{2}. \cos 5. \cos 23\frac{1}{2} + \cos 52\frac{1}{2}. \Gamma(1-\cos 23\frac{1}{2} - \cos 5^{2})$$

Diese beyden Gleichungen hängen noch von dem veränderlichen Werthe von Pab. Wir können aber P = 60' setzen, weil P in der That zuweilen i Grad austrägt, und in denen Fällen, wo dieser Werth größer oder kleiner ist, die Reduction leicht vorgenommen werden kann. Sodann können wir anstatt Cv, Ct die Werthe Cv. cos w. Ct. cos wehalten, weil diese sich auf die kleinste Entsernung der Mittelpuncte beziehen, und ohnehin auch von jenen kaum um wir theil verschieden sind. Damit erhalten wir Cv. cos = 60'. (0,86181 ± 0,04372) = 51',7086 ± 2',6232 Ct. cos = 60'. (0,72412 + 0,24758) = 43,4472 + 14.8548 demnach für

$$Cv = 54,5318$$
 $Cv = 48,6856$
 $Ct = 28,5924$ $Ct = 58,3026$

Es ist nun ferner der Halbmesser des Mondes beständig = 3 P = 16,3636. Hingegen ist der Halbmesser der Sonne bald größer, bald kleiner. Wir wollen ihn inzwischen von gleicher Größessetzen, weil die Reduction immer leicht vorgenommen werden kann. Die Summe von beyden wird demnach = 32,7374 seyn; diese wird im Sommer von Ct abgezogen, zu Cv aber addirt, im Winter aber zu Ct addirt, von Cv aber abgezogen, damit man die größte und kleinste Distanz der Mittelpuncte erhalte, unter welchen auf dem Berlinischen Parallelkreise eine Sonnensinsterniss möglich ist. Der Erfolg ist dieser.

I. Für die Zeit der Sommersonnen wende Muss der Mittelpunch des Mondes nicht über 87,0692 nordlicher, und nicht über 4,1450 südlicher, als der Mittelpunch der Sonne seyn.

II. Für die Zeit der Wintersonnenwende Muss der Mittelpunct des Mondes nicht über 91,0394 nordlicher, und ebenfalls nicht unter 15,3480 nordlicher, als der Mittelpunct der Sonne seyn.

Und

196 Sammi, der neuesten in die astron. Wissenschaften

Und zwar versteht es sich, aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen. Diese Bestimmungen sind nun zwar etwas veränderlich, weil P nicht immer = 60' und so auch der scheinbare Durchmesser der Sonne nicht immer dem vom Monde gleich ist. Man sieht aber ohne Mühe, dass diese genauere Bestimmungen nur alsdann nöthig sind, wenn in vorkommenden Fällen die gebeentrische Breite des Mondes nahe an die hier bestimmte Grenzen kömmt.

XI.

Der andere Fall, den ich näher untersuchen werde, kömmt vor, wenn die Sonne in den Acquinoctien ist. Alsdam ist d=0, $\omega=\pm 23\frac{1}{2}$ Gr.; und auf den Unterschied, ob ω bejaht oder verneint sey, muss zugleich mit gesehen werden. Dieser Fall scheint demnäch viel zusammengesetzter zu seyn, als der vorhergehende. Er wird aber hinwiederum dadurch einsicher, dass die Puncte M, N mit ihren gegenüberstehenden zusammen tressen, und demnäch für Cv und Ct einerley Werthe herauskommen. In der That sindet man zuch

 $\frac{\text{Cv. cof } \omega}{\text{P}} = \frac{\text{Ct. cof } \omega}{\text{P}} = \frac{\text{Cin p.cof}(\pm 23\frac{1}{2} \pm 5) + \text{cof p. fin}(\pm 23\frac{1}{2} \pm 5)}{\text{P}}$

oder kürzer

$$\frac{C v. \operatorname{cof} \omega}{P} = \frac{C t. \operatorname{cof} \omega}{P} = \operatorname{fin} \left(\frac{52 \frac{1}{2}}{2} + \frac{23 \frac{1}{2}}{2} + \frac{4}{5} \right).$$

Setzt man nun, wie vorhin P = 60', und den Halbmesser der Sonne dem vom Monde gleich; so erhält man splgende Schranken

Dieles will sagen, dals ;woon

- 1. die Sonne in o ..., der Mond beym Q, oder
- 2. die Sonne in o V., der Mond beym 29 ist, alsdann der Mittelpunch nicht über 91,9987 sordlicher, noch über 8,3332 südlicher, als der Mittelpunch der Sonne seyn

Wenn aber

müsse.

3. die Sonne in 022, der Mond beym ?, oder

4. die

einschlagenden Beobachtungen, Nachrichten etc. 197,

4. die Sonne in o V, der Mond beym Q ist, so muse alsdann der Mittelpunch des Mondes über dem von der Sonne seyn, aber nicht mehr denn 89', 4687, und nicht wenniger dann o', 8142.

Wenn übrigens die geocentrische Breite des Mondes nahe an diefe Schranken kömmt, so muss so wohl P als der Halbmesser der Sonne nach den alsdann vorkommenden Umständen genauer bestimmt werden.

XII.

Die erst betrachteten vier Fälle lassen uns nun schon über-

haupt so viel einsehen, dass

1°. die nordliche Schranken immer sehr nahe an 1½ Grade treffen, und demnach, so ost die geocentrische Breite des Mondes nahe an 90 Minuten kommt, die Sonnensinsternisse auf dem Berlinischen Parallelkreise sehr klein oder vollends = 0 sind.

2°. Dass die südlichen Schranken weniger enge sind, und sich sehr merklich nach der Jahreszeit richten, und zwar

3°. dass so oft der Mond eine Rüdliche Breite hat, die Finsterniss auf dem Berlinischen Parallelkreise entweder sehr klein oder gar nicht gesehen wird, und dass

4°. diese Möglichkeit im Winter schlechthin wegfällt, im Sommer sehr geringe, zur Zeit der Nachtgleichen theils

wenig größer ist, theils = o ist.

XIII.

Die erst bestimmten Schranken beziehen sich nun auf den ganzen Parallelkreis, ohne Rücksicht auf die unter demselben liegenden Oerter. Will man nun aber auf einen Ort desselben besonders sein Augenmerk richten, so lassen sich auch die Schranken näher zusammen rücken. So z. E. berührt die Grenzlinie TN den Parallelkreis in N, wo demnach Morgenstunden sind, da hingegen alsdann die andere Grenzlinie V v aus die Seite der Abendstunden sällt. Diese beyden Grenzlinien dienen daher nicht zugleich, wenn von einem bestimmten Orte des Parallelkreises die Frage ist, weil überhaupt keine Finsternis den ganzen Tag über dauert. Fällt demnach die Zeit des Noumondes sür einen gegebenen Ort, z. E. sür Berlin in die Morgenstunden,

198 Saminl. der neuesten in die astron. Wissenschaften

den, so mus auch die dazu gehörige Grenzlinie gebraucht werden, und zwar desto mehr, je größer der Positionswinkel VCv ist. Denn ist dieser Winkel = 0, welches zur Zeit der Sonnenwenden eintrisst, so kömmt der Punct N den Mittagsstunden näher, und die Linie NT dieset alsdenn mehr für diese, als für jene. Man kann aber auch für jede Stunde Linien ziehen, die mit LCl parallel sind, und damit die Grenzen der Breite, die der Mond für jede Stunde haben mus, sehr nahe bestimmen, und Taseln dazu versertigen, welche stir jeden Tag des Jahres und für jede Stunde des Tages angeben, wie groß zum höchsten und zum wenigsten die Breite des Mondes seyn mus, wenn die Finsterniss an dem vorgegebenen Orte sichtbar seyn soll. Uebrigens ist auch die Construction der verschiedenen Fälle hiezu hinreichend genau, so fern mannur auf die Grade der Möglichkeit überhaupt Rücksicht zu nehmen hat.

XIV.

Das bisher gesagte lässt sich mit behöriger Veränderung auch auf die Bedeckungen der Sterne vom Monde anwenden. Halbmesser der Sonne bleibt hiebey weg, so, dass also nur der vom Monde nebst dessen Parallaxe in Botrachtung kömmt. gegen wird der Winkel a für jeden Stern anders bestimmt, weil ECe nun nicht mehr die Ecliptic, sondern den durch den Stern C gehenden Parallelkreis derselben vorstellt. Damit ist der Winkel LCE nur alsdann von etwa 5 Graden, wenn die Breite Ist aber die Breite des Sterns so des Sterns == o ist. groß, oder auch noch größer, als die Neigung der Mondbahn, so kann der Winkel LCE bis auf o abnehmen, und dieses geschieht nothwendig, so oft der Mond seine grösste südliche oder nordliche Breite hat. Der Winkel VCv = a ist nun hier der Positionswinkel des Sterns, und hat demnach für jeden Stern eine bestimmte Größe, die sich nach und nach, aber sehr langsam ändert. Ferner giebt nunmehr Ct, Cv an, wie viel die geocentrische Breite des Mondes nordlicher oder stüdlicher seyn müsse, als die vom Sterne, wenn eine Bedeckung unter einer gegebenen Polhöhe möglich seyn soll.

·XV.

Es sey z. E. von der Kornähre der Jungfrau die Frage. Die Breite dieses Sterns ist 2. 2. südlich; demnach muss der Mond,

einschlagenden Beobachtungen, Nachrichten etc. 199

nm diese Breite zu haben 23 bis 24 Grade vor & oder nach 3 seyn, und dann würde eine eigentlich centrale Bedeckung state haben. Für den Berlinischen Parallelkreis aber wird überhaupt erfordert, dass der Mond eine nordlichere Lage habe, denmach näher bey einem seiner Knoten sey. Dieses macht, dass der Winkel w, welcher bey der Breite von 2. 2. würde = 4. 34. seyn, etwas größer angenommen werden kann. Wir wollen w = 41 Gr. setzen. Ferner ist der Positionswinkel w = 22. 13. bejaht, weil der Stern auf der Seite der Herbstnachtgleiche ist. Die Abweichung ist d = 10 Gr. stüdlich, und demnach verneint. Endlich ist w bejaht, wenn der Mond nach 3, hingegen verneint, wenn der Mond vor 3 ist. Aus diesen Angaben folgt nun nach den Formeln (§. 6. 7.)

$$\frac{C t. \cos \omega}{P} = \int 52\frac{1}{4} \cdot \cos 9 \cdot \cos (22^{\circ}. 13^{\circ} \pm 4^{\circ}. 45^{\circ}) + \cos 52\frac{1}{4}$$

$$F(1-\cos (22. 13 \pm 4. 45)^{\circ}. \cos 9^{\circ})$$

$$\frac{\text{C v. cof }\omega}{\text{P}} = \text{f 52}\frac{1}{2}. \text{ fec 9. cof (22°. 13° \pm 4°. 45°) - fec. 9°.$$

fin (22. 13 + 4. 45) 1 (cof 43\frac{1}{2}. cof 61\frac{1}{2})

demnach, wenn P = 60' gesetzt wird, für

D mach 8 D vor St

Ct. cof \(\omega = 59^2, 23 \text{ 23 pt} \)

Cv. cof \(\omega = 26, 74 \text{ 245 pt} \)

Cv. cof \(\omega = 35, 245 pt \)

Da nun der Halbmesser des Mondes = 1/2 P = 16', 3636, se wird, wenn man denselben zu Ct addirt, von Cv aber abzieht, gefunden, dass die Kosnähre unter dem Berlinischen Parallelkreisse bedeckt werden kann, wenn der Monde

. 1. nach dem 29

nicht über 75, 5950, und nicht unter 10,3844

(N)

2. vor dem Ω

nicht über 73', 4404, und nicht unter 18', 8815 nordlicher ist, als dieser Stern.

Nun ist die Breite des Sterns = - 122, demnach muss die Breite des Mondes

1. nach dem er zwischen - 47 und - 112

s. vor dem Ω
swifchen - 49' und - 103'

fellen.

200 Sammi den nebellen in die altros Wiffenfeliefflen

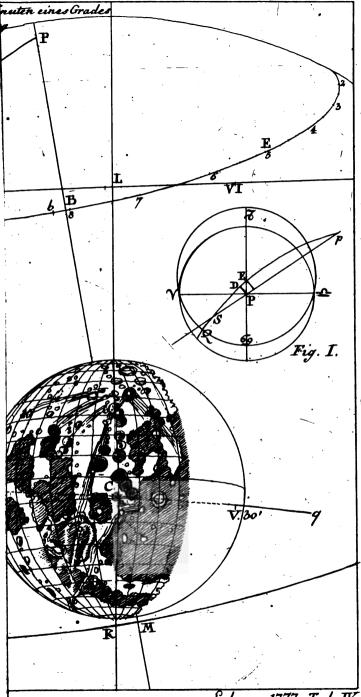
fellen in wenn die Bedeckung unter dem Berlinischen Petallelkreise möglich seyn soll. Diese Schranken hängen übrigens von dem jedesmaligen wahren Werthe von P ab, und bedürsen daher in zweiselhasten Fällen einer Reduction, weil P bald etwas größer, bald auch kleiner ist als 60'.

Eine neue Art Sonnenuhren, von Herrn Lambert.

Man hat bey Versertigung der Azimuthaluhren die Unbequemlichkeit, dass die Stunden müssen in einer Ellipse eingezeichnet werden, und dieses macht die Arbeit etwas weitläuftig. Ich habe daher den Ansiss genommen, nachzusehen, ob statt der Ellipse nicht ein Circul gebraucht, und die Stunden auf demselben durchaus gleiche Größe haben könnten. Man weis, dass dieses bey den Acquinochiakühren statt sindet, und eben daher wird die leichte Eintheilung derselben angerühmt. Bey andern Uhren siat man meines Wissens hoch nichts ahnliches gesunden. Es wird daher nicht undienlich seyn, das so sich mir beym Nachdenken das gebothen, hier bekannt zu machen.

Lete sahe sogleich, dass die Ausschung der Aufgabe fürnehmlich von der Stellung des Zeigers übhängen würde, und dass derselbe eben so wenig, als bey den Azimuthaluhren würde unbeweglich bleiben können. Beydes tras auch ein, und zwar so, dass die Uhr, so ich suchte, zwischen der Houzontal- und der Azimuthaluhr das eigentliche Mittel hielte. Denn ich sand, dass die Richtung des Zeigers weder nach dem Pole gehen, noch vertical seyn, sondern gerade nach der Mitte des Bogens gehen musste, welcher den Pol und den Scheitelpunct zu seinen Endpuncten hat. Der Zeiger neigt sich demnach vom Scheitelpunct gegen Norden zu gerade um die Hälste des Abstandes des Pols yom Zenith, oder, welches einerley ist, um die Hälste der Aequatorshöhe:

Ferner sand ich, dass der Zeiger eben so, wie bey der Azimuthaluhr, aber kaum um die Halste so viel musste hin und het geschoben werden können. Denn wenn bey den Azimuthaluhren die längere halbe Axe der Ellipse = 1 gesetzt wird, so ist die Entser-



Ephem. 1777. Tab.IV.