die Reduction auf die Ecliptic austrägt, so ist die wahre Länge in der Bahn im 20°. 24′. ♍ oder ♓.

Nachtrag.

Da diese Betrachtungen noch nicht in die Druckerey gekommen, so habe ich was seit dem beobachtet worden ist, noch nachholen wollen. Hier hinderte im Anfange des Heumonats die Dämmerung, den sich nahe am Horizonte befindenden Saturn deutlich genug zu sehen, und Abends gegen zehn Uhr war er schon hinter den Gebäuden. Zu Schwetzingen sahe man ihn den 7ten Jul. 1774 Abends um 9½ Uhr das erstemal wieder, und eben so auch zu Heidelberg. Hier zu Berlin war die Witterung sehr selten gut, und besonders den 7ten Jul. regnete es, ohne viel aufzuhören, so dass die Witterung in der Pfalz an diesem Tage besser muss gewesen seyn. Dass aber auch dort die Dämmerung die Sichtbarkeit des Ringes müsse verspätiget haben, wenn auch das Wetter helle gewesen wäre, ist sowohl an sich begreiflich, als den erstern drey Beobachtungen gemäss.

Inzwischen wird aus Warschau berichtet, dass der dortige Königl. Astronomus P. *Poczabuta* den Ring des Saturns bereits den 1sten Jul., und damit zehn Tage früher gesehen habe. Es sey zwar nur mit dem besten Fernrohre möglich gewesen; aber den 3ten Jul. habe der Ring schon deutlicher und auch durch andere Fernröhre gesehen werden können.

Ueber die scheinbare Lage der Trabanten des Saturns,

von Herrn *Lambert*.

Da die Bahnen der Saturnstrabanten sehr wenig gegen die Ebene der Ecliptic oder auch der Bahn des Saturns geneigt sind, so hat dieses vermuthlich verursacht, dass man sich weniger um ein Saturnilabium als um ein Jovilabium umgesehen hat, weil der Gebrauch von jenem weitläuftiger ist, als von diesem. Dazu kam noch der Umstand, dass die Trabanten des Saturns ungleich weniger sichtbar sind, als des Jupiters seine. Und dieser

 Umstand

Umstand nebst dem, dass die Trabanten des Saturns, zumal die äussern, sehr selten verfinstert werden, mag die Ursache seyn, warum man es bisher bey den *Cassinischen* Tafeln der Saturnstrabanten hat bewenden lassen, ungeachtet es nicht bewiesen ist, dass diese mit den Beobachtungen immer werden übereinstimmen.

Indessen sind die stark vergrössernde sowohl Dollondsche als Spiegelfernröhre nicht mehr so selten, dass es nicht mehrern Besitzern derselben sollte gedient seyn, wenn sie sich in Stand gesetzt finden, die scheinbare Lage der Saturnstrabanten voraus zu bestimmen, theils um die Trabanten leichter zu erkennen, theils auch allenfalls die Beobachtungen mit der Rechnung zu vergleichen. Ich werde hiezu eben die Methode gebrauchen, die ich im ersten Jahrgange der Ephemeriden zur Bestimmung der scheinbaren Gestalt des Saturnringes angegeben, zugleich aber auch noch diejenigen Umstände mitnehmen, wodurch die jedesmalige Lage der Satelliten in ihrer Bahn gefunden werden kann.

Tab. II. Fig. II. Es sey ♈ ♋ ♎ ♄ die Ecliptic, E deren Nordpol, und das Papier selbst die Ebene derselben. Ferner sey ☊ E ☋ die Lage der Knotenlinie der Bahn eines Trabanten. Diese werden von E P senkrecht durchschnitten. Man mache ferner E P der Tangente der halben Neigung der Bahn, E B der Tangente des halben Complements der Neigung gleich, und ziehe durch ☊ B ☋ D einen Circul, so wird dieser die stereographische Projection der bis an das Firmament hinaus verlängerten Ebene der Bahn, und P der nordliche Pol derselben seyn.

So lange nun der scheinbare Ort des Saturns ausserhalb, oder der Saturnicentrische Ort der Erde innerhalb dem Kreise ☊ B ☋ D ist, wird die gegen Norden gekehrte Seite der Bahn des Satelliten gesehen. Im umgekehrten Fall aber sehen wir die, so nach Süden gekehrt ist.

Es hat nun für jeden Satelliten der Circul ☊ B ☋ D eine Lage, die man für unverändert ansehen kann, bis etwan künftig eine sehr langsame Aenderung daran bemerkt werden wird oder kann. Nach den bisherigen Beobachtungen ist diese Lage für die vier innern Trabanten, so wie für den Ring des Saturns einerley, nämlich

D im $2^{Z}.\ 16^{\circ}.\ 55'$	☊ im $5^{Z}.\ 16^{\circ}.\ 55'$
B im 8. 16. 55	☋ im 11. 16. 55

und

und

$$AB = EP = 31^\circ.\ 23', \quad \text{tang } \tfrac{1}{2} EP = 0{,}28093.$$
$$BE = \quad 58.\ 37, \quad \text{tang } \tfrac{1}{2} BE = 0{,}56098$$

Hingegen für den fünften oder äussersten Satellit ist

D im $2^Z.\ 5^\circ.\ 10'$ ☊ im $5^Z.\ 5^\circ.\ 10'$
B im 8. 5. 10 ☋ im 11. 5. 10

und

$$AB = EP = 15^\circ.\ 0', \quad \text{tang } \tfrac{1}{2} EP = 0{,}13165.$$
$$BE = 75.\ 0, \quad \text{tang } \tfrac{1}{2} BE = 0{,}76733.$$

Es sey nun die geocentrische Länge des Saturns in L, seine Breite L♄, so giebt ♄♁ = 180°. den Punct ♁ als den Saturnicentrischen Ort der Erde. Ich habe nun im ersten Bande der Ephemeriden gewiesen, dass der Cosinus des Bogens P♁ die scheinbare kürzere Axe oder Halbaxe der Bahn vorstellet, wenn die längere = 1 ist.

Ferner stellt E♁ die Ebene des Breitenkreises, P♁ die senkrecht durch die kürzere Axe und die Bahn des Satelliten und zugleich auch durch ♄ und die Erde gehende Ebene vor; so dass der Winkel P♁E = P♄E angiebt, wie viel die kürzere Axe vom Breitenkreise weggeneigt ist, und zugleich auch gegen welche Seite, wenn man nämlich von ♁ nach ♄ sieht.

Endlich da die kleinere Axe in der Ebene des Kreises ♁P♄ erscheint, so ist M der Punct der Bahn, wo die von der Erde weggekehrte kürzere halbe Axe in die Bahn trifft, und ☊M zeigt, wie weit der ☊ davon entfernt ist, auch gegen welche Seite, wenn man nämlich von ♁ nach ♄ sieht.

Auf die Berechnung der Bogen P♁ = 180° − P♄, und ☊M, wie auch des Winkels P♁E = P♄E kömmt nun die Bestimmung der scheinbaren Lage der Bahn der Satelliten vornehmlich an. Die Angaben dazu sind

1°. die Länge des Saturns L
2. die Breite L♄, beydes geocentrisch.
3. die bereits vorhin bestimmte Lage der Puncte
 ☊, B, ☋, D, P.

Aus

Aus diesen Angaben folgt nun

$$\cos \text{☊♄} = \cos L\text{♄}.\ \cos \text{☊}L = \sin P\text{♄}.\ \cos \text{☊}P\text{♄}$$

demnach

$$\text{I}^{\circ}.\ \cos \text{☊}P\text{♄} = \cos \text{☊}M = \frac{\cos L\text{♄}.\ \cos \text{☊}L}{\sin P\text{♄}}$$

ferner

$$\cos P\text{♄} = \cos PE.\ \cos E\text{♄} + \sin PE.\ \sin E\text{♄}.\ \cos PE\text{♄}$$

oder

$$\text{II}^{\circ}.\ \cos P\text{♄} = \cos PE.\ \sin L\text{♄} - \sin PE.\ \cos E\text{♄}.\ \cos \text{☊}L$$

Ist durch diese letzte Formel P♄ gefunden, so findet man vermittelst der vorhergehenden auch ☊M.

Endlich ist

$$\text{III}^{\circ}.\ \sin P\text{♄}E = \frac{\sin PE.\ \cos \text{☊}L}{\sin \text{♄}E}$$

Will man aber statt des Bogens ☊M lieber den Winkel ☊♄E haben, den die scheinbare Lage der Knotenlinie mit dem Breitenkreise macht, so hat man unmittelbar

$$-\cot \text{☊♄}E = \cot \text{☊}L.\ \sin L\text{♄}.$$

Denn in dem Triangel ☊♄E ist die Seite ☊$L = 90^{\circ}$, und dieses kürzt die Formel ab, wenn man ☊♄E aus ☊E, ☊E♄ und E♄ finden will. Man findet übrigens auch ☊♄$L = 180^{\circ} -$ ☊♄E aus ☊L und L♄, weil in L ein rechter Winkel ist.

Da man noch nicht bestimmt hat, ob die Bahnen der Saturnstrabanten viel oder wenig ablang sind; so sieht man sie inzwischen als Circul an, die mit Saturn einerley Mittelpunct haben. Dieses erleichtert ihre Entwerfung allerdings, und kann immerhin gebraucht werden, um mit der Zeit zu entdecken, wie viel oder wenig die Beobachtungen davon abweichen. Die scheinbare Bahn der Trabanten ist hiebey eine Ellipse, in deren Mittelpunct Saturn liegt. Man kann diese Ellipsen nach den bekannten Regeln der orthographischen Entwerfung in Grade eintheilen, und dabey ist es am schicklichsten, wenn man bestimmt, wo 0 ♈ hintrifft, damit man die nach den Tabellen gefundene Saturnicentrische Länge der Satelliten in ihrer Bahn von da an anfangen könne zu zählen.

Hiebey

Hiebey kömmt es schlechthin nur auf den Winkel ♈ ♁ E = ♈ ♄ E an, welcher sich mittelst des Triangels ♁ l ♈ oder ♄ L ♎ leicht finden läßt, indem in L, l rechte Winkel sind, und daher

cot ♎ ♄ L = cot ♎ L. sin L ♄

oder

cot ♈ ♁ l = cot ♈ l. sin l ♁

und

♎ ♄ L = ♈ ♁ l
♎ L = ♈ l
L ♄ = l ♁

ist.

Ich werde nun von allem bishergesagten ein Beyspiel geben, und dieses soll für den 19ten Apr. 1777 Abends um 9 Uhr seyn, wo ♄ in Opposition mit der Sonne ist. Seine Länge ist alsdann 7 Z. 0°. 3′, und die geocentrische Breite 2°. 45′ nordlich, gerade so wie ich sie in der Figur angezeichnet habe. Die Rechnung ist nun folgende:

	Für die vier ersten Trabanten.	Für den fünften Trabant.
I°. log. cos P E =	9, 9313065	9, 9849438
cos E ♄ =	8, 6810433	8, 6810433
Summ =	8, 6123498	8, 6659871
entsprechende Zahl A	0, 0409590	0, 0463433
log. sin P E =	9, 7166387	9, 4129964
log. sin E ♄ =	9, 9994996	9, 9994996
l. cos P E ♄ =	9, 8348646	9, 9127440
Summ =	9, 5510029	9, 3252398
entsprechende Zahl B	0, 3556329	0, 2114657
Wegen des stumpfen Winkels P E ♄ wird A − B = = cos P ♄	− 0, 3146739	− 0, 1651224
demnach P ♄ =	108°. 20′.	99°. 30′

II°. log.

	Für die vier erſten Trabanten.	Für den fünften Trabant.
II°. log. coſ L ♄ =	9, 9994996	9, 9994996
l. coſ L ☊ =	9, 8631828	9, 7616424
Summ =	9, 8626824	9, 7611420
l. ſin P ♄ =	9, 9773772	9, 9940027
l. coſ ☊ M =	9, 8853052	9, 7671393
☊ M =	39°. 50′	54°. 12′
III°. log. ſin P E =	9, 7166387	9, 4129962
l. ſin P E ♄ =	9, 8631828	9, 7616424
Summ =	9, 5798215	9, 1746386
l. ſin P ♄ =	9, 9773772	9, 9940027
l. ſin P ♄ E =	9, 6024443	9, 1806359
P ♄ E =	23°. 36′	8°. 43′
IV°. log. cot ☊ L =	10, 0283182	9, 8471075
l. ſin L ♄ =	8, 6810433	8, 6810433
l. cot ☊ ♄ E =	8, 7093615	8, 5280508
Und wegen des verneinten Werthes dieſer Cotangente, iſt		
☊ ♄ E =	92°. 56′	91°. 56′
V°. log. cot ♎ L =	10, 2376858	
l. ſin L ♄ =	8, 6810433	
l. cot ♈ ♁ l =	8, 9187291	
♈ ♁ l =	85°. 15′	85°. 15′

Da bey dieſer Rechnung von mehrern Bogen ſowohl die Sinus als die Coſinus, auch einige mehrmal vorkommen, ſo kann man ſich das ſonſt zu wiederholende Nachſchlagen erſparen, wenn man gleich anfangs die erſte Columne der Rechnung ganz herſchreibt, und da die Sinus und Coſinus, ſo wie ſie vorkommen, an die behörigen Stellen der zweyten und dritten Columne einträgt.

Nach

Nach diesen Berechnungen werden nun die scheinbaren Bahnen der Trabanten folgendermassen gezeichnet.

Man zieht eine gerade Linie A C B, und senkrecht durch dieselbe eine andere D C E; so stellt diese den Breitenkreis des Saturns vor, und erstere ist mit der Ecliptic parallel. Tab. II. Fig. V.

Für den 5ten Trabanten werden die Winkel E C F = H C A = 8°. 43′ gemacht, und durch C die Linien F f, H h gezogen, welche die Lage der längern und kürzern Axe der Bahn des 5ten Trabanten bestimmen. Das Verhältniss dieser Axen ist = 1 : 0,1651224 = 1 : A − B aus vorhergehender Rechnung. Die längere Halbaxe C H = C h macht man nach einer beliebigen doch auch nicht allzu kleinen Scale = 25, 348 Halbmessern des Ringes, und damit wird die kürzere Halbaxe = 0, 1651224. 25, 348 = 4, 185 solcher Halbmesser des Ringes. Damit lässt sich nun die Ellipse H E F h D f zeichnen, welche die scheinbare Bahn des 5ten Trabanten vorstellt.

Um auf dieser die Puncte ☊, ☋ zu bestimmen, wird dem Winkel ☊ C E der vorhin gefundene Werth 91°. 56′ gegeben, und dann kann die Knotenlinie ☊ C ☋ gezogen werden. In der Figur ist sie nur angezeigt.

Ferner giebt man den Winkeln ♈ C E = ♎ C D den ebenfalls vorhin berechneten Werth 85°. 15′, und bestimmt dadurch die scheinbare Lage der Aequinoctiallinie. Diese gilt für alle fünf Trabanten. Die scheinbare Bahn des 5ten Trabanten ist nun orthographisch von 5 zu 5 Graden eingetheilt, und die Zeichen des Thierkreises sind beygeschrieben, und zwar nach ihrer natürlichen Ordnung, weil die Nordseite der Ebenen dieser Bahnen sichtbar ist.

Dieser auf der Bahn des 5ten Trabanten gezeichnete Thierkreis dient ebenfalls für die innern 4 Trabanten, wenn man an den Mittelpunct C das Lineal anlegt.

Für diese vier innern Trabanten, so wie auch für den Ring des Saturns, macht man den Neigungswinkel der kürzern Axe E C G = 23°. 36′, wie es vorstehende Berechnung angiebt: und dann wird auch A C I eben so gross. Damit bestimmt sich die Lage der beyden Axe.

Nach eben der Scale, nach welcher C H bestimmt worden, werden auch die längern Halbaxen der übrigen Trabanten und des Ringes, in Halbmessern bestimmt, und aus C gegen I, i aufgetragen.

Das

Das Verhältniſs der längern und kürzern Axe giebt vorſtehende Rechnung = 1 : 0,3146739. Damit können auch die kürzern Halbaxen beſtimmt, und aus C gegen G g getragen werden. Damit laſſen ſich ſodann die Ellipſen zeichnen, welche die ſcheinbaren Bahnen der vier innern Trabanten, ſo wie auch die Geſtalt des Ringes vorſtellen. Innerhalb dem Ringe wird mit dem gehörigen Halbmeſſer, nämlich mit [illegible] der längern Halbaxe des Ringes, Saturn als eine Kugel gezeichnet, deren Mittelpunct C iſt.

Nun findet ſich aus den Caſſiniſchen Tafeln die Saturnicentriſche Länge der Trabanten in ihrer Bahn 1777 den 19ten Apr. Abends um 9 Uhr.

I.	10^{s}.	8°.	6′
II.	4.	2.	27
III.	0.	16.	33
IV.	3.	0.	15
V.	3.	14.	46

Da nun auf der Bahn des 5ten Trabanten die Zeichen des Thierkreiſes ſtehen, ſo darf man nur den Trabanten auf den Punct 3 Z. 14°. 46′ ſetzen. In Anſehung der übrigen Trabanten ſucht man die erſt angegebene Länge derſelben auf eben dem Thierkreiſe, und zieht aus dem Puncte, wo dieſe Länge hintrifft, eine gerade Linie nach dem gemeinſamen Mittelpuncte C. Wo dieſe die Bahn des Trabanten, den man einzeichnen will, durchſchneidet, da wird der Trabant hingeſetzt. Die Figur ſtellt ihre ſcheinbare Lage für erſtbemeldte Zeit vor.

Dieſe Figur dient für mehrere Tage vor und nachher, weil die ſcheinbare Geſtalt der Bahnen, ſo wie der Ort des Saturns, ſich ſehr langſam ändert. Es iſt daher genug, wenn man für die vorgehenden oder folgenden Tage und Stunden die Saturnicentriſche Längen der Satelliten aus den Caſſiniſchen Tafeln berechnet, und ſie auf eben die Art gebraucht, wie erſt in Anſehung derer vom 19ten Apr. 1777 iſt gewieſen worden.

Man ſieht übrigens, daſs die Figur von derjenigen, ſo im erſten Bande der Ephemeriden vorkömmt, in ſo fern ſehr verſchieden iſt, als ich damals die verſchiedene Neigung der Axen gegen einander nicht mit in Betrachtung gezogen habe, wiewohl im Texte ſelbſt davon Erwähnung gethan wurde. Die Vergleichung beyder Figuren kann nun dienen, Betrachtungen darüber

über anzustellen, woher es mag gekommen seyn, daß man ehemals viele Jahre geglaubt hat, als wenn die Bahnen aller 5 Satelliten einerley Neigung hätten, oder sämmtlich in der Ebene des Ringes lägen, und warum man dieses noch dermalen in Ansehung der 4 innern Trabanten annimmt.

Nachricht von den Veränderungen, welchen Jupiter und Saturn durch ihre wechselseitige Einwirkung in ihrer Bewegung unterworfen sind.

Von Herrn *Lambert*.

Man ziehe von der heliocentrischen Länge des ♃ die vom ♄ ab; der Ueberrest sey $= \lambda$. Ferner sey A die mittlere Anomalie des ♃, und a die vom ♄. Endlich sey x die Anzahl Jahre seit der zum Grunde zu legenden Epoche, nämlich seit 1649 für den ♄, und 1657 für den Jupiter.

Berechnet man nun die wahre heliocentrische Länge dieser beyden Planeten nach den *Halleyschen* Tafeln, so muss man noch folgende Verbesserungen mitnehmen.

I°. Für die heliocentrische Länge des Saturns:

$$\begin{aligned} &-0',4 \qquad -0',7 \sin a - 1',6. \sin(\lambda - a) + 0',5. \sin(\lambda + a) \\ &+6,5\frac{xx}{10000} - 0,5 \sin\lambda - 7,1. \sin 2(\lambda - a) - 19,3. \sin(A - \lambda) \\ &\qquad + 6,3. \sin(2\lambda - A) \\ &\qquad - 28,0. \sin(4\lambda - 2A) \end{aligned}$$

II°. Für die heliocentrische Länge des Jupiters:

$$\begin{aligned} &-3',8\frac{xx}{10000} - 1',2. \sin\lambda + 0',5. \sin(\lambda + a) + 1',3. \sin(2\lambda - a) \\ &\qquad + 3,6. \sin 2\lambda + 0,2. \sin(\lambda - a) - 1,8. \sin(2\lambda - A) \\ &\qquad - 1,5. \sin A \end{aligned}$$

Was in diesen Formeln mit xx multiplicirt ist, bezieht sich wahrscheinlicher Weise auf eine noch unbekannte Periode von längerer Dauer, als daß sie durch die bisherigen Beobachtungen hätte bestimmt werden können. In Ansehung der seit *Hevels* Zeiten beobachteten Gegenscheine sowohl des Saturns als des Ju-

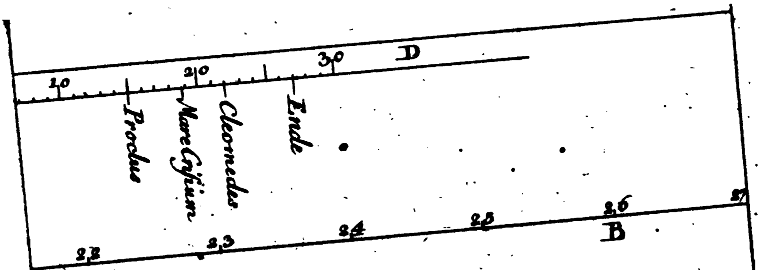


Fig. IV.

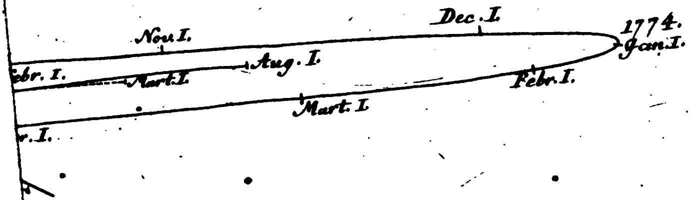
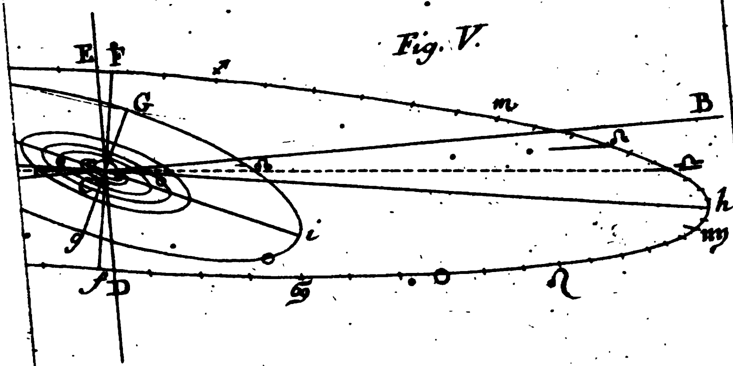
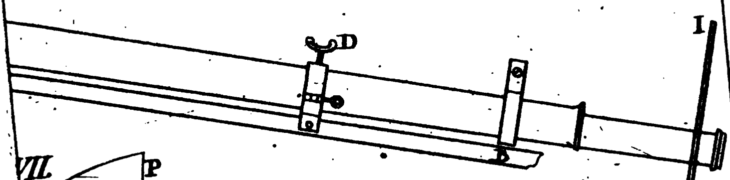
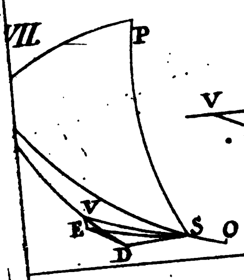


Fig. V.





VII.



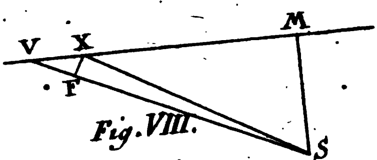


Fig. VIII.

Ephem. 1777. Tab. II.