Setzt man nun den Halbmesser = 1, so ist die Cosecante von 1' = 3437, 74682. Damit erhält man

$$\sin 1' = 0,000290\ 888204\ 5$$
$$\cos 1' = 0,999999\ 957692\ 0$$

bis auf 13 Decimalstellen, wobey aber die 13te Stelle ungewiss ist. Ferner ist

$$\sec 1' = \frac{1}{\cos 1'} = 1,000000\ 042308\ 0$$

$$\tan 1' = \frac{1}{\cot 1'} = 0,000290\ 888216\ 7$$

wobey ebenfalls die 13te Decimalstelle ungewiss ist. Will man übrigens auf diese Art die Sinus, Cosinus, Tangenten und Secanten für Bögen suchen, die 10, 100 bis 1000 mal grösser sind, so reicht man nicht bis auf so viele Decimalstellen. Z. E. $\sin 2^\circ = \frac{1}{\operatorname{cosec.} 2^\circ} = 0,0348994968$. Hiebey ist nun schon die 10te Decimalstelle unzuverlässig.

Einige Anmerkungen über die Kirchenrechnung von Herrn *Lambert*.

Es kommen bey Berechnung der Wochentage und der beweglichen Festtage einige Aufgaben vor, die eben dadurch, dass sie sich auf ganze Zahlen einschränken, von besonderer Art und gewissermassen diophantisch sind, und sich nicht füglich durch analytische Formeln ausdrücken lassen. Wenigstens muss man mehrentheils dabey erinnern, was eigentlich bey der Anwendung solcher Formeln wegzulassen oder beyzubehalten ist. Der gregorianische und der verbesserte Calender haben noch mehrere Verwickelungen, als der viel einfachere julianische. Es wird daher nicht undienlich seyn, den julianischen zuerst zu betrachten.

Es sey demnach für ein beliebiges Jahr der Sonntagsbuchstabe des Julianischen Calenders zu finden. Die Angaben hiezu sind folgende:

1. Die

1. Die Sonntagsbuchstaben werden nach der Ordnung g, f, e, d, c, b, a rückwärts gezählt, wenn man von einem beliebigen Jahr auf das nächst folgende schliessen will.
2. Jedes Schaltjahr hat 2 Sonntagsbuchstaben, und damit haben in jeden 4 Jahren 5 Sonntagsbuchstaben statt.
3. Im Jahre Christi 0 als einem Schaltjahre waren die beyden Sonntagsbuchstaben d, c, wovon der letztere c vom Schalttage an bis zu Ende des Jahres gilt.

Es sey nun A ein beliebiges Jahr nach Christi Geburt, so läst sich die Anzahl der in A Jahren gebrauchten Sonntagsbuchstaben durch

$$B = \frac{5A}{4}$$

vorstellen (No. 3.) Hiebey ist nun aber schlechthin nur auf den Quotienten zu sehen, es mag etwas übrig bleiben oder nicht.

Da nun ferner die Sonntagsbuchstaben immer in der Ordnung g, f, e, d, c, b, a wiederkehren; so läst sich von der Zahl B so vielmal 7 wegwerfen, bis der Ueberrest kleiner als 7 ist. Man habe n mal 7 weggeworfen, und es bleibe m, so ist die 2te Formel

$$B = 7n + m$$

Hier muss demnach n so angenommen werden, dass $m < 7$ sey.

Man bezeichne nun die Buchstaben nach der natürlichen Ordnung derselben

g	f	e	d	c	b	a
7	6	5	4	3	2	1

so finden sich für das Jahr Christi 0 die Epochen 4, 3. Von diesen muss der gefundene Ueberrest m abgezogen werden. Falls aber m grösser seyn sollte, so zieht man es von 11, 10 als den um eine Woche grössern Zahlen ab. In den Schaltjahren dienen beyde Epochen 4, 3 oder 11, 10 in den gemeinen Jahren nur die letzte 3 oder 10. Was sodann übrig bleibt zeigt, der wie vielte Buchstabe des Alphabets der Sonntagsbuchstabe ist.

Es sey das Jahr 1764 fürgegeben, so ist

$$\frac{5 \cdot 1764}{4} = 2205 = B$$

Und da es hier rein aufgeht, so ist 1764 ein Schaltjahr. Ferner geht

$$\frac{2205}{7} = 315 = n$$

ebenfalls rein auf. Demnach ist m = o, und folglich treffen die Sonntagsbuchstaben d, c, welche im Jahr o statt fanden, ebenfalls im Jahr 1764 ein.

Es sey 1783 fürgegeben. Hier giebt

$$\frac{5 \cdot 1783}{4} \text{ den Quotienten } 2228 = B.$$

$$\frac{2228}{7} \text{ giebt den Ueberrest } m = 2.$$

2 von der Epoche 3 abgezogen, läßt 1 übrig.

Demnach ist a der Sonntagsbuchstabe von 1783 im Julianischen Calender.

Die Berechnung des Osterfestes in eben diesem Calender hat etwas mehr Umstände. Die Angaben dazu sind folgende:

1. Die Ostergränze sollte eigentlich der Tag des ersten Vollmonds nach der Frühlingsnachtgleiche seyn, ist aber in dem Julianischen Calender auf bestimmte Tage gesetzt worden, dergestalt daß
2. Die letzte Ostergränze auf den 18 Apr. oder 49ten März fällt.
3. Von da an geht sie jedes Jahr um 11 Tage rückwärts, doch so, daß so oft man im Rückwärtszählen über 30 Tage kommt, 30 davon weggeworfen werden, jedes 7te mal aber nur 29 wegwirft, so daß in jeden 7 malen in allem 209 Tage weggeworfen werden.
4. Das Jahr Christi o ist der eigentliche Anfang zu diesem Rückwärtszählen und Wegwerfen.
5. Es fällt aber in demselben die Ostergränze auf den 5ten April, und demnach 13 Tage vor der (No. 2.) erwähnten Ostergränze.
6. Der Ostertag fällt auf den nächsten Sonntag nach der Ostergränze.
7. Im Jahr Christi o fiel Ostern auf den 11ten April, so daß also auch der 18te April ein Sonntag oder der erste Tag einer Woche war.

Es

Es sey nun A ein fürgegebenes Julianisches Jahr nach Christi Geburt, so behält man von

$$\frac{11\,A}{209}$$

den Ueberrest. Dieser sey = R. Zu R addirt man die (No. 5.) erwähnten 13 Tage, und nimmt von

$$\frac{R + 13}{30}$$

ebenfalls den Ueberrest. Dieser sey = r; so wird

$$18 - r \text{ April}$$

oder

$$49 - r \text{ März}$$

die Ostergränze für das Jahr A im Julianischen Calender seyn.

Ferner nimmt man von

$$\frac{5\,A}{4}$$

den Quotienten, ohne auf den Ueberrest zu sehen. Dieser sey = B. Von

$$\frac{B}{7}$$

nimmt man den Ueberrest. Dieser sey = m. Man nehme ferner μ dergestalt an, dass

$$m + 7\mu < r + 7$$
$$m + 7\mu + 7 > r + 7 \text{ und nicht} = 0$$

werde, so wird

$$25 \text{ Apr.} - (m + 7\mu)$$

oder

$$56 \text{ Mart.} - (m + 7\mu)$$

der Ostertag in dem fürgegebenen Julianischen Jahre seyn.

Z. E. sey das Jahr 1776 fürgegeben, so giebt

$$\frac{11 . 1776}{209} \text{ den Ueberrest } 99 = R$$

$$\frac{99 + 13}{30} \text{ den Ueberrest } 22 = r$$

49 März − 22 = 27 März die Ostergränze

Ferner giebt

$$\frac{5 \cdot 1776}{4} \text{ den Quotienten } 2220 = B.$$

$$\frac{2220}{7} \text{ den Ueberrest } 1 = m.$$

$$r + 7 = 22 + 7 = 29.$$
$$29 > 1 + 3 \cdot 7$$
$$29 > 22.$$
$$25 \text{ Apr.} - 22 = 3 \text{ Apr. Ostertag.}$$

Die bisher vorgetragene Aufgabe ist nun eigentlich synthetisch, und führt allemal auf eine bestimmte Antwort. Wenn wir sie aber umkehren, so erhält sie eine ganz andere Gestalt, und wird wie die Diophantischen Aufgaben unbestimmt. Es ist nämlich alsdann die Frage: *in welchen Jahren der julianische Ostertag auf einen fürgegebenen Tag fällt.* Die Antwort auf diese Frage fällt sehr verschieden aus. Wenn z. E. der fürgegebene Tag der 22 März oder 25te April ist, so fällt Ostern in 532 Jahren nur 4 mal auf denselben. Hingegen giebt es andere Tage, auf welche in 532 Jahren 20 mal Ostern fällt. Wir wollen nun sehen, wie nach obigen Formeln die Rechnung aussieht.

Der fürgegebene Tag sey der α Tag des Märzes oder des Aprils, so wird die Ostergränze 1, 2, 3 - - 7 Tage vorher seyn, demnach auf den $\alpha - \beta$ Tag des Märzes fallen, wo β von 1 bis auf 7 anwachsen kann, dafern nicht $\alpha - \beta$ vor den 21 März zu stehen kömmt. Denn wäre Z. E. α der 22te März, so kann in diesem Falle nur der einige Werth $\beta = 1$ statt haben, und dieser ist sodann nothwendig. Wäre α der 25 März, so kann für β ein jeder der Werthe 1, 2, 3, 4 genommen werden. Ist α 28 März oder ein noch späterer Tag, so hat β immer alle 7 Werthe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; wovon aber jedoch aus andern Gründen einige ausgeschlossen werden, weil nicht auf jeden Tag eine Ostergränze fällt.

Um des Umstandes der zweyerley Monate März und April überhoben zu seyn, wollen wir, wie bereits vorhin geschehen, die Tage des Märzes in den April hinein fortzählen. Wir haben demnach für die Ostergränze

$$\alpha - \beta = 49 - r$$

demnach

$$r = 49 - (\alpha - \beta)$$

Es

Es ist aber r der Ueberrest, wenn $\frac{R + 13}{30}$ getheilt wird. Setzt man demnach den Quotienten = l; so haben wir

$$30\,l + r = R + 13$$

welches

$$R = 30\,l - 13 + r$$

demnach

$$R = 30\,l + 36 - \alpha + \beta$$

giebt.

Da nun R ebenfalls der Ueberrest von $\frac{11\,A}{209}$ ist; so setze man den Quotienten = $\varkappa$, und dann ist

$$209\,\varkappa + R = 11\,A$$

demnach

$$A = \frac{209\,\varkappa + R}{11}$$

oder wenn der erst gefundene Werth von R angebracht wird

$$A = \frac{209\,\varkappa + 30\,l + 36 - \alpha + \beta}{11}$$

Dieses ist demnach der eine Werth für die verlangten Jahrzahlen A. Er giebt alle die Jahre an, in welchen $\alpha - \beta$ die Ostergränze ist. Hier sind $\varkappa$, l, α, β ganze Zahlen, A muss ebenfalls eine ganze Zahl, $\beta > 0$ und hingegen auch $\beta < 8$ seyn. Wir haben auch bereits gesehen, dass zuweilen β noch enger eingeschränkt ist. Wir haben aber noch einen Ausdruck für A zu finden, und dieser ergiebt sich daraus, dass der Tag α allemal ein Sonntag seyn muss. Es ist aber den obigen synthetischen Formeln zufolge

$$\alpha = 56 \text{ März} - (m + 7\,\mu)$$

welches

$$m + 7\,\mu = 56 - \alpha$$

giebt. Theilt man demnach die gegebene Zahl $56 - \alpha$ durch 7, so wird μ der Quotient, m der Ueberrest seyn. Diesen Ueberrest m erhält man nun auch mittelst der Theilung von B durch 7. Man setze den Quotienten = p, so wird

$$m + 7\,p = B$$

seyn. Nun ist aber B der Quotient, wenn 5 A durch 4 getheilt wird. Der Ueberrest kann 0, 1, 2, 3 seyn, wofür wir überhaupt γ setzen wollen. Damit erhalten wir

$$5\,A = 4\,B + \gamma$$

$$A = \frac{4\,B + \gamma}{5}$$

oder wenn der Werth von B gesetzt wird,

$$A = \frac{4\,m + 28\,p + \gamma}{5}$$

Und dieses ist der zweyte Ausdruck für A.

Die beyden Werthe sind demnach

$$A = \frac{209\,\varkappa + 30\,l + 36 - \alpha + \mathfrak{C}}{\mu}$$

$$A = \frac{4\,m + 28\,p + \gamma}{5}$$

Und die Bedingungen sind

1°. $\varkappa$, p können jede ganze Zahl seyn.

2°. $\mathfrak{C}$, m sind durch α unmittelbar gegeben, so dass m der Ueberrest von $(56 - \alpha) : 7$

$\mathfrak{C}$ eine oder mehrere der Zahlen 1, 2, 3 - - - 7. ist, und $\alpha - \mathfrak{C} \geqslant 20$ März seyn muss.

3°. $l \leqslant 8$. Denn l ist der Quotient von $(R + 13) : 30$, und $R \leqslant 209$, demnach

$$l \leqslant \frac{209 + 13}{30}$$

$$l \leqslant 8.$$

4°. γ hat die Werthe 0, 1, 2, 3; und diese kommen immer sämmtlich vor.

Wir wollen nun ein Beyspiel geben, und die Jahre A suchen, wo Ostern auf den 22 März fällt. Damit haben wir

$$\alpha = 22.$$

$$\frac{56 - \alpha}{7} = \frac{34}{7} \text{ giebt den Ueberrest } m = 6.$$

Hierdurch

Hierdurch verwandeln sich die beyden Ausdrücke für A in folgende

$$A = \frac{209\,\varkappa + 30\,l + 14 + \zeta}{11}$$

$$A = \frac{24 + 28\,p + \gamma}{5}$$

Und da die Ostergränze nicht vor dem 21 März seyn kann; so hat ζ den einigen Werth $\zeta = 1$. Die erste Formel ist demnach

$$A = \frac{209\,\varkappa + 30\,l + 15}{11}$$

oder wenn man durch 11 dividirt

$$A = 19\,\varkappa + 2\,l + 1 + \frac{8\,l + 4}{11}$$

Es muss demnach

$$\frac{8\,l + 4}{11}$$

eine ganze Zahl seyn. Da nun überhaupt $l < 8$, so darf man nur mit $l = 0, 1, 2, 3 \ldots 7$ die Probe machen, und man wird den einigen Werth

$$l = 5$$

der Bedingung Genüge leistend finden. Damit ist nun auf eine nähere Art bestimmt

$$A = 19\,\varkappa + 15.$$

Das will sagen, die gesuchte Jahrszahl A durch 19 getheilt, muss 15 übrig lassen, wenn die Ostergränze auf den 21 März fallen soll. Die güldne Zahl ist sodann $= 15 + 1 = 16$; und dieses trifft mit den bekannten Täfelchen der Julianischen Ostergränzen vollkommen überein.

Die zweyte Formel für $\alpha = 22$,

$$A = \frac{24 + 28\,p + \gamma}{5}$$

giebt, wenn man die Theilung vornimmt

$$A = 4 + 5\,p + \frac{4 + 3\,p + \gamma}{5}$$

 Man

Man ſetze

$$p = 5\,f + e.$$

ſo daſs immer $e < 5$ ſey, ſo iſt

$$A = 4 + 28\,f + 5\,e + \frac{4 + \gamma + 3\,e}{5}$$

Es muſs aber

$$\frac{4 + \gamma + 3\,e}{5}$$

eine ganze Zahl ſeyn. Nun iſt

$$e < 5.$$
$$\gamma < 4.$$

Nimmt man demnach der Ordnung nach für e die Werthe 0, 1, 2 3, 4, ſo erhält man

$$\frac{4+\gamma}{5},\ \frac{7+\gamma}{5},\ \frac{10+\gamma}{5},\ \frac{13+\gamma}{5},\ \frac{16+\gamma}{5}$$

Von dieſen Ausdrücken

	fordert	und giebt	wenn
der erſte	$\gamma = 1$ - - -	1.	$e = 0.$
der 2te	$\gamma = 3$ - - -	2.	$e = 1.$
der 3te	$\gamma = 0$ - - -	2.	$e = 2.$
der 4te	$\gamma = 2$ - - -	3.	$e = 3.$
der 5te	$\gamma = 4$, welches nicht angeht, weil $\gamma < 4$ ſeyn muſs.		

Setzen wir nun dieſe viererley Werthe in der Formel

$$A = 4 + 28\,f + 5\,e + \frac{4 + \gamma + 3\,e}{5}$$

ſo erhalten wir für A die 4 verſchiedene Werthe

$$A = 28\,f + 5.$$
$$A = 28\,f + 11.$$
$$A = 28\,f + 16.$$
$$A = 28\,f + 22.$$

Demnach muſs die geſuchte Jahrzahl A durch 28 getheilt, einen der Reſte 5, 11, 16, 22 übrig laſſen, oder der Sonnencircul muſs 14, 20, 25, 3 ſeyn. Auch dieſes trifft mit den gewöhnlichen Vorſchriften der Berechnung des Julianiſchen Oſterfeſtes überein. Denn dieſe geben für die Sonnencircul 3, 14, 20, 25 den Sonntagsbuchſtabe d, welches gerade der Buchſtabe des 22 Märzes iſt.

Auf

Auf die erst angeführte Art wird die Aufgabe immer so weit aufgelöst, dass man zwo Gleichungen von der Form

$$A = 19 \varkappa + y$$
$$A = 28 f + x$$

erhält. Hieraus folgt sodann

$$19 \varkappa = 28 f + (x - y)$$

Nun ist

$$3 (x - y) . 19 = 2 (x - y) . 28 + (x - y)$$

Und damit kann man

$$\varkappa = 3 (x - y)$$
$$f = 2 (x - y)$$

setzen. Dieses giebt sodann

$$A = 57 (x - y) + y = 56 (x - y) + x.$$

demnach

$$A = 57 x - 56 y$$

Von diesem Ausdrucke kann man so vielmal 19. 28 = 532 abziehen oder dazu addiren, als man nur immer will. Addirt man demnach 532 y, so erhält man

$$A = 57 x + 478 y$$

eine Formel, die man bereits auf mehrere Arten gefunden und dazu gebraucht hat, dass man vermittelst der güldnen Zahl und des Sonnencirculs das Jahr der Osterperiode finde, welche nach 532 Jahren wiederkehrt. Hier wird sie gebraucht, um die Jahre nach Christi Geburt zu finden, in welchen α der Ostertag ist.

Setzt man nun in dem erst gegebenen Beyspiele $y = 15$; $x = 5, 11, 16, 22$; und zieht in der Formel

$$A = 57 x + 476 y$$

so vielmal 532 ab, oder addirt sie hinzu als man nöthig erachtet, um einem beliebigen Zeitalter am nächsten zu kommen, so findet man, dass Z. E. in gegenwärtigem Zeitalter 1478, 1573, 1668, 1915 die Jahre sind, in welchen die julianische Ostern auf den 22 März fällt. Diese Jahre sind ziemlich zerstreut. Es sind aber auch in einem Zeitraume von 532 Jahren die einigen, wo es eintrifft.

Ich habe übrigens diese Rechnungsart fürnehmlich nur wegen der Methode angeführt. Denn vermittelst eines Täfelchens von den Ostergränzen lässt sie sich kürzer auflösen, wenn man den Sonnen- und Mondcircul mit zu Hülfe nimmt.

I. Tafel

I. Tafel der Julianischen Osterperiode nach dem Sonnen- und Mondcircul geordnet.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1	477	421	365	309	253	197	141	85	29	505	449	393	337	281	225	169	113	57
2	58	2	478	422	366	310	254	198	142	86	30	506	450	394	338	282	226	170	114
3	115	59	3	479	423	367	311	255	199	143	87	31	507	451	395	339	283	227	171
4	172	116	60	4	480	424	368	312	256	200	144	88	32	508	452	396	340	284	228
5	229	173	117	61	5	481	425	369	313	257	201	145	89	33	509	453	397	341	285
6	286	230	174	118	62	6	482	456	370	314	258	202	146	90	34	510	454	398	342
7	343	287	231	175	119	63	7	483	427	371	315	259	203	147	91	35	511	455	399
8	400	344	288	232	176	120	64	8	484	428	372	316	260	204	148	92	36	512	456
9	457	401	345	289	233	177	121	65	9	485	429	373	317	261	205	149	93	37	513
10	514	458	402	346	290	234	178	122	66	10	486	430	374	318	262	206	150	94	38
11	39	515	459	403	347	291	235	179	123	67	11	487	431	375	319	263	207	151	95
12	96	40	516	460	404	348	292	236	180	124	68	12	488	432	376	320	264	208	152
13	153	97	41	517	461	405	349	293	237	181	125	69	13	489	433	377	321	265	209
14	210	154	98	42	518	462	406	350	294	238	182	126	70	14	490	434	378	322	266
15	267	211	155	99	43	519	463	407	351	295	239	183	127	71	15	491	435	379	323
16	324	268	212	156	100	44	520	464	408	352	296	240	184	128	72	16	492	436	380
17	381	325	269	213	157	101	45	521	465	409	353	297	241	185	129	73	17	493	437
18	438	382	326	270	214	158	102	46	522	466	410	354	298	242	186	130	74	18	494
19	495	439	383	327	271	215	149	103	47	523	467	411	355	299	243	187	131	75	19
20	20	496	440	384	328	272	216	160	104	48	524	468	412	356	300	244	188	132	76
21	77	21	497	441	385	329	273	217	161	105	49	525	469	413	357	301	245	189	133
22	134	78	22	498	442	386	330	274	218	162	106	50	526	470	414	358	302	246	190
23	191	135	79	23	499	443	387	331	275	219	163	107	51	527	471	415	349	303	247
24	248	192	136	80	24	500	444	388	332	276	220	164	108	52	528	472	416	360	304
25	305	249	193	137	81	25	501	445	389	333	277	221	165	109	53	529	473	417	361
26	362	306	250	194	138	82	26	502	446	390	334	278	222	166	110	54	530	474	418
27	419	363	307	251	195	139	83	27	503	447	391	335	279	223	167	111	55	531	475
28	476	420	364	308	252	196	140	84	28	504	448	392	336	280	224	168	112	56	532

Der ☉ und ☽ Circul ist zugleich = 0, oder ersterer 28, letzterer 19, in den Jahren nach Christi Geburt 75, 607, 1139, 1671, 2203, &c.

II. Tafel

II. Tafel der Oſtergränzen des Julianiſchen Calenders wie auch des Gregorianiſchen im 18 Jahrhundert nebſt den Gregorianiſchen beſtändigen Epacten.

Monats Tage		☉ Circul	Oſtergränzen und Oſtertage nach dem Julianiſchen Calender und güldnen Zahl
M. 10	f		
11	g		
12	a		
13	b		
14	c		
15	d		
16	e		
17	f		
18	g		
19	a		
20	b		
21	c		O
22	d	25	O 16
23	e	*	5 16
24	f	24	5 O 16
25	g	23	O 5 13 16
26	a	22	2 5 13 16
27	b	21	2 5 O 13 16
28	c	*	2 5 10 13 16
29	d	20	2 5 10 13 O
30	e	19	2 O 10 13 18
31	f	18	2 7 10 13 18
Apr. 1	g	17	2 7 10 O 18
2	a	*	O 7 10 15 18
3	b	16	4 7 10 15 18
4	c	15	4 7 O 15 18
5	d	14	O 4 7 12 15 18
6	e	13	1 4 7 12 15
7	f	*	1 4 O 12 15
8	g	12	1 4 9 12 15
9	a	11	1 4 9 12 O
10	b	10	1 O 9 12 17
11	c	9	1 6 9 12 17
12	d	*	1 6 9 O 17
13	e	8	O 6 9 14 17
14	f	7	3 6 9 14 17
15	g	6	3 6 O 14 17
16	a	5	3 6 11 14 17
17	b	*	3 6 11 14 O
18	c	4	3 O 11 14 19
19	d	3	3 8 11 14 19
20	e	2	3 8 11 19
21	f	1	8 11 19
22	g	*	8 11 19
23	a	28	8 19
24	b	27	8 19
25	c	26	8

Monats Tage		☉ Circul	Oſtergränzen und Oſtertage nach dem Gregorianiſchen Calender des 18 Jahrhunderts und güldnen Zahl	beſtändige Epacten des Gregor. Calenders
M. 21	c		O	10
22	d	*	O 14	9
23	e	28	3 14	8
24	f	27	3 O 14	7
25	g	26	3 11 14	6
26	a	25	3 11 14 O	5
27	b	*	3 O 11 14 19	4
28	c	24	3 8 11 14 19	3
29	d	23	3 8 11 O 19	2
30	e	22	O 8 11 16 19	1
31	f	21	5 8 11 16 19	*
Apr. 1	g	*	5 8 O 16 19	29
2	a	20	O 5 8 13 16 19	28
3	b	19	2 5 8 13 16	27
4	c	18	2 5 O 13 16	(25). 26
5	d	17	2 5 10 13 16	25. 24
6	e	*	2 5 10 13 O	23
7	f	16	2 O 10 13 18	22
8	g	15	2 7 10 13 18	21
9	a	14	2 7 10 O 18	20
10	b	13	O 7 10 15 18	19
11	c	*	4 7 10 15 18	18
12	d	12	4 7 O 15 18	17
13	e	11	O 4 7 12 15 18	16
14	f	10	1 4 7 12 15	15
15	g	9	1 4 O 12 15	14
16	a	*	1 4 9 12 15	13
17	b	8	1 4 9 12	12
18	c	7	1 O 9 12	11
19	d	6	1 6 9 12	
20	e	5	1 6 9	
21	f	*	6 9	
22	g	4	6 9	
23	a	3	6	
24	b	2	6	
25	c	1	6	
26	d	*		
27	e			
28	f			
29	g			
30	a			
M. 1	b			
2	c			
3	d			
4	e			
5	f			
6	g			

Zu

Zu diesem Ende füge ich hier zwo Tafeln bey. Die erste dient, um die Berechnung der Formel

$$A = 57\,x + 476\,y$$

zu ersparen. Denn

1°. Sucht man in der obern Reyhe die güldene Zahl y, in der vordern Columne den Sonnencircul x, so findet man in dem Zusammenlaufe der durch y herunter und durch x hinterwärts gehenden Reyhe das Jahr der Osterperiode, zu welchem eine der unten an der Tafel angesetzten Epochen addirt werden kann, so dass man in das verlangte Zeitalter komme, von welchem man eigentlich das Jahr wissen will, welches die güldene Zahl y und den Sonnencircul x hat.

2°. Sucht man aber in der obern Reyhe die Zahl $y - 1$, in der vordern die Zahl $x - 9$, so trifft man in dem Zusammenlaufe der durch $y - 1$ herunter, durch $x - 9$ hinterwärts gehenden Reyhe das Jahr nach Christi Geburt an, in welchem y die güldene Zahl, x der Sonnencircul ist.

Sollte $y = 1$ seyn, so nimmt man 19 anstatt $y - 1 = 0$. Und wenn $x < 9$ oder auch $x = 9$, so nimmt man $x + 19$; und verfährt wie vorhin.

Die 2te Tafel giebt die Vergleichung des alten und des gregorianischen Calenders in Absicht auf die Ostergränzen und Ostertage. Sie hat in dieser Absicht 3 Hauptabtheilungen. Die erste ist für den julianischen Calender, und es enthält

1. Col. Die Tage vom 21 März bis zum 25 Apr. alten Cal.
2. Col. Die diesen Tagen entsprechenden Sonntagsbuchstaben.
3. Col. Die Jahre des Sonnencirculs, woraus eigentlich nur so viel zu ersehen, dass wenn Z. E. der Sonntagsbuchstabe a ist, dieses auf die Sonnencircul 5, 11, 22, 28 treffe, und zwar in gemeinen Jahren das ganze Jahr durch, in Schaltjahren aber nach dem Schalttage.

In den folgenden Columnen kommen die güldenen Zahlen, und zwar an den 7 Tagen vor, an welchen Ostern seyn kann. Oberhalb jeder ist ○ gezeichnet, und zwar an dem Tage der einer jeden güldenen Zahl entsprechenden Ostergränze.

Die 2te Hauptabtheilung ist gerade eben so für den gregorianischen Calender eingerichtet, und fängt daher um 11 Tage früher an. Sie passt daher auch nur auf das 18te Jahrhundert.

Ich

Ich habe demnach in der 3ten Hauptabtheilung, welche Kürze halber nur eine Columne enthält, die sämmtlichen Epacten beygeschrieben, die vom 21 März bis zum 18 April vorkommen können. Es sind 30, wovon aber jedesmal nur 19 vorkommen. Die nähere Erklärung davon findet man in mehrern Schriften, und ist weitläuftiger als dass ich sie hier wiederholen können. Ich werde daher es bey der Betrachtung der beyden ersten Hauptabtheilungen bewenden lassen.

Aus der Vergleichung derselben ergiebt sich ohne Mühe, dass das Osterfest in beyden Calendern um 4 bis 5 Wochen verschieden ist, wenn die güldene Zahl 8, 11, 14, 19 ist. Dieser Unterschied kömmt demnach in jeden 19 Jahren 4mal vor.

In den übrigen Jahren des Mondcirculs treffen beyde Ostern oft auf einen Tag, oft gehen sie um 8 Tage von einander ab. Wenn Z. E. der Mondcircul 9, und im neuen Calender der Sonntagsbuchstabe a, b oder c ist, so fällt die Gregorianische Ostern auf den 16, 17 oder 18 April. Diese Tage treffen auf den 5, 6, 7 April des Julianischen Calenders, in welchem sodann der Sonntagsbuchstabe d, e, f ist, und da die Ostergränze für den Mondcircul 9 erst auf den 7 April fällt, so wird der Ostertag auf den 12, 13, 14 April, demnach 8 Tage später gefeyert, als nach dem Gregorianischen Calender. Ist hingegen der Sonntagsbuchstabe in diesem Calender d, e, f, g oder im Julianischen g, a, b, c; so treffen beyde Ostern zusammen.

Mittelst dieser zwo Tafeln läst sich nun die Aufgabe leichter auflösen, wie man nämlich die Jahre finden könne, wenn Ostern auf einen fürgegebenen Tag fällt.

Man setze Z. E. im Julianischen Calender falle Ostern auf den 3ten April, und man will die Jahre finden, wenn dieses geschieht.

Nun finden sich in der Tafel beym 3ten April des Julianischen Calenders die güldene Zahlen 4, 7, 10, 15, 18 und der Sonntagsbuchstabe b. Neben diesem Buchstaben stehen in der 3ten Columne die Sonnencircul 10, 16, 21, 27. Die gesuchten Jahre sind demnach diejenigen, in welchen die güldne Zahlen 4, 7, 10, 15, 18 mit den Sonnencirculn 10, 16, 21, 27 zusammentreffen,

treffen, demnach vermöge der ersten Tafel sind es die Jahre der Osterperiode.

	4	7	10	15	18
10	346	178	10	262	94
16	156	520	352	72	436
21	441	273	105	357	189
27	251	83	447	167	531

Zu diesen können nun die unten in der 1ten Tafel angesetzten Epochen addirt werden. Will man aber die Jahre nach Christi Geburt unmittelbar finden, so vermindere man die güldene Zahlen um 1, die Sonnencircul um 9, und man wird statt jener die Zahlen 3, 6, 9, 14, 17, statt dieser die Zahlen 1, 7, 12, 18 gerade eben so gebrauchen können. Man erhält dadurch folgende Jahre nach Christi Geburt

	3	6	9	14	17
1	421	253	85	337	169
7	231	63	427	90	511
12	516	348	180	261	264
18	326	158	522	14	74

Zu diesen kann man nun 532 addiren, so vielmal man will. Addirt man Z. E. 180 + 3. 532 so ist die Summe 1776, und damit fällt 1776 die Julianische Ostern auf den 3ten April.

Wir wollen noch sehen, in welchem Jahre die Julianische Ostern am spätesten, nämlich den 25 April eintrifft. Damit dieses geschehe, muss die güldene Zahl 8, der Sonntagsbuchstabe c, demnach der Sonnencircul 4, 9, 15, 26 seyn. Wird erstere um 1, letztere um 9 vermindert, so erhält man statt der güldnen Zahl die Zahl 7, statt der Sonnencircul die Zahlen 24, 28, 6, 17, und mittelst der ersten Tafel finden sich unmittelbar die Jahre nach Christi Geburt

	7
24	444
28	140
6	482
17	45

Zu welchen man 532, so vielmal man will, addiren kann. Addirt man Z. E. 3. 532 = 1596, so findet man für gegenwärtiges Zeitalter die

die Jahre 1641, 1736, 2040, 2078, in welchen die Julianische Ostern auf den 25 April fällt.

Dieser Gebrauch der beyden Tafeln fällt bey dem Gregorianischen ~~Calender größtentheils weg~~. Die 2te Hauptabtheilung der 2ten Tafel dient an sich betrachtet nur von 1700 bis 1900. Für diesen Zeitraum kann sie gebraucht werden, 1°. um aus den für ein beliebiges Jahr berechneten Sonnen- und Mondcircul den Ostertag zu finden. 2°. Allenfalls auch um zu sehen, ob und wenn zwischen 1700 und 1900 Ostern auf einen fürgegebenen Tag fällt, wobey jedoch zu bemerken, daß 1800 ein gemeines Jahr ist, und dieses für das 19te Jahrhundert eine Aenderung in den Sonntagsbuchstaben nach sich zieht, weil sie sodann folgendermaßen mit dem Sonnencircul zusammenpassen.

G	F	E	D	C	B	A
27	28	*	1	2	3	4
*	5	6	7	8	*	9
10	11	12	*	13	14	15
16	*	17	18	19	20	*
21	22	23	24	*	25	26

Um ein einfacheres Beyspiel zu geben, wollen wir sehen, ob und wenn von 1770 bis 1900 die gregorianische Ostern auf den 25 April fällt. Die güldene Zahl muß für beyde Jahrhunderte 6 seyn, und der Buchstabe des 25 Aprils ist beständig fort c. Dieser entspricht im 18ten Jahrhunderte den Sonnencirculn 1, 7, 18, 24; im 19ten aber den Sonnencirculn 2, 8, 13, 19, jedesmal in den Schaltjahren nach dem Schalttage, in den übrigen durchs ganze Jahr. Da wir nun hier nur auf diese zwey Jahrhunderte sehen, so können wir diese Zahlen so ändern, als wenn sie in den Jahren 1700, 1800, = 0 wären. Nun ist

	1700	1800
die güldne Zahl - -	10	15
der ⊙ Circul - - -	1	17

 Zieht

Zieht man diese Epochen von den erstgefundenen Circuln ab, so bleiben für

	das 18te Jahrhundert,	19te Jahrhundert
statt des Mondcirculs - -	15 - -	10
statt der ☉ Circul	19 - -	13
	6 - -	19
	17 - -	24
	13 - -	2

Vermittelst dieser Zahlen findet man in der ersten Tafel die Jahre

	15
19	243
6	34*
17	129
13	433

	10
13	181
19	523
24	276
2	86*

Von diesen können wir aber nur 34 und 86 gebrauchen, als die kleiner als 100 sind. Demnach sind von 1700 bis 1900 die Jahre 1734, 1886 die einigen, in welchen die Gregorianische Ostern auf den 25 April fällt. Man wird eben so finden, dass in diesem Zeitraume die Jahre 1761, 1818 die einigen sind, wo die Gregorianische Ostern den 22 März gefeyert wird. Auf diese Art kann man auch in Ansehung anderer Jahrhunderte verfahren, wenn man auf die für dieselben eingerichteten Epacten und Sonntagsbuchstaben Rücksicht nimmt. Eine allgemeine Formel ist theils an sich zu weitläuftig, theils hört sie in so fern auf allgemein zu seyn, als *Clavius*, der den Gregorianischen Calender eingerichtet hat, von den dabey zum Grunde gelegten allgemeinen Regeln selbst einige male abgewichen.

E N D E.