

Ueber die Kometen, welche der Erde nahe vorbeigehen.

Eine vom Hrn. Prof. *Lambert* hinterlassene Abhandlung. *)

§. 1.

Die besondern Fälle, wo in sehr verwickelten und zusammengesetzten Rechnungen gewisse Gröſsen in Rücksicht anderer unvergleichbar groß oder klein werden, sind gewöhnlich solche, in welchen der Kalkül beträchtlich abgekürzt werden kann. Diese Fälle ereignen sich auch bei den *Kometen*, während sie der Erde nahe sind. Je mehr sie sich der Erde nähern, desto mehr nimmt ihre scheinbare Bewegung zu, und die scheinbare Geschwindigkeit wird vor und nach ihrem Maximum ungleich. Eben diese Nähe veranlaßt, daß man ohne eine andere gegebene Gröſse nöthig zu haben, die wirkliche Geschwindigkeit des Kometen ziemlich genau angeben kann; denn der Abstand des Kometen von der Sonne ist in diesem Falle dem der Erde gleich. Ueberdies können dergleichen Kometen eine sehr beträchtliche Parallaxe haben, und dadurch selbst Mittel darreichen, ihren geocentrischen Abstand in Erdhalbmessern zu bestimmen, indem die Berechnung ihrer Laufbahn selbst schon das Verhältniß zwischen den geocentrischen und heliocentrischen Abständen gibt. Dieser Umstand macht den Astronomen solche Kometen wichtig! Ihr Besuch kann uns
einen

*) Herr *Soldner*, ein eifriger und geschickter Mathematiker, aus dem Anspachischen, der sich seit einigen Monaten in Berlin aufhält, und mir mit vieler Gefälligkeit, bey mehreren Auflätzen dieses Bandes nützliche Dienste geleistet, hat diese Abhandlung dem französischen überſetzt, und die derselben fehlende Fi- aus des Hrn. Verf. Beschreibung ergänzt. *Bode.*

einen Maafsstab für das ganze Sonnensystem verschaffen, der um so genauer wird, je näher der Komet der Erde kommt. Man wird also ohne Zweifel zugeben, daß dergleichen Kometen schon dieser Ursache wegen eine besondere Betrachtung verdienen.

§. 2.

Der Versuch, welchen ich hier liefere, gründet sich größtentheils auf die relative Bewegung des Kometen. Indem ich mir die Erde in Ruhe vorstelle, und ihre Bewegung auf den Kometen in entgegengesetzter Richtung übertrage. Auf diese Art kann nun der Komet als ein Trabant der Erde betrachtet werden, (wenigstens so lange als er sich dieser so nahe befindet) welcher in seiner relativen Bewegung um seinen Hauptplaneten eine Hyperbel beschreibt, deren Krümmung um so stärker ist, je näher er der Erde kommt. Wir wollen uns nun bemühen, Maafsstäbe festzusetzen, nach welchen wir in der Folge diese Bahn bestimmen können.

§. 3.

Ich nehme an, die Laufbahn sey parabolisch, wie man dies bei allen neuen Kometen voraussetzt, und dies ist auch das eigentliche Mittel zwischen der Bewegung in einer Hyperbel und der in einer Ellipse; denn man weiß, daß die Geschwindigkeit eines Kometen, der in irgend einer Parabel läuft, und eine Entfernung von der Sonne hat, welche der der Erde gleich ist, sich zur mittlern Geschwindigkeit der Erde verhält, wie $\sqrt{2} : 1$. Dieses Verhältniß wird aber gröfser für die Hyperbel und kleiner für die Ellipse.

§. 4.

Wir wollen die Sonnenparallaxe = $8''$, 7 annehmen. Dieser Bogen ist in Theilen des Halbmessers ausgedrückt = 0,0000421879, und dividirt man den Halbmesser = 1 durch diesen Decimalbruch, so bekömmt man im Quotienten 23700, welches die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne Erdhalbmessern, ist. Multipliziert man also das doppelte

156 Sammlung astronomischer Abhandlungen,

Zahl mit $3,1415926$ so findet man den Umfang der Erdbahn $= 148969$ Erdhalbmesser.

§. 5.

Diese Laufbahn vollendet die Erde in $365\frac{1}{4}$ Tagen. Jeden Tag legt sie daher einen Bogen zurück, der 408 Erdhalbmessern gleich ist, und jede Stunde einen Bogen von 17 Erdhalbmessern. Dies ist demnach die mittlere Geschwindigkeit der Erde, in Erdhalbmessern ausgedrückt.

§. 6.

Die parabolische Geschwindigkeit eines Kometen, dessen Abstand von der Sonne dem der Erde gleich ist, ergiebt sich nun, wenn man die mittlere Geschwindigkeit der Erde mit $\sqrt{2} = 1,4142136$ multipliziert. Wornach also die tägliche Bewegung des Kometen 578 und die stündliche $24\frac{1}{2}$ Erdhalbmesser wird.

§. 7.

Setzen wir ferner den Halbmesser der Erde $= 19653600$ Fufs, und den Fall der Körper in der ersten Zeitsekunde $= 15,096$ Fufs: so findet sich hieraus ohne Mühe, dafs ein Körper welcher in $5069,7$ Sekunden den Umfang der Erde umläuft, eine Centrifugalkraft haben müsse, die der Schwere gleich ist. Es sey noch ein anderer Körper, der sich in irgend einem Kegelschnitte um die Erde bewegt, und dessen grofse Axe $= 2d$, die Umlaufszeit $= T$, wobey T in Tagen und d in Erdhalbmessern ausgedrückt sind: so hat man allgemein $T = n \omega d^{3/2}$, wo $\omega = 3,14159\dots$ und, im gegenwärtigen Falle, $\frac{1}{n} = 53,5404$ oder $n = 0,018678$. Dieser Coëfficient (n) findet sich, wenn man $d = 1$ und $T = 5069^{\text{h}} 7 = 0,058677$ Tage setzt.

§. 8.

Hierbei mus man bemerken, dafs diese Formel nur in dem Falle richtig ist, wenn die Masse des sich um die Erde bewegenden Körpers gegen die Masse der Erde sehr klein ist.

Im

Im widrigen Falle verkürzt sich die Umlaufszeit, weil beide Körper wechselseitig gegen einander gravitiren.

§. 9.

Es sey nun z der Abstand eines Kometen von der Erde; und seine relative Geschwindigkeit $= C$, so hat man, die große Axe der Ellipse sey $= a$, nach den Gesetzen der Centralkräfte.

$$C = \frac{2}{n} \sqrt{\left(\frac{2}{z} - \frac{2}{a}\right)}$$

Ferner haben wir gesehen, daß die absolute Geschwindigkeit der Erde, in Erdhalbmessern $= 408$, und die des Kometen, während er mit der Erde einerlei Entfernung von der Sonne hat, $= 578$ ist. Dieses giebt nun die Grenzen für die Geschwindigkeit C , nämlich

$$C < 578 + 408$$

$$C > 578 - 408$$

so daß der Werth für C beständig zwischen 170 und 986 fällt. Dieser letzte Werth findet statt, wenn der Komet der Erde in der nämlichen Richtung folgt; und der erste, wenn er ihr in einer Diametralen Richtung entgegen kommt. In den andern Fällen muß der Werth von C durch Zusammenfassung der Bewegung gefunden werden. Da man nun z und C kennt, so findet man daraus leicht den Werth $a = 8z : (8 - n^2 C^2 : z)$, welcher allemal negativ seyn wird, wenn die Laufbahn hyperbolisch ist. Indessen ist freilich diese relative Geschwindigkeit C unabhängig von den Veränderungen, die sie durch die gegenseitige Wirkung der Erde und des Kometen erleidet, bestimmt worden. Und weil diese Veränderung ziemlich beträchtlich werden kann, wenn der Komet sehr nahe an der Erde vorbei gehet, so müssen wir sie zu bestimmen suchen.

§. 10.

Es sey also die Masse der Erde $= 1$ und die Summe der Erd- und Kometen-Masse $= g$; so ändert dieses den Werth für n auf folgende Art

$$n = \frac{0,018678}{\sqrt{g}}$$

§.

§. 11.

Da die relative Laufbahn des Kometen nothwendig eine Hyperbel ist, so wollen wir unsere Formeln nach diesem Kegelschnitte einrichten. Wodurch man erhält

$$c = \frac{2\sqrt{g}}{n} \sqrt{\left(\frac{z}{z} + \frac{z}{a}\right)}$$

$$z(a + 2f) \cos \phi = 2(af + f^2) - az$$

$$\text{tang } \omega = \frac{(a + 2f) \cos \phi + a}{(a + f) \sin \phi} = \frac{2f}{z \sin \phi}$$

In diesen Formeln bezeichnet

- z. irgend einen Abstand des Kometen von der Erde, in Erdhalbmessern.
- c. Die relative Geschwindigkeit des Kometen in der Entfernung z, und diese ist der Raum, welchen der Komet in einem Tage durchläuft.
- ω. Der Winkel, welchen die relative Laufbahn mit dem Radiusvektor z macht.
- φ. Der Winkel zwischen der Axe und dem Radiusvektor auf der Seite der Erdnähe.
- f. Der Abstand in der Erdnähe.
- a. Dasjenige bei der Hyperbel, was man bei der Ellipse die große Axe nennt.

Nun heiße noch ψ der Winkel, welchen die Asymtote

mit der Axe macht, so ist $\cos \psi = \frac{a}{a + 2f}$.

§. 12.

Wir wollen nun den Fall betrachten, wo ein Komet der Erde sich bis zur Berührung nähert, und daß zugleich seine Bahn sich so viel als möglich krümmt. Hierbei muß der Komet der Erde nachfolgen; weil alsdann seine relative Geschwindigkeit, unabhängig von der gegenseitigen Wirkung, nur 170 (§. 9.) seyn wird. Wenn man ferner voraussetzt, daß diese Geschwindigkeit in einer Entfernung z statt finde, die so groß ist, daß die gegenseitige Wirkung der Erde und des Kometen unmerklich wird, so ist

$$c = 170 = \frac{2\sqrt{g}}{n} \sqrt{\left(\frac{z}{z} + \frac{z}{a}\right)}$$

Wenn

Wenn aber der Abstand in der Erdnähe = 1, und der Durchmesser des Kometen sehr klein angenommen wird, ich setze letztern, so wie die Masse des Kometen, = 0: so ist $g=1$ und folglich $\frac{1}{z} = \frac{1}{a} = 1,26025$, und setzt man $1:z=0$, so wird $a=0,7935$. Wenn ferner $z=500$ Erdhalbmesser austrü-ge, welches in dem Sonnensysteme nur eine sehr kleine Ent-fernung ist, so fände man $a=0,7957$. Da dieser Werth von dem vorigen nur um $\frac{1}{20}$ Theil verschieden ist, so bleibt es gleichgültig, welchen von beiden man nehmen will.

§. 13.

Substituirt man einen von diesen Werthen, z. B. dem er-ften, in die Gleichung

$$c = \frac{2}{n} \sqrt{\left(\frac{2}{z} + \frac{2}{a}\right)}$$

so wird

$$c = 107,0808 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{z} + \frac{1}{0,39675}\right)}$$

und setzt man $z=f=1$, so ergibt sich für die Geschwindig-keit in der Erdnähe ,

$$c = 227,67$$

Wenn ferner bekannt ist: $a=0,7935$ und $f=1$, so findet man

$$\cos \psi = \frac{a}{a + 2f} = 0,28405$$

$$\text{und } \psi = 73^{\circ} 30'$$

folglich wird die Gleichung für diese Laufbahn seyn

$$\cos \phi = \frac{1,28404}{z} - 0,28404.$$

Ich habe diese hyperbolische Laufbahn in der 9. Figur durch BN bezeichnet, der man es bald ansehen kann, das sie zu sehr von einer Ellipse verschieden ist, als das ein Kom-et, welcher in einer Parabel, oder sehr excentrischen Ellipse, um die Sonne läuft, jemals ein Mond oder beständiger Traband der Erde, oder überhaupt irgend eines Planeten werden könnte.

§. 14.

Es sey TN ein Theil der Erdbahn, und BN ein Theil der Kometenbahn. Mehrerer Deutlichkeit und Kürze wegen wollen wir annehmen, die zwei Bahnen lägen in einer Ebene, und dafs der Komet von C nach c gehe, während die Erde den Bogen T t durchläuft. Ergänzt man das Parallelogramm $ctT\gamma$, so wird $C\gamma$ der relative Lauf des Kometen seyn, während die Erde in T ruhet.

§. 15.

Nimmt man an, A sey der Punkt, wo die Wirkung der Attraktion der Erde auf den Kometen anfängt merklich zu werden; so ist klar, dafs von diesem Punkte A an die Geschwindigkeit sich merklich zu vermehren anfängt, und die Bahn sich mehr gegen die in T befindliche Erde krümmt. Wenn man den Abstand $aT = AT$ macht, so wird der Punkt a derjenige seyn, an welchem die Wirkung der Attraktion der Erde aufhört, merklich zu seyn. Wenn daher der Komet diesen Punkt zurück gelegt hat, so wird er in seinem Lauf nicht mehr von der Erde gestört werden.

§. 16.

Die Distanzen TA, Ta sind sehr klein und übertreffen nicht viel, die Länge eines Grades der Erdbahn. Wenn sie aber auch gröfser wären, so würde die Sache doch keinesweges unausführbar seyn, obschon der Kalkül länger und verwickelter würde.

§. 17.

Wenn man den Kometen beobachten kann, während er noch viel weiter von der Erde entfernt ist, als in B, C und c, so ist man im Stande, die Laufbahn BC und folglich die relative Bahn $b\gamma$ daraus zu bestimmen. Man kann alsdann irgend einen Punkt A zur Basis annehmen und für diesen sowohl die relative Geschwindigkeit, als auch, die Parallaxe der Sonne wenigstens zum Theil als bekannt vorausgesetzt, den Abstand AT in Erdhalbmessern angeben.

Ferner

Ferner bestimmt man den Winkel TAn , welcher zwischen dem Radiusvektor, (TA), und der Tangente der relativen Bahn in A liegt. Diesen Winkel ω wollen wir in die vorhin gebrauchten Formeln und nun auf den gegenwärtigen Fall anwenden.

§. 18.

Setzt man die Geschwindigkeit in A = c und den Abstand $\text{TA} = z$, so gibt die erste dieser Formeln (§. 11.)

$$c = \frac{2\sqrt{g}}{n} \cdot \sqrt{\left(\frac{z}{a} + \frac{z}{a'}\right)}$$

n ist eine bestimmte und beständige Größe (§. 7.), und c , z sind gegeben. Der Werth von g ist die Einheit, wenn die Masse des Kometen in keine Betrachtung kommt; ist aber dieses letztere nicht, so bestimmt man den Werth für g , entweder durch Versuche, oder durch die Folgerungen der Voraussetzung $g = 1$. Dann findet man aus der Gleichung den Werth für a .

§. 19.

Da nun diese Werthe bekannt sind, so findet man durch die zwei Formeln (§. 11.),

$$\begin{aligned} z(a + zf) \cos \phi &= z(af + f^2) - az \\ z \operatorname{tang} \omega \sin \phi &= zf, \end{aligned}$$

den Abstand der Erdnähe f und die Lage der Axe der relativen Bahn.

Läßt man ferner z und ϕ veränderlich seyn, so wird die erste dieser Gleichungen die Gleichung der Bahn des Kometen. Man braucht von dieser Bahn nichts, als den Theil Aa, die Richtung und die relative Geschwindigkeit des Kometen in a, ferner die Lage des Punktes a und die Zeit, welche der Komet braucht, den hyperbolischen Bogen Aa zu durchlaufen, der in A die nemliche Richtung hat, als die krumme Linie bA.

§. 20.

Auf diese Art verbindet sich dieser hyperbolische Bogen Aa mit der krummen Linie bA, um ihr als Fortsetzung zu dienen.

Weil die Wirkung der Sonne, während der Komet in seiner relativen Bahn den Bogen Aa durchläuft, immer fort dauert, so ist offenbar, daß dieser hyperbolische Bogen, nicht genau so bleibt, wie er durch die Wirkung der Erde allein hervorgebracht wird, und daß dessen Krümmung in dem Maasse, als sie ohne die Wirkung der Erde gewesen seyn würde, vermehrt werden muß. Sie wird aber wieder dadurch ein wenig vermindert, daß die Erde die Bewegung des Kometen beschleuniget. Es wird also die Beschleunigung der Bewegung so ziemlich gleichförmig vertheilt werden, selbst wenn man sogar auf die Veränderung der Wirkung der Sonne Rücksicht nimmt, welche aus der veränderten heliocentrischen Distanz *des Kometen* entsteht. Die Krümmung eines jeden Bogens wird durch den Winkel, welchen zwei an die beiden Enden des Bogens gezogene Tangenten machen gemessen, oder vielmehr, es ist die Summe der Winkel, zwischen den beiden Tangenten und der Chorde. Durch dieses Mittel kann man die wahre Lage des Punktes a und die Richtung der scheinbaren Bahn, so ziemlich genau bestimmen. Nachdem dieses geschehen ist, kann man die wahre Bahn Dd, die zu der verbesserten scheinbaren Aa gehört, durch Zerlegung der Bewegung angeben. Da nun die wahre Richtung und Geschwindigkeit des Kometen in d gegeben sind, so kann man das übrige der wahren Bahn, welches alsdann nur noch von der Wirkung der Sonne abhänget, bestimmen,

§. 21.

Wenn der Komet während der ganzen Zeit, als er der Erde nahe ist, das heißt, vor, während und nach der Zeit, in welcher die Wirkung der Erde auf ihn bemerklich ist, beobachtet werden kann; so hat man Mittel genug, die vorhergehenden Rechnungen zu berichtigen. Denn die Beobachtungen, die nach der Zeit des Vorbeiganges gemacht worden sind, so daß die Wirkung der Erde auf den Kometen keinen Einfluß mehr hat, werden eine andere Laufbahn für den Kometen geben, als diejenigen, welche, unter der nämlichen Bedingniß, vor dem Vorbeigange gemacht worden. Wenn man diese zwei Laufbahnen in relative Bahnen verändert,

dert, so werden sie sich ziemlich nahe bei der Axe der Hyperbel Aa schneiden, und man wird besser sehen können, wie die Hyperbel Aa die Continuität der wahren relativen Bahn erhält.

Ferner, wenn die Wirkung der Erde ziemlich beträchtlich ist, so wird man, durch nahe bei der Erdnähe gemachte Beobachtungen, die Parallaxe des Kometen bestimmen können. Und wenn man dieses mit hinlänglicher Genauigkeit kann, so findet man daraus den Werth für f , welchen wir oben nur vermittelst der Sonnenparallaxe haben bestimmen können. Hieraus ist sichtbar, wie die Parallaxe der Sonne mit der des Kometen zusammen hängt, und dafs man sie alle beide bestimmen kann, wenn man die Untersuchung so weit treibt, dafs sie allen Beobachtungen Genüge thut. Man kann sogar so weit gehen, dafs man die Masse des Kometen mit in Rechnung bringt, und sie durch Beobachtungen findet. Aber diese Beobachtungen müssen genau und zahlreich seyn, vorzüglich in der Gegend des Perigeums.

§. 22.

Wenn die Masse des Kometen so grofs ist, dafs sie mit in Rechnung gezogen werden kann; so wird dadurch nicht allein der Werth g der gegenseitigen Anziehung bestimmt, sondern ein Theil der hyperbolischen Krümmung Aa mufs auch der Erde beigelegt werden. Wenn in diesem Falle der Punkt A als derjenige angenommen wird, wo die gegenseitige Wirkung der Erde und des Kometen anfängt beträchtlich zu werden; so zieht man die gerade Linie TA, und bestimmt auf dieser den allgemeinen Schwerpunkt der zwei Körper.

Diesen Punkt nimmt man als beständig an, und beschreibt um ihn zwei der Aa ähnliche Hyperbeln, deren aber jede im Verhältnisse zu der Aa seyn mufs, wie jede Masse zu der Summe der Massen. Auf diese Art bestimmt nun die Masse des Kometen die Hyperbel für die Erde, und die Masse der Erde die Hyperbel für den Kometen. Diese letzte Hyperbel wird eine der Hyperbel Aa ähnliche Lage haben, die Hyperbel für die Erde aber wird eine entgegengesetzte und umgekehrte Lage haben.

§. 23.

Ich habe oben gesagt, daß ich durch Interpolation die Perturbation zu bestimmen suchte, die aus der gegenseitigen Wirkung der Erde und des Kometen entsteht. Diese Perturbation ist nur in einem sehr kleinen Bogen der Erd- und Kometen-Bahn bemerklich, und für diesen kleinen Bogen betrachte ich die Wirkung der Erde und des Kometen unabhängig von der Wirkung der Sonne. Hernach untersuchte ich, was die Sonne allein würde hervorgebracht haben, und setze diese zwey Resultate zusammen. Dieses gibt freilich nicht das wirkliche Resultat ganz genau, der Unterschied wird aber nicht sehr groß seyn, und man kann ihn noch durch andere Mittel verbessern.

§. 24.

Die vorhergehenden Untersuchungen gründen sich vorzüglich auf die Idee, daß ich den Kometen als einen vorübergehenden Trabanten der Erde (satellite passager) betrachte; im Gegentheil eines bleibenden Trabanten, dergleichen der Mond ist. In der Theorie der Bewegung des Mondes, nimmt man an, die Erde sey in Ruhe. Dieses verursacht, daß seine wirkliche Laufbahn um die der Erde, welche die Form einer schlangenförmigen Cycloide hat, sich beinahe in eine Ellipse verändert, wo die wirkliche Geschwindigkeit nicht viel größer ist, als die der Erde. Aber mit der Geschwindigkeit der Kometen ist es ganz anders beschaffen, diese ist viel größer; und deswegen wird der Komet um die in Ruhe angenommene Erde eine Hyperbel beschreiben. Wenn diese Hyperbel sich verändert, so muß die Veränderung ganz der Wirkung der Sonne zugeschrieben werden, die auf gleiche Art auch die Ellipse des Mondes in Unordnung bringt.

§. 25.

Es beruhen also beide Rechnungen auf den nämlichen Prinzipien, und es kommt nur darauf an, zu bestimmen wie viel der Unterschied der heliocentrischen Entfernungen der Erde und des Kometen Einfluß auf die Veränderung der hyperbolischen Figur der Bahn des vorbeigehenden Trabanten hat. Diese

Diese Veränderung wird höchstens drei Tage vor und nach der Zeit der Erdnähe in Rechnung gebracht; weil die Wirkung der Erde längstens sechs Tage dauern kann. Denn da die geringste tägliche relative Bewegung des Kometen 170 Erdhalbmesser ist: so sieht man, dafs er in drei Tagen sich der Erde wenigstens 510 Erdhalbmesser nähert, oder von ihr entfernt.

Ueber die Bewegung der Planeten im Aether.

Vom Hrn. *Schubert*, Russisch kayserl. Kollegienrath und Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Petersburg, unterm 14ten Febr. 1799 eingesandt.

§. 1.

Die Gründe, woraus Newton schlofs, dafs sich die Planeten im leeren Raum, oder wenigstens in einer nicht widerstehenden Materie bewegen, weil sonst aus dem Widerstande dieser Materie Unregelmäßigkeiten in ihrer Bewegung hätten entstehen müssen, die wir *bisher* nicht bemerkt haben. — Diese Gründe beweisen eigentlich nur, dafs der Widerstand dieser Materie erst nach einer solchen Anzahl von Revolutionen der Planeten bemerkt werden könne, die eine längere Zeit erfordert, als alle astronomischen Beobachtungen umfassen. Die Materie, in welcher die Planeten ihren ewigen Kreislauf verrichten, kann so fein, oder von so unbeträchtlicher Dichtigkeit seyn, dafs ihr Widerstand in einem oder zwei Jahrtausenden den Beobachtern um so eher entgehen konnte, dessen Wirkungen mit andern Perturbationen vermengt. Da indessen dieser Widerstand ununterbrochen fortdauern könnten die Wirkungen desselben doch wohl nach u

