tentamina, utcumque sine baculo incedere, brachium attollere, manum & digitos flectere atque extendere, quin etiam magis prompte articulateque loqui posset. Fatendum est tamen, ne plus aequo huic curationi tribuatur, adhuc aliquid superesse infirmitatis, necdum loquelam in integrum restitutam, nec vigorem animi & memoriae, nec vires lateris in totum redintegratas.

SCHOLIUM.

In Hemiplectico priore tantum octies, in hoc autem duodecies electrisatio adhibita est. Amplius eandem urgere, indicantium ratio non suadebat. Toties iterata, in membris resolutis velut exhausisse vires suas, & vix ab ejus longiore usu, ulterior mutatio expectanda videbatur. Ad hoc Aeger fatigatus, ejus taedium capere, sibique de capitis laesione timere incipiebat. Etsi vero nondum ex integro convaluerit, sed aliquid in genere nervoso infirmitatis supersit, sicut plerumque in hoc morbi genere fieri solet; non tamen vis electrica frustra fuisse videtur, siquidem ab iterata ejus administratione, indies loquela emendatior, ac muscularis facultas in affecto latere valentior apparebat.

JOH. HENRICI LAMBERTI
TENTAMEN
DE
VI CALORIS, QUA CORPORA DILATAT,
ejusque
DIMENSIONE.

§. 1. IGnem, cujus effectum, sensibus perceptum, calorem vocare solemus, densissima penetrare corpora, eaque solidissima dilatare, experientia satis superque manifestum est. Talem

Talem ergo particulis igneis attribuamus vim & naturam, ut inde utriusque hujus effectus ratio reddi possit; illas nempe minutissimas, fluidas & elasticitate praeditas ponendo. Minutissimae sint oportet, ut possint minima quaeque densissimorum corporum spatiola tam facile & copiose penetrare, quam id in auro, brevi tempore ad excandescentiam usque calefacto, observamus. Quod pariter fieri non potest, nisi simul concedamus, minime illas inter se cohaerere, adeoque maxime omnium fluidas esse. Elasticitate, sive vi quadam dilatante praeditas esse particulas igneas, vel inde patet, quod materiam, quam ingrediuntur, dilatant, adeoque illius particulas a se repellunt.

§. 2. Cumque, quod thermometra abunde docent, corpora a certo caloris gradu non ultra certum gradum dilatentur, consequens est, eo casu vim particularum ignearum dilatantem resistentiae materiae esse aequalem. Unde concludere licet, vim illam particularum eo fieri debiliorem, quo major fuerit distantia, ad quam particulae materiae ab igneis repelluntur. Illas autem hisce reniti, vel ex eo sequitur, quod corpus refrigescens, iterum condensatur.

§. 3. Quoniam itaque particulae igneae vi pollent materiam circumjacentem ad certam usque distantiam repellendi, hinc conficitur, illas non minus se invicem repulsuras, nisi vis, qua mutuo in se agunt, a resistentia quadam externa impediatur. Cessante igitur in corpore quodam calido resistentia aliqua ex parte, necesse est, particulas eo sese moturas, donec per totum corpus & materiam adjacentem ita fuerint disseminatae, ut vis, qua mutuo in se & materiam agunt, & sibi & resistentiae materiae aequalis sit.

§. 4. His praestructis, vel per se patet ratio, cur corpora eidem calori aliquandiu exposita, ad eundem caloris gradum perveniant, quia nempe in singulis particulae igneae eandem vim acquirunt. Cumque calorem, sensuum ope, nonnisi per

 vim

vim ejus, quam percipimus, dijudicemus, consequens est, id quod calorem nominamus, in vi illa particularum ignis consistere, adeoque calorem esse majorem, si vis ipsarum major fuerit, minorem contra, si minor. Unde ratio reddi potest, cur calor transeat ex corpore calidiore in frigidius. Vis enim particularum in illo major est, in hoc vero minor, adeoque & hujus resistentia; nil ergo obstat, quo minus vis particularum illius praepollens sese exserat, adeoque particulae sese repellant, repulsae in corpus frigidius transeant, donec utrinque ipsarum vis, ideoque & calor aequalis sit (§. 3.)

§. 5. Intensitas caloris est vis particularum ignis in certo spatio; intensior ergo erit calor, si vis particularum, quas idem spatium continet, major fuerit; debilior contra, si minori vi gaudeant.

§. 6. Vis particularum omnium in eodem spatio contentarum est aggregatum ex viribus singularum; major ergo est, 1°. quo plures particulae in eodem spatio fuerint: 2°. quo major fuerit cujuslibet vis. Hanc vero resistentiae esse aequalem jam supra (§. 2.) evictum dedimus. At difficilior est quaestio, an vis particularum ignearum, qua mutuo in se agunt, cujusque particulae vim augeat nec ne? Ponamus ipsam augeri; oportet particulae propius ad se accedant, adeoque vis adsit externa, qua ita magis comprimantur, ac sola materiae resistentia efficere posset. Quod si ergo ejusmodi vis externa adfuerit, affirmanda erit quaestio, idque variis casibus fieri solet. Praecipua ejusmodi vis est calor externus intensissimus. Hoc enim adeo particulae igneae comprimi, ipsarumque vires augeri possunt, ut omnem vim, qua partes materiae cohaerent, longe superent; quo fit, ut fluida ebulliant & in vapores resolvantur, solida vero liquefiant, calcinentur & plane comburantur. Nemo vero non concedet hanc calefactionem, ignisque vim maxime esse violentam, cum naturam corporum, partes ipsorum divellendo, quasi evertere videatur.

§. 7.

§. 7. Alius ejusmodi casus est vehemens partium attritus, & praesertim si sub angulo acuto ferrum malleo percutiatur, unde non solum motus intestinus particularum ignis, verum & maxima earum compressio oritur, qua simul illarum vis, corporisque calor augetur. At cum hi casus nimis sint extraordinarii atque vehementior solito calefactio corporum in iis obtineat, iis considerandis abstinebimus.

§. 8. Cum ergo his similibusque Casibus vis quaedam externa adsit, quae particulas igneas in corpore calido magis comprimit, quam ob materiae resistentiam comprimerentur, pluresque adsint ignis particulae quam resistentia illa ferre posse videtur; inde quoque concludere licet, quod si ejusmodi causa non adfuerit, nec tanta particularum copia, nullam adesse rationem, cur vis particularum major sit materiae resistentia. Cumque in corpore homogeneo resistentiam istam ubique aequalem ponere possimus, non obscure inde elucescit, cujusvis quoque particulae igneae vim in eodem corpore continuo & ubique esse aequalem; adeoque aggregatum virium particularum in certo spatio haberi, si vis uniuscujusque particulae per quantitatem particularum in eodem spatio multiplicetur. Constat ergo quomodo caloris intensitas sit determinanda; constat porro, hanc intensitatem quantitati particularum in eodem spatio sitarum constanter esse proportionalem.

§. 9. Corpus quodcunque calore dilatatur, dum quaevis particula ignea materiam circumjacentem propellit. Concipere ergo poterimus, quamvis particulam spatiolum, in quo vim suam exserit, amplificare, adeoque incrementum, quod corporis volumen ex dilatatione capit, aequale esse incrementis omnium spatiorum a quavis particula ignis dilatatorum. Determinabitur ergo incrementum voluminis totius corporis, incremento spatioli per quantitatem omnium particularum ignearum multiplicato. Quod assumere licebit, sive ponamus ob aequalem particularum vim (§. 8.) aequale quoque esse incrementum cujusvis spatioli, quod in corpore homogeneo non adeo foret absur-

absurdum, sive ex omnibus incrementis medium quoddam assumamus.

§. 10. Corpus absolute foret frigidum, si nullae plane in ipso forent particulae ignis, quod vero cum esse nequeat, (§. 4.) consequens est, non dari corpus absolute frigidum, adeoque non modo omnia corpora quandam ignis partem continere, verum & omnia ab ipso ad certum usque gradum esse expansa. Cum ergo volumen corporis absolute frigidi experimentis explorare non possimus, nil restat, quam ut relativas corporum dilatationes invicem comparemus, & quae inde concludi possunt, deducamus. Poterimus tamen quemvis caloris gradum ceu gradum absoluti frigoris considerare sequentem in modum.

§. 11. Concipiamus corpus A calefieri a corpore B, particulae igneae ex hoc in illud transibunt, adeoque corpus B paulatim refrigescet. Cum tamen ante calefactionem in corpore A jam extiterit certa particularum ignearum quantitas; earum vim $= v$ ponemus. Sit contra vis particularum in corpore $B = V$, quae cum ab initio major sit vi v, minor erit hujus reactio, adeoque ex vi V pars ipsius $= v$ impendetur ad vincendam resistentiam particularum in corpore A. Particulae ergo in corpore B sola vi $V - v$ in corpus A agent, ita ut idem sit, an corpus B vi gaudeat $= V$, cui in corpore A vis $= v$ resistit; vel an corpus B sola vi $V - v$ praedita sit, cui vero in corpore A nulla vis resistit, adeoque corpus A ab initio calefactionis absolute frigidum sit.

§. 12. Ut quae in posterum dicentur, eo distinctius exponi possint, nominemus excessum virium, quo corpus B prae altero A eodem tempore, aut idem corpus B diversis temporibus gaudet, *vim particularum relativam.* Unde simul patescit, quid sibi velit *intensitas caloris relativa*, *magnitudo expansionis vel dilatatio relativa* &c.

§. 13. Quod si ergo corpus A a corpore B incalescat, hoc contra refrigeretur, per se clarum est, vim illius augeri, hujus contra

contra imminui, adeoque vim relativam corporis *B* continuo fieri minorem, tandemque fore $=0$; quo casu nempe utrumque corpus eodem caloris gradu gaudet. Similiter patet, expansionem relativam corporis *A* continuo augeri, corporis *B* vero imminui, donec vis relativa fuerit $=0$. Idem tenendum est de quantitate relativa particularum, quae in corpore *B* imminuitur, in *A* vero augetur.

§. 14. Patet autem ex dictis, in omni calefactione & refrigeratione certum cum expansionis tum caloris gradum ut infimum considerari, non aliter ac si gradus esset absoluti frigoris. Sic ex. gr. in casu allato gradus caloris, quem habet initio corpus *A* ceu talis consideratur, ita ut calefactione acquisitus caloris gradus in vi illarum particularum consistat, quae calefactione in spatium ejus quoddam determinatum influxerunt. Similiter extensio ejus relativa est incrementum, quod calefactione ipsius volumen cepit. In corpore *B* idem ille infimus gradus caloris ponitur, quem in corpore *A* statuimus; ita ut in ipso tam magnitudo caloris amissi quam residui considerari possit. Ille consistit in vi particularum, quae ex eodem spatio effluxerunt, hic in vi illarum, quae ex eodem spatio adhuc effluere deberent, ut corpus *B* ad eundem infimum caloris gradum perveniat, quem corpus *A* ab initio habuit. Pari modo ipsius extensio relativa cum amissa tum residua & utriusque corporis quantitas relativa particularum considerandae sunt.

§. 15. Ex his tandem dilucide patet, volumen, quantitatem particularum, adeoque & calorem corporis *A* ante calefactionem, plane non in considerationem venire, adeoque veluti $=0$ existimari posse, similiter quoque volumen, quantitatem particularum & calorem, corporis *B* infimo illo caloris gradu praediti, pro nullo haberi, adeoque calefactionem & refrigerationem ad influxum & effluxum fluidorum reduci posse. His ita praemissis ad specialiora perveniamus, ut postea dicta experimentis illustrare possimus.

PROBLEMA I.

§. 16. Dato volumine duorum corporum A, a, vi particularum in utroque V, v. Quantitate relativa particularum in alterutro $= Q$. invenire quantitatem particularum, quae ex uno in alterum influent.

SOLUTIO.

Sit Quantitas quaesita $= x$. erit post influxum quantitas residua in corpore calidiore $= Q - x$, in frigidiore $= x$; cum igitur earum vis debet esse aequalis (§. 3. 4.) in eam est inquirendum. Quod ut fiat determinanda quantitas particularum in eodem spatio, quod sit $= 1$. Cum post influxum particulae aequaliter in quovis corpore disseminatae sint (§. cit.) erit

$$A : 1 = (Q - x) : ((Q - x) : A)$$
$$a : 1 = x : x : a$$

Unde (§. 8.) vis in corpore calidiore post influxum $= V(Q-x) : A$, in frigidiore $= xv : a$; quae vires cum post transitum sint aequales, erit

$$V(Q-x) : A = xv : a$$

unde $x = \frac{aQV}{Av + aV}$. quae est quantitas quaesita.

En Corollaria quaedam.

§. 17. Fiat $V = v$, erit $x = aQ : (A + a)$ qui casus obtinet in iisdem corporibus homogeneis (§. 8.)

§. 18. Quod si fuerint ambo corpora ejusdem voluminis, erit $A = a$, adeoque $x = \frac{QV}{v + V}$.

§. 19. Si uterque casus obtineat, habebitur $A = a$, & $V = v$, unde $x = \frac{1}{2} Q$. quod verum esse vel per se patet.

§. 20. Si Volumen A respectu voluminis a censeri possit veluti infinite magnum, erit $aV = 0$, unde $x = aQV : Av$.

Hoc

Hoc casu igitur x erit vel $= o$, si Q non fuerit infinite magna: si contra fuerit infinite magna, x erit quantitas finita, ex ratione $aQV : Av$ determinanda.

§. 21. Si contra volumen a respectu voluminis A censeri possit infinite magnum, erit $Av = o$, ergo $x = Q$ hoc ergo casu, tota quantitas Q effluere censetur. Obtinet vero casus, si corpus calidum in aëre libero, in aqua defluente &c. refrigescat.

PROBLEMA II.

§. 22. Sint omnia, ut in Problemate praecedente, invenire magnitudinem extensionis relativam post effluxum.

SOLUTIO.

Cum quantitas relativa in corpore refrigescente initio sit $= Q$. quantitas effluxa $= \frac{aQV}{Av + aV}$, erit quantitas residua $= Q - \frac{aQV}{Av + aV} = \frac{AvQ}{Av + aV}$ in corpore vero calefacto, quantitas haec initio est $= o$, post effluxum $= \frac{aQV}{Av + aV}$.

Sit igitur spatiolum cujusque particulae medium in illo $= S$, in hoc $= s$. erit magnitudo expansionis in hoc $= \frac{asQV}{Av + aV}$, in illo residua $= \frac{ASvQ}{Av + aV}$ (§. 9.) Unde non difficile est eadem corollaria deducere, quae ex formula praecedente deduximus (§. 16-21.)

§. 23. Vis relativa est excessus virium particularum, quo corpus calidius prae frigidiore gaudet, cui adeo in hoc nulla particularum vis resistit, adeoque cum nil adsit, quod impediat, quo minus effectus plenus sequatur, statuere possumus,

 quan-

quantitatem particularum ignis, quae ex illo in hoc momento $d\tau$ transeunt, constanter esse vi relativae proportionalem.

PROBLEMA III.

§. 24. Datis iisdem, quae in Problemate primo, invenire quantitatem particularum dato tempore ex corpore calido in frigidius influxarum.

SOLUTIO.

Ponamus post tempus τ influxisse quantitatem x, tempusculo $d\tau$ influent particulae dx. Et in corpore refrigescente supererunt particulae $Q-x$. Est ergo harum vis $= V(Q-x):A$; contra vis particularum in corpus calefiens influxarum $= vx:a$. Unde vis illius relativa $=(VQ-Vx):A-vx:a=\frac{aVQ-(aV+Av)x}{Aa}$. Huic vero cum proportionalis sit quantitas dx, tempusculo $d\tau$ effluens, (§. 23.) erit $dx:\frac{(aVQ-(aV+Av)x)}{aA}=\frac{d\tau}{m}=$ const. Unde habetur $\tau=\frac{maA}{aV+Av}\log.\frac{aVQ}{aVQ-(aV+Av)x}$. Curva igitur, cujus abscissae tempus τ, semiordinatae vero quantitatem particularum effluxarum & influxarum x, repraesentant, est Logarithmica. Sit igitur (fig. 1.) $AB=Q$, erit $AC=aVQ:(aV+Av)$, subtangens $CT=\frac{maA}{aV+Av}$. $AP=\tau$, $PM=x$, ergo $MN=aVQ:(aV+Av)-x$. Cum itaque CD sit asymtotus curvae, erit AC ejus semiordinata maxima ad asymtoton relata, ergo cum sit $=aVQ:(aV+Av)$, erit haec quantitas maxima ex corpore calidiore in frigidius influxa, quod convenit cum dictis in Problemate primo.

§. 25. Quoniam igitur recta PM repraesentat quantitatem particularum ex corpore calidiore in frigidius effluxarum tempore AP; AB vero quantitatem particularum relativam in corpore

pore calidiore ante initium effluxus $= PQ$, erit $MQ =$ quantitati particularum post tempus AP in illo residuarum, adeoque $QP - 2PM = QM - PM =$ quantitati earum relativae post idem tempus.

§. 26. Fiat $A = a$, $V = v$, erit $\tau = \frac{m}{2} \log. \frac{Q}{Q - 2x}$.
Quo casu erit (fig. 1.) $AC = Q : 2$. $CT = \frac{1}{2} m$.

§. 27. Ponatur volumen a veluti infinite majus quam A,

$$\text{erit } \tau = \frac{mA}{V} \log. \frac{Q}{Q - x}$$

$$\text{unde } AC = Q. \quad CB = 0. \quad CT = mA : V.$$

Qui casus obtinet, corpore in aëre libero, in aqua fluente &c. refrigescente.

PROBLEMA IV.

§. 28. Si omnia fuerint, ut in Problemate praecedente, invenire magnitudinem expansionis relativam, quam utrumque corpus quocunque tempore dato habet.

SOLUTIO.

Cum magnitudo expansionis quantitati particularum constanter sit proportionalis (§. 9.) solutio hujus Problematis a solutione praecedentis non differt. Non enim alio opus est negotio, quam ut pro quantitatibus particularum Q & x substituamus magnitudines expansionis inde provenientes, quae in corpore calidiore erunt QS & xS, in frigidiore Qs & xs (§. 9. 22.) Sic enim habebimus pro illo

$$\tau = \frac{maA}{(aV + Av)S} \log. \frac{aVQ}{aVQ - (aV + Av)x}$$

pro hoc vero $\tau = \frac{maA}{(aV + Av)s} \log. \frac{aVQ}{aVQ - (aV + Av)x}$.

Erit ergo (fig. 1.) pro corpore calidiore $AB = QS$, $PM = xS$. $AP = \tau$. $AC = aVQS : (aV + Av)$, $CT = maA : (aV + Av) S$.

 Pro

Pro corpore frigidiore contra erit $AB = Qs$, $PM = xs$, $AC = aVQs : (aV + Av)$, $CT = maA : (aV + Av)s$. Curvae ergo hae ab iis quas in Problemate praecedente reperimus, quoad subtangentem solummodo differunt.

§. 29. Patet ergo ex dictis, magnitudinem relativam expansionis in quocunque casu speciali, datis tribus solummodo observationibus, pro quoque tempore determinari posse, adeoque non necessarium esse, ut sciamus neque vires particularum V, v, nec quantitates Q, x, nec volumina corporum A, a. Exemplum, quo hactenus stabilita & illustrantur & confirmantur, infra adducam.

§. 30. Curva effluxus in genere est curva, cujus semiordinatae quantitatem fluidi vel jam effluxam, vel adhuc residuam, abscissae vero tempus repraesentant, quo quantitas prior effluxa est, vel posterior effluet. Sit v. gr. (fig. 2.) AD quantitas fluidi ab initio. $AB = DC$ tempus, quo tota effluet. $AP = t$ tempus quodcunque. Curva effluxus BMD, $QM = y$ quantitas tempore t effluxa; erit PM quantitas eodem tempore t residua $= r$, & BP tempus, quo effluet quantitas PM. Effluet ergo tempusculo $Pp = dt$, quantitas infinite parva $Mn = dy = -dr$. His positis sequens subjungemus

LEMMA. I.

§. 31. Si, effluente fluido, quantitas ipsius r infusione facta, constanter eadem conservatur, tempus quo quantitas r, vase constanter ita pleno, effluit, erit subtangens curvae effluxus.

DEMONSTRATIO.

Cum enim effluxus fiat ob pressionem fluidi, quaecunque illa sit, ponere licet, vase constanter eodemque modo pleno, etiam effluentis quantitatem fore tempori proportionalem; cum igitur tempusculo $d\tau$ effluat quantitas $-dr$, hinc valebit analogia

$-dr$:

$$-dr : dt = r : \frac{r\,dt}{-dr}$$

id est $Mn : mn = MP : PT.$

est ergo $\frac{r\,dt}{-dr} = PT$ subtangens curvae, quam faciemus $= \gamma$. Patetque hinc simul PT esse tempus, quo, vase constanter quantitate $PM = r$ repleto, effluit quantitas $PM = r$.

§. 32. Cum subtangens Logarithmicae sit constans, hinc patet, quod si effluxus fiat per semiordinatas Logarithmicae tempus γ fore constans, quaecunque fuerit quantitas r.

§. 33. Quoniam porro subtangens exprimi potest per semiordinatas, hinc patet, data subtangente per semiordinatas expressa, dari quoque curvam effluxus, & inveniri posse, quid dato quocunque tempore residuum quid contra jam effluxum sit.

PROBLEMA V.

§. 34. Si secundum legem quamcunque particulae igneae vel fluidi cujuscunque influant, & influxae secundum legem quamcunque denuo effluant, invenire legem pro determinanda quantitate particularum dato tempore remanentium.

SOLUTIO.

Sit tempus quodcunque $= \tau$, quantitas particularum hoc tempore influxarum $= z$. Quod si ergo τ fuerit abscissa, z vero semiordinata, patet, data lege influxus, dari curvam influxus, & simul, aequationem ad ipsam. Quaecunque vero sit haec lex, per se clarum est, tempusculo $d\tau$ influxuram quantitatem dz.

Cum vero particulae denuo effluant, sit quantitas particularum tempore τ residuarum $= r$, subtangens curvae effluxus $= \gamma$. erit $\gamma : r = d\tau : \frac{r\,d\tau}{\gamma}$ (§. 31. 33.) ergo $\frac{r\,d\tau}{\gamma}$ erit quantitas particularum tempusculo $d\tau$ effluentium, qua

igitur

igitur a quantitate eodem tempusculo $d\tau$ influxarum dz subtracta, remanebit $dz - \frac{r\,d\tau}{\daleth} = dr$, quantitas particularum qua quantitas residua r tempusculo $d\tau$ vel augetur vel minuitur. Habemus adeo legem quaesitam

$$dz - \frac{r\,d\tau}{\daleth} = dr.$$

sive $$\daleth\,dr = \daleth\,dz - r\,d\tau.$$

Quae cum quatuor variabiles $\daleth$, r, z, τ contineat, determinanda erit subtangens $\daleth$ per semiordinatam curvae effluxus r, & quantitas z per tempus τ. Sic enim habebitur aequatio inter tempus τ & quantitatem particularum remanentium r. *Q. E. J.*

COROLLARIUM I.

§. 35. Formula inventa $\daleth\,dr = \daleth\,dz - r\,d\tau$ constat ex elementis trium curvarum, quarum abscissae sunt r, z, τ. semiordinatae $= \daleth, \daleth, r$. Sit igitur (fig. 3.) $BN = \tau$. $Nn = d\tau$. $NQ = r$. $qv = dr$. $NR = z$. $sr = dz$. fiat $BP = QN$. $Pp = qv$. $BM = NR$. $Mm = sr$. $PV = MX = \daleth$. erit $NQqn = r\,d\tau$. $PQqp = \tau\,dr$. $PVyp = \daleth\,dr$. $MXxm = \daleth\,dz$. Cumque sit $\daleth\,dr = \daleth\,dz - r\,d\tau$ (§. 34.) erit quoque $PVyp = MXxm - NQqn$. & $PVyp + NQqn = MXxm$, adeoque $\int PVyp + \int NQqn = \int MXxm$, id est, $BVP + BQN = BXM$.

COROLLARIUM II.

§. 36. Quod si quantitas z fuerit tempori τ proportionalis, adeoque $z = n\tau$, influxus erit aequabilis, adeoque cum sit $dz = n\,d\tau$, erit formula pro influxu aequabili

$$\daleth n\,d\tau - r\,d\tau = \daleth\,dr$$
$$d\tau : dr = \daleth : (n\daleth - r)$$
$$d\tau = \frac{\daleth\,dr}{n\daleth - r}$$

in qua sola subtangens $\daleth$ ex lege effluxus est determinanda.

Hoc

Hoc quoque casu lineam BR (fig. 3.) rectam esse, vel per se Tab. VII. manifestum est.

COROLLARIUM III.

§. 37. Ponamus contra subtangentem $\daleth$ esse constantem, quod fit, quando curva effluxus fuerit logarithmica. Hoc casu I°. curvae BV & BX (fig. 3.) degenerabunt in rectam rectae PM parallelam. II°. Erunt ergo semiordinatae PV & MX constantes & $= \daleth$. III°. adeoque (§. 35.) area BQN erit aequalis differentiae rectangulorum $(BP.\ PV)$ & $(BM.\ PV) = (BM - BP).\ PV.$ sive $\int r\,d\tau = (z - r)\daleth$. IV°. Unde erit $\int \frac{r\,d\tau}{\daleth} = z - r =$ differentiae particularum influxarum & remanentium, ergo $=$ quantitati particularum effluxarum. Quare V°. eo casu, quo $\daleth$ est constans, quantitas particularum remanentium semiordinatae NQ, effluxarum vero spatio BQN per $\daleth$ diviso est aequalis.

COROLLARIUM IV.

§. 38. Si uterque hic casus (§. 36. 37.) conjungetur, adeoque fiat $z = n\tau$ & $\daleth$ constans, erit formula generalis mutata in sequentem

$$d\tau = \frac{\daleth\,dr}{n\daleth - r}$$

adeoque

$$\frac{\tau}{\daleth} = \log.\ \frac{n\daleth}{n\daleth - r}$$

Est ergo hoc casu BQ (fig. 3.) logarithmica, cujus maxima adplicata sive distantia initii B ab asymtoto $= n\daleth$. subtangens $= \daleth$. adeoque logarithmica haec eadem ac logarithmica effluxus. Valent praeterea de hac curva dicta §. 36. 37. Cumque sit $\tau : n\tau = \daleth : n\daleth$. atque $n\tau = z$. erit $\tau : z = \daleth : n\daleth$. id est, tempus τ erit ad quantitatem z tempore τ influxam, ut subtangens $\daleth$ ad maximam adplicatam, sive ad maximam quantitatem remanentem. Unde data ratione n & subtangente $\daleth$

Tab. VII. non difficile eſt, cetera invenire & conſtruere. Ceterum hunc caſum diſtinctius expoſuimus, ut infra ipſum experimento illuſtrare poſſemus.

Si ante influxum, jam adſit certa particularum quantitas, quam faciemus $= b$, tunc in formula noſtra (§. 34.) pro r ſubſtituendum $r + b$. ſicque habebimus

$$\rceil dr = \rceil dz - r d\tau - b d\tau.$$

ex qua eadem corollaria poſſunt deduci, quae ex prima deduximus (§. 35--38.)

§. 39. Antequam dicta experimentis adplicemus, praemonenda ſunt quaedam de circumſpectione, qua illa cum ſeligenda tum inſtituenda ſunt. I. Cum dilatationes corporum dimenſione ipſorum voluminis hujusque incrementi dignoſcantur, hoc vero thermometrum rite diviſum vel ſua ſponte oſtendat, ita in vicem corporis cujuscunque calefaciendi vel refrigerandi thermometrum ſubſtituamus. II. Ne autem aër thermometro incluſus elaſticitate ſua dilatationem vel condenſationem impediat, quod non poteſt non fieri, thermometro clauſo; ita ſuperior pars tubi ipſius, hermetice ſigillata aperienda eſt, ut aër libere in tubum influere & effluere poſſit. III. At cum hoc modo, thermometro ad inſignem uſque gradum calefacto, aër ex ſpiritu vini vel mercurio incluſo exeat, adeoque ipſius volumen minuatur, ita experimenta non ex voto ſuccedent, ſi thermometrum nimis incaleſcat, quod ergo impediendum, temperatiorem caloris gradum pro obſervationibus ſeligendo. IV. Thermometri globum nonniſi materia tangat, in qua aut calefieri aut refrigeſcere debet, alias enim denuo experimenta ob irregularitates inde provenientes erunt irrita. Eandem ob cauſam thermometri ſitus horizontalis, aut ſaltem ad horizontem inclinatus ſit oportet, & immobilis maneat. V. Cumque initio calefactionis vitrum globi aliquantulum dilatetur, refrigerationis contra contrahatur, ita experimenta non ab initio ſunt ſumenda, verum minutum aut plura expectandum, uſque dum aſcenſus vel deſcenſus liquoris magis fiat regularis. VI.

Dum

Dum fit experimentum, aër motu ſenſibili ſit deſtitutus, eodemque ſemper calore praeditus. VII. Materia calefaciens aequaliter aut ſecundum datam legem aequabiliter in thermometrum agat. VIII. Tempus denique exacte dimetiatur, &c. Tab. VII.

§. 40. His ſimilibusque cautelis uſus A°. 1752. Octobr. 25. hora undecima antemeridiana (§. 39. VII.) coelo ſudo, nullo ſenſibili vento ſpirante, thermometrum a Reaumuriano parum differens Soli expoſui, formulam §. 38. examinaturus, ſingulisque minutis notavi gradum, ad quem ſpiritus vini aſcenderat. Gradus in decimas partes erant diviſi, ſicque ſatis exacte vigeſimas graduum partes diſtinguere potui. Gradus vero obſervati in Tabula ſequente ita notati ſunt, ut columna prima tempus, ſecunda gradus obſervatos, tertia vero eosdem gradus, calculo repertos, quarta denique eorum differentiam contineat.

Tabula aſcenſus Thermometri ad Solem expoſiti.

temp. min.	*grad. therm. obſerv.*	*grad. therm. ex calculo.*	*differ.*	*temp. min.*	*grad. therm. obſervati.*	*grad. therm. ex calculo.*	*differ.*
0	1004.00	*aſſumtus.*		31	1021.60	1021.68	-0.08
1	1005.15	1005.06	+0.09	32	1021.85	1021.93	-0.08
2	1006.20	1006.07	+0.13	33	1022.10	1022.16	-0.06
				34	1022.35	1022.39	-0.04
3	1007.15	1007.04	+0.11	35	1022.60	1022.60	+0.00
4	1008.05	1007.96	+0.09	36	1022.80	1022.80	+0.00
				37	1023.00	1023.00	+0.00
5	1009.00	1008.84	+0.16	38	1023.20	1023.18	+0.02
6	1009.80	1009.68	+0.12	39	1023.40	1023.36	+0.04
7	1010.60	1010.48	+0.12	40	1023.55	1023.53	+0.02
8	1011.30	1011.24	+0.06	41	1023.75	1023.68	+0.07
9	1012.10	1011.97	+0.13	42	1023.93	1023.84	+0.09
10	1012.80	1012.66	+0.14	43	1024.05	1023.98	+0.07
11	1013.40	1013.32	+0.18	44	1024.20	1024.12	+0.08
12	1014.00	1013.95	+0.05	45	1024.35	1024.25	+0.10
13	1014.55	1014.56	-0.01	46	1024.50	1024.38	+0.12
14	1015.15	1015.16	-0.01	47	1024.60	1024.50	+0.10
15	1015.70	1015.68	+0.02	48	1024.70	1024.62	+0.12
16	1016.20	1016.20	+0.00	49	1024.80	1024.73	+0.07
17	1016.65	1016.70	-0.05	50	1024.90	1024.83	+0.07
18	1017.10	1017.17	-0.07	51	1025.00	1024.93	-0.07
19	1017.55	1017.63	-0.08	52	1025.10	1025.03	+0.07
20	1018.00	1018.06	-0.06	53	1025.20	1025.12	+0.08
21	1018.40	1018.47	-0.07	54	1025.25+	1025.21	+0.04
22	1018.70	1018.87	-0.17	55	1025.35	1025.29	+0.06
23	1019.05	1019.25	-0.20	56	1025.40	1025.37	+0.03
24	1019.40	1019.60	-0.20	57	1025.45	1025.44	+0.01
25	1019.80	1019.94	-0.14	58	1025.50+	1025.51	-0.01
26	1020.10	1020.27	-0.17	59	1025.55+	1025.58	-0.03
27	1020.35	1020.58	-0.23	60	1025.65.	*aſſumtus.*	
28	1020.80	1020.87	-0.07	116	1026.85.	1026.90.	-0.05
29	1021.10	1021.16	-0.06	120	1026.85.	1026.92.	-0.07
30	1021.40.	*aſſumtus*		*infin.*		1027.00.	

§. 41. Ut igitur obſervationes has ad calculum revocemus, demonſtrabimus 1°. caſum hunc ſub formula (§. 38.) contineri. 2°. oſtendemus, quomodo formula adplicanda, gradusque calculo determinandi ſint. Cum obſervationes coelo ſudo, & ad Solem meridianum factae ſint, inde concludere poſſumus, actionem Solis ſemper fuiſſe fere aequalem, adeoque quantitatem particularum ignearum, aequali tempore influxarum, quam ſupra $= z$ poſuimus, fuiſſe aequalem. Cum vero calor aëris non tantus fuit, quantus calor ſpiritus vini, inde deducimus, particulas influxas denuo effluxiſſe, adeoque obtinuiſſe caſum, de quo ſupra (§. 27.). Curva effluxus itaque eſt logarithmica, unde ejus ſubtangens $\daleth$ conſtans. Cum ergo $\daleth$ poni poſſit conſtans, & $z = n\tau$, conſequens eſt, pro hoc caſu valere formulam (§. 38.) Tab. VII.

$$\frac{\tau}{\daleth} = \log. \frac{n\daleth}{n\daleth - r}$$

Adeoque Curvam aſcenſus ſpiritus vini eſſe logarithmicam.

§. 42. Aſſumamus itaque 3 obſervationes aequali intervallo temporis a ſe diſtantes

tempus.	*gradus*
0	1004. 00.
30	1021. 40.
60	1025. 65.

Aſcendit ergo ſpiritus vini 30 primis minutis 1031. 40 — 1014. 00 = 17. 40 gradus, 60 vero minutis 1035. 65 — 1014. 00 = 21 65 gradus.

His ex obſervationibus aſſumtis, ſit logarithmica $APQE$, ejus aſymtotus BD, initium ponatur in A, erit AB altit. maxima ad quam ſpiritus vini aſcendit. Sit $AR = 30$ min. $AS = 60$ min. erit $RP = 17.40$ gr. $SQ = 21.65$ gr. fiat $AB = x$, erit $PM = x - 17.40$, & $NQ = x - 21.65$. & cum per naturam logiſticae ſit $AB : MP = MP : NQ$. erit

$$x : (x - 17.40) = (x - 17.40) : (x - 21.65),$$
$$x = 23 \text{ gr.}$$

 Unde

Tab. VII. Unde altitudo maxima, ad quam ſpiritus vini aſcendere potuit, eſt gradus thermometri $1004 + 23 = 1027$ gr.
Erit itaque $NQ = 23 - 21.65 = 1.35$, & cum ſit

$$n.\ BN = log.\ \frac{AB}{NQ}.$$

erit

$$60\,n = log.\ \frac{23.00}{1.35}$$

$$log.\ 23.00 = 1.3617278$$
$$log.\ 1.35 = 0.1303338$$
$$60\,n = 1.2313940$$
$$n = 0.0205232.$$

Sit igitur abſciſſa quaecunque $BH = \tau$ minut. ſemiordinata ipſius $HL = y$. $KL = r$. erit $y = 23 - r$. & $log.\ AB - n\tau = log.\ y. = log.\ (23 - r)$

id eſt $1.3617278 - 0.0205232\tau = log.\ (23 - r)$
Aſſumto ergo τ ad lubitum in minutis, determinatur quantitas r, quae gradui 1004 adjuncta gradum tempore τ obſervatum quam proxime oſtendet. Sit v. gr. $\tau = 40$ min. erit

$$1.3617278 - 0.0205232 \, . \, 40 = log.\ (23 - r)$$
$$0.5407998 = log.\ (23 - r)$$
$$3.47 = 23 - r$$
$$r = 23 - 3.47 = 19.53$$
$$r + 1004 = 1023.53.$$

ex calculo igitur poſt 40 minuta ſpiritus vini aſcendere debuit ad gr. 1023. 53. Obſervatio oſtendit gr. 1023. 55, ille ergo optime cum obſervato congruit. Simili modo inveniuntur gradus pro aliis minutis, quos in tertia columna tabulae praecedentis exhibui. Oſtendit quoque quarta columna, maximam inter obſervationes & calculum differentiam quintam unius gradus partem nunquam excedere, & plurimo tempore tantillam eſſe, ut etiam ſumma adhibita cura evitari non poſſit in obſervando.

§. 43. Thermometrum ita calefactum eodem die, hora prima pomeridiana in umbram poſui, ut refrigeſceret, iisdem, quibus

bus antea usus cautelis. At negotiis impeditus observationem ultra 20 minuta extendere non licuit. Observatos thermometri in aëre refrigescentis gradus tabulae sequentis columna secunda ostendet. Tab. VII.

temp. min.	*gradus observati*	*grad. ex calculo.*	*differentia.*	*temp. min.*	*gradus observ.*	*gradus calcul.*	*differ.*
0	1024. 00	*assumtus*	-----	11	1017. 65	1017. 65	+0 00
1	1023. 20	1023. 27	-- 0. 07	12	1017. 20	1017. 23	-- 0. 03
2	1022. 50	1022. 57	-- 0. 07	13	1016. 80	1016. 83	-- 0. 03
3	1021. 85	1022. 92	-- 0. 07	14	1016. 40	1016. 44	-- 0. 04
4	1021. 20	1021 28	-- 0. 08	15	1016. 00	1016. 08	-- 0. 08
5	1020. 60	1020. 68	-- 0. 08	16	1015. 70	1015. 73	-- 0. 03
6	1020. 10	1020. 12	-- 0. 02	17	1015. 40	1015. 40	+0 00
7	1019. 60	1019. 57	+0. 03	18	1015. 10	1015. 12	+0. 02
8	1019. 10	1019. 06	+0. 04	19	1014. 80	1014. 81	+0. 01
9	1018. 60	1018. 57	+0. 03	20	1014. 50	*assumtus*	-----
10	1018. 10	*assumtus*	-----				

§. 44. Cum hic casus sit ex illis, de quibus supra (§. 27.), erit curva descensus denuo logarithmica. Assumamus ergo tres observationes

tempus	*gradus*
′	
0	1024. 00.
10	1018. 10.
20	1014. 50.

Sit logarithmica APE (fig. 5.) ejus asymtotus BMD. initium curvae ponatur in A. erit AB maximus descensus thermometri. Fiat $AR = 10$. min. $AS = 20$ min. erit $RP = 1024\ 00 - 1018.\ 10 = 5.\ 90$, & $SQ = 1024.\ 00 - 1014.\ 50 = 9.\ 50$. Ponatur $AB = y$. erit $PM = y - 5.\ 90$, $QN = y - 9.\ 50$. & ex natura logarithmicae

$y : (y -$

Tab. VII. $y : (y - 5.90) = (x - 5.90) : (x - 9.50)$

unde $y = 15.12 = AB$

$y - 5.90 = 9.22 = PM$

$y - 9.50 = 5.62 = QN.$

Assumta ergo abscissa quacunque $BH = \tau$ minut., & ipsius semiordinata $HL = 15.12 - x = r$ invenitur modo plane eodem, quo supra (§. 42.) aequatio

$$log.\, r = 1.17955181 - 0.0214908\, \tau = log.\, (15.12 - x)$$

qua data eruuntur gradus thermometri, assumendo τ ad lubitum, & inde quantitatem x aut r determinando. Sit v. gr. $\tau = 12$ min. erit

$$log.\, r = 1.17955181 - 0.0214908\,.\,12' = log.\,(15.12 - x)$$

ergo $0.9216622 = log.\,(15.12 - x)$

$r = 8.35 = 15.12 - x$

$x = 6.77$

Est itaque post 12 min. grad. therm. $1024.00 - 6.77 = 1017.23$; cum observatus sit gradus 1017.20. calculus itaque ab observatione fere non differt.

§. 45. Ut nunc utramque observationem, quippe iisdem fere circumstantiis factam invicem comparemus, inquirendum est in longitudinem subtangentis. Nimirum supra (§. 38.) demonstratum dedimus, subtangentem in logistica ascensus eandem fore, quae in logistica descensus sive effluxus; & oportune observationes nostrae utramque curvam exhibent.

§. 46. Pro logarithmica influxus eruimus aequationem (§. 42.) $1.3617278 - 0.0205232\tau = log.\,(23 - r)$

Cum igitur subtangens logarithmorum Vlacquianorum, quibus usi sumus, sit $= 0.4342946$, inveniemus subtangentem pro logarithmica nostra $= \dfrac{0.4342946}{0.0205232} = 21$ min. $9\frac{1}{2}$ sec.

§. 47. Pro logarithmica effluxus habuimus aequationem (§. 44.) $1.17955181 - 0.0214908\tau = log.\,(15.12 - x)$

erit itaque ipsius subtangens $= \dfrac{0.4342946}{0.0214908} = 20$ min. $12\frac{1}{2}$ sec.

Quae

Quae igitur cum paullo minor ſit, id indicio eſt, effluxum in experimento poſteriore (§. 43) aliquantulum fuiſſe velociorem, quam in priore (§. 40). Nec mirum, cum experimentum prius ad Solem, poſterius contra in umbra, adeoque in aëre aliquanto denſiore, nec a radiis ſolaribus dilatato, factum ſit.

§. 48. Celeritas calefactionis aut refrigerationis eſt ea corporis affectio, qua aptum eſt dato tempore datum caloris gradum acquirendi vel amittendi. Aequabilis itaque erit calefactio vel refrigeratio, ſi corpus aequali tempore continuo aequalem gradum caloris acquirit vel amittit; acceleratam contra dicemus, ſi continuo majorem; retardatam, ſi continuo minorem caloris gradum aequalibus temporibus acquirit vel amittit.

§. 49. Si tempus calefactionis repraeſentetur per abſciſſas, calor adquiſitus per ſemiordinatas curvae, haec legem calefactionis exprimet. Accelerabitur vero corporis calefactio, ſi curva convexitatem, retardabitur ſi concavitatem axi obvertat. In priori caſu ſemiordinatae ratione ſubtangentis continuo fiunt majores, in poſteriore minores. Contrarium de refrigeratione ſentiendum.

§. 50. Si duo corpora ſecundum eandem calefactionis legem eundem denique caloris gradum acquirunt, illud citius incaleſcit, quod minori tempore eundem gradum acquirit, & celeritates calefactionis ſunt inverſe ut tempora, quibus utrumque eundem caloris gradum acquirit.

DEMONSTRATIO.

Calefiat corpus primum per curvam *AMC* (fig. *6.*) alterum per curvam *ARD*, tempus repraeſentet Axis *AB*. Sit gradus caloris quicunque $PM = QR$, a primo corpore tempore *AP*, ab altero tempore *AQ* acquiſitus, demonſtrandum erit, celeritatem calefactionis prioris eſſe ad celeritatem poſterioris, ut *AQ* ad *AP*. Cum ex hypotheſi utrumque corpus ſecundum eandem legem calefiat, erunt curvae *AMC* & *ARD* ejusdem naturae, Tab. VIII.

Tab.VIII. turae, adeoque eadem est ad ipsas aequatio, ita ut semiordinatis aequalibus respondeant abscissae, quae sunt in ratione AP ad AQ. Curvae enim duae, quae easdem habent semiordinatas, quoad abscissas tantum differre possunt, quae adeo, si utriusque curvae natura eadem manere debeat, necessario sibi proportionales esse debent. Positis itaque differentialibus $\mu m = \varrho r$, erit $AP : AQ = Pp : Qq$. Cum vero Pp, Qq sint tempuscula infinite parva, in ipsis calefactio poni potest aequabilis, adeoque, cum corpus primum tempusculo Pp, alterum tempusculo Qq eandem caloris particulam $\mu m = \varrho r$ adquirat, erit celeritas calefactionis corporis prioris ad celeritatem posterioris ut Rr ad Mm sive $= Qq : Pp = AQ : AP$, adeoque inverse ut tempora, quibus utrumque corpus eundem gradum caloris acquirit.

§. 51. Si duo corpora ejusdem caloris relativi illum secundum eandem refrigerationis legem amittant, erunt celeritates refrigerationis inverse ut tempora, quibus utrumque datum caloris gradum amittit.

DEMONSTRATIO.

Haec a demonstratione praecedentis propositionis non differt.

§. 52. Celeritates calefactionis duorum corporum, secundum eandem legem eundem denique caloris gradum acquirentium, sunt in ratione inversa subtangentium curvarum calefactionis.

DEMONSTRATIO.

Est enim (§. 50.)

$$\mu m : mM = MP : PT.$$
$$\varrho r : rR = RQ : Q\Theta.$$

adeoque $$PT : Q\Theta = \frac{mM.\,MP}{\mu m} : \frac{rR.\,RQ}{\varrho r}$$

sed $$MP = RQ$$
$$\mu m = \varrho r$$

adeo-

adeoque $PT : Q\Theta = mM : rR = AP : AQ$. Tab. VIII.
Unde cum celeritates sint ut AQ ad AP (§. 50.), erunt etiam ut $Q\Theta$ ad PT, adeoque inverse ut subtangentes.

§. 53. Celeritates refrigerationis duorum corporum eundem caloris relativi gradum secundum eandem refrigerationis legem amittentium, sunt in ratione inversa subtangentium curvarum refrigerationis.

Demonstratio praecedenti plane similis est.

§. 54. Si per verticem vel initium curvarum AMC, ARD (fig. 6.) ducatur recta AE, axi AB perpendicularis, & ad eam referantur curvae, demissis ad eam perpendicularibus NMR, $n\mu\varrho$, I°. abscissae AN, An respondebunt adplicatis PM, QR & $p\mu$, $q\varrho$, contra semiordinatae NM, NR, $n\mu$, $n\varrho$ abscissis AP, AQ, Ap, Aq. II°. Semiordinatis NM, NR erit subtangens communis NS. III°. Semiordinatis tempus, abscissis vero gradus caloris repraesentantibus, erunt celeritates calefactionis inverse ut semiordinatae NM, NR. (§. 50. & n. I. §. h.) IV°. Quod si contra abscissae AN tempus, semiordinatae vero NM, NR, gradus caloris repraesentent, theoremata ante stabilita (§. 50. 51.) etiam hic locum habebunt, ea conditione, ut sic enuncientur.

§. 55. 1°. Si duo corpora secundum eandem calefactionis legem eodem tempore similes caloris gradus acquirunt, illud citius calefiet, quod eodem tempore majorem gradum acquirit, & celeritates calefactionis erunt directe ut gradus eodem tempore acquisiti.

§. 56. 2°. Si duo corpora secundum eandem refrigerationis legem eodem tempore similes gradus caloris amittunt, illud citius refrigerabit, quod eodem tempore majorem gradum caloris amittit, & celeritates refrigerationis erunt in ratione directa graduum amissorum.

Per gradus similes hic intelligo illos, inter quos constanter

Tab. VIII. eadem eſt ratio, in ſpecie vero gradus maximi, minimi, & ii quibus contingit punctum flexus contrarii &c., ſi curva, qua repraeſentantur, ejuſmodi habet.

§. 57. Celeritas calefactionis & refrigerationis corporum major eſt non modo in ratione directa vis relativae particularum, & ſuperficiei, & inverſa voluminis, verum & in ratione particularis cujusdam aptitudinis, quam corpus habet, in mediis diverſis diverſa celeritate calorem acquirendi vel amittendi. Ponantur enim vis relativa particularum, ſuperficies, volumina & corpora eadem, tamen experientia apertiſſime loquitur celeritatem in diverſis mediis maxime eſſe diverſam. Certe idem thermometrum in aqua vel novies citius incaleſcit & refrigeſcit quam in aëre. Rationem hujus effectus non ita facile ratiocinando aſſequi licebit, & ſingularia pluraque inſtituenda erunt experimenta, antequam concludi poſſit, an principia hactenus ſtabilita huic rei enodandae ſufficiant, nec ne? Interim, quod experimenta oſtendunt aſſumamus, celeritates calefactionis & refrigerationis, adeoque & curvarum, quibus exprimuntur, ſubtangentes non uno ſolum reſpectu eſſe diverſas, adeoque ſingulis caſibus experientia detegendas, quod vero pro eodem corpore in eodem medio ſemel faciendum erit, cum praeter iſtam aptitudinem, cetera, a quibus pendet longitudo ſubtangentis, ut plurimum in noſtra ſita ſint poteſtate.

§. 58. Jam id, quod ſupra obiter monuimus, dilucidius exponere licebit, calefactionem nempe & refrigerationem corporum ad influxum & effluxum fluidorum reduci poſſe. Sint enim v. gr. duo vaſa (fig. 7.), *ABCD*, *CDEG*, foramine *DF* inter ſe communicantia, ſit illud fluido repletum uſque ad altitudinem *PQ*, hoc vero ad altitudinem *NM*, per ſe clarum eſt fluidum ex hoc in illud influxurum, quantitatem influentis majorem eſſe pro ratione altitudinis relativae *MQ* & foraminis *DF*, & incrementum altitudinis in vaſe *ABCD* eſſe ad ejusdem decrementum in vaſe *CDEG* inverſe ut baſes utriusque vaſis, quas per rectas *AD* & *DG* exprimamus; quantitatem fluidi in utroque vaſe haberi, ſi baſes per altitudines multiplicentur.

§. 59.

§. 59. His ita positis, sint duo corpora, simulque ipsorum volumina A, B. Quantitas particularum in illo $= Q$. in hoc $= q$. Vis particulae in illo $= V$, in hoc $= v$. Intensitas caloris in illo $= I$, in hoc $= i$, erit (§. 5. 6.) Tab. VIII.

$$I = VQ : A.$$
$$i = vq : B.$$

adeoque $IA = VQ$, & $ia = vq$.

Est vero VQ vis omnium particularum in toto corpore A, quamque magnitudinem caloris nominabimus, sic erit vq magnitudo caloris in corpore B. Ponendo $I > i$, dico, intensitates I, i respondere altitudinibus fluidi DM, DQ; volumina corporum A, B, basibus DG, DA; magnitudines caloris VQ, vq voluminibus fluidi sive spatiis ab eo repletis $DMNG$, $DQPM$; foramen DF vero esse in ratione composita superficiei, qua corpora A & B se tangunt, & aptitudinis ad influxum aut effluxum, de qua antea (§. 56.) disseruimus. Ut enim est $DMNG = DM.NG$ & $DQPA = DQ.PQ$, sic quoque $IA = VQ$ & $ia = vq$. Porro ut altitudines fluidi in utroque vase, dum ex uno in alterum influit, continuo mutatur, sic & intensitates. Ut porro quantitas fluidi effluens debetur altitudini relativae QM, sic & quantitas caloris effluens debetur intensitati relativae $I - i$ (§. 23). Similiter ut incrementa & decrementa altitudinum fluidorum sunt inverse ut bases, sic & incrementa intensitatis sunt inverse ut corpora. Denique ut bases ponuntur esse constantes & superficiebus fluidorum PQ, MN aequales, ob positas parallelas AB, DC, GE, & AG, PQ, MN. sic quoque ut plurimum corporum volumina pro constantibus haberi possunt. Quod si secus fuerit, tunc vasa non prismatica sed talia sunt assumenda, in quibus fluidorum superficies PQ, MN (fig. 8.) voluminibus corporum A, B, utcunque continuo mutatis, semper tamen respondeant. Foramina vero superficiebus corporum, qua se tangunt, & aptitudini illi ad effluxum vel influxum (§. 56.) analoga esse vel per se patet, utut non aeque facile ac cetera determinari possint. Ex tota igitur hac analogia dilucide consequitur, influxum & effluxum particularum ignearum ab in-

Tab.VIII. fluxu & effluxu ceterorum fluidorum unice quoad ipsam legem effluxus, & ne quidem universaliter diversum esse.

§. 60. Licet plurimis casibus augmentum vel decrementum voluminis, quod corpora calefientia & refrigescentia capiunt, adeo sit exiguum, ut sine notabili errore negligi possit, non inutile tamen erit, quid inde varium redundet, curatius indagare. Rem autem, ad effluxum fluidorum reductam sequenti universalius resolvemus problemate.

PROBLEMA VI.

§. 61. Data lege, qua fluidum quodcunque effluit ex cylindro, invenire legem, qua idem fluidum effluet ex vase alio utcunque formato.

SOLUTIO.

Sit cylindrus $ECDF$ (fig. 8.) vas alterum $GMKINH$, ita ut si in utroque fuerit altitudo fluidi $= AP = r$, tempore quocunque remanentis, rectae $QR = a$, $MN = y$ repraesentent ipsius superficiem. Effluat ex cylindro altitudo r tempore t, ex altero vase eadem altitudo tempore τ. ex cylindro effluet tempusculo dt spatiolum cylindri $QRrq = -adr$ & tempusculo $d\tau$ spatiolum vasis $MNum = -ydr$. Cumque altitudinem AP, & hinc pendentem pressionem fluidi ponamus aequalem in utroque vase, hinc pressio fluidi tempusculo infinite parvo ceu constans considerari potest, adeoque effluxus ut aequabilis. Unde, cum diversae sint superficies a & y, & foramina, quae pro cylindro $= f$, pro altero vase $= g$ ponemus, erit

$$dt : d\tau = ag : yf$$

adeoque

$$d\tau = \frac{yf\,dt}{ag}$$

quae prima formula est, legem effluxus ex vase $GCIH$ exprimens, in qua determinandum tempusculum dt ex data lege effluxus ex cylindro, y vero per aequationem ad curvam, cujus abscissae vasis altitudinibus $AP = r$, semiordinatae vero superficiebus fluidi $MN = y$ respondeant, sic enim dabitur y per r.

Sit

Sit curva effluxûs ex cylindro data, ſumatur ipſius ſub- Tab. VIII. tangens 7, erit

$$7 : dt = r : -dr$$

$$dt = -\frac{7\,dr}{r}$$

qui valor in priori formula ſubſtituatur, & erit

$$d\tau = -\frac{yf7\,dr}{agr}$$

quae eſt altera formula, in qua ſubtangens 7, niſi conſtans fuerit, exprimenda per t, data aequatione ad curvam effluxus, y exprimetur ut antea.

Foramen cylindri f conſtantis, foramen vaſis g utcunque variabilis magnitudinis ſupponitur, exprimenda autem erit per altitudinem r, ſive id immediate fieri poſſit, ſive mediante ſuperficie fluidi y; quod tamen non neceſſarium eſt, ſi g fuerit conſtans. Figuram vaſis aſſumſimus qualemcunque, magis tamen regularis & ſimplex formulae congruit, cum alias frictionis fluidi ratio quoque foret habenda. Ceterum formulam ultimam in ſequentibus ad calefactionem adplicabimus.

§. 62. Quae longe ſaepiſſime a Phyſicis, ſive ſciendi cupiditate ſive neceſſitate adducti, inſtitui ſolent circa calefactionem & refrigerationem corporum experimenta, vel inter frequentiſſima numerari poſſunt ea, quibus thermometri ope fluidorum calorem & frigus explorare nituntur. Nec diffitendum, non aptius ſimilibus experimentis ipſo thermometro adhiberi poſſe inſtrumentum. Cum enim ſupra demonſtratum dedimus, corpora eidem calori aliquandiu expoſita ad eundem tandem caloris gradum pervenire, dubitari non poteſt, quin thermometrum fluido calido immerſum aſcendat, donec eundem, quo praeditum erit fluidum, caloris gradum acquirat. At eadem lex communicationis caloris pluribus caſibus obſtat, quo minus experimentum inſtitutum voto ex aſſe ſatisfaciat. Quod ſi enim temperies fluidi a temperie aëris circumfuſi fuerit diverſa, nec fluidum conſtanter in eodem caloris gradu conſervetur, neceſſe

Tab. VIII. cesse est, ut pars caloris ipsius in aëre amittatur, antequam, quod successive fieri solet, thermometrum ad summum, quem attingere potest, caloris gradum perveniat. Cumque porro fere in omnibus casibus diversa sit celeritas refrigerationis & calefactionis fluidi & thermometri, mirum sane non est, si in observandis caloris frigorisque corporum pluribus saepe gradibus a se differant Observatores. Cum itaque, qui quaeritur, gradus temperiei fluidorum experimentis determinari nequeat, unicum superest huic malo remedium, ut nempe, quod experimenta recusant, calculó assequamur.

§. 63. Ut vero calculo instituto formulas habeamus simpliciores, postulatum praemittimus, in sumendis experimentis volumen fluidorum, quorum temperies quaeritur, assumendum esse tantum, ut respectu globi thermometri veluti infinitum haberi possit; satisfiet vero satis exacte huic postulato, si volumen fluidi millies majus sit bulbo thermometri, quod in omnibus fere experimentis facile fieri poterit. Ceterum hoc ipso quoque cavetur, ne admodum sensibiles sint irregularitates a vase, quo continetur fluidum, provenientes.

§. 64. Hac praemissa hypothesi vel per se clarum est I°. Fluidum calorem relativum continuo amittere, usque dum ad eandem temperiem perveniat, qua praeditus est aër (§. 4.) II°. Singulis temporibus τ calorem residuum esse ut semiordinatas x logarithmicae, cujus abscissae respondent temporibus τ, subtangentem vero ponemus $= 7$ (§. 27.) III°. Thermometrum ascendere aliquandiu, usquedum eundem calorem acquirat, quem tunc habet fluidum (§. 4.), postea iterum descendere, ita ut curva ascensus thermometri habeat adplicatam maximam. IV°. Thermometrum ad eundem gradum caloris fluidi x ascendere, si hoc continuo istum gradum caloris x conservaret, (§. cit.) quo casu & V°. Curva ascensus ipsius foret logarithmica, cujus adeo subtangens constans $= \theta$. VI°. Tempusculis infinite parvis $d\tau$ assumi posse, calorem fluidi x esse constantem, adeoque VII°. ipsis his tempusculis $d\tau$ thermometrum ascendere per

par-

particulam infinite parvam dr logisticae, cujus semiordinata s est Tab. VIII. differentia caloris thermometri & fluidi tunc obtinentis $x-r$, subtangens vero illa ipsa constans θ. unde VIII°. ob $s=x-r$, esse $r=x-s$, id est calorem sive semiordinatam curvae ascensus thermometri r esse differentiam semiordinatarum x & s duarum logisticarum, quarum subtangentes $=\daleth$ & θ.

§. 65. Sit igitur AB (fig. 9.) calor relativus fluidi initio, AC calor relativus thermometri, BML logistica, cujus semiordinatae PM respondeant calori residuo, MQ contra amisso fluidi. Sit CNI logistica, per quam ascenderet thermometrum, nisi fluidum refrigesceret, CRH curva, per quam thermometrum reipsa ascendit iterumque descendit in fluido refrigescente. BG & AK erunt asymtoti curvarum, in quibus sumuntur abscissae AP, BQ, tempus referentes. Sit AT subtangens curvae BML, & $B\Theta$ subtangens curvae CNI. Fiat nunc

$$AP=BQ=\tau \qquad AT=\daleth$$
$$PM=x \qquad B\Theta=\theta$$
$$QN=z \qquad AB=b$$
$$PR=r \qquad AC=a.$$

Erit tempore τ calor fluidi relativus $=x-r$, cui proportionalis est vis vel calor dr tempusculo $d\tau$ in thermometrum ex fluido transiens (§. 23. 8.) Cumque per naturam logisticae sit

$$-dx : x = d\tau : \daleth$$
$$-dz : z = d\tau : \theta$$

erit
$$dr : (x-r) = d\tau : \theta$$

unde
$$d\tau = -\frac{\daleth\, dx}{x} = \frac{\theta\, dr}{x-r}$$

cujus integrale

$$\text{const.} - \frac{\daleth x^{1-\daleth:\theta}}{\theta-\daleth} = r x^{-\daleth:\theta}$$

determinatur vero constans, si ponendo $x=b$, fiat $r=a$. unde, posita ratione $\daleth : \theta = n$, tandem habetur

$$r = ab^{-n}x^{n} - \frac{nb^{1-n}x^{n}}{n-1} + \frac{nx}{n-1}$$

Tab. VIII. Quae aequatio eſt inter calorem fluidi & thermometri x & r Ut igitur inde aliam inter r & tempus τ aſſequamur, mutetur in ſequentem

$$r = \nu\left(\log.\left(a - \frac{nb}{n-1}\right) - nlb + nlx\right) + \nu\left(l\frac{n}{n-1} + lx\right)$$

denotante l logarithmum, ν vero numerum logarithmi.
Sed eſt $$lx = lb - \tau : \daleth$$
unde valore hoc in aequatione ſubſtituto habetur

$$r = \nu\left(l\frac{nb}{n-1} - \tau : \daleth\right) - \nu\left(l\left(\frac{nb}{n-1} - a\right) - \tau : \theta\right)$$

Eſt itaque r differentia ſemiordinatarum duarum logiſticarum, quibus abſciſſa communis $= \tau$, ſubtangens prioris $= \daleth$, poſterioris $= \theta$, ſemiordinata initio abſciſſarum reſpondens prioris $= \frac{nb}{n-1}$ poſterioris $= \frac{nb}{n-1} - a$.

§. 66. Unicum hujus formulae caſum fuſius explicabimus, ut in exponendis ceteris brevioribus eſſe liceat. Ponemus nempe $a = o$. Hoc enim caſu calor thermometri initio calefactionis idem eſt ac aëris, & ſunt formulae pro ipſo

$$r = \frac{-nb^{1-n}x^n + nx}{n-1}$$

$$r = \nu\left(l\frac{nb}{n-1} - \tau : \daleth\right) - \nu\left(l\frac{nb}{n-1} - \tau : \daleth\right)$$

PROBLEMA VII.

§. 67. Datis ſubtangentibus $\daleth$, θ & ſemiordinata initiali b, conſtruere curvas refrigerationis fluidi & aſcenſus thermometri.

SOLUTIO.

Sit (fig. 10.) $AB = b$, $AT = \daleth$, $A\Theta = B\theta = \theta$ fiat $AC = \frac{b\daleth}{\daleth - \theta}$, ducendo $D\Theta$ & ipſi parallela AE, erit $TE = AC$. Subtangente $AT = \daleth$ deſcribatur logiſtica CRH, & ſubtangente $A\Theta$ logiſtica CMK, ſit porro $AP = \tau$, $PR = \xi$, $PM = y$, erit

$\xi = \nu$

Tab. VIII.

$$\xi = \nu \left(l \frac{b\gamma}{\gamma - \theta} - \tau : \gamma\right)$$

$$y = \nu \left(l \frac{b\gamma}{\gamma - \theta} - \tau : \theta\right)$$

$$\& \; r = \xi - y = \nu \left(l \frac{b\gamma}{\gamma - \theta} - \tau : \gamma\right) - \nu \left(l \frac{b\gamma}{\gamma - \theta} - \tau : \theta\right) = MR$$

ſubtangente γ deſcribatur logiſtica BNL, erit $PN = x$ adeoque BNL curva refrigeſcentis fluidi.

Quod ſi jam fiat $PQ = MR = r$, erit curva AQH curva incaleſcentis thermometri, cujus adeo ſemiordinatae PQ differentiae ſunt ſemiordinatarum PR, PM curvarum CRH, CMK eidem abſciſſae $AP = \tau$ reſpondentium.

§. 68. Suppoſuimus in hac conſtructione, datas eſſe ſubtangentes γ, θ & ſemiordinatam initialem $AB = b$. Quas ut ex obſervationibus eruere queamus, ſequens ſolutum dabimus Problema. Aſſumimus vero, quod facillime fieri poteſt, in ſumendo experimento ſingulis temporis minutis, vel etiam ſemiminutis obſervari aſcenſum thermometri in fluido haerentis.

PROBLEMA VIII.

§. 69. Datis tribus obſervationibus aſcenſus thermometri in fluido, ſive quod idem eſt, tribus ſemiordinatis curvae AQL (fig. 10.) aequali temporis vel abſciſſarum intervallo a ſe & initio A diſtantibus, determinare ſubtangentes γ, θ, nec non calorem fluidi initialem $AB = b$, & aequationem ad curvam aſcenſus thermometri.

SOLUTIO.

Cum ſemiordinatae curvae AQL ſint differentiae ſemiordinatarum curvarum CRH, CMK, primo hae ſunt determinandae, ipſis enim datis, dantur earum ſubtangentes γ & θ, quae ſunt quaerendae (§. 67.) Sint igitur (fig. 11.) data tempora

Tab. IX.

Tab. IX. pora vel abſciſſae AP, AD, AG, erit ex hypotheſi $AP = PD = DG$. Sint porro duae illae curvae quaerendae CI, cujus ſubtangens $= \eta$, & CH, cujus ſubtangens $= \theta$; ex obſervationibus datae erunt ſemiordinatarum differentiae RM, FE, IH, Fiat igitur

$$AP = t \qquad RM = \alpha \qquad AC = s.$$
$$AD = 2t \qquad FE = \beta$$
$$AG = 3t \qquad IH = \gamma$$

& ob curvam utramque logiſticam poni poterit

$$PR = ms \quad \text{unde} \quad PM = ms - \alpha$$
$$DF = m^2 s \qquad DE = m^2 s - \beta$$
$$GI = m^3 s \qquad GH = m^3 s - \gamma$$

unde porro

$$s : (ms - \alpha) = (ms - \alpha) : (m^2 s - \beta)$$
$$s : (ms - \alpha) = (m^2 s - \beta) : (m^3 s - \gamma)$$

Ex quibus aequationibus, ſubducto calculo, factisque ſubſtitutionibus habetur

$$PR : CA = m = \frac{\beta}{2\alpha} + \frac{1}{2\alpha} \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}$$
$$CA = s = \alpha\alpha : \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}$$
$$PR = ms = \tfrac{1}{2}\alpha + \alpha\beta : 2\sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}$$
$$PM = ms - \alpha = -\tfrac{1}{2}\alpha + \alpha\beta : 2\sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}$$
$$PM : CA = \frac{ms - \alpha}{s} = \frac{\beta - \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}}{2\alpha}$$

Datis itaque rationibus m & $\frac{ms - \alpha}{s}$ reperitur porro denotante σ ſubtangentem logarithmicae in qua ſumitur lm.

$$\eta = \sigma t : (-\log. m)$$
$$\theta = \sigma t : (-\log. \frac{ms - \alpha}{s})$$
$$n = \eta : \theta = (\log. \frac{ms - \alpha}{s}) : (\log. m)$$

Et ob $AC = s = \dfrac{nb}{n-1} = \dfrac{b\eta}{\eta - \theta}$

erit

erit $\quad b = s(\eta - \theta) : \eta.$ Tab. IX.

Est denique aequatio ad curvam ascensus thermometri (§. 66.)

$$r = \nu \left(l \frac{b\eta}{\eta - \theta} - \tau : \eta\right) - \nu \left(l \frac{b\eta}{\eta - \theta} - \tau : \theta\right)$$

sive ob $\dfrac{b\eta}{\eta - \theta} = s$

$$r = \nu(ls - \tau : \eta) - \nu(ls - \tau : \theta)$$

aut valoribus substitutis

$$r = \nu\left(\log.\frac{\alpha\alpha}{\sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}} + \frac{\tau}{t}\log.\frac{\beta + \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}}{2\alpha}\right) -$$

$$\nu\left(\log.\frac{\alpha\alpha}{\sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}} + \frac{\tau}{t}\log.\frac{\beta - \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}}{2\alpha}\right)$$

unde assumtis ex observationibus α, β, γ, t, facile reperitur pro quoque tempore τ respondentem sibi altitudinem thermometri r.

§. 70. Notandum tamen, plane nihil ex hac aequatione inveniri si fuerit $\eta = \theta$, licet casus sit rarissimus. Descendendum igitur ad differentialia. Invenimus (§. 65.)

$$-\frac{\eta\, dx}{x} = \frac{\theta\, dr}{x - r}$$

unde ponendo $\quad \eta = \theta \quad$ erit

$$-x\,dx = x\,dr - r\,dx$$

cujus integrale

$$l\frac{b}{x} = \frac{r}{x}$$

Est vero $\quad l\dfrac{b}{x} = \tau : \eta$

adeoque $\quad r : \tau = x : \eta$

$$r = \tau x : \eta$$

$$lr = lx + l\frac{\tau}{\eta}$$

Sed $\quad lx = lb - \tau : \eta$

Ergo $\quad lr = lb - \tau : \eta + l\dfrac{\tau}{\eta}$

 §. 71.

Tab. IX. §. 71. Antequam dicta experimento illustrem, praemittendas duco cautelas, quibus similia experimenta instituì debent. Illis enim quas supra jam adduxi (§. 39.) hic quaedam adjungendae sunt, ut irregularitates, quae a vase fluidum continente oriri possunt, quantum possibile erit, imminuantur. I°. Vas sit tenuissimum, atque, si fieri potest, cylindricum, fundo hemisphaerico, pedibusque instructum, cylindri altitudo diametro aequalis. Primum necessarium est, ut brevissimo tempore vas temperiem fluidi assumat, adeoque refrigerationem magis reddat regularem. Secundum, ut superficies ratione voluminis minor sit, adeoque & celeritas refrigerationis. Tertium denique, ne mensae vel alii solido impositum initio debito citius refrigescat, postea debito tardius. Quodsi quis plura ejusmodi experimenta instituere cupiat, non inconsultum erit, ut ejusmodi vas sibi parandum curet, quale requirimus, cujusque area millies circiter volumen vel aream globi thermometri superet. Sic enim diversam diversorum mediorum temperiem, praecipue illorum aptitudinem ad effluxum & influxum particularum (§. 56.) subtangentes, ceteraque similia exactius faciliusque comparare invicem poterit. 2°. Thermometrum fluido sic immergatur, ut globus ipsius in medio fluidi immotus maneat, nequaquam vero vas ipsum tangat, aut ipsi sit ex una parte vicinius, quam ex altera, quod mechanico effici poterit artificio, praecipue si thermometri tubus prope globum sub angulo recto recurvetur, hoc enim conficietur, ut situs tubi evadat horizontalis, dum globus in vas deorsum pendet. (§. 39. *n.* IV.)

§. 72. Cautelis his subnectenda sunt monita circa difficultates, quibus obnoxia est formularum ad experimenta adplicatio. Ex Problemate praecedente (§. 69.) patet, assumendas esse tres applicatas curvae ascensus thermometri, α, β, γ, una cum intervallo temporis t, quod inter singulas & initium curvae intercedit. His datis, determinantur curvae CRI, CMH (fig. 11.) Cum vero impossibile sit datas adplicatas α, β, γ observando ita exacte definire, ut nullum supersit dubium,

bium, an non in partibus centesimis aut decimis quoque gra- Tab. IX.
duum partibus aberrent, hinc consultum est, observatas α, β, γ majori intervallo temporis a se distantes assumere. Hoc enim modo, quod vel per se evidens est, error, qui in observando irrepere potuit, per plures observationes distribuetur, adeoque longe fiet insensibilior. Quod igitur si fiat, satis exacte determinabitur curva CRI, adeoque aequationis (§. 69.)

$$r = \nu\,(ls - \tau : \eta) - \nu\,(ls - \tau : \theta)$$

pars prior $\nu\,(ls - \tau : \eta)$. At idem hoc erit impedimento, quo minus altera curva CMH exacte determinetur. Cum enim in plerisque experimentis subtangens η plus tricies major sit subtangente θ, ita, si abscissae AP, AD, GH assumtae fuerint majores, semiordinatae PM, DE, GH ita erunt parvae, ut vel decimam, centesimamve gradus unius partem vix excedant. Unde ejusdem aequationis pars altera $\nu\,(ls - \tau : \theta)$ sive (§. cit.)

$$\nu \left(\log. \frac{\alpha\alpha}{\sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}} - \frac{\tau}{t} \log. \frac{\beta - \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}}{2\alpha} \right)$$

exacte determinari plane nequit. Quantitas enim β a subtrahenda quantitate $\sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}$ plerumque in partibus decimalibus aut centesimalibus differt, quae vero exactae minime erunt, nisi summe exacte fuerint observatae α, β, γ. hinc fit, ut aliquando quantitas subtrahenda altera major evadat, quod in nostro casu plane absurdum esset. Medela itaque malo adferenda, quod quomodo fiat, ne bis idem repetendum sit, jam exemplo doceamus.

§. 73. Thermometrum florentinum *Reaumurii* methodo divisum, cujus singuli gradus dimidium digitum pedis parisini excedebant, aquae tepefactae, vasi infusae, postquam vas ipsum calefecerat, immersi, singulisque semiminutis ascensum observavi, ut in sequentis tabulae columnis r videre est. Thermometrum initio ejusdem erat temperiei ac aër, in quo sumebatur experimentum.

Tabula

Tabula ascensus & descensus Thermometri in aqua refrigescente.

τ	r observ.	ξ	y	r ex calculo	differ.	τ	r observ.	ξ & r ex calculo	differ.
0	0,00	14,70	14,70	0,00	*assumt.*	25	10,66	10,62	+0,02
1	6,44	14,51	8,30	6,21	+0,23	26	10,48	10,49	−0,01
2	9,88	14,32	4,68	9,64	+0,24	27	10,35	10,35	+0,00
3	11,55	14,14	2,64	11,50	+0,05	28	10,22	10,22	+0,00
4	12,47	13,96	1,49	12,47	*assumt.*	29	10,08	10,09	−0,01
5	12,80	13,77	0,84	12,93	−0,13	30	9,96	9,96	+0,00
6	13,02	13,60	0,47	13,13	−0,11	31	9,82	9,83	−0,01
7	13,08	13,42	0,27	13,15	−0,07	32	9,70	9,72	−0,02
8	13,04	13,25	0,15	13,10	−0,06	33	9,56	9,57	−0,01
9	13,00	13,08	0,08	13,00	+0,00	34	9,46	9,45	−0,01
10	12,88	12,91	0,05	13,86	+0,02	35	9,33	9,33	+0,00
11	12,75	12,74	0,03	13,71	+0,04	36	9,18	9,21	−0,03
12	12,62	12,58	0,01	12,57	+0,05	37	9,08	9,09	−0,01
13	12,50	12,42		12,42	+0,08	38	8,98	8,97	+0,01
14	12,28	12,26		12,26	+0,02	39	8,86	8,85	+0,01
15	12,16	12,10		12,10	+0,06	40	8,72	8,74	−0,02
16	12,00	11,94		11,94	+0,06	41	8,64	8,63	+0,01
17	11,84	11,79		11,79	+0,05	42	8,54	8,52	+0,02
18	11,68	11,64		11,64	+0,04	43	8,40	8,41	−0,01
19	11,51	11,49		11,49	+0,02	44	8,32	8,30	+0,02
20	11,36	11,34		11,34	+0,02	45	8,20	8,19	+0,01
21	11,20	11,19		11,19	+0,01	46	8,12	8,09	+0,03
22	11,08	11,05		11,05	+0,03	47	8,00	7,98	+0,02
23	10,93	10,91		10,91	+0,02	48	7,89	7,88	+0,01
24	10,78	10,76		10,76	+0,02	49	7,80	7,78	+0,02
						50	7,68	7,68	+0,00

§. 74. Ex his altitudinibus observatis assumsi tres, ut Problema postulat, aequali intervallo temporis a se & initio distantes, Tab. IX.

$$t = 16 \qquad r = 12,00 = \alpha$$
$$2t = 32 \qquad r = 9,70 = \beta$$
$$3t = 48 \qquad r = 7,88 = \gamma$$

ex quibus, calculo instituto, habui

$$s = \alpha\alpha : \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)} = 14,697 \text{ sive brevius} = 14,70.$$

$$m = \frac{\beta + \sqrt{(4\alpha\gamma - 3\beta\beta)}}{2\alpha} = 0,8123.$$

$$\log. m = -0,0902835$$

$$\frac{\log. m}{t} = \frac{\log. m}{16} = -0,0056427$$

$$\log. s = 1,1673173.$$

unde aequatio ad logisticam CRI (fig. 11.)

$$\log. \xi = 1,1673173 - 0,0056427.\tau$$

Qua determinata, vel simplici subtractione pro quovis τ reperitur pt respondens sibi $\log. \xi$, adeoque ξ ex tabb. Vlacquianis, ut pag. 208. in tab. nostrae columnis ξ videre est.

§. 75. Ut vero etiam aequatio ad alteram logisticam CMH determinetur exactius, quam id ex tribus datis α, β, γ fieri potest, observandum, ob communem utrique logisticae semiordinatam $AC = s$, quam reperimus $= 14,70$. nonnisi unica adhuc opus esse semiordinata, cum abscissa sibi respondente. Invenimus vero supra, esse $r = \xi - y$, unde $y = \xi - r$. Cumque jam pro quovis τ habeatur respondens sibi r ex observatione, ξ ex calculo, facile erit tot semiordinatas curvae CMH determinare, quot libuerit. At illae, quarum abscissae sunt majores, non exactam praebent aequationem. Assumamus enim v. gr. $\tau = 10$. erit $r = 12,88$. $\xi = 12,91$. unde esset $y = 12,91 - 12,88 = 0,03$. Quis vero hinc rationem $s:y$, quae esset $\frac{14,70}{0,03}$, exactam fore dixerit, cum observ. $r = 12,88$, facile centesimas partes non adeo exactas habere possit, quam id requiritur. Neque consultum est ut

 assu-

Tab. IX. assumatur semiord. y ab initio observ. parum distans, quia, si in observatione quaedam adfuerint irregularitates, quae certe initio caveri nequeunt, error non per plures observationes distribueretur, immo potius fieret sensibilior. Cum itaque non possimus pro basi assumere $\tau = 10, 9, 8$ &c. $\tau = 1, 2,$ &c. assumsi $\tau = 4$, opinatus vitium utriusque extremi in medio minus esse sensibile, vel unum ab altero temperari. Nec sine successu. Est enim pro $\tau = 4 = t$

$$y = \xi - r = 13,96 - 12,47 = 1,49.$$

$$s:y = \frac{14,70}{1,49} = \frac{ms - \alpha}{s}$$

$$log. \frac{s}{y} = 1,1673173 - 0,1731863 = 0,9941310.$$

$$\frac{1}{t} log. \frac{s}{y} = \frac{0,9941310}{4} = 0,2485327.$$

Unde aequatio ad curvam CMH

$$ly = 1,1673173 - 0,2485327\tau.$$

Qua determinata pro quovis τ reperitur y, uti id in tab. col. y exhibuimus, quam vero non ultra $\tau = 12$ extendimus, quia y post hoc tempus adeo minutum est, ut centesimam partem non excedat, meritoque omittitur. Denique cum sit $r = \xi - y$, hinc reperitur r, si y ab ξ subtrahas, quod vero post $\tau = 12$ non amplius necesse est ob positionem $y = 0$. Sic in tab. post $\tau = 12$, r cum ξ coincidit. Columnis tab. subjunxi ultimam, quae differentiam inter semiordinatas r ex observatione & calculo exhibet, maximae initio sunt, satis tamen exiguae, ut ob irregularitates initio necessario orientes merito pro nihilo haberi queant.

§. 76. Quaeramus jam curvarum subtangentes $\daleth$ & θ. Est vero subtangens *log.* Vlacq. $= 0,4342946$, quae si dividatur per $0,0056427$ *log.* uni semiminuto respondentem in curva CRI reperitur

$$\daleth = \div \sigma : \frac{log. m}{t} = \frac{0,4342946}{0,0056427} = 76,96 \text{ semiminut.}$$

&

& eodem modo Tab. IX.

$$\theta = \frac{0,4342946}{0,2485327} = 1,75 \text{ feminin.}$$

Cumque sit $b = s\left(\frac{\eta - \theta}{\eta}\right)$ erit in exemplo nostro

$$b = 14,70 \cdot \left(\frac{76,96 - 1,75}{76,96}\right) = 14,37$$

Calor aquae igitur initio observationis 14, 37 grad. excedebat gradum temperiei aëris. Thermometri altit. maxima erat = 13,08, adeoque aqua 14,37 — 13,08 = 1,29 gr. refrigueerat, antequam thermometrum ad summum gradum pervenerat.

§. 77. Duo adhuc determinanda supersunt, curvae ascensus thermometri adplicata maxima, & punctum flexus contrarii, quippe utrumque habet. Adplicata maxima pluribus modis investigari potest.

I°. Est (§. 66.)

$$r = \tfrac{n}{n-1}\,(\div b^{1-n} x^n + x)$$

$$0 = dr = \tfrac{n}{n-1}\,(-b^{1-n} n x^{n-1}\,dx + dx)$$

$$n b^{1-n} x^{n-1} = 1.$$

$$x = b : n^{1:(n-1)}$$

Quo valore in aequatione $r = \frac{n}{n-1}(-b^{1-n} x^n + x)$ substituto, reperitur $r = b : n^{1:(n-1)}$, adeoque eo casu, quo r est maximum, erit $r = x$, quod verum esse, & sensus communis docet, & ex lege communicationis caloris supra (§. 64.) deduximus.

II°. Idem evincitur ex formula differentiali (§. 65.)

$$-\frac{\eta\,dx}{x} = \frac{\theta\,dr}{x-r}$$

Ex hac enim habetur

$$dr = \eta\left(\div\frac{x\,dx}{x} + \frac{r\,dx}{x}\right) : \theta = 0$$

unde $x = r.$

 III°. Ex

Tab. IX. Fig. Ex aequatione $r = \xi - y$ (§ 67.)
habemus $0 = dr = -d\xi + dy$
sed $-d\xi = \xi d\tau : \gamma$
$-dy = y d\tau : \theta$
adeoque $0 = \xi d\tau : \gamma - y d\tau : \theta$
$\xi : \gamma = y : \theta$

Unde vides, quo r est maxima, semiordinatas ξ, y esse in ratione subtangentium, & tangentes ipsis semiordinatis respondentes esse parallelas, quod generaliter obtinet, si quaeratur maxima differentia inter semiordinatas duarum curvarum iisdem abscissis respondentes.

§ 78. Punctum flexus contrarii vero sic determinatur.

Est $dr = -\xi d\tau : \gamma - y d\tau : \theta$

Tab. VIII. & faciendo (fig. 10.) $AC = \frac{b\gamma}{\gamma - \theta} = c$

erit $\log. \frac{c}{\xi} = \tau : \gamma$

$\log. \frac{c}{y} = \tau : \theta = n\tau : \gamma$

unde $\xi^n = y$

adeoque $dr = -\xi d\tau : \gamma - \xi^n d\tau : \theta$

hinc si $d\tau$ sumatur pro constante, & denuo instituatur differentiatio, erit

$$0 = ddr = d\xi d\tau : \gamma - n\xi^{n-1} d\xi d\tau : \theta$$

hinc $\xi = c : n^{2:(n-1)}$

Est vero $\xi : x = c : b$

adeoque & $x = b : n^{2:(n-1)} = nr : (n+1)$

Tab. IX. Si itaque (fig. 12.) fuerit ADM curva ascensus thermometri, BDR curva refrigerationis fluidi, DE applicata maxima, H punctum flexus contrarii, erit

$IK = b : n^{2:(n-1)}$, sed adplicata maxima $DE = b : n^{1:(n-1)}$

unde

$AB : ED = ED : IH.$

$AE = EI.$ & $HK : KI = \theta : \gamma.$

id

id est, 1°. tempus AI quo obtinet punctum flexus contrarii est duplum temporis AE, quo ascensus thermometri est maximus. 2°. Calor fluidi initio est ad calorem residuum tempore altitudinis maximae thermometri, ut idem hic calor, ad calorem residuum tempore puncti flexus contrarii sive descensus celerrimi thermometri. 3°. Thermometrum in H eadem celeritate ac fluidum in K refrigescit. (§. 49.) Tab. IX.

§. 79. Si dicta exemplo nostro adplicemus, reperietur ex formula $ED = b : n^{1:(n-1)}$, altitudo maxima thermometri = 13, 16 gr. tempus AE, quo maxima est = 6, 77 semiminut. $IH = b : n^{1:(n-1)} = 12, 50$ gr. tempus $AI = 13, 54$. semimin.

§. 80. Quod si fuerit $\daleth = \theta$, erit $n = 1$. quo casu ex formula $ED = b : n^{1:(n-1)}$ nil concludi potest. Unde valor adplicatae maximae ex aequatione $r = \tau x : \daleth$ (§. 70.) determinandus; reperitur vero tunc obtinere, quando $\tau = \daleth$.

§. 81. Quam hactenus evolvimus formularum ad casum specialem adplicationem satis prolixam esse negari non potest. Non inutilem igitur mihi sumam operam breviorem methodum indicando, non summo rigore exactam, satis tamen ut tuto adhiberi possit. Supra evicimus, esse $r = x$, quando r est maximum. Porro facile monstrari potest, curvam ascensus thermometri post punctum flexus contrarii a logistica refrigerationis fluidi fere non esse diversam. Si enim in aequatione

$$nxb^n = nbx^n = (n-1)rb^n$$

fiat $b = 1$, erit x numerus fractus, & eo casu, quo $n > 20$ aut 30, erit brevi tempore $x < \frac{1}{2}$, unde in aequatione $x - x^n = \frac{n-1}{n} r$ terminus x^n fere = 0. adeoque

$$x = \frac{n-1}{n} r.$$

$$r = \frac{n}{n-1} x = \frac{\daleth}{\daleth - \theta} x = \xi.$$

Cum igitur curva AQ (fig. 10.) tandem cum logistica CR coincidat, utraque vero ad curvam refrigerationis fluidi BN continuo magis accedat, assumi potest absque notabili errore, curvam AQ paullo post punctum flexus contrarii esse logarithmicam, cujus subtangens = $\daleth$. Hinc brevissima datur methodus Tab. VIII.

 gra-

Tab. IX. gradum caloris fluidi, quem initio obſervationis habet, determinandi, quam in ſequenti Problemate explicabimus.

PROBLEMA IX.

§. 82. Datis ex obſervationibus tempore, quo altitudo r eſt maxima, ipſa r maxima, nec non duabus aliis obſervatis altitudinibus aſcenſus thermometri, quorum tempora dupla vel tripla ſunt temporis, quo r eſt maxima, determinare gradum caloris fluidi initialem.

SOLUTIO.

Sit ED altitudo maxima, AE tempus ipſi reſpondens (fig. 12.) AP & AQ tempora duo, tempore AE duplo majora. PM, QG altitudines aſcenſus thermometri ipſis reſpondentes, poterit pars curvae GM conſiderari ut logiſtica, cujus ſubtangens $= 7$ (§. 81.) adeoque erit

$$QP : 7 = \log. \frac{MP}{GQ}$$

Et cum logiſticae refrigerationis fluidi BKN ſubtangens itidem ſit $= 7$, erit

$$AE : 7 = \log. \frac{AB}{ED}$$

$$7 = QP : \log. \frac{MP}{GQ} = AE : \log. \frac{AB}{ED}$$

$$\log. \frac{AB}{ED} = \frac{AE}{QP} \left(\log. \frac{MP}{GQ}\right)$$

$$\log. AB = \frac{AE}{QP} \left(\log. \frac{MP}{GQ}\right) + \log. ED.$$

§. 83. Quantum ſenſibus percipere potui in noſtro experimento, erat ED ſive altit. max. $= 13, 09$ & obtinuit paullo ante $r = 7$. ita ut aſſumere poſſim tempus $AE = 6\frac{3}{4}$ ſemiminut. Aſſumamus porro

Tab. IX.

$$AP = 30, \text{ est } PM = 9,96$$
$$AQ = 50 \qquad QG = 7,68$$
$$\& \quad PQ = 20.$$

unde habemus $\log. PM = 0,9982593$

$$\log. GQ = 0,8853612$$

$$\log. \frac{PM}{GQ} = 0,1128987$$

$$\frac{AE}{PQ} \log. \frac{PM}{GQ} = 0,0381030$$

$$\log. ED = 1,1169396$$

$$\log. AB = 1,1550426$$

$$AB = b = 14,29.$$

Supra hunc valorem invenimus $= 14,37$ (§. 76)

differunt adeo $= 0,08$

vix decima parte unius gradus, qua praesens minor est. Exactior mihi praesens videtur, ob difficultates, quae impediunt exactam determinationem subtangentis θ, a qua tamen determinatio valoris b in priori adplicatione dependet.

§. 84. Si pro calculo hoc instituendo assumantur tempora AP, AQ talia, ut eorum intervallum PQ sit $= AE$, tunc brevior adhuc est calculus, erit nempe

$$QG : PM = ED : AB.$$

At consultius est intervallum PQ majus assumere, uti fecimus, sic enim observationum inevitabiles irregularitates per plures distribuentur, adeoque minus erunt sensibiles.

§. 85. Jam supra diximus, similia experimenta eo praecipue fine institui, ut calor initialis fluidorum detegatur, cui scopo Problema praesens satisfacit. Quod si tamen quis ulterius progredi voluerit, atque curvam refrigerationis & calefactionis determinare, id ex iisdem datis fieri poterit, quare Problema sequens adnectemus.

PROBLEMA X.

§. 86. Datis iisdem, quae in Problemate praecedente, determinare curvas ascensus thermometri & refrigerationis fluidi.

SO-

Tab. IX.

SOLUTIO.

Quaeratur per Problema praecedens calor fluidi initialis b, quo dato, constructione reperietur ratio n sequentem in modum.

Sit $DBIN$ (fig. 13.) logistica quaecunque, EM ipsius asymtotus. Assumatur $AB = b$. $ED = AB : n^{1:(n-1)} =$ applicatae maximae. Ducatur EB recta, & prolongetur usquedum curvam secet, quod fiet in N. Demittatur semiordinata NM, erit $n = \frac{NM}{AB}$. Ducatur enim BP asymtoto AM parallela, ABF ad AM normalis, fiat $BC = AB$, & $AR = AE$, ducantur porro RG ad RM, & CH ad AC normales, ponatur $log.\ AB = 0$, erit $log.\ ED = AE$, $log.\ MN = AM$. Est vero $DE = AB : n :^{1:(n-1)}$ adeoque $log.\ DE = -\frac{1}{n-1}\ log.\ n$. unde

$$log.\ DE : ln = 1 : (n-1)$$

$$log.\ DE : (log.\ DE + log.\ n) = 1 : n = b : bn$$

ergo $$AE : AB = EM : MN$$

$$MN = nb$$

$$EM = log.\ nb = log.\ n.$$

hinc tandem $$n = \frac{MN}{AB} = ⅂ : \theta.$$

Datis itaque b & n, facillime construuntur curvae quaesitae. Sit enim ducta logistica quaecunque BDR (fig. 12.) ipsius asymtotus AP, assumantur semiordinatae $AB = b$, $ED = r$ max. $= b : n^{1:(n-1)}$ erit AE tempus, quo r maxima. Aequatione $nxb^n - nbx^n = (n-1)\ rb^n$ construatur curva $A\mu\delta B$, cujus abscissae $A\pi = x$, semiordinatae $\pi\mu = r$, fiat $BF = AB$, ducatur recta AF, quae curvam secabit in δ, ita ut $\epsilon\delta = ED$ sit adplicata maxima. Constructa curva $A\mu\delta B$, assumatur abscissa quaecunque $A\pi = x$, ducatur per π recta $M\pi\mu$ asymtoto AP parallela, erit $A\pi = \pi\rho = PR = x$

$$\pi\mu = PM = r$$

$$\&\quad AP = \tau$$

Subtangens logisticae $BDR = ⅂$.

unde facile reperitur $\theta = ⅂ : n$, cum datae sint $⅂$ & n. Quod si vero fuerit $\theta = ⅂$ sive $n = 1$. constructio haec aliter se habet, erit enim tunc $r : \tau = x : ⅂$. (§. 70.)

§. 87.

§. 87. Ex hactenus stabilitis nunc ascensum descensumve thermometri in fluido refrigescente curatius definire poterimus. Celerrime ascendit ab initio, celeritate tamen notabiliter decrescente, ita ut brevi tempore sit nulla, quo maximam habet altitudinem, post iterum descendit, primo quidem lentissime, celeritate augente donec tempus descensus aequale fuerit tempori ascensus, tunc enim celeritas descensus maxima est, deinde celeritas haec continuo retardatur, & quidem satis aequabiliter, cum decrescat fere in ratione semiordinatarum logarithmicae. Per totum tempus, quo ascendit, calor thermometri calore fluidi minor est, aequalis ipsi evadit tempore ascensus maximi, postea continuo est major, sic tamen ut differentia maxima sit in puncto flexus contrarii (§. 77. n. III. §. 78. n. 3.) Tab. IX.

§. 88. Superest, ut ceteros casus, quos formula generalis (§. 65)

$$r = v\,(log.\,\tfrac{nb}{n-1} - \tau : \gamma) - v\,(log.\,(\tfrac{nb}{n-1} - a) - \tau : \theta)$$

complectitur, exponamus, quod brevius fieri poterit cum primum prolixius examinavimus, in quo ponitur $a = 0$.

§. 89. Fiat a negativum, erit initio temperies thermometri minus calida temperie aëris, & initium C curvae ascensus thermometri infra asymtoton AK (fig. 9.) formula vero

$$r = v\,(l\,\tfrac{nb}{n-1} - \tau : \gamma) - v\,(log.\,(\tfrac{nb}{n-1} + a) - \tau : \theta)$$

§. 90. Fiat $a = b$, erit initio calor thermometri calori fluidi aequalis, initia curvarum calefactionis C & refrigerationis B coincident, alt. thermometri maxima erit in A, unde continuo refrigescet, & quidem eodem modo, quo refrigescit in primo casu post altitudinem maximam (§. 87.) Formula vero pro hoc casu est

$$r = v\,(l\,\tfrac{nb}{n-1} - \tau : \gamma) - v\,(l\,\tfrac{b}{n-1} - \tau : \theta)$$

§. 91. Ponatur esse $a > b$, thermometrum initio erit fluido calidius, & celeritate retardata continuo refrigescit. Si in hoc casu sit $a < \tfrac{nb}{n-1}$ formula generalis non mutatur. Contra

Tab. IX. si fuerit $a > \frac{nb}{n-1}$ erit formula

$$r = \nu\left(l\frac{nb}{n-1} - \tau : \eta\right) + \nu\left(log.\left(a - \frac{nb}{n-1}\right) - \tau : \theta\right)$$

si vero fuerit $a = \frac{nb}{n-1}$ erit formula

$$lr = log.\frac{nb}{n-1} - \tau : \eta)$$

quo casu erit $r = \xi$ & $r : x = \frac{nb}{n-1} : b = \eta : (\eta - \theta)$ unde thermometrum descendet per logarithmicam, cujus subtangens $= \eta$, adeoque aequalis subtangenti logisticae refrigerationis fluidi, & ratio inter calorem remanentem thermometri & fluidi est constans, nempe $= \eta : (\eta - \theta)$ Ceterum hinc patet, quid sibi velit logistica CR (fig. 10. & 11.)

§. 92. Si fuerit $b = 0$, calor fluidi & aëris erit idem, adeoque formula obtinet

$$lr = la - \tau : \theta$$

unde thermometrum per logarithmicam descendet, si a fuerit positivum, ascendet si fuerit negativum. Unde casus hic coincidit cum illo, quem supra jam examinavimus (§. 27.)

§. 93. Si fuerit b negativum, calor fluidi calore aëris erit minor, adeoque fluidum incalescet. Omnia igitur, quae hactenus de refrigescente fluido diximus, inversa ratione de calescente dici possunt. (§. 66 — 92.) At iis hic repetendis non immorabor. Cumque omnes hi casus ejusdem fere sint generis, sic quoque superfluum foret singulos experimentis illustrare, cum illud quod supra (§. 73.) adduximus formularum cum ipsis congruentiam satis ostendat.

§. 94. Non praetermittenda tamen est praecipuae cujusdam difficultatis enodatio, qua theoria caloris hactenus exposita premi videtur. Ex omnibus enim antedictis manifestum est, nos eam superstruxisse hypothesi: particulas igneas in corpus calescens influxas in instanti per totum ipsius volumen aequaliter distribui, quod tamen ab experientia alienum est, quippe quae apertissime loquitur, distributionem hanc successive fieri. Theoriam quidem & dimensionem hujus distributionis hic fusius

ſius exponere nondum licet, cum a pluribus experimentis a me nondum inſtitutis dependeat, rem tamen, ut quam breviſſime explanare poſſimus, ipſam ſic concipiemus. Tab. IX.

§. 95. Sit vas fluido, ejusdem temperiei ac aër, repletum. Immergatur thermometrum vel corpus aliud quodcunque fluido calidius, ita ut in ipſo libere haereat, hoc in fluido refrigerabitur (§. 4.), & particulae ex ipſo effluentes ſucceſſive tantum verſus latera vaſis & ſuperficiem fluidi tranſibunt. Quod ſi igitur particulae celerius ex corpore effluant, quam moventur verſus ſuperficiem fluidi, quantitas particularum in partibus fluidi corpori vicinioribus major erit, unde illic etiam major eſt ipſarum intenſitas, quam foret, ſi particulae effluxae in inſtanti aequaliter per totum corpus diſtribuerentur (§. 5.) quare facile quis hinc colligeret, celeritatem refrigerationis eo eſſe minorem in priori caſu, quo major fuerit particularum corpori vicinarum intenſitas, quod theoriae noſtrae e diametro eſſet oppoſitum. At probe notandum, non hic conſiderari poſſe intenſitatem particularum qualis eſſet, ſi per totum corpus aequaliter eſſent diſtributae; tunc enim verſus omnes partes aequali vi agerent, quod vero in noſtro caſu ſecus eſt. Quamdiu enim fluidi ſuperficies, ejusque partes ipſi vicinae partibus ejus prope corpus erunt frigidiores, tamdiu etiam in his particulae vim ſuam maxima ex parte verſus illas exſerent, ita ut earum reactio in particulas ex corpore effluentes non modo ſit perexigua, verum & praecipue initio refrigerationis eo magis pro nihilo haberi poſſit, quo major fuerit corporis calor relativus, quo minor contra fluidi denſitas. Poteſt ergo hinc oriri quaedam irregularitas, quae tamen valde exigua eſt. Cum enim particularum effluxarum reactio eo minor ſit, quo major & ipſarum & effluentium vis relativa reſpectu temperiei fluidi ad ſuperficies fuerit, hinc qualem irregularitatem refrigerationi aut calefactioni fluidi adferant duplici exemplo definire poterimus.

§. 96. Ponamus thermometrum in fluido refrigeſcere, hoc caſu ex noſtris principiis refrigeſcet per logarithmicam (§. 92.)

 ſub-

Tab. IX. ſubtangens adeo erit conſtans. At ob reactionem particularum initio minus ſenſibilem ſubtangens curvae initio erit aliquantulum minor, poſtea major evadet, ſic tamen ut differentia non ſit notabilis. Semiordinatae enim initio ſemiordinatis logiſticae paullo ſunt minores, ob majorem effluxus celeritatem, deinde ob celeritatem hanc imminutam hae illis erunt aliquanto majores. Quod jam experimento illuſtrabo.

§. 97. Thermometrum Reaumurianum calefactum immerſi aquae ejusdem temperiei, quam habebat tunc aër, & ſingulis ſemiminutis deſcenſum ejus obſervavi, qualis extat in Tabulae ſequentis columna ſecunda. Aſſumtis tribus obſervationibus

$\tau = 0$	gr.	1020, 80
$\tau = 5$		1005, 76
$\tau = 10$		1004, 55

eodem modo ac ſupra (§. 44.) habui

$$\log. r = \log. (16, 36 - x) = 1, 2137833 - 0, 2186419\,\tau.$$

Unde pro quoque τ datur gradus caloris therm. effluxus x aut reſiduus $r = (16, 36 - x)$ unde gradus, quem thermometrum tempore τ oſtendit, erit $= (1020, 80 - x)$ ſive $= 4, 44 + r$.

Tabula

Tabula descensus Thermometri in aqua.

tempus τ	gradus observati	grad. ex calculo	r ex observat.	r ex calculo	differentia.
0	1020, 80	assumtus	16, 36	16, 36	-----
1	1014, 20	1014, 33	9, 76	9, 89	−0, 13
2	1010, 15	1010, 42	5, 71	5, 98	−0, 27
3	1007, 87	1008, 05	3, 43	3, 61	−0, 18
4	1006, 55	1006, 62	2, 11	2, 18	−0, 07
5	1005, 76	assumtus	1, 32	1, 32	-----
6	1005, 28	1005, 24	0, 84	0, 80	+0, 04
7	1004, 97	1004, 92	0, 53	0, 48	+0, 05
8	1004, 80	1004, 73	0, 36	0, 29	+0, 07
9	1004, 67	1004, 62	0, 23	0, 18	+0, 05
10	1004, 55	assumtus	0, 11	0, 11	-----
11	1004, 50	1004, 50	0, 06	0, 06	+0, 00
12	1004, 46	1004, 48	0, 02	0, 04	−0, 02
13	1004, 45	1004, 46	0, 01	0, 02	−0, 01
14	1004, 45	1004, 45	0, 01	0, 01	−0, 00

Ex hac tabella perspicuum est, ob differentias initio negativas, postea positivas, thermometrum initio celerius descendisse celeritate in majori paullo ratione imminuta, ac fieri debuisset, si thermometrum per logarithmicam descendisset, adeoque subtangentem curvae descensus initio aliquantulum fuisse majorem, quod cum supradictis optime conspirat. Differentiae vero, cum ita parvae sint, sat ostendunt, particularum reactionem in thermometrum valde exiguam esse. Ceterum in assumendis tribus illis gradibus pro calculo secutus sum monita supra (§. 72. 75) in simili casu allata.

§. 98. Alterum exemplum nobis praebet experimentum, quod

Tab. IX. quod ſupra (§. 73.) adduximus. Initio enim calefactionis thermometri particulae ex aquae partibus ab ipſo remotioribus non ea celeritate affluere potuerunt, qua viciniores in thermometrum influxerunt, hinc patet, influxum initio aliquanto celeriorem fuiſſe, ac eſſe debuiſſet ex noſtris principiis, unde patet cur in Tabula (§. cit.) altitudines aſcenſus obſervatae ante gradum 12,47 pro calculo aſſumtum, altitudinibus ex calculo erutis ſint majores, poſt iſtum gradum minores evadant.

§. 99. Quod ſi medium, in quo corpus calefit aut refrigeſcit, rariſſimum fuerit, reactio particularum nullius eſt momenti, unde ratio palam eſt, cur in Tabulis (§. 40. 43. & 73.) antea allatis differentiae praecipue circa finem mox ſint poſitivae mox vero negativae & ante & poſt gradus pro calculo aſſumtos. Licet igitur prope corpus calidum, aut ſi ita libuerit, prope ferrum candens, quod in aëre refrigeſcit, ingens ſit particularum ignearum quantitas, actio tamen ipſarum in ferrum nequaquam intenſitati illarum aequalis, verum veluti infinite minor eſt. Nec objici poteſt, manum aëri iſti admotam intolerabilem ſentire aeſtum. Non enim quaeritur, an particulae, quarum tanta eſt intenſitas, in corpus frigidius ingenti vi & copia influant, ſed an in ferrum, ex quo maxima celeritate effluunt, reagant nec ne? Neque aëris eſt iſte calor, cum ferro remoto, momento citius evaneſcat. Quod vel ideo notamus, quia in experimento primo (§. 40) pro calculo inſtituendo poſuimus aërem in aprico non ſenſibiliter eſſe calidiorem illo, qui proxime in umbra eſt, utut nobis in aprico poſitis longe aliter videatur. Calorem enim ſentimus non ex aëre ſed a radiis ſolaribus immediate provenientem.

§. 100. Si intenſitas particularum ignis ſive calor in corpore noſtro, aut in iis partibus, quibus aliud corpus tangimus, major fit, tunc corpus hoc nobis videbitur calidum. Contra ſi calor in iis partibus minor fit, tunc corpus quod tangimus, frigidum nobis videtur. Si denique calor in corpore noſtro idem manet, tunc corpus illud nobis videbitur temperatum. Corpus

pus vero illud, quod nobis, dum illud tangimus, vel calidum, vel frigidum, vel denique temperatum videtur, medium vocabimus. Tab. IX.

§. 101. Si calor corporis constans esse debeat, necesse est, tot debere affluere particulas, quot effluunt, adeoque in aëre vel alio medio temperato affluxus effluxui particularum aequalis est. Unde quoque patescit, affluxum in medio, quod nobis calidum videtur, majorem, in medio vero frigido, minorem esse effluxu.

§. 102. Manus, uti totum corpus in medio constantis sed frigidioris temperiei per semiordinatas logarithmicae refrigesceret, nisi continuus particularum ignearum affluxus id impediret, qui diversimode interne generatur & conservatur. At utut hoc affluxu ejusmodi refrigeratio impediatur, possumus tamen in parvis tempusculis concipere, manum v. gr. refrigescere per differentialia semiordinatarum ejusmodi logisticae, unde assumenda ipsius subtangens, quam $\daleth$ ponemus, si refrigeratio fiat in aëre, θ vero, si fiat in alio medio (§. 56.) v. gr. in aqua, cet. Sit itaque tempore quocunque τ calor manus relativus respectu aëris $= r$, alius medii cujuscunque $= \rho$, tempusculo $d\tau$ amittetur particula caloris in aëre $= r\,d\tau : \daleth$, in altero medio $= \rho\,d\tau : \theta$, (§. 34.) Affluat contra eodem tempusculo $d\tau$ particula caloris in aëre $= dz$, in altero medio $d\zeta$ erit caloris tempore τ residui differentiale in aëre $dr = dz - r\,d\tau : \daleth$

in altero medio $d\rho = d\zeta - \rho\,d\tau : \theta$

Quae formulae eaedem sunt ac illa, quam supra in casu generali invenimus (§. 34.) Nil ergo restat, quam ut leges affluxus aut determinemus exactissime, aut hypotheses assumamus a vero non ita multum aberrantes.

§. 103. Praecipua vero causa, qua ingens admodum particularum e corpore nostro effluxus adeoque quantitatis illarum decrementum interne reparatur, est cibus potusque praesertim calefactus, quem quotidie sumimus, & hinc oriens concoctio in stomacho, unde particulae igneae praesertim sanguinis circuitu

Tab. IX. cuitu per omnes corporis partes distribuuntur. Huic accedit fluidorum heterogeneorum, alcalinorum nempe & acidorum commistio, unde particulae igneae, sive in angustius spatium comprimantur, sive in velocissimum motum concitentur, maximam acquirunt intensitatem (§. 2. 3.)

§. 104. Non solum vero calor in corpore hoc modo gignitur novus, verum & ille, qui jam adest, diversimode augetur vel intenditur. Huc referimus jam allatam partium heterogenearum, praecipue fluidarum commistionem, vehementioremque totius corporis membrorumque commotionem & attritum, unde solito fortior nervorum, fibrarum, musculorum, globulorumque sanguinis in venarum concavitatibus oritur affrictio, adeoque & incrementum intensitatis caloris (§. 7.) Tritissimum hoc calorem augendi medium cuique notum est.

§. 105. Denique calor internus corporis diversimode conservatur, inprimis vero id obtinetur, si effluxus particularum ex corpore impediatur. Hoc vero tegumentis, vestibus nempe lectoque, & commoratione in loco calido effici posse neminem fugit.

§. 106. Effluxus particularum major est in iis corporis partibus, quae pro ratione voluminis majorem habent superficiem, plures majoresve poros, quippe hae instar foraminum considerari possunt, per quae particulis igneis, aliisque transpirantibus datur egressus. Major porro est effluxus si major fuerit particularum vis relativa, diversus quoque ratione diversi medii, in quo fit. (§. 57.) Ceterum haec omnia non modo in diversis hominibus, verum & in uno eodemque homine diversis temporibus valde diversa esse, vel me non monente evidens est, & ex mutabilitate causarum (§. 103 — 106) rite colligitur.

§. 107. Duae praecipue sunt corporis partes, quibus mediorum temperiem dijudicare solemus, manus nempe & facies, quum utraque fere semper aëri sit exposita, & manu alia media tangamus, aut eam ipsis immergamus, ipsorum temperiem explo-

plo-

ploraturi. Ceteras enim corporis partes plerumque tegumentis habemus involutas, quibus calorem ipsarum conservamus (§. 106.) Praeterea manus ob superficiem, quam habet ratione voluminis longe maximam, huic scopo aptissima est (§. 106.) Hujus igitur calefactionem & refrigerationem specialius considerando non actum agere nobis videbimur. Tab. IX.

§. 108. Porro, vel ipsa quotidiana experientia teste, longe aliter de medii cujusdam temperie sentimus, postquam in ipso aliquandiu fuimus commorati, quam id initio nobis videbatur. Unde quoque non inutile erit, diversitatem hanc judicii nostri de calore & frigore seorsim considerare.

§. 109. Affluxus particularum ignis in manum diversimode fieri solet. Maxime ordinarius ille est, qui fit, dum circulatione sanguinis particulae igneae continuo advehuntur. Huic accedit alter, qui ex attritu manus plus uno modo oritur; tertium ponemus ex commistione partium heterogenearum orientem, qui vero, mea quidem sententia, minus ordinarius est: Quartum denique, qui fit, dum particulae igneae ex brachio in manum transeunt tanquam in medium frigidius (§. 4.) His annumerandus esset affluxus extrinsece a medio, quod manum ambit, calidiore proveniens, at mallem hunc effluxum negativum nominare, uti contra affluxum negativum nominabo illum, quo particulae ex manu in brachium ob vim in illa majorem retroaguntur. Denominationem hanc calculi rationi congruentem esse, ex sequentibus patebit.

§. 110. Qui ex prima causa, circulatione nempe sanguinis, oritur particularum affluxus, eo major est censendus, quo major est & quantitas & celeritas sanguinis circulantis, corporis calor internus, quoque facilius per vasa in manum transire possunt ignis particulae. Affluxus sive potius augmentum intensitatis caloris ex attritu partium proveniens majus erit, prout plures partes fortiusque fuerint attritae. Simili modo intensitatis particularum incrementum ex commistione partium hete-

Tab. IX. rogenearum oriens majus erit in ratione composita quantitatis & vis acquisitae particularum. Quarta denique ex causa nascens affluxus major erit pro ratione caloris relativi corporis respectu caloris manus.

§. 111. Non diffitendum est haec omnia vix ac ne vix determinari posse, si calculo rem exacte quidem assequi volueris. Observandum tamen, affluxum ex prima quartaque causa provenientem ad hypotheses reduci posse a vero non multum aberrantes, & plus uni casui adplicabiles. Quod vero ex secunda & tertia causa oritur intensitatis incrementum difficillime calculo subjici poterit, ita ut formularum inde deductarum facilis sit ad casus adplicatio. Utrumque minus ordinarium statuimus, aut si ordinarium detur, hoc calori ex motu sanguinis provenienti annumerabimus, cum hic plerumque ceu illius causa considerari possit. Hac hypothesi stabilita non opus erit incrementa caloris minus ordinaria una cum ordinariis considerare; sed ab illis animum abstrahere poterimus, quandocunque id necesse fuerit. Denique cum qualecunque caloris in manu ex interna causa proveniens incrementum termino generalius sumto affluxum particularum nominemus, ita hunc in sequentibus in affluxum ordinarium, & minus ordinarium distinguemus. His omnibus ita praestructis ad specialiora deveniamus.

§. 112. Si manus ex uno medio in aliud diversum, aut diversae temperiei transferatur, affluxus particularum in primis tempusculis $d\tau$ non mutatur, utut in posterum evadat diversissimus. Ponamus enim illum tempusculis initialibus $d\tau$ mutari, tunc id a diversitate medii proveniet, quod aliter ac prius in manum agit; hocque in instanti in eas manus partes agere deberet, in quibus affluxus fit, & in instanti particulas affluentes aut repellere aut adtrahere debere. Cum vero omnis motus successive solum fiat, hinc actio medii in particulas interne affluentes instantanea esse nequit, unde consequitur, primis tempusculis affluxum particularum non mutari, etsi postea diversissimus evadere possit.

§. 113.

§. 113. Cum igitur ratio, cur tempusculum quoddam praeterfluat, antequam medium, quod manu tangimus, affluxum particularum turbare possit, in hoc consistat, quod motus ad id necessarius successive solum fiat, hinc quoque evidens est, tempusculum eo fore longius, quo minor fuerit motus illius celeritas, quoque majus spatium, quo a superficie distant particulae affluentes. Tab. IX.

§. 114. Aliter sentiendum est de particularum ex manu effluxu, quippe qui simul ac manus aliud medium tangit mutatur. Particulae enim effluentes, cum jam ad superficiem manus positae sint, in instanti vi sua relativa in medium illud transeunt, aut contra e medio in manum, si effluxus fuerit negativus (§. 109.) Quod experientia satis superque comprobat.

§. 115. Utrique huic propositioni (§. 112. 114.) superstruemus calculum circa modum, quo de temperie mediorum judicamus, in primo momento, quo illa manu tangimus. Quem in finem nunc formulas differentiales supra (§. 102.) definitas cum definitionibus antea allatis (§. 100, 101.) conferemus.

§. 116. Si aër nobis videtur temperatus, tunc erit $dr = 0$. & contra.

DEMONSTRATIO.

Si aër nobis videtur temperatus, tunc particularum affluxus effluxui est aequalis (§. 101.) adeoque in formula (§. 102)

$$dr = dz - rd\tau : 7$$

erit

$$dz = rd\tau : 7$$

adeoque

$$dr = 0.$$

Similiter si fuerit $dr = 0$, erit $dz = rd\tau : 7$, quod obtinet in aëre, qui nobis videtur temperatus (§. 101.)

§. 117. Si fuerit $dz > rd\tau : 7$, tunc plus affluit quam effluit, hoc igitur casu aër nobis videbitur calidus (§. 101.) & dr est

Tab. IX. dr est positivum; quod idem obtinet, si fuerit $rd\tau:\daleth$ negativum, tunc enim effluxus negativus est, & $dr = dz + rd\tau:\daleth$.

§. 118. Si fuerit $dz < rd\tau:\daleth$, tunc effluxus major est affluxu, adeoque dr negativum, unde aër nobis videbitur frigidus. Eaedem hae propositiones ad media quaecunque sese extendunt, ob formularum identitatem (§. 102.)

PROBLEMA XI.

§. 119. Data ratione inter subtangentes $\daleth$ & θ, calore manus & calore aëris, qui manu tactus initio nobis videtur temperatus, invenire gradum caloris, quem aliud medium habere debet, ut manu tactum initio nobis videatur temperatum.

SOLUTIO.

Cum ex hypothesi aër & alterum medium initio nobis videri debeat temperatum, erit $dr = d\varrho = 0$ (§. 116. 102) & initio contactus, qui eodem tempore fieri supponitur, $dz = d\zeta$ (§. 112.) unde ob

$$dr = dz - rd\tau:\daleth$$

$$d\varrho = d\zeta - \varrho d\tau:\theta \qquad (\text{§. 102.})$$

erit $\quad 0 = dz - rd\tau:\daleth = dz - \varrho d\tau:\theta$

adeoque $\quad r:\daleth = \varrho:\theta$

$$\daleth:\theta = r:\varrho$$

Est igitur in utroque medio calor manus relativus respectu temperati mediorum caloris in ratione subtangentium. Vocemus gradum thermometri calori manus respondentem a, gr. aëris, qui videtur temperatus, b; erit $r = a - b$; unde $\varrho = (a - b)\,\theta:\daleth$ Si igitur gradus thermometri temperato alterius medii calori respondens ponatur $= y$, erit formula quaesita $\quad y = a - (a-b)\,\theta:\daleth$.

Tab. VIII. Constructio non difficilis est. Sit enim (fig. 14.) gradus thermometri calori manus respondens $A = a$, gradus aëris qui videtur temperatus $B = b$, erit $AB = a - b$. Sit $AT = \daleth$. $A\Theta = \theta$, AP tempusculum parvum initio contactus $= d\tau$. Ducan-

Ducantur TB, & PM ipsi AB, MC ipsi AT parallelae, erit Tab. VIII. $CB = rdr : \daleth = dz$. Ducantur porro ΘQ ipsi TB & NR ipsi AT parallelae, erit

$$AT : AB = A\Theta : AQ$$

id est
$$\daleth : (a-b) = \theta \;:\; (a-b)\theta : \daleth$$

unde ob $\varrho = (a-b)\,\theta : \daleth$ erit $AQ = \varrho$, & $Q = a - \varrho = a - (a-b)\,\theta : \daleth = y$.

PROBLEMA XII.

§. 120. Dato gradu caloris manus, & aëris alteriusque medii, dum manu tactum utrumque nobis initio videtur temperatum, invenire rationem inter subtangentes $\daleth$ & θ.

SOLUTIO.

Cum vi praecedentis problematis habeamus

$$y = a - (a-b)\,\theta : \daleth$$

erit
$$\theta : \daleth = (a-y) : (a-b)$$

sive
$$\daleth : \theta = (a-b) : (a-y) = r : \varrho.$$

Ratio igitur $\daleth : \theta$ reperitur, calorem manus relativum respectu aëris temperati per eundem respectu alterius medii temperati dividendo.

§. 121. Cum aër corpora longe lentissime refrigeret, erit $\daleth > \theta$, adeoque &

$$a - b > a - y$$
$$y > b$$

Unde consequens est; 1° ut medium quoddam nobis, manu tactum, temperatum videatur, calidius sit oportet aëre, qui eodem tempore nobis videtur temperatus, idque eo magis, quo major fuerit ratio ($\daleth : \theta$). 2°. Omnia media, quorum eadem est temperies ac aëris temperati, nobis initio contactus frigida videntur, idque eo magis, quo major fuerit ratio ($\daleth : \theta$). 3°. Calor manus relativus respectu medii, quod nobis videtur temperatum, ceteris paribus, maximus est, si medium illud fuerit aër. Consectaria haec experientia omnimode comprobat. Tepefacienda enim est aqua, antequam temperata nobis videatur; & in media aestate, initio contactus frigida nobis videtur,

 etiamsi

Tab.VIII. etiamsi aëris aestivi temperiem habeat. Sic quoque ferrum ceteraque metalla, ejusdem temperiei, quo praeditus est aër temperatus, aëre nobis, & aqua videntur frigidiora.

PROBLEMA XIII.

§. 122. Data ratione $\daleth : \theta$, gradu caloris manus, & calore medii cujuscunque dati, invenire gradum temperiei aëris, qui nobis initio contactus aeque calidus aut frigidus videatur ac medium datum.

SOLUTIO.

Sit ut antea gradus thermometri calori manus respondens $= a$, medii dati $= c$, gradus quaesitus temperiei aëris $= s$. Cum igitur aër alterumque medium nobis videri debeat ejusdem temperiei, oportet ut manus in utroque, eodem tempusculo initiali $d\tau$, aequalem caloris quantitatem acquirat vel amittat. Unde in primo casu $dr = d\rho$, in secundo $-dr = -d\rho$ (§. 109. 118.) adeoque ob $dz = d\zeta$ (§. 112.) erit (§. 102.)

$$dr = dz - r\,d\tau : \daleth = dz - \rho\,d\tau : \theta$$

$$r : \daleth = \rho : \theta$$

est vero $\qquad \rho = a - c, \ \& \ r = a - s$

unde $\qquad (a - s) : \daleth = (a - c) : \theta$

$$s = a - (a - c)\daleth : \theta$$

§. 123. Cum sit $\daleth > \theta$, erit quoque $(a - s) > (a - c)$, unde $c > s$, quod vero tunc solum obtinet, quando $a > c$, sive $a > s$. Contra si fuerit $c > a$, erit differentia $a - c$ negativa, adeoque $\qquad s = a + (c - a)\daleth : \theta$

$$s > a.$$

Si vero ponatur $a = c$ erit $s = a$, adeoque & $s = c$, qui unicus casus est, quo duo media, quorum subtangentes $\daleth$ & θ inaequales sunt, dum ejusdem sunt caloris, etiam nobis initio contactus ejusdem caloris videantur. Obtinet vero, quando $a = c = s$ id est, quando calor mediorum calori manus aequalis est, & si unquam, in thermis & balneis locum quandoque mihi habere videtur, quippe quae satis calida esse solent, ut cum calore manus aequari possint. Est vero in hoc casu $a - e = a - s$ = $r = \rho = 0$, adeoque & $r\, d\tau : ℸ = \rho\, d\tau : \theta = 0$, unde effluxus nullus est initio contactus, quod etiam esse debet, cum ob eundem & manus & mediorum calorem, nulla adsit particularum sive caloris vis relativa; unde cum solus adsit particularum affluxus, igitur hoc casu initio contactus mediorum calorem ex solo affluxu particularum interno dijudicamus. Tab. VIII.

PROBLEMA XIV.

§. 124. Datis gradibus caloris manus aëris temperati, duobusque aliis gradibus caloris aëris, temperato inferioris aut superioris, invenire, quantum alter altero nobis initio contactus videatur calidior, vel frigidior.

SOLUTIO.

Sit (fig. 15.) gradus caloris manus $A = a$; aëris temperati $B = b$; sint dati caloris gradus $E = e$, & $F = f$ omnes in scala thermometri sumti. Fiat $AP = d\tau$, tempusculum initiale, $AT = ℸ$. tempusculo $d\tau$ in aëre temperato effluet caloris pars CB, sed aequalis iterum influet (§. 101.), unde $BC = dz$. est vero Tab. IX.

$$AT : AB = MC : CB$$

id est

$$ℸ : (a-b) = d\tau : dz$$

adeoque

$$dz = (a-b)\, d\tau : ℸ$$

Sic quoque, cum sint En, Fr, particulae caloris, eodem tempusculo $d\tau$ in aëris temperie E & F effluentes, erit

$$AT : AE = mn : nE$$

$$ℸ : (a-e) = d\tau : (a-e)\, d\tau : ℸ$$

&

$$AT : AF = rq : rF$$

$$ℸ : (a-f) = d\tau : (a-f)\, d\tau : ℸ$$

Hinc ob $dr = dz - r\, d\tau : ℸ$ (§. 102.)

& $dz = (a-b)\, d\tau : ℸ$

erit pro temperie aëris E

$$dr = (a-b)\, d\tau : ℸ - (a-e)\, d\tau : ℸ$$

& pro temperie F

$$dr = (a-b)\, d\tau : ℸ - (a-e)\, d\tau : ℸ$$

quae

Tab. IX. quae sunt quantitates caloris in utraque temperie eodem tempusculo initiali amissae vel acquisitae; His vero cum calor mediorum nobis videatur proportionalis, nobis videbitur aëris temperies E ad temperiem F ut $((a-b)\,d\tau:\gamma - (a-e)\,d\tau:\gamma)$ ad $((a-b)\,d\tau:\gamma - (a-b)\,d\tau:\gamma)$ adeoque ut $(e-b)$ ad $(f-b)$ $= BE : BF$. Gradus ergo temperiei aëris nobis videntur esse in ratione caloris aëris relativi respectu ipsius temperiei, quae nobis videtur temperata.

§. 125. Assumimus in utraque aëris temperie, temperatum caloris gradum eundem, quia posuimus utramque sensationem eodem tempore fieri. Quod si vero diverso tempore fiant, sic ut gradus temperati aëris pro temperie E indaganda nobis videatur esse $= b$, pro temperie $F = \mathfrak{b}$. utique & in hoc casu nobis videbitur prior temperies E ad temperiem F, ut $(e - b)$ ad $(f - \mathfrak{b})$, utut calor manus fuerit diversus. Ceterum idem hoc valet de mediis quibuscunque, si pro quovis detur gradus caloris examinandus, una cum gradu caloris, quem habere debet, ut initio contactus nobis videatur temperatum.

§. 126. Quae hactenus diximus facile ad totum quoque corpus adplicantur, quippe in hoc id unicum diversum videtur, quod ob superficiem quam habet respectu voluminis minorem, tempusculum, quod praeterfluit, antequam affluxus particularum turbatur a medio, aliquanto majus sit, quod vero calculum nequaquam varium, potius certiorem reddit. At omnia haec non ultra primum illud tempusculum extendenda sunt, cum longe aliter sentiamus, si manum diutius in eodem medio retineamus, quod nunc, quantum in praesenti licebit, examinabimus.

§. 127. Praecipuum vero, quod hic difficultatem nectit fere insolubilem, est determinatio legis affluxus in omni casu. Unde ulterius progredi non dabitur, nisi hypotheses assumamus, non modo certis casibus a vero non multum abhorrentes, verum & facile adplicabiles. Statuimus itaque primo: In diversis aëris temperiebus, ab ea quam temperatam sentimus

non

non multum differentibus, parvo temporis, dierum v. gr. intervallo a ſe diſtantibus, affluxum particularum in manum, quem ſupra ordinarium diximus (§. 111.) non multum mutari, praecipue ſi calor corporis ſatis conſtans conſervetur. Unde primam aſſumimus hypotheſin, affluxus nempe aequabilis. Tab. IX.

PROBLEMA XV.

§. 128. Aſſumta hypotheſi affluxus aequabilis, determinare legem refrigerationis manus in medio conſtantis temperiei.

SOLUTIO.

In hypotheſi affluxus aequabilis aequali tempore aequalis particularum quantitas affluit, unde in formula generali

$$dr = dz - r\,d\tau : \daleth$$

eſt $\qquad dz = n\,d\tau$

adeoque $\qquad dr = n\,d\tau - r\,d\tau : \daleth$

& ob n, $\daleth$, conſt. (§. 102.)

$$\tau = \daleth \, log. \frac{n\daleth}{n\daleth - r} + \text{conſt.}$$

Determinatur vero conſtans, ſi ponendo $\tau = 0$, ſit $r = b$, intelligendo per b calorem manus relativum reſpectu medii, quem initio habet, unde

$$\tau = \daleth \, log. \frac{n\daleth}{n\daleth - r} - \daleth \, log. \frac{n\daleth}{n\daleth - b}$$

$$\tau = \daleth \, log. \frac{n\daleth - b}{n\daleth - r}$$

Eſt adeo curva refrigerationis manus logarithmica, cujus abſciſſa $= \tau$, ſubtangens $= \daleth$, ſemiordinata initialis $= b$, maxima $= n\daleth$.

Conſtructio duplex eſt. I°. Si fuerit $n\daleth > b$, ſit ducta BFQ recta, (fig. 16.) in qua tempora τ ſumuntur, F initium temporis quo manus in medium transfertur, $FB = b$, fiat $FQ = \tau$, erit $QM = r$, unde ſi data aequatione conſtruatur logiſtica BEM, erit ADP ipſius aſymtotus, $AB = n\daleth$, $AT = \daleth$, $ED = n\daleth - b$, $MP = n\daleth - r$. Hoc igitur caſu manus caleſit ita, ut ſi fuerit

 tem-

Tab. IX. temperies medii in F, calor manus relativus initio $= FE$, adeoque ipsius calor in E, erit tandem idem ipsius calor auctus in D, unde augmentum, quod cepit $= ED$, & calor ipsius relativus respectu temperiei medii $= FD = n\daleth$. II°. Si fuerit $b > n\daleth$, erit quoque $r > n\daleth$, unde formula

$$\tau = \daleth \log. \left(\frac{b - n\daleth}{r - n\daleth}\right)$$

Hoc ergo casu manus refrigescit per logarithmicam CGN, ita ut sit $AB = n\daleth$, $AT = \daleth$, $FG = b$, $QN = r$, & logisticae asymtotus ADP.

CONSECTARIUM I.

§. 129. Si fuerit $n\daleth = b$, erit $\tau = \daleth \log. \frac{0}{r-b}$, quod indicio est, hoc casu manum in medio nec calefieri nec refrigescere, adeoque medium constanter videri temperatum.

CONSECTARIUM II.

§. 130. Cum in casu calefactionis manus continuo sit $r < n\daleth$, in casu refrigerationis $r > n\daleth$, in utroque vero tandem fiat $r = n\daleth$, tunc erit $dr = 0$, adeoque medium videbitur temperatum (§. 116.) Manus ergo in medio constantis temperiei, sive calefiat sive refrigescat, tandem eam acquirit temperiem, qua praedita medium ipsi videtur temperatum.

CONSECTARIUM III.

§. 131. Cumque id tunc obtineat, quando $r = n\daleth$, $n\daleth$ vero ponatur constans, si medium idem maneat, consequens hinc est, differentiam inter calorem manus, quem in medio acquirit, & calorem medii ipsius esse constantem, licet medii temperies qualiscunque, constans tamen assumatur.

§. 132. Consectaria haec eatenus vera esse, quatenus hypothesin affluxus aequabilis, cui innituntur, sine notabili errore adplicare licet (§. 127.), experientia testatur. Nemini enim ex. gr. non accidit, ut hyeme ex aëre libero atque frigidiore in in hypocaustum ingressus calefactum, id calidum reperiret, cum Tab. IX. ii, qui jam dudum aderant, illud satis temperatum dicerent, aut quandoque de frigore ipsius conquererentur, cum nempe dudum jam calefactum sensim refrigesceret, brevi vero tempore ibi commoratus & ipse hypocaustum temperatius reperiret. Quemnam praeterea fugit, cellas profundas aestate frigidas, hyeme contra calidas nobis videri, licet thermometrum in ipsis constantem fere gradum temperiei indicet? Certe non aliunde phaenomeni hujus ratio peti poterit, quam ex eo, quod hyeme calor manus & temperati aëris minor sit, quam aestate, differentia vero satis constans. Cum enim hyeme cellae nobis videantur calidae, oportet ut temperies aëris, qui nobis videatur temperatus, tunc frigidior sit temperie aëris in istis cellis, contra aestate calidior; quod idem, cum manui accidat, inde patet differentiam inter calorem aëris, qui temperatus videtur, & calorem manus, non multum variabilem esse.

PROBLEMA XVI.

§. 133. Assumta hypothesi affluxus aequabilis, determinare, qua ratione temperies medii, quod manu tangimus, dato quocunque tempore τ nobis videatur a temperie, quam initio habere nobis visum est, diversa.

SOLUTIO.

Cum in hac hypothesi habeamus aequationem differentialem

$$dr = n\,d\tau - r\,d\tau : \daleth \quad (\text{§. } 128.)$$

affluxus $n\,d\tau$ vero sit constans (ex hyp.) & $d\tau$ ob curvam refrigerationis aut calefactionis logisticam (§. cit.), erit

$$dr : d\tau = (n - r) : \daleth$$

id est augmentum caloris, quod manus singulis tempusculis $d\tau$ capit, aut jactura, quam facit, erit in ratione constanti semiordinatarum logisticae $n - r$. Unde si manus in medio refrigeretur, frigus ipsius nobis decrescere videtur in ratione semiordinatarum GD, PN logisticae CGN (fig. 16.) adeoque frigus, quod

Tab. IX. quod sentimus initio nobis videtur ad frigus, quod tempore $\tau = DP$ percipimus, ut semiordinata initialis GD ad semiordinatam PN abscissae DP vel tempori τ respondentem. Si vero manus incalescat in medio, calor ipsius initio nobis videtur ad calorem, quem tempore $DP = \tau$ sentimus, ut semiordinata initialis ED ad semiordinatam PM. Unde in utroque casu calor aut frigus medii nobis decrescere videtur in progressione geometrica, dum tempus in arithmetica progreditur.

§. 134. Jam notavimus hypothesin affluxus aequabilis nequaquam ad eos casus extendendam esse, quibus affluxus particularum qualicunque ex causa continuo, aut interrupte quoque sensibiliter turbatur. His igitur casibus aliae assumendae erunt hypotheses, quarum unicam adhuc illustrabimus calculo, cum reliquae aut difficillime determinentur, aut fere nunquam applicabiles sint. Ponemus nempe affluxum particularum in manum fieri majorem vel minorem, ob temperiem medii a calore manus illud tangentis valde diversam, qui casus satis est frequens. Hypothesis vero, quam pro isto determinando assumimus, haec est: Corporis calorem internum ponimus constantem, quod ponere licebit, cum iis mediis, quibus calorem internum & reparamus amissum (§. 103.) & conservamus remanentem (§. 105.) illum longissimo temporis intervallo satis aequalem conservare possimus, nisi ex causis minus ordinariis, motu, v. gr. vehementiori, morbis, febribus praesertim acutis, &c. notabiliter augeatur, aut intermissis istis conservandi mediis, aliisque ex causis minuatur.

§. 135. Ponamus jam manum immergi medio frigidiori, v. gr. aquae frigidae, aderit particularum affluxus duplici ex causa: 1°. Ordinarius, dum nempe sanguinis circuitu particulae igneae advehuntur; hunc aequabilem ponemus, etiamsi enim contactu medii hujus frigidi turbaretur, turbationem hanc, cum a frigore medii proveniat, adeoque satis sit regularis, secundae causae annumerabimus. 2°. Affluxus particularum ob imminutum calorem manus, vi sua relativa non per venas tan-

tantum, aliosque meatus fluidorum, sed per omnes brachii partes & interstitia, quantitate, vi relativae proportionali, advectarum. Notandum tamen affluxum hunc non statim locum habere, simulac manum medio immergimus, cum successive solum fiat (§. 112.), veruntamen cum tempusculum interim elabens satis parvum sit, brevitatis gratia statuemus, eum jam ab initio contactus medii fieri, dummodo observetur, hanc positionem nequaquam officere debere iis, quae jam ante circa judicium sensuum nostrorum initio contactus diximus (§. 112–126.). Ceterum ut hanc hypothesin a priori distinguamus, vocabimus illam hypothesin affluxus aequabiliter accelerati vel retardati. Tab. IX.

PROBLEMA XVII.

§. 136. Assumta hypothesi affluxus aequabiliter accelerati vel retardati determinare legem calefactionis aut refrigerationis manus in medio quocunque constantis temperiei.

SOLUTIO.

Sint gradus thermometri respondentes calori interno corporis $= A$, calori manus tempore τ in medio dato $= b + r$, calori medii $= b$, erit quantitas caloris tempusculo $d\tau$ ex manu in medium effluens $= rd\tau : \urcorner$ si medium fuerit aër, aut $= rd\tau : \theta$, si fuerit aliud quodcunque. Cum affluxum particularum ex prima causa ponamus constantem (§. 135.), illum faciemus $= md\tau$, qui fit eodem tempusculo $d\tau$. Affluxum ex altera causa ponemus eodem tempusculo, $= dv$. Cum vero hic sit differentia caloris corporis & manus proportionalis, erit

$$dv : d\tau = (A - b - r) : \vartheta$$
$$dv = (A - b - r)\, d\tau : \vartheta$$

unde quantitas affluxus ex utraque causa

$$dz = md\tau + (A - b - r)\, d\tau : \vartheta$$

adeoque formula generalis (§. 102.) mutatur in hanc

$$dr = md\tau + (A - b - r)\, d\tau : \vartheta - rd\tau : \urcorner$$

 quae

Tab. IX. quae est pro aëre; pro alio medio similiter erit formula

$$dr = md\tau + (A - b - r)\, d\tau : \vartheta - r d\tau : \theta$$

Quae cum ab illa quoad subtangentem solummodo differat, sic illam solam considerabimus, est vero ex illa

$$d\tau = dr : \left(m + (A - b) : \vartheta - \left(\frac{\theta + \vartheta}{\theta \vartheta}\right) r \right)$$

Cujus integrale, addita debita constante

$$\tau = \frac{\vartheta \theta}{\theta + \vartheta} \log. \frac{m\vartheta\theta + A\theta - b\theta - (\theta + \vartheta)\mathfrak{C}}{m\vartheta\theta + A\theta - b\theta - (\theta + \vartheta) r}$$

denotante $\mathfrak{C}$ differentiam inter calorem manus, quem initio contactus habebat, & calorem medii. Unde patet, curvam calefactionis aut refrigerationis manus esse logisticam, cujus subtangens $= \frac{\vartheta\theta}{\theta + \vartheta}$, applicata initialis $= \mathfrak{C}$. applicata maxima $= (m\vartheta + A - b)\theta : (\theta + \vartheta)$, tempus sive abscissa $= \tau$.

§. 137. Constructio hujus curvae eadem est ac praecedentis (§. 128). Est enim (fig. 16.) $AP = \tau$, $AT = \frac{\vartheta\theta}{\theta + \vartheta}$, $AB = \left(\frac{m\vartheta + A - b}{\theta + \vartheta}\right)\theta$. & si fuerit $(m\vartheta + A - b)\theta : (\theta + \vartheta) > \mathfrak{C}$, erit $FE = \mathfrak{C}$, & $MQ = r$. Si contra $(m\vartheta + A - b)\theta : (\theta + \vartheta) < \mathfrak{C}$, erit $FG = \mathfrak{C}$, & $QM = r$. Illo casu manus in medio calefit, hoc vero refrigescit, ita ut illic continuo sit $r < AB$, hic vero $r > AB$, tandem vero utroque casu evadat $r = AB$. Unde cum ejus differentiale dr tandem evadat $= 0$, tunc medium manui videbitur temperatum, sive manus in ipso calefacta sive frigefacta fuerit. Idem igitur ex praesenti hypothesi deducitur consectarium, quod ex prima deduximus (§. 130.).

§. 138. Cum igitur gradus caloris, ad quem manus tandem pervenit, sit $= b + (m\vartheta + A - b)\theta : (\theta + \vartheta)$, & tunc medium ipsi videatur temperatum, consequens est esse differentiam inter istum gradum caloris manus & gradum caloris medii

dii $=(m\vartheta+A-b)\daleth:(\daleth+\vartheta)$ ſunt vero $A, m, \vartheta, \daleth$ conſtantes, adeoque ſolus gradus temperiei medii b variabilis, unde differentia iſta major erit, ſi b minor fuerit gradus, contra minor erit, ſi b major fuerit; unde datis $A, m, \vartheta, \daleth$, conſtructio non difficilis erit. Tab. IX.

§. 139. Cum porro & in hac hypotheſi curva refrigerationis aut calefactionis manus ſit logarithmica, hinc per ſe evidens eſt, Problema XVI. (§. 133.) & hic valere, quare ipſius repetitio ſuperflua eſſet.

PROBLEMA XVIII.

§. 140. Datis ex duabus obſervationibus, gradibus thermometri temperiei aëris temperati, calori manus, cui aëris iſta temperies temperata videtur, & calori corporis interno reſpondentibus, invenire $m\vartheta$, & $\daleth:(\daleth+\vartheta)$

SOLUTIO.

Sit ex obſervatione	prima	altera
gradus caloris corporis	$=\alpha$	$=\beta$
caloris medii temperati	$=\gamma$	$=\delta$
caloris manus	$=\varepsilon$	$=\xi$

omnes in ſcala thermometri ſumti intelligantur, erit, facta ſubſtitutione in formula $b+\frac{(m\vartheta+A-b)}{\daleth+\vartheta}\daleth$.

$$\varepsilon=\gamma+\left(\frac{m\vartheta+\alpha-\gamma}{\daleth+\vartheta}\right)\daleth.$$

$$\xi=\delta+\left(\frac{m\vartheta+\beta-\delta}{\daleth+\vartheta}\right)\daleth.$$

ex quibus aequationibus habetur

$$m\vartheta=\frac{(\xi-\delta).(\alpha-\gamma)-(\varepsilon-\gamma).(\beta-\delta)}{\varepsilon-\gamma-\xi+\delta}.$$

$$\frac{\daleth}{\daleth+\vartheta}=\frac{\varepsilon-\gamma-\xi+\delta}{\delta-\beta-\gamma+\alpha}.$$

§. 141.

Tab. IX.

§. 141. Determinatis sic ex observationibus $m\vartheta$, & $\frac{\daleth}{\daleth+\vartheta}$, facillime formula generalis (§. 136.)

$$\tau = \frac{\vartheta\daleth}{\daleth+\vartheta}\ log.\ \frac{m\vartheta + A - b - (\daleth+\vartheta)\,\mathfrak{c}}{m\vartheta + A - b - (\daleth+\vartheta)\,r}$$

mutatur in specialiorem ad certos casus applicabilem. Observationes quidem ipsas, quae exactiores essent, nondum institui, cum, ex quo de his cogitavi, nondum opportuna mihi eas curatius instituendi fuerit occasio. Ceterum cum illae non tam formulas hactenus erutas probarent quam potius exempli ergo illustrarent, ceteroquin formulae intellectu non ita sint difficiles, hinc a fictis observationibus vel exemplis, probabilibus licet, abstinere malui, quam illas proferendo, diutius moram nectere. Sufficiat interim annotasse, formulas & consectaria ex utraque hypothesi erutas experientiae eatenus satis congruere, quatenus ipsas hypotheses, quibus innituntur, extendere licet.

§. 142. Antequam praesens de calore tentamen ad finem perducam, duo adhuc obiter sunt notanda, alio tempore fusius exponenda. I°. Hucusque nonnisi de calore relativo disseruimus, quare de calore & frigore absoluto quaedam adhuc adjicienda sunt. Invenimus nempe, calorem dilatationi constanter esse proportionalem, adeoque calorem absolutum determinari posse, si datum fuerit volumen corporis cujusdam absolute frigidi. Cum vero omnia experimenta dubitare nos non sinant, aërem frigore absoluto in spatium veluti infinite parvum condensari posse respectu ejus, quod in athmosphaera habet; sic ponere licebit, calorem volumini aëris thermometro, quod vocant, aëreo inclusi, constantique pondere compressi, proportionalem esse.

§. 143. Hypothesi hac, satis ad verum accedente, assumta facile poterit inveniri volumen corporis cujuscunque absolute frigidi. Exempli ergo quaeremus gradum absoluti frigoris in scala thermometri Reaumuriana. Thermometrum in quo aër, colum-

columnam 27. digitorum parisinorum sustinebat, conficere curavi, & volumen aëris in temperie gradus $1010\frac{1}{4}$ therm. Reaumuriani divisi in partes 1000, & observavi dilatationes eidem calori relativo debitas in utroque thermometro, deprehendique, aëreum therm. ascendisse & descendisse gradus 7, dum Reaumurianum 2. tantum gradus ascenderet aut descenderet. Quare si ad hos numeros, 7, 2, 1000, quaeratur quartus proportionalis, erit hic $= \frac{2000}{7} = 285, 7$, qui indicat therm. Reaumurianum 285, 7 gr. infra gr. $1010\frac{1}{4}$ descendere debere, quando therm. aëreum ad gr. o delabitur. Quod cum, ex hypothesi, fiat in frigore absoluto, erit in scala Reaumuriana gr. absoluti frigoris $= 1010\frac{1}{4} - 285, 7 = 724, 5$. a quo igitur gradus caloris absoluti numerari poterunt. Tab. IX.

§. 144. Alterum, quod adhuc notandum erat, dubium concernit, quod moveri potest, cum in omnibus calculis volumen corporum calefactorum aut refrigeratorum ceu constans consideravimus. Sic v. gr. in computanda intensitate caloris duorum corporum (§. 16. 24.) formulas $V(Q-x):A$, & $vx:a$ consideravimus, quasi A & a, constantes essent cum tamen non sint. Ratio petenda ex assumta definitione intensitatis (§. 5.) quam esse diximus vim particularum ignis in certo spatio. At loco hujus ponere debuissemus; Intensitatem esse vim particularum in eadem quantitate materiae in corpore resistentis, nisi ambiguitatem definitionis hujus evitare maluissemus. Sic in analogiis (§. 16.)

$$A : 1 = (Q - x) : ((Q-x) : A)$$
$$a : 1 = x : \frac{x}{a}$$

A significare debet totam massam corporis A, a vero totam massam corporis a, & unitas 1 in utroque corpore determinatam quandam massae quantitatem; haec vero non sumenda est eo sensu, quo in Staticis sumitur plerumque, respectu ponderis, sed respectu voluminis sive spatii, quod quantitas ista massae in utroque corpore replet, quando utrumque corpus aeque calidum est. Unde ratio $A : 1$ utique est constans, similiter & ratio $a : 1$. Id annotasse tantum sufficit, uberiorem rei explicationem aliquando, quum plus temporis & commodi fuerit, dabimus.

DE BALANIS FOSSILIBUS, *praesertim* AGRI BASIL.

J. JAC. D'ANNONE.

Quidquid sub Terra est in apricum proferet aetas. Horat.

§. 1.

Tab. X. BALANI FOSSILES, *Balani lapidei*, *Balani petrificati*, *Balanitae*, *Helmintholithi Balanorum*, sunt Testacea fossilia vasculosa, glandiformia, multivalvia, seu ex testis pluribus composita, ore vel vertice aperto, basi conchis, lapidibus, aliisque quisquiliis marino-terrestribus insidentia. *v. Cel.* J. GESNER. *Dissert. de Petrificator. Differentiis & var. Orig. Tigur.* 1752. *p.* 22. WALLER. *Mineralog. spec.* 405. *p.* 486. *Edit. Berolin.* 1750. LESSER. *Litho-Theolog.* §. 391. *p.* 584. *Edit. Hamb.* 1735. LINN. *Syst. Nat. p.* 196. *junct. p.* 75. *Edit. Stockholm.* 1748. 8. GRONOV. *Index Supellect. Lapid. p.* 89. *Edit. alt. L. B.* 1750.

§. 2.

Ex Testaceorum marinorum, qualia & fossilia nostra fuere, antequam per varias, quas Tellus nostra passa est, mutationes e Regno animali in minerale transferebantur, generibus, illud ipsis

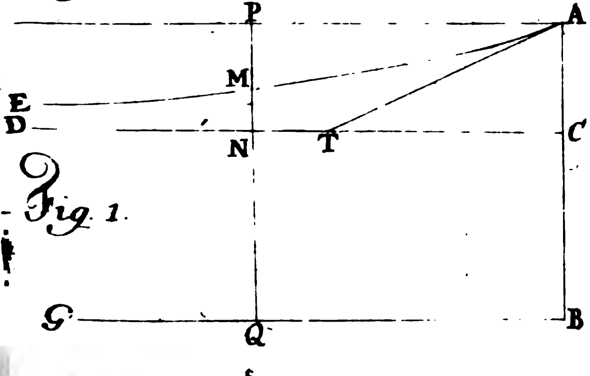


Fig. 1.

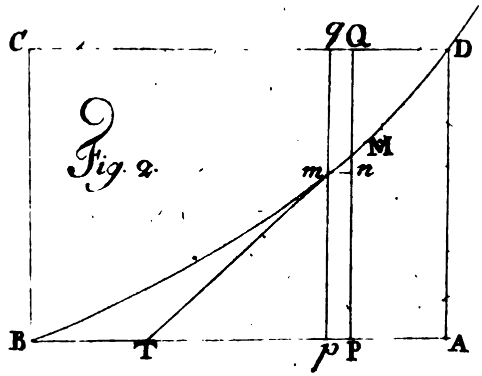
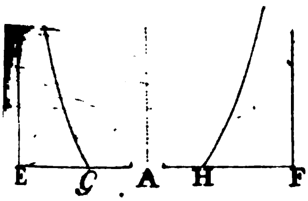


Fig. 2.



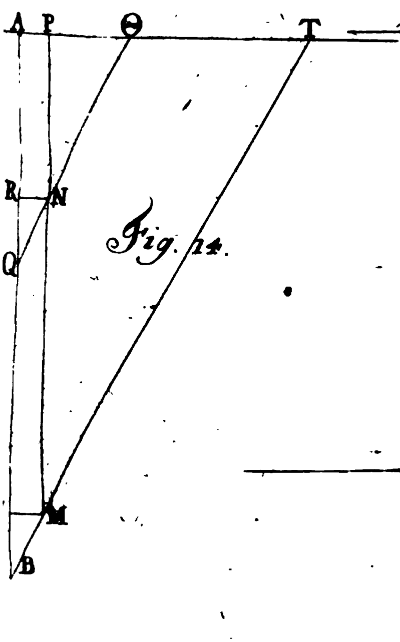


Fig. 14.

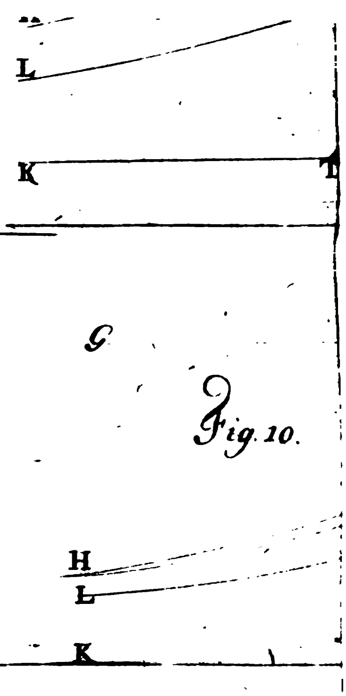


Fig. 10.

Pag. 204.

Fig. 11.