Anmerkungen
über
die Gewalt des
Schießpulvers
und den
Widerstand der Luft,
auf Veranlassung
der von den
Hrn. Robins und Hrn. Ritter d'Arcy
darüber
angestellten Versuchen.
Entworfen
von
J. H. Lambert.

Mit Kupfern.

Dresden, 1766.
In der Waltherischen Hof-Buchhandlung.

Vorrede.

Es ist fast unnöthig, daß ich die verschiedene Absichten gegenwärtiger Abhandlung hier vorzähle, weil sie bey Durchlesung derselben leicht in die Augen fallen. Wer bey der Untersuchung des Wahren eine genaue und richtige Methode zu schätzen weiß, wird diejenige, die ich hier zur Prüfung einiger für die Artillerie und selbst für die Naturlehre überhaupt wichtiger Versuche gebraucht habe, seiner Aufmerksamkeit nicht unwürdig achten, zumal da er leicht finden wird, daß sie von allgemeinerm Gebrauche ist. Diese Versuche sind über dieß von der Art, daß sich, ohne zugleich drey ganz verschiedene Theorien zusammen zu nehmen, wenig oder nichts daraus schliessen läßt. Und nimmt man diese Theorien, so wie sie bisher vorgetragen worden, zusammen, um aus den Versuchen Folgen zu ziehen, so äussern sich in diesen Folgen solche Widersprüche, daß welche von den drey Theorien man zum Grunde legt, die übrigen umgestossen werden. Dadurch wurde die Prüfung der Versuche, der Theorien und ihrer Anwendung und Folgen zugleich nothwendig. Wem des Herrn Robins Grundsätze der Artillerie bekannt sind, wird sich leicht entsinnen, wie dessen Versuche der Theorie vom Widerstande der Luft, Schwürigkeiten entgegen setzen. Eben solche finden sich in Ansehung derjenigen Versuche, welche der Herr Ritter d'Arcy, in seinem Essai d'une Théorie de l'Artillerie bekannt gemacht hat. Diese beyde Schriften sind die Veranlassung zu der gegenwärtigen Abhandlung. Wenn diese auch keine andere Absicht hätte, als zu zeigen, daß sich bemeldte Versuche noch von einer andern Seite betrachten lassen, als sie von diesen beyden Schriftstellern angesehen worden, so würde es immer hinreichend seyn, sie der gelehrten Welt ohne vielen Verzug vorzulegen, und dadurch zu machen, daß sie, wenigstens in Deutschland, den Lesern zugleich mit des Herrn Ritter d'Arcy Versuch über die Artillerie in die Hände komme, weil es für dieselbe bequem ist, Schriften, die einerley Sache betreffen, zugleich zu durchgehen. Indessen habe ich gegenwärtige Abhandlung, so gefaßt, daß sie für sich verstanden werden kann, und die Schriften der Herren Robins und d'Arcy nicht nothwendig voraus setzt. Ich trage nicht nur die Versuche vor, so fern sie der Herr Ritter d'Arcy beschreibet und angiebt, sondern füge noch bey, was derselbe anzuzeigen aus der Acht gelassen hatte, sofern es zur vollständigern Erkenntnis und Prüfung seiner Versuche erforderlich ist. Man wird auch daraus desto vollständiger einsehen, daß der Herr Ritter d'Arcy eine ihm ruhmwürdige Sorgfalt und Genauigkeit bey seinen Versuchen gebraucht hat. Ohne diese Prüfung würde ich mich auch bey den Folgen nicht viel aufgehalten haben. Uebrigens wird man bey Durchlesung der Abhandlung leicht den Schluß machen können, daß es zur vollständigen Bestimmung der Gewalt des Schießpulvers bey jeden Arten von Schießgewehren, Minen ꝛc. noch eine Menge von Versuchen gebraucht, und daß besonders diejenigen vorzüglich dazu dienen werden, wo man sich Zeit, Mühe und Köstem nicht reuen läßt, Kanonen und Flinten oder Musquetenläufe auf die Art aufzuopfern, wie der Herr Ritter d'Arcy die zween bey seinen Versuchen gebrauchte aufgeopfert hat.

Da ich hier von der Prüfung der Versuche rede, so werde ich diese Vorrede mit einem Beyspiele schliessen, welches auch in Absicht auf die Sache selbst, eben nicht am unrechten Orte seyn wird. In der That ist es mir auch bey dem Aufsetzen dieser Abhandlung vorgekommen. In der Berechnung vom Widerstande der Luft hatte ich nachzuschlagen, wie vielmal das Eisen schwerer ist als das Wasser. Und dazu nahm ich die Tabelle, welche Bion über die Schwere der Metalle bekannt gemacht hat. Bion war ein gelehrter und geschickter Mechanicus, und so konnte es ihn an Methoden und Instrumenten nicht fehlen, seine Versuche hierüber mit aller Genauigkeit anzustellen. Ueber dieß giebt er das Gewicht eines Pariser Cubicfusses von jedem Metalle in Pfunden und Unzen Markgewicht an; so daß man daraus ganz natürlich schliessen sollte, seine Versuche seyen auch bis auf einzelne Unzen genau. Er setzt: es wäge ein Cubicfuß von

Gold	: :	1326 Pf.	4 Unzen.	
Quecksilber		946 :	10	: :
Bley	: :	802 :	2	: :
Silber	:	702 :	12	: :
Kupfer	:	627 :	12	: :
Eisen	: :	558 :	0	: :
Zinn	: :	516 :	2	: :
Flußwasser		69 :	12	: :

Da

Da ich nun, um zu finden, wie vielmal das Eisen schwerer sey als das Wasser, 558 Pf. durch 69 Pf. 12 Unzen, oder $69\frac{3}{4}$ Pf. dividirte, so gieng es mit 8 malen nett auf. Und so sollte ein Cubicfuß Eisen bis auf eine Unze, 8 mal mehr wägen als das Wasser! Es ist möglich, allein so runde Zahlen kommen in der Natur sehr selten vor. Indessen stellte ich die Probe mit dem Kupfer an, indem ich 627 Pf. 12 Unzen oder $627\frac{3}{4}$ Pf. durch $69\frac{3}{4}$ dividirte, und da gieng es mit 9 mal nett auf. Demnach sollte das Kupfer ganz nett 9 mal schwerer seyn als das Wasser! Noch eine runde Zahl, die mir aber alle die Pfund und Unzen verdächtig machte. Ich dachte bald, Bion würde das Silber 10 mal schwerer als Wasser setzen, doch hier gab er $\frac{1}{3}$ zu, indem er es $10\frac{1}{3}$ mal schwerer setzte. Bey fernerm Nachrechnen fand sich das Bley $11\frac{1}{2}$ mal, das Gold, wenn es 1325 Pf. 4 Unz. gesetzt wird, netto 19 mal, das Zinn $7\frac{2}{7}$ mal, und das Queckfilber $13\frac{4}{7}$ mal schwerer als Wasser. Der Schluß, den ich aus allem diesen ziehe, ist, daß Bion besser gethan hätte, anstatt seiner Tabelle, nur diese Verhältnisse anzugeben, denn so wäre jedem seiner Leser sogleich in die Augen gefallen, daß er sich begnügt habe, die Schwere der Metalle nur obenhin und beyläufig zu suchen. Man hat noch mehrere solcher Ta-

Tabellen von der Schwere der Körper. Sie stimmen aber nicht mit einander überein, und aus Mangel der umständlichen Beschreibung der Versuche bleibt es dahin gestellt, wiefern man sich darauf verlassen kann. Man sollte aber allerdings zuverläßige haben, wo es die Frage ist, die Theorie von der Kraft des Schießpulvers und die von dem Widerstande der Luft durch Versuche zu prüfen. Eine an sich richtige Theorie kann durch nachläßig angestellte Versuche zum Nachtheil der Wahrheit verworfen, und eine irrige dadurch eingeführt werden, welche ihren Credit von den Versuchen hernimmt.

Anmerkungen
über die
Gewalt des Schießpulvers
und den
Widerstand der Luft.

§. 1.

Die Anwendung der Grundsätze der Mechanic auf die Artillerie ist einer von denen Fällen, wo sich alle Schwürigkeiten zusammen aufhäufen. Practische Artilleristen sind davon so sehr überzeugt, daß sie sich kaum von einem Tage zum andern auf die Regeln verlassen können, die sie etwann durch Versuche gefunden haben. Und an sich auch ist der Gebrauch solcher Regeln dergestalt eingeschränkt, daß alle Proben von neuem angestellt werden müssen, sobald man ander Pulver, oder Geschütze von andern Caliber nimmt, und man kann sagen, sobald in dem Wetter eine Aenderung vorgeht. Von der Kraft des Schießpulvers weiß überhaupt jedermann so viel, daß sie beträchtlich groß ist. Damit ist man aber von der Kenntnis der eigentlichen Grösse und Stärke dieser Kraft noch weit entfernt. Wenn man indessen auch Mittel findet, dieselbe auszumessen, so fängt eine andere Schwürigkeit an, die eben nicht viel geringer ist. Es nicht genug, daß man wisse, die Kugel werde mit einer gewissen Geschwindigkeit aus dem Geschütze getrieben. Denn sobald sie aus dem Laufe herausfährt, muß sowohl die Schwere, die sie herunter drückt, als der Widerstand der Luft, welcher ihre Geschwindigkeit sehr merklich vermindert, in die Rechnung gezogen werden, dafern man den Weg bestimmen will, den die Kugel durch die Luft nimmt, und den Ort, wo sie auffallen wird, so wie auch den Winkel, unter welchem sie auffällt, und die Geschwindigkeit, mit welcher sie auffällt.

§. 2. So leicht man sich alles dieses, überhaupt betrachtet, vorstellen kann, so schwer hingegen fällt es auch, wenn man alles auf bekannte Maasse bringen will. Was man hiebey hoffen konnte, zuerst ins reine zu bringen, war der Widerstand der Luft. Die Grundsätze schienen leicht und einfach zu seyn, und liessen sich sowohl durch die Theorie erweislich machen, als auch durch Versuche bekräftigen. Beyden zufolge nahm man an, daß die Abnahme der Geschwindigkeit nicht der Geschwindigkeit selbst, sondern dem Quadrate derselben proportional seye. Und dieses vorausgesetzt, so kam die ganze Schwürigkeit auf die Rechnung an, welche vorgenommen

men werden mußte, um aus der allmähligen Verminderung der Geschwindigkeit, den durchlaufenen Weg, und dessen Verhältnis zu der darauf verwandten Zeit und der noch übrigbleibenden Geschwindigkeit zu bestimmen. Damit gienge es nun noch leichte, so lange man sich bey den zween einfachsten Fällen aufhielte, wo nemlich die Kugel in gerader Linie horizontal fortläuft, und wo sie entweder gerade in die Höhe geschossen wird, oder gerade aus der Höhe herunter fällt. Da die Berechnung dieser Fälle keine Schwürigkeiten anbothe, so gebrauchte man besonders den letztern, um die dabey gemachte Schlüsse durch Erfahrungen auf die Probe zu setzen. **Newton** liesse durch **Hawksbee** sehr leichte Kugeln von dem Glockenthürme der Paulkirche in Londen herunter fallen. Sie fielen sehr genau in der Zeit, welche die Rechnung forderte. Und man sahe daraus, daß die Abnahme der Geschwindigkeit in der That könne und müsse dem Quadrate derselben proportional gesetzt werden. Ein Satz, welchen nachgehends Herr **D. Bernoulli** bey der Academie zu Petersburg durch unmittelbare Versuche, so er mit fallendem Wasser angestellt hatte, bekräftigte, und in so ferne ausser allem Zweifel setzten. Dem zufolge wurden auch eben daselbst Kanonenkugeln gerade aufwerts geschossen, und dabey beobachtet, wie viele Zeit es gebrauchte, bis sie wiederum herunter fielen. Da man aber daraus höchstens nur die anfängliche Geschwindigkeit bestimmen konnte, und zwar nicht zuverläßiger als die Zeit von wenigen Secunden konnte gemessen werden, so blieben diese Versuche von wenigem Gebrauche, um so mehr, da sich nachgehends neue Schwürigkeiten äusserten.

§. 3. Ich sagte erst, daß sich die beyden einfachere Fälle, wo die Kugel entweder horizontal oder vertical bewegt wird, leicht berechnen liessen. Dieses nun läßt sich für die Fälle, wo die Kugel, so wie die Bomben, schief durch die Luft fahren, nicht sagen. Gienge es an, so ist nicht zu zweifeln, daß nicht schon von **Newtons** Zeiten an, Versuche wären angestellt worden, um die Theorie auch dadurch auf die Probe zu setzen, und dieses hätte in Absicht auf die Artillerie desto unmittelbarer zur Sache gedient, weil sich mit Mörsern, und mehr noch mit Kanonen, ungeheuer grosse Bogenschüsse thun lassen. Was inzwischen Hr. **Euler** zur Erleichterung der hiezu nöthigen Rechnung gethan hat, findet sich in den Mem. de l'Acad. R. de Berlin auf das Jahr 1753, so wie auch in einer von den verstorbenen Grafen von **Grävenitz**, unter Anleitung des Herrn Prof. **Karsten** zu Bützow herausgegebenen Abhandlung.

§. 4. Das bisher erwähnte betrifft nur noch den Widerstand der Luft, ohne die Bestimmung der Kraft des Pulvers unmittelbar anzugehen. Nun ist zwar auch diese nicht unbetrachtet geblieben. Die Schnellkraft der Luft war seit **Otto de Guericke** Zeiten bekannt. So

wußte

wußte man ebenfalls, daß sie sich durch die Wärme verstärkt, und daß sich vermittelst zusammengepreßter Luft Windbüchsen verfertigen lassen, die eine den Schießgewehren ähnliche Wirkung thun. So fand auch **Joh. Bernoulli**, daß in einem Körngen Pulver sehr viele zusammengepreßte Luft eingeschlossen seye, welche sich durch die Entzündung des Pulvers losdehnet, elastisch wird, und sich in einen bey hundert und mehrmal grössern Raum ausbreitet. Aehnliche Versuche finden sich in des **Hales** Vegetable Static. Endlich war auch von **Mariottens** Zeit an das Gesetz bekannt, nach welchem die Schnellkraft der Luft bey grösserer Zusammenpressung verstärkt wird. Eben so wußte man auch, nach welchem Gesetze die zusammengepreßte Luft, indem sie sich ausbreitet, einen Körper von sich treiben, und demselben immer mehrere Grade von Geschwindigkeit mittheilen kann. Und so konnte es allerdings scheinen, daß man von da an bis zu der Bestimmung der Kraft des Schießpulvers nicht mehr weit zu gehen hätte.

§. 5. Indessen war es aller dieser vorläufigen Kenntnisse und Hülfsmittel unerachtet, wo nicht unumgänglich nothwendig, doch wenigstens sehr rathsam, daß man auf Mittel dachte, die Kraft des Schießpulvers unmittelbar zu bestimmen. Denn wenn man auch setzt, daß die Menge der in einer Ladung Pulvers befindlichen Luft, nach der **Bernoullischen** oder **Hales'schen** Art, genau gefunden werden könne, so ist

diese

diese Luft, wenn das Pulver sich in dem Geschütze entzündet, nicht bloß zusammengepreßt, sondern ihre Schnellkraft wird durch die Hitze noch um vielfach verstärkt, und da fällt es eben nicht leicht, die daher rührende Kraft anders als durch die wirkliche Lösung des Geschützes genau zu bestimmen. Dieses kann aber wiederum nicht unmittelbar sondern schlechthin nur dadurch geschehen, daß man die Geschwindigkeit finde, welche der Kugel durch die Kraft des Pulvers mitgetheilt wird. Solle nun diese Geschwindigkeit vermittelst der Schußweite, dem Erhöhungwinkel des Laufes und des Gewichts, und Grösse der Kugel gefunden werden, so muß man den Widerstand der Luft mit in Betrachtung ziehen, und da kommen die vorhin (§. 3.) erwähnten Schwürigkeiten der Berechnung vor. Wenn man aber auch diese überwinden kann, so müssen die Versuche mit stuffenweiser Verkürzung des Laufes angestellt werden, weil die Kraft des Pulvers, indem die Kugel in dem Laufe fortgetrieben wird, nicht einerley bleibt, sondern sich nach und nach vermindert.

§. 6. Hr. **Robins** ist, so viel ich weiß, der erste, der auf Versuche dachte, wodurch die Geschwindigkeit der Kugeln unmittelbar bestimmt werden könnte. Seine **Grundsätze der Artillerie** kamen im Jahr 1742. in England heraus, und wurden bald darauf ins Deutsche übersetzt und von Hrn. **Euler** mit Anmerkungen bereichert. Herr **Robins** ließ ein

ein eisernes Pendul von 56 Pfund und 3 Unzen verfertigen, welches er dergestalt aufhienge, daß es frey und ohne allzustarkes Anreiben schwanken konnte. Ein solches Pendul verrichtet grosse und kleine Schwünge beynahe in gleicher Zeit. Daher sind dieselben desto geschwinder je grösser sie sind, und hinwiederum werden sie desto grösser, je stärker der Stoß ist, durch welchen das Pendul in Bewegung gesetzt wird. Da die Mechanic Regeln angiebt, nach welchen man aus der Grösse des Schwunges die Grösse der Geschwindigkeit berechnen kann; so bediente sich Herr **Robins** dieses Umstandes dergestalt, daß er Flintenkugeln gegen das Pendul abschosse, welche das Pendul in Schwung brachten. Die Grösse des Schwunges konnte er vermittelst einer dabey angebrachten Vorrichtung messen, und demnach daraus die Geschwindigkeit berechnen, welche dem Pendul von der Kugel ware mitgetheilt worden. Hierauf gebrauchte er die Lehre von dem Stosse der Körper, um aus der Geschwindigkeit des Penduls auf die Geschwindigkeit der Kugel den Schluß zu ziehen. Ich muß hier anmerken, daß ich schlechthin nur beschreibe, wie Herr **Robins** verfahren. Eben dahin gehört auch noch folgendes. Herr **Robins** schosse aus gleichem Laufe, und mit einerley Kugeln und Ladung, in verschiedenen nicht gar grossen Entfernungen gegen das Pendul, und berechnete, wie viel bey grösserer Entfernung die Geschwindigkeit der Kugeln geringer ware. Da

sie

sie ohne den Widerstand der Luft gleiche Geschwindigkeit würden behalten haben, so konnte er allerdings die Verminderung der Geschwindigkeit auf Rechnung des Widerstandes der Luft setzen. Er thut es auch, und berechnet sodann nach der oben erwähnten Newtonschen Theorie (§. 2.) wie groß diese Verminderung hätte seyn sollen. Seine Versuche geben dieselbe bey starken Ladungen beynahe dreymal, bey geringern nicht gar zweymal grösser als die Theorie. Man sieht leicht, daß Unterschiede von dieser Art mehr als zureichend sind, in die bis dahin sehr einfache Lehre vom Widerstande der Luft neue Verwirrungen zu bringen. Auch nimmt Hr. **Robins**, und besonders Hr. **Euler**, daher Anlaß, über diese neue Vorfälle sehr umständliche Betrachtungen anzustellen, welche Hr. **Euler** in der vorhin bemeldten Abhandlung (§. 3.) noch weiter fortsetzt, und auf die Bestimmung der Laufbahn der Bomben anwendete.

§. 7. Sowohl die hier beschriebene als andere Versuche des Hrn. **Robins** verdienten allerdings nochmals und nach allen Mannigfaltigkeiten und Abwechselungen, die dabey leicht gedacht werden können, wiederholt und angestellt zu werden. Sie verdienten aber auch und mehr noch eine durchgängige und sehr genaue Untersuchung, sowohl der Umstände als der daraus gezogenen Schlüsse. Denn es sind dabey fast alle Umstände **groß**, und man mag leicht einen davon übersehen, so verfällt man in der

Rechnung auf Producte, welche nicht mehr in Kleinigkeiten, sondern in doppelten, dreyfachen ꝛc. von dem Wahren abweichen, welches man daraus finden wollte. Mir ist nicht bekannt, daß nach dem Hrn. **Euler** noch fernere Untersuchungen wären angestellt worden. Im Jahr 1751. hatte der Ritter d'**Arcy** einige Versuche über die verschiedene Wirkung längerer und kürzerer Flintenläufe bey gleicher Ladung angestellt, und dadurch den Satz bekräftigt, daß ein längerer Lauf die Kugel weiter treibe, je länger derselbe ist. Diese fand er aber nöthig, mit der äussersten Sorgfalt zu wiederholen, und nahm sie auch Anno 1752. im August, in Gegenwart der Herren **Du Hamel, Bouguer, Nollet** und **Montigny** vor. Der **Versuch einer Theorie der Artillerie**, der diese Beobachtungen nebst noch mehrern andern enthält, kam mir erst vor weniger Zeit zu Gesichte. Ungeachtet ich mir, wegen der Schwürigkeiten des Herrn **Robins** Verfahren **vollständig** zu prüfen, nicht viele Hofnung machte, die Sache erörtert zu sehen; so sahe ich beym ersten Durchblättern doch so viel, daß es sich der Mühe lohne, des Herrn d'**Arcy** Werkchen, nicht bloß zu durchlesen, sondern im Durchlesen zu durchdenken, wie es Werke erfordern, die nicht für die Augen oder bloß für die Einbildungskraft, sondern für den Verstand geschrieben sind, und woraus man eben nicht eine blosse Gedächtnissache machen solle, wenn man sie sich in der That bekannt machen, und anwenden will. Es ist wahr, daß es damit, und besonders in schweren Stellen, langsamer zugeht.

§. 8. Nun kamen zwar, mir wenigstens, bey Durchlesung dieses Werkchens des Herrn d'Arcy solche Stellen nicht vor, wo Leser, die noch nicht genug gelernt haben, um den Autor geschwinde zu verstehen, sich leicht verleiten lassen, denselben einer Dunkelheit zu beschuldigen, daran er gar nicht Schuld ist, weil er berechtigt wäre, bey dem Leser die vorläufige Kenntnis und mit dieser die behörige Aufmerksamkeit vorauszusetzen. Indessen zweifle ich nicht daran, daß nicht wenige von seinen Lesern, bey dem was Hr. d'Arcy von seinen über die Länge der Läufe angestellten Versuchen sagt, zurücke bleiben, oder es unverstanden lesen werden. Diese Versuche und den Erfolg davon habe ich mehr als das übrige durchgedacht, und zwar besonders, um die noch zurücke bleibende Schwürigkeiten aufzusuchen. Man wird leicht denken, daß wenn ich, was mir dabey vorgekommen, hier anzeige, ich mich in Absicht auf verschiedene Leser, in eben dem Fall befinden werde, den ich erst beschrieben habe. Es kömmt alles darauf an, wie viel oder wie wenig ich dabey als dem Leser bekannt, voraussetzen werde, und welches der Grad von Aufmerksamkeit und eigenen Ueberdenken bey dem Leser seyn solle, inner dessen Grenzen ich mich in dem Vortrage solle zurücke halten? Ueber diese Frage finden sich, meines Wissens, in der gelehrten Welt keine

keine Gesetze, als die, so die Verleger machen, die die Güte der Werke und ihre Erheblichkeit nach der Anzahl der Exemplarien schätzen, die sie bey dem grossen Haufen anbringen. Man beklagt sich über die Unvollkommenheit der Artillerie, und diejenigen, so an der Verbesserung derselben gearbeitet haben, (ich will unter diesen nur Hrn. **Euler** nennen) gestehen, daß die Algeber und die Rechnung des Unendlichen noch nicht weit genug gebracht ist, um damit zu Ende zu kommen. Ein allerdings für viele Leser fürchterliches Geständnis! Es zieht ebenfalls die Folge nach sich, daß wer in der Ausübung der Artillerie sich einen Namen erwerben will, wenigstens in so fern eine Kenntnis der Grundsätze der Mechanic, Geometrie, Trigonometrie und Algeber haben müsse, daß er, ich will nicht sagen, die Regeln erfinden, wohl aber wenigstens den Vortrag derselben verstehen könne. Es lassen sich zwar einige mit Worten ausdrücken, und wenn man diese ohne Beweis glauben will, so ist man mit ihrem Vortrage bald fertig. Wer sich aber aufgelegt findet, den Beweis zu durchdenken, gegen den würde ein Autor unbillig seyn, wenn er den Beweis weglieſſe, noch die Regeln, die mit Worten vorgetragen, immer weitläuftig sind, in der algebraischen Kürze und Nettigkeit vortrüge.

§. 9. Alles dieses genau überlegt, werde ich meine Anmerkungen über des Hrn. Ritter **d'Arcy** Versuche hier nicht so unmittelbar vortragen können, als wenn ich sie an denselben in einem Briefe überschickte. Denn so würde ich ihm über eine Sache schreiben, die ihm nothwendig so viel und noch mehr als mir geläufig ist. Ich könnte bey ihm alles voraus setzen, und so bliebe nur noch das, was ich bey Durchlesung seines Werkchens noch hinzugedacht habe, zu überschreiben. Auch von diesem liesse sich noch viel mit halben Worten sagen. Dessen unerachtet würde der Brief eben nicht ganz kurz werden. Jedoch genug hievon. Das Publicum ist allerdings nicht der Herr d'Arcy. Dieser gelehrte Ritter muß es auch nur allzuwohl wissen. In seinem ganzen Werke kömmt eine einige algebraische Formel, und selbst diese nur gleichsam verstohlener Weise vor. Er glaubte, das Algebraische lasse sich besser bey der Academie vortragen. Und da trug er es auch vor, und behielt die gemeine Sprache für das Publicum, und besonders für denjenigen Theil desselben, welcher seine Lehren auf den Batterien brauchen solle. Ich muß doch sagen, daß ich dieses Verfahren nicht ganz verstehe. Es ist wahr, daß der Herr Ritter d'Arcy diejenigen Artilleristen, die etwann nach Gründen fragen, zu den Memoires der Academie verweißt. Und so mag es darunter auch solche geben, die diese Memoires selbst besitzen. Indessen ist es doch immer ein Umweg, und einige Formeln mehr würden das Werk eben nicht viel weitläuftiger gemacht haben. Viele Leser hätten dabey gewonnen, die übrigen nur deswegen verlohren, weil sie nicht gelernt hatten, zu suchen.

§. 10. Der Herr Ritter d'Arcy hatte sich in seinen Versuchen, eben der Art des Verfahrens bedient, welches Herr Robins erfunden hatte, und welches ich im vorhergehenden erzählungsweise in so fern beschrieben, daß man sich überhaupt einen Begriff davon machen kann. Bey dem Pendul hat er einen Zeiger angebracht, um dadurch die Grösse des Schwunges zu beobachten. Das Pendul trieb den Zeiger, und im Zurückeschwunge ließ es denselben stehen, und so liesse sichs daran sehen, wie groß der Schwung des Penduls gewesen wäre. In der Vorrede thut er des Herrn Robins dergestalt Erwähnung, daß er sagt, er habe nicht den Vorsatz, sich anderer Erfindungen zuzueignen, es wäre aber nicht billig zu behaupten, der Herr Bradley habe nichts in der Astronomie gethan, weil er sich solcher Fernröhren und Brillen bedient hätte, wovon er doch nicht der erste Erfinder gewesen. Ich glaube, Hr. d'Arcy bediene sich dieser Vergleichung als einer Hyperbel, nur um seine Meynung faßlicher zu machen. Er läßt allerdings den Herrn Robins hinter sich zurücke, aber lange nicht so weit als Hr. Bradley den ersten Erfinder der Fernröhren, besonders wenn es, wie die Sage geht, spielende Kinder eines Brillenmachers sollten gewesen seyn. Man kann sich auch statt einer solchen Vergleichung leicht eine Menge anderer Redensarten gedenken, welche würden gebraucht worden seyn, wenn die Herren d'Arcy und Robins beyde Engländer oder beyde **Franzosen** wären. Ich dehne diese Anmerkung, die für **Deutschland** noch eine dritte Gestalt erhalten würde, nicht weiter aus, und werde, um die Zeit nicht länger zu verlieren, zur Hauptsache zurücke kehren.

§. 11. Man erinnere sich zu dem Ende der oben (§. 6.) angeführten Beschreibung, wie Hr. **Robins** erstlich aus dem Schwunge des Penduls seine Geschwindigkeit, und aus dieser sodann die Geschwindigkeit der gegen das Pendul geschossenen Kugel berechnet; und so auch, wie er durch diese Rechnung den Widerstand der Luft zwey bis dreymal grösser fand, als ihn die Newtonsche Theorie angabe. Der Ritter **d'Arcy** verfährt genau auf eben die Art, berechnet die Geschwindigkeit der Kugeln eben so, stellt einen einigen Versuch über den Widerstand der Luft an, schätzt dabey die Verminderung der Geschwindigkeit, vergleicht sie aber mit keiner Theorie, und verleitete mich dadurch, dieses nachzuholen, als ich sein Werkchen durchlase. Ich fande sie eben so wie Herr **Robins**, ungefehr doppelt grösser als es die Theorie angiebt. Ich fande zwar beyde nachgehends der Theorie gemäß, dieses läßt sich aber, da ich für das Publicum schreibe, so geschwinde noch nicht vortragen.

§. 12. Die Versuche des Ritter **d'Arcy** haben indessen vor denen des Herrn **Robins** das voraus, daß sie stufenweise gehen, indem er sie mit Flintenläufen angestellt, die von $3\frac{1}{2}$ Zoll an bis über 6 Fuß an der Länge verschieden

waren.

waren. Dieses ist nun, wie man es aus dem vorhin zu Ende des §. 5. gesagten leicht abnehmen kann, was mich fürnehmlich bewogen hatte, die Beschreibung dieser Versuche mit Bedacht zu durchgehen. Der Herr Ritter d'Arcy sagt kurz, ehe er die Beschreibung anfängt, daß er wünschte, sie übergehen zu können. Dafür hätte ich ihm nur wenig Dank gewußt. Denn in der That, was wäre ihm übrig geblieben zu sagen, als: das Resultat dieser Versuche seye, daß bey gleicher Ladung ein längerer Lauf die Kugel weiter treibe; daß es eine Ladung gebe, die die größte Wirkung thue, und etwann noch einige andere Sätze von eben so unbestimmter Bedeutung? Ueberdis sagt er selbst, daß er bey den Anno 1751. angestellten Versuchen nicht habe finden können, nach welchem Gesetze die Wirkung des Pulvers bey kürzern Läufen schwächer seye. Die Tabellen, die er aus den neuern Versuchen giebt, geben nun, wo nicht das Gesetz, doch wenigstens kenntliche Maasse an, woraus man sehen kann, um wie viel die bemeldte Wirkung schwächer wird, wenn es mit der Berechnungsart des Herrn Robins, nach allen Prüfungen seine Richtigkeit hat.

§. 13. Ich hatte ferner noch den Anstand, ob der Ritter d'Arcy in der That nur Läufe von verschiedener Länge gebraucht habe, oder ob er einen und eben den Lauf durch Absägen habe verkürzen lassen. Der Unterschied ist eben nicht so unbedingt unerheblich, weil man im letztern Fall von der gleichen Mündung und dem gleich-grossen Zündlöchgen ruhig versichert ist. Davon geschieht nun keine ausdrückliche Erwähnung. Ich habe mich aber aus verschiedenen Umständen davon versichern können, daß er zween Läufe aufgeopfert habe. Da ich aus andern Gründen, von welchen erst im folgenden die Rede seyn kann, seine berechnete Tabellen in eine Figur verwandelte, so fiel es mir sogleich in die Augen, daß er die Läufe zu gleichen Theilen habe absägen, oder jedesmal um gleich viel verkürzen lassen. Dieses veranlaßte mich, die Art der Abtheilung, davon ebenfalls keine Erwähnung geschieht, näher zu betrachten. Der dabey gebrauchte Maaßstab war ein in 400 Theile getheilter Pariserfuß, und wenn ich wohl errathen kann, so waren es die sogenannten Parties egales, eines von **Bion, Langlois**, oder einem andern Parisischen Mechanico verfertigten Proportionalcirculs. Von solchen Theilen hatte der erste Lauf anfänglich $1466\frac{2}{3}$, welches genau $3\frac{2}{3}$ Fuß beträgt. Davon wurden jedesmal 135 Theile abgesägt, bis die Länge nach 10maligem Absägen, endlich nur von $116\frac{2}{3}$ eben solcher Theile war. Die 135 Theile geben genau 4 Zoll und $\frac{1}{2}$ Linie, die $116\frac{2}{3}$ aber genaue $3\frac{1}{2}$ Zoll. Und da die Ladung 34, der Diameter der Kugel 23 solcher Theile hatte, beyde zusammen aber 57 Theile oder nicht gar die Helfte von $116\frac{2}{3}$ betragen, so sieht man, daß bey der letzten Abkürzung der Spielraum noch $59\frac{2}{3}$ solcher Theile war, welches etwas mehr als $1\frac{3}{4}$ Zoll beträgt.

Es

Es scheint aber überhaupt die Absicht des Hrn. Ritter d'Arcy seye nur gewesen, den Lauf 10 mal abzusägen, und da 140 Theile zu groß, 130 aber zu klein gewesen wären, so habe er 135 als das Mittel genommen.

§. 14. Der andere Lauf war länger, und zwar Anfangs von 2406. solcher Theile, welches etwas über 6 Fuß beträgt. Die Mündung war etwas enger und schloße daher besser an die Kugel an. Der Erfolg giebt auch, daß die Kraft des Pulvers sich um etwas stärker äusserte. Von diesem Laufe liesse er jedesmal $266\frac{2}{3}$ Theile, das will sagen genaue 8 Zoll absägen, bis nach 8 maligen Absägen noch $273\frac{1}{3}$ Theile blieben. Eigentlich sollten nur $272\frac{2}{3}$ bleiben, es waren aber das erstemal an statt $266\frac{2}{3}$ nur 266 abgesägt worden. Da der Unterschied nur $\frac{1}{600}$ eines Fusses, und daher eine Kleinigkeit beträgt, auf die man bey dem Absägen ohnehin nicht achten konnte, so muß man diese kleine Unregelmäßigkeit der bey diesen Versuchen nöthigen Aufmerksamkeit auf wichtigere Umstände zu gute halten. Zugleich muß ich dabey anmercken, daß der Herr Ritter d'Arcy bey diesen Versuchen Pulver gebraucht, welches er selbst mit der größten Sorgfalt verfertigen lassen, um von der durchgängigen Mischung und gleichen Zubereitung versichert zu seyn, und daß er ebenfalls bleyerne Kugeln gebraucht, die mit Sorgfalt in gleichem Modell waren gegossen worden. Man kann ihm in allwege zum Ruhme nachreden, daß er an der Genauigkeit dieser Versuche nichts habe ermangeln lassen, und daß er allem Ansehen nach auch nicht Gehülfen und Handlanger dabey gebraucht habe denen die Zeit darüber würde lange geworden seyn, oder die um das Ende davon näher zu rücken, ihre Verrichtungen, mehr als eine anständige Munterkeit erlaubt, würden beschleunigt haben. Dieses hätte um desto ehender geschehen können, weil er bey jeder Verkürzung des Laufes, den Versuch 5 bis 9 mal widerholte, um aus allen das Mittel zu nehmen, welches folglich ebenfalls 5 biß 9 mal zuverläßiger ist, als jeder Versuch einzeln genommen. Man sieht aus allem diesem, daß der Herr Ritter **d'Arcy** die Absicht, die er hatte, durch den umständlichen Vortrag dieser Versuche sein Verfahren zu legitimiren, vollkommen und auf eine ihm gänzlich ruhmwürdige Art erreicht. So wie er sie vorträgt, kann man ihm auf sein Wort hinglauben. Hingegen wäre man zu ganz anderm berechtiget, wenn er mit Weglassung der Versuche nur die Schlüsse angegeben hatte, die er daraus gezogen. Denn so richtig sie auch möchten gewesen seyn, so würde der Leser immer die Befugniß gehabt haben, zu fordern, er möchte die Versuche selbst vorweisen und zeigen, wie seine Schlüsse daraus folgen. Man nehme noch mit, daß öfters in den Versuchen noch Umstände und Wahrheiten verborgen liegen, die der, so sie anstellt, bloß deswegen übergeht, weil er die Versuche in ganz an-

andern Absichten anstellt, und daher sie allein von dieser Seite betrachtet. Ich kann es demnach immer weniger begreifen, warum der Herr d'Arcy, dem Publico darüber, daß er alle diese Umstände anführt, eine Entschuldigung macht. Es ist wahr, daß diese Beschreibung trocken seyn mußte, und daß sie bey denen, die sie verstehen wollten, mehr Kenntniß voraussetzt, als erfordert wird, eine Heroide zu lesen. In einem Lande, wo man einem Verfasser daraus einen Vorwurf macht, daß er nicht für jede Ignoranten, durchaus verständlich schreibe, oder daß er das, was viele andere Kenntnisse voraussetzt, nicht so vortrage, daß es ohne alle diese Kenntnisse begriffen werden könne, oder endlich, daß er nicht durchaus ohne alle Aufmerksamkeit könne verstanden werden; in einem solchen Lande mag die Entschuldigung angehen. Im Grunde betrachtet, würde, wenn der Herr Ritter d'Arcy, diese Versuche und deren umständliche Beschreibung übergangen hätte, dieses Weglassen eben von dem Schrote gewesen seyn, als wenn er aus allzugrosser Höflichkeit jemand deswegen eine leere Küste wegzutragen geben wollte, weil das darinn gewesene Geld, so er ihm verehren wollte, zum Wegtragen für denselben zu schwer wäre. Man sollte denken, daß es immer mehr Leute giebt, die ohne nichts zu lernen alles zu wissen verlangen, und die es sich zur Regel machen, ihre Aufmerksamkeit niemals durch Uebung zu verstärken, und noch viel weniger die Fertigkeit darinn zu er-

erlangen, daß ihnen die schwersten Sachen zu einem leichten Zeitvertreibe werden.

§. 15. Da bey der so durchgängigen Genauigkeit, womit der Ritter **d'Arcy** seine Versuche angestellt hat, alle Berechnungen, die er darüber vornimmt, einen ganz ähnlichen Erfolg haben, wie bey dem Hrn. **Robins**; so erhalten die Schlüsse, die Hr. **Robins** aus seinen Versuchen und den darüber gemachten Rechnungen gezogen, einen solchen Zuwachs von Gewichte, daß es sich nun mehr als jemals der Mühe lohnt, diese Schlüsse mit aller Genauigkeit zu untersuchen. Ich werde zwar erst im folgenden anzeigen können, wie ich bey Durchlesung der Versuche des Herrn Ritter **d'Arcy** auf die Spur gekommen bin, auch da zu suchen, wo man längst alles berichtigt zu seyn geglaubt hatte. Dermalen aber werde ich von denen zu dieser Untersuchung nöthigen vorläufigen Kenntnissen, dasjenige vortragen, was nicht nur zu besserer Aufklärung der Sache, sondern überhaupt auch zu mehrerer Aufnahme der Artillerie dienlich seyn kann. Man sieht aus dem bisher gesagten, daß die Herren **Robins** und **d'Arcy** aus der Geschwindigkeit des Penduls die Geschwindigkeit der Kugel berechnet, und daraus theils auf die Gewalt des Pulvers, theils auf den Widerstand der Luft Schlüsse gezogen haben. Diese Schlüsse sind bey jedem, der die vorläufige Kenntnisse hat, bald gemacht. Aber eben diese vorläufige Kenntnisse sind etwas weitläuftig. Ich werde daher verschiedenes davon

auf

auf eine bloß erzählende Art vortragen müssen, und wo der Vortrag mit Worten nicht angeht, wird man mir einige algebraische Formeln zu gute halten. Sie sind ohnehin denen, die die Algeber gelernt haben, lieber als viele Worte, die ohne mehr zu sagen, weder so geschmeidig noch so klar sind.

§. 16. Sofern die Herrn **Robins** und **d'Arcy** aus der Grösse des Schwunges des Penduls auf die Geschwindigkeit desselben geschlossen haben, geht, so viel ich sehe, alles leicht und richtig. Da ich aber des Herrn Ritter **d'Arcy** Werckchen mit Bewußtseyn zu durchlesen mir vorgenommen hatte, so habe ich auch demselben nachgerechnet. Sein eisernes Pendul stellt die erste Figur vor, Fig. I. In C ware es auf einem Gestelle F. I. dergestallt aufgehangen, daß es auf der Spitze der eckichten Zapfen Cc frey und ohne merkliches Anreiben schwancken konnte. Die Kugel wurde gegen den Mittelpunct der Scheibe a abgeschossen, und indem sie anschlug, trieb sie das Pendul gegen B fort, welches sich sodann von selbst wiederum gegen A rückwerts bewegte, und nach mehrern, immer kleinern Schwankungen endlich wiederum in A zur Ruhe kam. In C war ein Zeiger angemacht, welches Anfangs in CE stunde, durch die Bewegung des Penduls aber bis in die Lage CD fortrückte, und in dieser Laage stehen bliebe. Auf diese Art liesse sich aus dem Bogen ED schließen, wie groß der Bogen AB jedesmal gewesen war. Ich habe bey dem

dem Nachrechnen gefunden, daß der gröste derselben sich auf 11. Grad 36. Min. beliefe. Die Länge CA war genau 6 Fuß oder 2400. der oben (§. 13.) erwähnten Parties egales des Proportionalcirculs. CD oder die Länge des Zeigers war 277 solcher Theile, welche demnach beynahe $8\frac{1}{3}$ Zoll oder genau $8\frac{31}{100}$ Zoll beträgt.

§. 17. Ich habe ferners auf AC noch zween Puncte O G gezeichnet. Von diesen ist G der Mittelpunct der Schwere. Diesen konnte nun der Hr. Ritter d'Arcy nicht wohl anders finden, als daß er das Pendul in Form eines Wagbalkens auf die Schärfe eines Messers oder eines scharfen Keils auflegte und den Punct G suchte, wo es zu beyden Seiten im Gleichgewichte stunde. Denn die Maschine war in A und C zuviel irregulair, als daß er diesen Punct G durch geometrische Ausmessungen oder aus allgemeinen Betrachtungen hätte finden können. Die Länge GC fande Herr d'Arcy 990 von seinen Parties egales. Ich sehe dieses als eine runde Zahl an, welche er genommen, weil sich auf die erstbemeldte empirische Art den Punct G zu suchen, so genau nicht erkennen liesse, ob es statt 990 nur 989 oder 991 Theile hätten seyn müssen. Der Unterschied beträgt eine Kleinigkeit, und aus dem Erfolge der Rechnung ergiebt es sich, daß sie auf den oben bemeldten doppelt oder dreyfach grösser gefundenen Widerstand der Luft (§. 6. 11.) so viel als gar keinen Einfluß hat.

§. 18.

§. 18. Der Punct O hingegen mußte genauer gefunden werden. Ich sehe auch, daß der Herr Ritter d'Arcy die Länge CO $2114\frac{2}{10}$ von seinen Parties egales ansetzt, und sich mit einer runden Zahl, dergleichen 2115 gewesen wäre, nicht begnügt. Doch ich muß vorerst sagen, daß O der Mittelpunct des Schwunges (Centrum oscillationis) ist, dergleichen jedes Pendul hat. Nun hätte sich CO abmessen lassen, wenn das Pendul einfach, das will sagen, wenn die ganze Masse desselben in dem Punct O concentrirt gewesen wäre, und an einem Faden von unendlich kleinem Gewichte aus C herunter gehangen hätte. Dieses einfache Pendul würde nun seine Schwankungen in gleicher Zeit gemacht haben, wie das Pendul AC. Und da man längst schon Regeln hat, die Länge der einfachen Penduln durch die Zeit, in welcher sie jede Schwankung verrichten, zu bestimmen, so bedient sich der Ritter d'Arcy auch dieses Umstandes, um die Länge CO zu finden. Zu diesem Ende liesse er das Pendul frey schwanken, und die Schwankungen zählen, während dem zugleich die Schwankung eines Secundenpenduls oder an dem Zeiger einer Penduluhr die Secunden gezählt wurden. So stelle ich mir wenigstens die Sache vor, und der Herr Ritter d'Arcy kennt die dabey erforderlichen Umstände genug, daß ich ihm zutraue, die Uhr seye eine accurate Secundenuhr gewesen, und das Pendul AC habe Bögen AB von wenigen Graden durchlaufen.

Der Erfolg wäre, daß das Pendul 210 Schwankungen in 276 Secunden machte. Hr. d'Arcy hätte hier eben so gut sagen können, das Pendul habe 35 Schwankungen in 46 Secunden gemacht, da die Zahlen 210 und 276, jede durch 6 getheilt, 35 und 46 geben. Er ließ es aber bey den 6mal grössern Zahlen bewenden, ohne an die Reduction oder Verkleinerung derselben zu denken. Ungeachtet er nun diese dennoch hätte anzeigen können, so that er doch besser, die grössere Zahlen beyzubehalten, damit man daraus sehen könnte, er habe in der That bis auf 210 Schwankungen fortgezählt, und das Pendul habe des in C unvermeidlichen Anreibens unerachtet so lange schwanken können, ohne daß die letzten Schwankungen unmerklich klein geworden wären. Man setze ferner auch, daß auf diese 210 Schwankungen eine halbe, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ Schwankung mehr oder minder gewesen wäre als 276 Secunden; so ist unstreitig dieser Unterschied um viel unmerklicher, als wenn er sich bey 35 Schwankungen eingefunden hätte.

§. 19. Wenn wir demnach bey den Zahlen 210, 276, oder kürzer und eben so gut bey den Zahlen 35 und 46 bleiben; so kömmt die Bestimmung der Länge CO auf eine einige Regel de tri an. Denn die Länge eines Penduls, das in Frankreich, und vermuthlich in der Nähe von Paris, wo der Ritter d'Arcy den Versuch angestellt hatte, Secunden schlägt, diese Länge, sag ich, verhält sich zu der Länge CO wie

wie das Quadrat von 35 zu dem Quadrat von 46, demnach wenn man diese beyde Zahlen quadrirt, wie 1225 zu 2116. Nun giebt Herr **d'Arcy** die Länge des Secundenpenduls, die er zu dieser Rechnung angenommen hatte, nicht an. Er sagt nur, er habe dadurch CO von $2114\frac{2}{10}$ seiner Parties egales gefunden. Ich habe demnach erstbemeldte Regel de tri umgekehrt, weil ich schliessen konnte, daß sich 2116 zu 1225 verhalten müsse, wie die angegebene Länge CO von $2114\frac{2}{10}$ Parties egales zu der Länge des Secundenpenduls, die Hr. **d'Arcy** angenommen. Diese fande sich nach vollendeter Rechnung von $1223\frac{9}{10}$ Parties egales. Da nun 400 solcher Theile einen Fuß oder 144 Linien gaben, welches auf 25 Theile 9 Linien beträgt, so fande sich durch eine zweyte Regel de tri, daß die erstgefundene $1223\frac{9}{10}$ Parties egales $440\frac{6}{10}$ Linien gaben. Und dieses ist demnach die Länge des Secundenpenduls, die Herr **d'Arcy** zum Grunde seiner Rechnung angenommen. Da sie von den genauesten zu Paris angestellten Beobachtungen fast gar nicht abweicht, so bewährt sich dadurch die gefundene Länge CO von $2114\frac{2}{10}$ Parties egales.

§. 20. Der Gebrauch des Puncts O bey dem Verfolge der Rechnung ist doppelt. Ich werde, um beydes zu untersuchen, bey eben dem Beyspiele bleiben, welches Herr **d'Arcy**, um sein Verfahren anzugeben, vorlegt. In dem ersten Versuche fande er, das Mittel aus einer sechsmaligen Wiederholung desselben genommen, die Sehne DE von $47\frac{9}{10}$ seiner Parties egales. Daraus mußte nun die Sehne OM gefunden werden, welches sich, da CD = 277, CO = $2114\frac{2}{10}$ ist, durch eine blosse Regel de tri thun läßt, wodurch OM = $365\frac{56}{100}$ Parties egales gefunden wird. Nun hat es mit Körpern, die durch schiefliegende Bögen OM oder auf schiefliegenden Linien oder Flächen OM entweder herunter laufen, oder herauf bewegt werden, die Bewandnis, daß sie in dem untersten Punct O eben die Geschwindigkeit haben, die sie haben würden, wenn sie von gleicher Höhe PO gerade herunter gefallen wären. Da nun letzteres leichter berechnet wird, so kömmt allerdings die Frage vor, die Höhe PO zu berechnen. Es ergiebt sich aber aus den ersten Anfangsgründen der Meßkunst, daß OM die mittlere Proportionalzahl zwischen OM und der doppelten Länge OC, oder dem Diameter des Circuls OM ist. Nun ist diese doppelte Länge 2mal $2114\frac{2}{10}$ oder $4228\frac{4}{10}$, und OM haben wir so eben = $365\frac{56}{100}$ gefunden. Demnach wird das Quadrat von $365\frac{56}{100}$ durch $4228\frac{4}{10}$ getheilt, die Höhe OP von $31\frac{607}{1000}$ Parties egales geben, wofür Hr. Ritter d'Arcy $31\frac{6}{10}$ annimmt. Weiß man nun, wie viel ein Körper in 2 Secunden Zeit fällt, so wird die Geschwindigkeit in O leicht gefunden. Denn man hat nur diese Höhe desfalls in 2 Secunden Zeit mit der Höhe OP zu multipliciren, und aus dem Producte die Quadratwurzel auszuziehen,

ziehen, so wird diese die Länge des Raumes angeben, welche ein Körper mit bemeldter Geschwindigkeit durchlaufen kann. Hier fand ich nun bey meinem Nachrechnen einen Anstoß. Denn ich nahm an, daß ein Körper in 2 Secunden Zeit durch eine Höhe von $60\frac{422}{1000}$ Fuß falle, welches mit 400 multiplicirt $24168\frac{8}{10}$ Parties egales giebt. Diese Zahl mit der Höhe PO = $31\frac{6}{10}$ multiplicirt und aus dem Producte $763734\frac{8}{100}$ die Quadratwurzel ausgezogen, gabe mir die gesuchte Geschwindigkeit in O von $873\frac{9}{10}$ Parties egales. Herr Ritter d'Arcy setzt dafür nur $870\frac{9}{10}$ an. Da ich aus der Folge der Rechnung sehen konnte, daß dieses nicht etwann ein Druckfehler war, so mußte ich schliessen, Herr d'Arcy habe den Fall in 2 Secunden Zeit kleiner angenommen. Ich gienge daher den Rückweg, quadrirte seine $870\frac{9}{10}$, und dividirte das Quadrat davon $758366\frac{81}{100}$ durch die Höhe PO = $31\frac{6}{10}$, der Quotient war 10 Theile minder als 24000 Parties egales oder 60 Fuß. Hieraus sahe ich leicht, daß der Ritter d'Arcy für den Fall der Körper in zwo Secunden ganz nett 60 Fuß, oder für 1 Secunde 15 Fuß angenommen hatte, da es hätten $60\frac{422}{1000}$ Fuß seyn sollen. Endlich berechnet er aus der Geschwindigkeit in O von $870\frac{9}{10}$ Parties egales in einer Secunde die Geschwindigkeit in A, welche in der Verhältnis von OC zu AC oder von $2114\frac{2}{10}$ zu 2400 grösser ist, und findet sie von $988\frac{5}{7}$ Parties egales, da sie nach der genauern Rechnung von $992\frac{3}{100}$, demnach ungefehr einen $\frac{1}{300}$ Theil grösser heraus kömmt, um welchen aus gleichem Grunde alle Geschwindigkeiten, so er berechnet, vergrössert werden müssen. Man kann es aber unterlassen, weil dieser Unterschied auf die Frage: ob der Widerstand der Luft doppelt, drey- und mehrfach grösser ist, als ihn die Theorie angiebt? keinen erheblichen Einfluß hat, und wie man leicht sieht, diesen Widerstand wenig anders herauskommen macht, ja sofern derselbe durch die Verhältnisse der Geschwindigkeit bestimmt wird, daran gar nichts ändert.

§. 21. Wir können demnach die Geschwindigkeiten des Puncts A lassen, wie sie Herr **d'Arcy** berechnet hat. Die schwerere Frage ist nun: wie sich daraus auf die Geschwindigkeit der Kugel einen Schluß machen lasse? Zu diesem Ende fängt derselbe mit einer Reduction an, welche nicht nothwendig wäre, wenn an seinem Pendul die drey Puncte G, O, A in A zusammenträfen, das will sagen, wenn das Pendul einfach wäre und die Länge AC = 2400 Parties egales hätte. So aber trifft die Kugel in a, der Mittelpunct der Schwere ist in G, der Mittelpunct des Schwunges in O. Die Kugel hat demnach in beyden Absichten mehr Kraft, oder das einfache Pendul hätte in A eine viel kleinere Masse haben müssen, um dem Stosse der Kugel sich nur eben so viel zu widersetzen, als es das

das Pendul AC gethan hat. Man setze erstlich; die Kugel wäre in O angeschossen worden, wo das Pendul seine Schwungkraft vereinigt, so hätte die Kugel darauf nicht anders als auf einen Hebel gewirkt, der sein Gewicht in G hat. Setzt man nun statt dieses Hebels einen andern, der sein Gewicht in O habe, so muß dieses in Verhältnis von OC zu GC kleiner genommen werden. Und dieses ist die erste Reduction, bey welcher es sein Bewenden haben würde, wenn die Kugel in O wäre angeschossen worden. Da sie aber wirklich in A und folglich ausser dem Mittelpunct des Schwunges angeschossen wurde, so wird noch eine Reduction nothwendig, indem man statt des erstbemeldten Gewichtes in O, welches nunmehr als eine Masse betrachtet, in A eine andere angebracht wird, welche in Verhältnis des Quadrats von AC zu dem Quadrate von OC kleiner ist, weil hier nicht mehr von einem blossen Drucke, sondern von bewegenden Kräften die Rede ist. Nimmt man nun diese beyde Reductionen zusammen, so muß das Gewicht oder die Masse des ganzen Penduls einmal mit CG und zweymal mit CO multiplicirt, das Product aber einmal mit CO und zweymal mit CA dividirt werden. Man sieht leicht, daß man, weil CO multiplicirt und dividirt, demnach wiederum einerley herausbringt, die Rechnung so abkürzen kann, daß man das Gewicht des Penduls mit dem Product aus CO in CG multiplicirt, und was heraus-

 kömmt

kömmt durch das Quadrat von CA dividirt. Nun ist

$$CO = 2114\tfrac{2}{10}$$
$$CG = 990$$
Das Product aus beyden $= 2093058$
$$CA = 2400$$
Das Quadrat davon $= 5760000$

Das Gewicht des Penduls wird von 1270 Unzen, vermuthlich Markgewicht, angegeben. Demnach verhält sich 5760000 zu 2093058 wie 1270 Unzen zu 461 Unzen, 3 Quintgen, 66 Gran. Und dieses ist die Masse, welche in Form eines einfachen Penduls in A hätte angehängt werden müssen, um von der Flintenkugel eben die Geschwindigkeit zu erhalten, welche das Pendul AC erhalten hat. Die Grösse des Schwunges, und die Dauer desselben, wäre zwar bey dem einfachen Pendul anders ausgefallen, dieses hat aber hier, wo es nur um die Geschwindigkeit zu thun ist, nichts zu sagen.

§. 22. Der nächst hierauf folgende Schluß, den der Herr Ritter d'Arcy, eben so wie Herr Robins macht, hat mehr auf sich. Die bleyerne Kugeln, so Hr. d'Arcy gegen das Pendul in a anschosse, wogen 700 Gr. von gleichem Markgewichte. Bey diesem Gewichte wird, wie gewöhnlich, das Pfund in 16 Unzen, die Unze in 8 Quintgen, das Quintgen aber nicht in 60, sondern in 72 Gr. getheilt. Daher werden diese 700 Gran auch für 1 Unze, 1 Quintgen und

52 Gr. angesetzt. Nun schließt der Herr Ritte d'Arcy, die Geschwindigkeit des Penduls, welche in vorangeführtem Beyspiele und nach seiner Rechnung $988\frac{4}{7}$ Parties egales wäre, (§. 20.) verhalte sich zu der Geschwindigkeit der Kugel, wie das Gewicht der Kugel 700 Gr. zu dem so eben reducirten Gewichte des Penduls 461 Unzen, 3 Quintgen, 66 Gr. Dadurch erhält er nach den behörigen Reductionen die Geschwindigkeit der Kugel von 938 Fuß in einer Secunde Zeit. Eigentlich würde die Verhältnis wie 700 Gr. zu der Summa von 461 Unzen, 3 Quintgen, 66 Gr. und 700 Gr. folglich wie 700 Gr. zu 462 Unzen, 5 Quintgen, 46 Gr. gewesen seyn. Wenn die Regel vom Stosse **unelastischer Körper** nach aller Schärfe wäre angewandt worden. Und so wäre auch hier noch die Geschwindigkeit um etwann $\frac{1}{400}$ Theil grösser herausgekommen. Sie wäre hingegen um die Helfte kleiner geworden, wenn man die Rechnung nach den Regeln des Stosses **elastischer Körper** vorgenommen hätte, weil eine elastische Kugel einen doppelt grössern Druck, oder besser zu sagen, den anfänglichen Druck im Zurückeprallen noch einmal äussert, und die Wirkung dadurch verdoppelt, und daher mit der halben Geschwindigkeit eben so viel ausrichtet, als eine nicht elastische Kugel mit der ganzen. Man sieht nun überhaupt ohne Mühe so viel, daß wenn aus der Geschwindigkeit des Penduls in A die Geschwindigkeit der Kugel

solle gefunden werden, dieses durch die Anwendung der Lehre vom Stosse der Körper geschehen müsse; und diese kann ich nun eben nicht so bekannt voraus setzen, weil ich zugleich mit annehmen müßte, daß darinn nichts mehr nachzuholen seye, was auf die Bestimmung der Geschwindigkeit der Kugel in A einen Einfluß hätte. Dieses kann ich aber, ohne in der bisher beobachteten Genauigkeit der Prüfung, wenigstens dem Schein nach, eine Lücke zu lassen, so unbedingt nicht annehmen. Denn käme bey genauerm Nachforschen etwas unerwartetes zum Vorschein, so sieht man leicht, daß alles, was ich ferner schliessen wollte, vergebens geschlossen wäre, und endlich doch wiederum geändert werden müßte. Man wird es demnach für keine Ausschweifung ansehen, wenn ich die bisherige Untersuchung hier unterbreche, weil ich sonst ganz abbrechen und die ganze Sache liegen lassen müßte.

§. 23. Man hat in der Mechanic, überhaupt betrachtet, nur zweyerley Fälle. Der erste ist, wo man Kräfte vor sich hat, die schlechthin nur einen Druck äussern, so wie sie bey jedem Gleichgewichte vorkommen. Die Static handelt die dahin gehörende Lehren ab, und da sie sich auf die Theorie des Hebels reduciren lassen, so giebt es dabey weiter keine Schwürigkeiten, als die, so zuweilen im Rechnen vorkommen, wenn die bisher bekannte Regeln und Kunstgriffe der Analysis noch nicht so weit gebracht sind. Der andere Fall ist, wo bewegende Kräfte vorkommen, wodurch entweder ruhende Körper in Bewegung gesetzt werden, oder wenn sie bereits in Bewegung sind, eine andere Bewegung erhalten, oder wiederum zur Ruhe gebracht werden. Eine solche Kraft ist die Schwere, und da sie, wenigstens mathematisch betrachtet, die einfachste ist, so ist es auch dem **Galiläus** zuerst gelungen, für die Bewegungen, die von der Schwere allein herrühren, oder von derselben allein verändert werden, allgemeine Gesetze zu finden. Diese wurden aber, und besonders nach der Erfindung der Infinitesimalrechnung, bald allgemeiner gemacht, und auf eine oder zwo Differentialformeln gebracht, welche die Gesetze der Bewegung auf das allgemeinste enthalten.

§. 24. Die Lehre vom Stosse der Körper wurde indessen ebenfalls untersucht und auf Regeln gebracht. **Wallis** fienge beyzeiten an, den Stoß unelastischer Körper zu betrachten, so wie hingegen **Huygens** und **Wrenn** die elastischen vornahmen, und beyde den Erfolg ihrer Untersuchungen zu Ende des vorigen Jahrhunderts an die K. Societät der Wissenschaften zu London überschrieben. Die eigentlich synthetische Art dabey zu verfahren, wäre nun allerdings gewesen, wenn diese Regeln aus den erstbemeldten zwoen Differentialformeln wären hergeleitet worden, oder auch dermalen noch in ihrer grösten Allgemeinheit hergeleitet würden. So aber wurde nicht verfahren, sondern aus allen möglichen Fällen wurden diejenige herausgenommen, die sich ohne Zuziehung des Differential- und Integralcalculs erörtern liessen, so wie z. E. in der Geometrie der Inhalt geradelinichter Figuren sich, ohne eben diese Hülfsmittel zu gebrauchen, finden läßt. Indessen kann man sagen, daß was **Wallis, Huygens** und **Wrenn** gefunden hatten, in der That gefunden, und so weit es reicht, sehr brauchbar ist. Man hat auch nicht ermangelt, es sehr häufig anzuwenden, und in jede Formen umzuändern, und von allen Seiten betrachtet, vorzustellen. Auch wird man nicht leicht ein philosophisches, physisches oder mathematisches Lehrbuch finden, wo die Regeln vom Stosse nicht kürzer oder umständlicher vorgetragen wären. So füllen sie auch den grösten Theil der **Wolfischen** lateinischen **Cosmologie** aus, weil **Wolf** sie als **Gesetze**, oder wie es scheint, als **Grundgesetze der Bewegung** metaphysisch untersuchte. In der Naturlehre werden sie in Form von Experimenten und Erfahrungen vorgetragen, und man hat, um sie auf diese Probe zu setzen, sinnreiche Instrumente dazu ausgesonnen.

§. 25. Ich sagte erst, daß diese Regeln gut und richtig sind, so weit sie reichen. Denn in der That setzen sie mehrere Bedingungen voraus, ohne welche sie nicht statt finden. Diese werde ich nun, da sie eigentlich zu meiner Untersuchung gehören, herzählen. Verschiedene wurden dadurch

durch gefunden, daß man diese Regeln weiter ausdehnte, als sie wirklich giengen. Am leichtesten und häufigsten fande man, daß die wenigsten Körper vollkommen elastisch, oder ganz ohne Elasticität sind. Da nun bemeldte Regeln nur diese zween äusserste Fälle betreffen, so sahe man auch leicht, daß sie sich so unbedingt nicht auf jede Körper anwenden lassen, und ihr Gebrauch ebenfalls sehr eingeschränkt seye. Die andere Einschränkung fand sich bey flüßigen Materien. Man verwunderte sich, daß eine bleyerne Kugel, wenn man sie von geringer Höhe ins Wasser fallen läßt, fast ohne allen Widerstand hineindringt, hingegen ganz platt wird, wenn sie aus einer Flinte gegen das Wasser geschossen wird. **Carre** ließ diese Versuche anstellen, und berichtete sie an die Parisische Academie der Wissenschaften, deren Mitglied er war. Man mußte offenbar daraus schliessen, daß man die Wassertheilchen als hart anzusehen habe, und daß sie wegen der Inertia und Cohäsionskräfte nicht so geschwinde nachgeben könnten, als die Kugel aus dem Flintenlaufe gegen sie anfuhre. Der dritte Anstand äusserte sich ebenfalls wiederum bey einer Flintenkugel. Man kann damit eine halboffenstehende Thür durchbohren, ohne daß die Thür zugeschlagen würde, so leicht sie auch beweglich ist. Man kann leicht denken, daß es bey des Herrn Ritter d'**Arcy** Versuchen nicht viel anders würde ergangen seyn, wenn derselbe statt eines eisernen Penduls ein hölzernes gebraucht

braucht hätte. Zugleich aber läßt sich auch der Schluß machen, daß die Kugel die Cohäsionskräfte der Theilchen der Thür leichter und geschwinder trennt, als die von dem Stosse herrührende Bewegung sich auf die ganze Thür verbreiten kann. Denn dieses letztere muß seyn, wenn die Thür sich bewegen solle. So nahm vor Philippsburg eine Kanonkugel dem **Berwick** den Kopf weg, ohne den Leib zugleich mit fortzureissen. Der vierte Anstand rührt wiederum theils von der Masse, theils von der Geschwindigkeit her. Ein bleyernes Schrot mit geringer Geschwindigkeit gegen ein anderes geworfen, wird den Regeln für elastische Körper sehr nahe kommen. Zwo bleyerne Kanonkugeln mit ebenfalls geringer Geschwindigkeit gegen einander bewegt, werden wenig oder keine Elasticität zeigen. Der fünfte Fall, wo die Regeln für den Stoß der Körper ohne Gebrauch sind, kömmt bey denen Körpern vor, die wie Glaß bey kleinen Geschwindigkeiten elastisch sind, bey grössern aber in Stücke zerspringen. Endlich finde ich noch die Fälle, wo ausser der Beschaffenheit des ganzen Körpers auch noch die Beschaffenheit seiner Theilchen mit in Betrachtung gezogen werden muß. Man kann aus dem gegen das Wasser geschossenen und abgeplatteten bleyernen Flintenkugeln schon den Schluß ziehen, daß bey grossen Geschwindigkeiten die Theilchen der Körper mit in die Rechnung gezogen werden müssen. Diesen letzten Fall werde ich nun, weil er noch wenig untersucht ist, besonders vornehmen.

§. 26. Man kann sich ohne Mühe gedenken, daß die Cohäsionskräfte in jedem Körper einen bestimmten Grad haben, der, so viel man weiß, bey dem Diamant am weitesten reicht, indessen aber, da derselbe geschliffen werden kann, noch lange nicht unendlich groß ist. Bey weichen Körpern sind diese Kräfte sehr geringe. So kann man Bley mit geringer Mühe platt schlagen. Indessen sind die kleinsten Theilchen hart und ohne allen Zweifel elastisch. Man wird es auch mit keiner Gewalt dahin bringen, daß diese ebenfalls platt würden. Setzt man aber dieselben hart und elastisch, und die Cohäsionskräfte geringe, so hat es mit der Theorie des Stosses bey sehr grossen Geschwindigkeiten eine andere Bewandnis. Um dieses faßlicher zu machen, wollen wir erstlich von den Cohäsionskräften ganz abstrahiren, oder sie so ansehen, als wenn sie unerheblich klein wären. Auf diese Art wird eine bleyerne, oder wenn man so will, eine wasserne Kugel, als ein Haufen elastischer harter Kügelchen angesehen werden müssen. Man setze, sie werden gegen einen harten Körper geschossen, so ist von diesen Kügelchen wenigstens eines, welches zuerst anfährt. Da es eine wiewohl sehr kleine Zeit gebraucht, um seinen Druck zu äussern, so fahren die folgenden an, ehe dieses anfängt wieder zurücke zu prellen, und eben dadurch wird es aufs neue und noch mehr angedrückt.

Die-

Dieses dauert fort, bis sich alle andrücken, wo sodann das letzte zuerst wiederum anfängt loßzuschnellen, und den andern zum Loßschnellen ebenfalls Raum macht. Man kann sich leichte gedenken, daß das Zurückeprallen eben nicht mehr so in paralleler Richtung geschieht, wie sie gegen die Kugel anfuhren, und daß die Kügelchen bereits während dem sie anfuhren, sich nach und nach verbreiteten. Indessen geschieht immer noch der gröste Theil der Wirkung nach den Regeln elastischer Körper, weil jedes Theilchen bey dem Zurückeprallen seinen Druck mittelbar oder unmittelbar auf den Körper nochmals äussert, wie es bey elastischen Körpern statt hat.

§. 27. Diese Verdopplung oder Wiederholung des Druckes wird nun, wenn Cohäsionskräfte da sind, desto mehr verhindert und schwächer gemacht, je stärker diese Cohäsionskräfte sind. Denn dadurch wird verursacht, daß jedes Theilchen nur mit dem Ueberschusse der Kraft, womit es sonst loßschnellen würde, gegen den Körper wirkt, indem es anfängt, seine Figur wieder herzustellen. Man sieht leicht, daß sich dieser Ueberschuß nicht nur nach der Stärke der Cohäsionskraft, sondern zugleich auch nach der Geschwindigkeit richtet, mit welcher es angefahren war. Denn dieses bringt die Lehre vom Stoß elastischer Körper mit sich, daß sie desto mehr zusammengedrückt werden, je geschwinder sie anfahren, daß, um sie in einem zusammengedrücktern Zustande zu erhalten, eine grössere Kraft erfor-

erfordert werde, daß sie demnach ebenfalls selbst eine grössere Kraft äussern. Daher ist es möglich, daß bey kleinern Geschwindigkeiten die Theilchen so wenig zusammengedrückt werden, daß sie die Cohäsionskraft nicht überwiegen mögen, bey grössern Geschwindigkeiten aber dieselbe vielmal überwiegen. Die Folge, die ich nun hieraus ziehe, ist, daß eine weiche Kugel den Gesetzen des Stosses elastischer Kugeln desto näher kömmt, je grösser ihre Geschwindigkeit ist. In welcher Verhältnis aber dieses fortgehe, das wird sich wohl nicht anders als durch Versuche ausmachen lassen.

§. 28. Inzwischen hält mich diese Folge ab, mit den Hrn. **Robins** und **d'Arcy** weiter fortzurechnen, weil die letzte Regel de tri, wobey ich in dem §. 22. stehen geblieben bin, stuffenweise und nach Maaßgebung der Geschwindigkeit, nach andern Verhältnissen gerechnet werden muß, wovon ich die zwey äussersten, welche nemlich für **gar nicht elastische** und für **vollkommen elastische** Kugeln sind, daselbst bereits angegeben habe, und woraus zugleich folgt, daß die wahren Geschwindigkeiten der Kugel der Helfte der von dem Ritter **d'Arcy** berechneten desto näher kommen, je grösser die Geschwindigkeiten selbst, und so auch die von dem Pendul in A sind. Man kann hieraus ohne Mühe vermuthen, daß, wenn die erst angestellten Betrachtungen ihre Richtigkeit haben, die Schwürigkeiten über den Widerstand der Luft eine ganz

andere

andere Gestalt erhalten werden. Indessen werde ich die von dem Herrn Ritter d'Arcy berechneten Geschwindigkeiten vornehmen, und sie mit der Gewalt des Pulvers und der Länge des Laufes vergleichen.

§. 29. Das Pulver, oder besser zu sagen, die durch dessen Entzündung erzeugte Luft, wovon ich oben schon Erwähnung gethan habe, (§. 4.) befindet sich wegen ihrer Menge und des kleinen Raumes in einem sehr zusammengepreßten Zustande. Da sie nun keinen andern Widerstand findet, als die Masse der Kugel und den vielmal geringern Druck der äussern Luft, so wendet sie weit den grösten Theil ihrer Kraft an, um sich Raum zu machen, indem sie die Kugel forttreibt. Diese Kraft ist um desto grösser, da die eingeschlossene Luft nicht nur sehr dichte, sondern zugleich auch sehr erhitzt ist. Da mit der Kugel zugleich noch Flammen aus dem Laufe fahren, so scheint es auch, daß die Hitze während der kurzen Zeit des Loßbrennens nicht merklich vermindert werde. Hingegen hat es mit der Dichtigkeit eine ganz andere Bewandnis. Denn sie nimmt gerade in eben der Verhältnis ab, in welcher der Raum bey dem Herausfahren der Kugel zunimmt. Mit der Dichtigkeit nimmt aber auch zugleich die Kraft ab, so daß die Geschwindigkeit der Kugel immer um kleinere Grade vergrössert wird. Wäre nun die Dichtigkeit oder wenigstens die Kraft derselben gleich groß, so liesse sich das Herausfahren der Kugel mit dem Fall eines

Kör-

Körpers in freyem Raume vergleichen. Denn die Schwere ist ebenfalls eine solche Kraft, welche durch den beständig fortdauernden gleichen Druck einem fallenden Körper in jedem Zeittheilchen einen neuen und gleichen Grad von Geschwindigkeit giebt, so daß dadurch der Körper in Verhältnis der Zeit immer geschwinder fällt. Der Unterschied würde nur darinn bestehen, daß die in dem Flintenlaufe auf die Kugel wirkende Kraft des Pulvers vielmal stärker ist als die Kraft der Schwere. Das Mittel, beyde mit einander zu vergleichen, hat man darinn gefunden, daß man beyde Kräfte gegen einander wirken läßt. Die Luft kann nemlich durch Gewichte immer mehr zusammengepreßt werden, wenn sie in einem aufrecht stehenden Cylinder, der einen beweglichen Deckel hat, eingeschlossen ist. Die auf den Deckel gelegte Gewichte werden denselben so weit in den Cylinder herunter drücken, bis die ausdehnende Kraft der Luft durch ihre Verdichtung anfängt den Gewichten das Gleichgewicht zu halten. Man setze z. E. es seyen auf den Deckel 100 Kugeln von gleichem Diameter gelegt, und das Gewicht der äussern Luft, die ebenfalls auf den Deckel drückt, betrage so viel als 50 Kugeln, so hält die Kraft der innern zusammengepreßten Luft dem ganzen Gewichte von 150 Kugeln das Gleichgewicht. Demnach würde sie auf eine Kugel allein 150mal stärker wirken als die Kraft der Schwere: und zwar deswegen, weil die Kraft der Schwere auf alle die 150 Kugeln drücken muß, um das Gleichgewicht zu erhalten. Würde man nun von den 100 Kugeln einige oder mehrere wegnehmen, so würde die eingeschlossene Luft sich ausdehnen, und den Deckel, wo nicht in die Höhe werfen, doch wenigstens so weit in die Höhe treiben, bis das Gleichgewicht wiederum statt haben kann. Versuche, die Mariotte hierüber angestellt, geben es, daß der Raum der eingeschlossenen Luft in eben der Verhältnis kleiner wird, in welcher die aufliegende Gewichte vermehrt werden, allemal das Gewicht der äussern Luft zugleich mitgerechnet, dafern man den Versuch nicht in Luftleerem Raume anstellt.

§. 30. Da nun in solchen Fällen, wo drückende Kräfte eine Bewegung herfürbringen, die Geschwindigkeit in Verhältnis der Kraft und der Zeit anwächst, der durchlaufene Raum aber sowohl nach der Geschwindigkeit als nach der Zeit grösser wird; so läßt sich daraus leicht abnehmen, daß der Raum in Verhältnis der Kraft und des Quadrats der Zeit, oder welches hier einerley ist, in Verhältnis der Kraft und des Quadrats der Geschwindigkeit anwachse. Dieses findet im Ganzen, so wie in jeden Theilen statt, so lange die Kraft immer einerley bleibt, wie es bey der Schwere und dem Fall der Körper statt findet. Ist aber die Kraft veränderlich, so muß sie für jedes Zeittheilchen besonders betrachtet, und die sämtlichen einzeln Wirkungen in eine Summa gezogen werden. Da kömmt

man

man nun mit den vorhin (§. 23.) erwähnten Differentialformeln bald zu Ende. Ich darf sie nur hersetzen:

$$pdt = dc$$
$$pdx = cdc$$

Und ein Algebraiste, der die Mechanic durchgangen hat, wird sie bey dem ersten Anblicke erkennen, und sich darein zu finden wissen. Den übrigen wird selbst die Erklärung davon wenig Licht geben. Werden sie auf die Kraft der zusammengepreßten Luft in dem Laufe der Flinten angewandt, so kömmt diejenige Formel heraus, von welcher ich oben (§. 9.) sagte, daß sich der Herr Ritter d'Arcy, so gern er damit das Publicum möchte verschont haben, nicht habe enthalten können, sie wenigstens verstohlener Weise in seiner Theorie der Artillerie vorzutragen. Indessen mußte er es thun, und wenigstens denen, die sich vor der Algeber nicht zurücke ziehen, zu zeigen, auf welchen Gründen die darauf folgenden Tabellen beruhen. Ich will eben nicht gut stehen, ob sie nicht im folgenden auch vorkommen werde?

§. 32. Da indessen Figuren vor Augen mahlen, was die Algeber in Buchstaben versteckt, so kann ich wenigstens in einer Figur zeigen, was sich in dieser Formel so unbedingt nicht ins Deutsche übersetzen läßt. Fig. II. In der zweyten Figur stelle EF den Lauf einer Flinte vor. Die Ladung fülle Anfangs den Raum EG aus, und angezündet treibe sie die Kugel fort. Wenn nun z. E. die Kugel bis in P gekommen, so sieht man leicht, daß die eingeschlossene Luft, welche Anfangs nur in dem Raume EG ware, sich nunmehr durch den ganzen Raum EP ausgebreitet hat. Die Kraft, womit sie die Kugel noch ferner forttreiben, oder derselben neue Grade von Geschwindigkeit geben kann, ist in eben der Verhältnis geringer. Wie sie aber auch immer seyn mag, so wird sie mit der Kraft der Schwere verglichen, und daher durch diejenige Anzahl von Kugeln vorgestellt, deren Gewicht zureichend seyn würde, zu verhindern, daß sich die in EP befindliche Luft nicht weiter ausdehnen könne. Diese Anzahl werde durch die Linie PM vorgestellt. Im Anfange, wo die Kugel noch in G ist, seye sie = BD, hingegen CE, wenn die Kugel bis an die Mündung F kömmt. Weiß man nun für jeden Punct P, wie groß MP ist, so läßt sich durch die äussersten Puncten D, M, E, die krumme Linie DME ziehen. Das Gewicht der äussern Luft wird, wie ich bereits (§. 29.) erwähnt habe, ebenfalls durch eine Anzahl von Kugeln ausgedrückt, und ist in der Länge der Linien BD, PM, CE, bereits mit inbegriffen. Da man dasselbe nicht anders wegnehmen kann, als wenn man in einen luftleeren Raum schiessen wollte, so wird der Druck der innern Luft dadurch um eben so viel vermindert. Die Anzahl der Kugeln, welche dem Gewichte der äussern Luft gleich ist, werde durch Pp vorgestellt, und durch p eine

eine gerade Linie mit AC parallel gezogen, so wirkt die eingeschlossene Luft in jeden Puncten B, P, C, eigentlich nur mit der Kraft bD, pM, cE. Nun giebt die erste der beyden angeführten algebraischen Formeln, daß in jedem Punct P die Geschwindigkeit der Kugel durch die Seite eines Quadrats vorgestellt werde, dessen Inhalt dem Raume bDMpb gleich ist. Kömmt nun die Kugel bis an die Mündung F, so wird der ganze Raum bDMEcpb in ein Quadrat von gleichem Inhalte verwandelt, und die Seite dieses Quadrats stellt die Geschwindigkeit vor, mit welcher die Kugel in F aus der Flinte vollends herausfährt.

§. 33. Der Hr. Ritter **d'Arcy** nimmt nun an, daß jede Linie PM in eben der Verhältnis kleiner wird, in welcher die Länge AP zunimmt, so daß sich bey ihm durchaus AB zu AP verhält, wie PM zu BD. Dieses geht nun bey zusammengepreßter Luft, und daher bey Windbüchsen nothwendig an; und da ist die krumme Linie DME von der Art, daß sie schon von der alten Griechen Zeiten her einen Namen hat. Kurz, es ist eine ordentliche **Hyperbel**, deren Asymtoten AC und AH sind. Der Hr. Ritter **d'Arcy** drückt in seiner Formel den Raum BDMECB durch Logarithmen aus, und zieht davon den Raum des Rectangels BbcC ab, um den Raum bDMEcpb zu erhalten, dessen Quadratwurzel die Geschwindigkeit der Kugel in F vorstellt. Dieses konnte er aber so unmittelbar nicht vornehmen, weil er die erste Linie BD oder ihre eigentliche Länge noch nicht wußte. Er kehrt demnach die Sache um, und anstatt aus dieser Linie die Geschwindigkeit in F zu suchen, nimmt er diese Geschwindigkeit an, so wie er sie aus seinen Versuchen mit dem Pendul berechnet hatte, und bestimmt dadurch die Länge der Linie BD. Da er in allen Versuchen gleiche Ladung gebraucht hatte, so hätte er eigentlich auch BD immer von einerley Grösse finden sollen. Er findet sie aber in der ersten Reihe von Versuchen, woraus er, vermuthlich aus Uebersehen, oder weil es nur der kürzere Lauf wäre, die zweyte Tabelle berechnet, von 613 bis 292, in der zweyten Reihe von Versuchen, woraus er die erste Tabelle berechnet, von 716 bis 475 verschieden. Er nimmt demnach im ersten Fall mit Weglassung des letzten Versuches, welcher von den übrigen zu viel abwiche, das Mittel 553. Im andern Fall nimmt er das Mittel, vermuthlich aus allen Versuchen. Denn beym Nachrechnen kam es bey mir, wiewohl um etwas weniges, anders heraus. Mit dem für jede Reihe von Versuchen angenommenen mittlern Werthe von BD, berechnet er sodann die Geschwindigkeiten der Kugel in F aufs neue, und vergleicht sie noch in zwo andern Tabellen mit denen vermittelst des Penduls gefundenen Geschwindigkeiten. Nun war es ganz natürlich, daß sich auch hier Unterschiede finden mußten, weil er für jede Versuche der Linie BD einerley Länge gabe, da sie doch, der ersten Berechnung zufolge, nicht einerley Länge haben sollten. Den in der ersten Tabelle, bey Aufsuchung des Mittels weggelassenen Versuch, läßt er auch hier weg. Da ich denselben nachholte und berechnete, so fand sich die Geschwindigkeit 490 Fuß, anstatt 359, welche vermittelst des Penduls gefunden worden. Der Herr Ritter d'Arcy giebt, um diese Unterschiede begreiflich zu machen, einige Gründe an, die er von dem Zittern des Penduls, den später entzündeten Pulverkörnern, und dem vor dem Pendul vorgespannten Tuche hernimmt, und sieht die gefundenen Unterschiede für geringe an.

§. 34. Ich muß gestehen, daß mir die Sache anders vorkame. Die Unterschiede sind wegen des für BD angenommenen Mittels theils bejaht, theils verneint, und so werden sie in der Mitte am kleinsten. Sie werden aber gegen beyde Ende, und besonders bey den letzten Versuchen, zusehens grösser, und berechtigen vielmehr, den Schluß zu machen, daß die Linie DME, welche bey Windbüchsen eine Hyperbel ist, bey dem Schießgewehr es nicht seye; oder wenn sie es dennoch ist, die vermittelst des Penduls berechneten Geschwindigkeiten anders berechnet werden müssen. So könnte auch gar wohl beydes statt haben, daß nemlich eine andere Linie DME und andere Geschwindigkeiten genommen werden müßten. Was nun bey diesem Anstande zu thun bleibe, das ist eine Frage von ganz besonderer Art. Wäre die Linie DME bekannt, so könnten die Geschwindigkeiten geprüft und die wahren gefunden werden, und hinwiederum liesse sich aus den wahren Geschwindigkeiten die Linie DME finden. Nun aber weiß man noch weder diese noch jene. Aus nichts läßt sich nichts finden. Man wird die Sache aufgeben müssen.

§. 35. Dieses that ich aber dennoch nicht. Man muß sich von Schwürigkeiten nicht so leicht abschrecken lassen. Ich nahme die Geschwindigkeiten, so wie sie der Herr Ritter d'Arcy vermittelst seines Penduls gefunden, vor, sahe sie an, als wenn es die wahren Geschwindigkeiten wären, und da kam die Aufgabe vor, wie sich daraus die Linie DME finden, oder wenigstens durch eine geometrische Construction vor Augen mahlen liesse. Man stelle sich vor, EF oder AC seye die anfängliche Länge des Laufes, und nachdem etliche male abgesägt worden, finde sich derselbe bis auf AP verkürzt. Was nun immer die Linie DME für eine Natur haben mag, so hat sie die Eigenschaft, daß die Räume bDMp, bDEc in Verhältnis der Quadrate der Geschwindigkeiten sind, womit die Kugeln aus den Läufen AP, AC abgeschossen worden. Ich fienge daher an, die von dem Ritter d'Arcy berechnete Geschwindigkeiten zu quadriren, und dividirte die Quadrate durch 60,383, als den Fall eines Körpers in zwo Secunden Zeit, und die Quotienten gaben mir die Höhe, aus welcher ein Körper fallen muß, um eben die Geschwindigkeit zu erhalhalten. Diese Höhe suchte ich deswegen, weil sie den Räumen bDMp, bDEc nicht bloß proportional, sondern gleich ist, wenn diese durch die Länge = 1 dividirt, in Linien verwandelt werden. Ich werde sie nun nebst der Länge des Laufes und der Geschwindigkeit in folgenden zwo Tabellen vorstellen, wovon die erste für den kürzern, die zweyte für den längern der beyden Flintenläufe ist, welche, wie ich oben (§. 12. 13.) erzählt habe, der Hr. Ritter d'Arcy durch Absägen zu seinen Versuchen aufgeopfert.

Erste Tabelle.

Länge des Laufes. Parties egales.	Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde. Fuß.	Höhe so der Geschwindigkeit entspricht. Fuß.
$1466\frac{2}{3}$	938	14571
$1331\frac{2}{3}$	908	13687
$1196\frac{2}{3}$	890	13117
$1061\frac{2}{3}$	888	13059
$926\frac{2}{3}$	872	12592
$791\frac{2}{3}$	833	11491
$656\frac{2}{3}$	796	10493
$521\frac{2}{3}$	746	9216
$386\frac{2}{3}$	653	7061
$251\frac{2}{3}$	559	5158
$116\frac{2}{3}$	359	2134

Zweyte Tabelle.

Länge des Laufes. Parties egales.	Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde. Fuß.	Höhe so der Geschwindigkeit entspricht. Fuß.
2406	1083	19424
2140	1058	18537
$1873\frac{1}{3}$	1042	17981
$1606\frac{2}{3}$	1023	17331
1340	991	16264
$1073\frac{1}{3}$	931	14354
$806\frac{2}{3}$	884	12941
540	794	10440
$273\frac{1}{3}$	602	6005

§. 36. Nachdem ich also die Höhen berechnet, die sich nunmehr statt der Quadrate der Geschwindigkeit und noch besser als dieselben gebrauchen liessen, so war die erste Frage, sie mit den Längen der Läufe dergestalt zu vergleichen, daß ich sehen konnte, ob beyde auf eine nicht gar zu irregulaire Art zunehmen. Denn der Natur der Sache nach solle es nicht seyn. Wenn es aber dennoch wäre, so würde es auf Rechnung der Umstände des Versuches gesetzt werden müssen. Das Mittel, so ich zu dieser Prüfung gebraucht, ist eben dasjenige, so ich bereits in den **Beyträgen zur Mathematic** in der Theorie von der Zuverläßigkeit der Beobachtungen und Versuche angegeben. Ich gebrauche es demnach hier nicht, wie **Homer** und **Sophocles** des **Aristotelis** Poetic, und kann dahin gestellt seyn lassen, ob **Virgil** diese gebraucht hat, weil diese Untersuchung auf die Brauchbarkeit und Anwendung meiner Regel keinen Einfluß hat. Fig. III. Dieser zufolge zoge ich eine gerade Linie AC, und trug nach einer angenommenen Scala die in der ersten Columne beyder vorhergehenden Tabellen vorkommenden Längen der Läufe aus A gegen C. Aus jeden dadurch bestimmten Puncten richtete ich Perpendiculairen auf, und gab denselben nach einer andern viel kleinern Scala diejenige Länge, welche die Zahlen der dritten Columne beyder Tabellen erfordern. Die Figur stellt diese Perpendiculairen sämtlich vor. Die punctirten sind aus der ersten, die

die übrigen aus der zweyten Tabelle. Nun sollten sich durch deren Endpuncten zwo, oder wenn des Hrn. Ritter d'Arcy beyde Flintenläufe vollkommen gleich gewesen wären, eine einige krumme Linie ziehen lassen, und diese sollte in ihrer Krümmung nichts irregulaires und höckerichtes haben. So aber sahe ich sogleich, daß die punctirten Perpendiculairen merklich und um desto mehr zu kurz blieben, je grösser sie waren, und daß folglich nicht eine, sondern zwo krumme Linien, das will sagen, für jeden Flintenlauf eine besondere gezogen werden müßte. Dieses ließ ich mich um desto weniger befremden, weil, wie ich bereits oben (§. 14.) erwähnt habe, der längere Lauf etwas enger war, und eben dadurch, daß er dichter an die Kugel anschlosse, die Luft besser eingeschlossen hielte. Da ich nun ferners leicht sahe, daß die Endpuncten, besonders der punctirten Ordinaten, nicht ganz in einer einförmigen Krümmung lagen, so zoge ich die beyden krummen Linien zwischen diesen irregulair liegenden Endpuncten dergestalt durch, daß sie sich einförmig krümmeten, und zwischen den Irregulairitäten das Mittel hielten. Der Anfang von beyden ist deswegen in a, weil Aa zu 34 Parties egales genommen, der Raum ist, den das Pulver ausfüllt, und demnach, wenn die Flinte bis in a abgesägt würde, die Kugel keinen Spielraum, und damit auch keine Geschwindigkeit haben noch erlangen würde. Man sieht aus der Figur, daß diese Irregulairitäten gar nicht groß

sind,

sind, und auch dieses ist eine augenscheinliche Probe der Sorgfalt, womit der Herr Ritter d'Arcy seine Versuche angestellt hat. Es ist zugleich auch eine Probe, wiefern wenigstens die Musquetenschüsse zuverläßig sind, wenn alle Sorgfalt gebraucht wird. So zweifele ich auch nicht, daß bey gleicher Sorgfalt die Kanonenschüsse nicht eben so weit zuverläßig sollten seyn können. Endlich, da die grössern Irregulairitäten sich bey dem kürzern Laufe äussern, welcher einen weitern Spielraum hatte, so ist sehr vermuthlich, daß eben dieser weitern Mündung diese Irregulairitäten zugeschrieben werden müssen. Denn diesen einigen Umstand ausgenommen, war übrigens alles gleich. So müßte sich auch der Unterschied der Witterung, wenn er sehr merklich wäre, bey dem einen Laufe wie bey dem andern äussern. Man kann aber an der Linie AE sehen, daß dieser Unterschied nicht sehr merklich seyn kann, ungeachtet die Versuche vom 4. August bis zum 15. September gedauert haben. Indessen will ich nicht in Abrede seyn, daß der Herr Ritter d'Arcy nebst der auf die Verfertigung seines gebrauchten Pulvers verwandten Sorgfalt nicht auch diese sollte gehabt haben, daß er dasselbe die ganze Zeit durch trocken erhielte, weil ein Pfund feuchtes Pulver weniger Pulver ist als ein Pfund trockenes, und jenes über dis sich mühsamer entzündet, und auch dadurch noch schwächere Wirkung äussert.

§. 37.

§. 37. Man sieht aus allen diesen Betrachtungen, daß ich die beyden krummen Linien AD und AC eigentlich und unmittelbar nur zur Prüfung der Regelmäßigkeit der Versuche gezogen, und um mich dadurch zu versichern, daß in beyden vorhergehenden Tabellen die Zahlen der dritten Columne nicht gar zu sehr irregulair sind, und von dem Wahren abweichen. Diese beyden krummen Linien sind nun noch nicht diejenigen, die ich mir (§. 35.) vorgesetzt hatte zu suchen. Denn hier habe ich die Höhen oder die Zahlen der dritten Columne beyder Tabellen durch die Perpendiculairen oder Ordinaten vorgestellt, hingegen in den gesuchten krummen Linien müssen eben diese Höhen durch die Flächenräume vorgestellt werden, wie man sich dessen aus dem §. 35. erinnern kann, so wie es mir noch in ganz frischem Angedenken ist. Indessen habe ich die zwo krummen Linien AD, AE nicht schlechthin nur zur Prüfung der Versuche gezogen, wiewohl ich allerdings sagen kann, daß es dabey geblieben wäre, wenn sich gar zu grosse Irregulairitäten würden gezeigt haben. Da aber dieses zum Ruhme des Herrn Ritter d'Arcy nicht ist, so werde ich diese Linien, und besonders die grössere AE noch ferner gebrauchen. Ich ziehe sie der kleinern AD sowohl wegen des längern Laufes als wegen der engern Mündung desselben vor. Der Gebrauch, den ich nun eigentlich noch davon machen will, ist, daß ich mich derselben bedienen werde, um diejenige zu finden, die ich mir in dem

dem §. 35. zu suchen vorgesetzt hatte. Algebraisten werden mich leicht verstehen, wenn ich sage, die Linie AE seye die Quadratrix von der gesuchten krummen Linie. Um aber dieses undeutsche Wort, womit die Lateiner ein griechisches von **Dinostrates** aufgebrachtes haben übersetzen können, und welches man in ächtem Deutsch eine **Vierungszeile** oder **Vierungszig** geben könnte, und noch weniger verstanden würde, um, sag ich, das Wort Quadratrix vermittelst mehrerer Weitläuftigkeit zu vermeiden, oder besser zu sagen, um die Methode, die ich gebrauchen werde, aufzuklären, werde ich die gesuchte krumme Linie als schon gefunden ansehen, und sie in der Figur zeichnen. Es seye dieselbe demnach FG, so hat dieselbe zu der Linie AE die Verhältnis, daß welche Ordinate PM man immer zieht, diese dem dadurch abgeschnittenen Raume aFqPa proportional ist. Denn sowohl PM als aFqPa sind den Zahlen der dritten Columne vorstehender Tabelle proportional, und zwar PM deswegen, weil die Linie AME nach diesen Zahlen ist construirt worden, aFqPa aber, weil vermög des §. 35. die gesuchte Linie FG diese Eigenschaft haben solle.

§. 38. Aus dieser Proportionalität folgt nun ferners, daß wenn man sehr nahe an P eine andere Ordinate pm zieht, diese ebenfalls in gleicher Verhältnis zu dem Raume aFrp ist. Und eben dieses wird auch von dem Unterschiede gelten. Zieht man nemlich Mn mit AC parallel,

so

so ist mn der Unterschied beyder Ordinaten PM, pm; und das Trapez prqP ist der Unterschied beyder Räume AFqP, AFrp. Und mn ist in Verhältnis von prqP. Solle nun Pqrp als ein Rectangel betrachtet werden können, so wird dieses desto genauer angehen, je kleiner Pp genommen wird. Und alsdenn verhält sich mn zu Pp oder mn zu Mn wie Pq zu einer vierten Grösse, welche wegen vorbemeldter Proportionalität beständig ist. Man verlängere nM gegen S, und ziehe durch den Punct M eine Linie MT, welche die krumme Linie AME in M berühre oder eine Tangente derselben seye. Wird nun auf dieser der Punct T da genommen, wo die Perpendicular TS der Ordinate Pq gleich wird; so ist MS die gesuchte beständige Grösse, oder es verhält sich mn zu Mn wie TS zu MS.

§. 39. Alles dieses geht an, wenn man voraussetzt, die gesuchte Linie FG seye schon gefunden und gezeichnet. Um sie nun aber wirklich zu finden, dürfen wir nur den Rückweg nehmen. Da bleiben nun nMS, und MT, ingleichem Pm, pm gezogen. MS wird, weil es nur um die Proportion zu thun ist, nach Belieben angenommen, und so läßt sich ST ziehen und aus P in q aufgetragen. Da man nun auf eben diese Art für jeden Punct M der Linie AE einen correspondirenden Punct q der gesuchten Linie FG findet, so ist kein Zweifel, daß diese Linie nicht sollte gezogen werden können. Was da-

dabey am meisten Schwürigkeit macht, ist die Ziehung der Tangente TM, oder wenn sie gezogen wird, die Bestimmung des Puncts M, wo sie die krumme Linie AME berührt. Zu diesem letztern habe ich in vorhin (§. 36.) erwähnter **Theorie der Zuverläßigkeit der Beobachtungen und Versuche** Anleitung gegeben. Hier bemerke ich nur, daß wenn sie je nicht ganz genaue gezogen wird, die Linie ST, und damit auch die Ordinata Pq bald zu groß bald zu klein werde, es seye denn, daß man den übel angebrachten Vorsatz hätte, die Tangente allemale so unrichtig zu ziehen, daß Pq immer zu groß oder immer und auf eine ganz irregulaire Art zu klein würde. Daß ich bey Ziehung der Linie FG einen solchen übeln Vorsatz nicht gehabt habe, wird die Folge weisen. Die Puncte q, die ich auf die erstbeschriebene Art fand, lagen zwar nicht vollkommen in einer einförmigen Krümmung, ich zog aber die Linie FG zwischen denselben eben so durch, wie ich es Anfangs mit den Linien AD, AE gethan hatte. (§. 36.)

§. 40. Auf diese Art erhielte ich demnach meine Absicht. Es wird nun Zeit seyn, sich wiederum zu erinnern, daß AC die Länge eines Flintenlaufes, Aa die Länge der Ladung, und wenn diese loßgebrannt wird, jede Ordinate Pq die Kraft des Pulvers vorstellt, wenn die Kugel bis in P fortgetrieben ist. Und zwar alles dieses noch immer mit der Voraussetzung, als wenn die von dem Herrn Ritter **d'Arcy** vermittelst seines

Pen-

Penduls gefundene Geschwindigkeiten der Kugeln die wahren Geschwindigkeiten wären. (§. 35.) Wer leicht hyperbolische Linien gesehen oder selbst construirt hat, wird hier bey dem ersten Anblicke erkennen, wie sehr FG davon abweicht. Denn aF und aC müßten ihre Asymtoten seyn, (§. 33.) die Linie FG müßte sich gerade eben so gegen aF nähern, wie sie sich gegen aC nähert, und jede von a doppelt entfernte Ordinate müßte halb so groß als die einfach entfernte seyn, die dreyfach entfernte aber nur $\frac{1}{3}$ so groß. Ich nahm diese Probe vor, um zu sehen, wie fern die Linie FG davon abweicht. Und bey genauerer Untersuchung fand sichs, daß die Ordinaten nicht in der erstbemeldten harmonischen Progreßion, sondern vielmehr in geometrischer Progreßion abnahmen, und demnach die Linie FG eine logarithmische Linie seyn, oder wenigstens davon nicht viel abweichen würde. Da nun die Quadratrix einer logarithmischen Linie ebenfalls eine logarithmische Linie ist, so konnte ich mich in dieser Untersuchung an die Linie AE oder unmittelbar an die vorhin angegebenen Tabellen halten, um die Prüfung vorzunehmen. Es ist unnöthig, daß ich die hierüber angestellte Rechnung hier vortrage. Sie ist weder weitläuftig noch schwer, aber algebraisch. Und überdis kömmt es dabey eigentlich nur auf den Erfolg an, weil daraus erhellen solle, wie sich in der obigen Tabelle die Zahlen der dritten Columne durch die Zahlen der ersten Columne finden lassen, und zwar so, daß weil die Zahlen der dritten Columne wegen den bey Versuchen unvermeidlich kleinen Irregularitäten, selbst nicht vollkommen genaue sind, man sich an einigen kleinen Unterschieden nicht stosse, wenn die Rechnung diese Zahlen nicht ganz genau herausbringt. Denn hielte die Rechnung das Mittel, so würde sie unstreitig genauer seyn als die Versuche.

§. 41. Der Erfolg meiner Rechnung kömmt auf diese Formel

$$h = 20145 \left(1 - e^{-(16\frac{1}{3}+x):818,5747}\right)$$

an. Sie ist für die zweyte Tabelle des §. 35. berechnet, und da bedeutet e die Zahl, deren Logarithmus = 1 ist, x aber die Länge des Flintenlaufes in Parties egales oder jede Zahl der ersten Columne, und h die Höhe oder jede Zahl der dritten Columne, wenigstens eine davon nicht merklich verschiedene. Die Vergleichung wird nun in folgender Tabelle vor Augen gestellt.

Länge des Laufes, nach §. 35.	Höhe, nach §. 35.	Höhe h berechnet.	Unterschied.
2406	19424	19103	+ 321
2140	18537	18702	— 165
$1873\frac{1}{3}$	17981	18145	— 164
$1606\frac{2}{3}$	17331	17381	— 50
1340	16264	16306	— 42
$1073\frac{1}{3}$	14354	14826	— 472
$806\frac{2}{3}$	12941	12776	+ 165
540	10440	9935	+ 505
$273\frac{1}{3}$	6005	6000	+ 5

Man

Man sieht aus der Irregulairität dieser Unterschiede, daß der gröste Theil davon auf Rechnung der Versuche gesetzt werden muß, und daß die Formel die Linie AE genauer als die Zahlen vorstellt, aus welchen diese Linie dergestalt construirt worden, daß sie zwischen denselben das Mittel hält. (§. 36.) Ich habe endlich vermittelst eben dieser Formel die Linie HI mit AC parallel gezogen, indem ich AH = 20145 gemacht; und so ist HI die Asymtote der Linie AE, wenn diese genau eine logarithmische Linie ist. Man sieht aber aus der erst gegebenen Tabelle, daß sie davon entweder gar nicht, oder wenigstens unmerklich verschieden ist. Und eben dieses gilt nun auch von der Linie FG, welche zufolge der Theorie eine Hyperbel seyn sollte.

§. 42. Ich muß gestehen, daß mich dieser so gar heterogene Unterschied zwischen einer logarithmischen und hyperbolischen Linie stutzig machte, und nicht wenig verleitete, zu zweifeln, ob sich die Geschwindigkeit der Kugel aus der Geschwindigkeit des Penduls, nach der Lehre vom Stosse **unelastischer Körper**, bey jeden Graden der Geschwindigkeit berechnen lasse? Dazu kame noch der Umstand, daß nach eben dieser Berechnung zugleich auch die Theorie vom Widerstande der Luft ganz in Verwirrung gebracht wird, weil derselbe dadurch 2mal grösser herauskömmt, als es die Theorie angiebt. Was mich aber vollends aufbrachte, war ein Versuch des Herrn **Robins**. Derselbe schoß mit einer sehr kleinen

Ladung eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Londnerzollen gegen sein Pendul, und fand, das Mittel aus vielmal wiederholten Versuchen genommen, die anfängliche Geschwindigkeit der Kugel 400 Fuß in einer Secunde. Mit gleicher Ladung schoß er sodann eine Kugel von gleichem Diameter über ein stillestehendes Wasser, so daß man den Ort, wo die Kugel anfieng das Wasser zu berühren, deutlich beobachten, und sowohl den durchlaufenen Raum als die dazu gebrauchte Zeit messen und bestimmen konnte. So fand er, daß die Kugel in $5\frac{1}{2}$ Secunden Zeit 373 Yards oder 1119 Fuß durchlaufen hatte, ehe sie auf das Wasser trafe. Nach der Theorie vom Widerstande der Luft hätte dieses in 4 Secunden geschehen sollen. Ich rechnete dieses nach, und fand, daß nach eben dieser Theorie die Kugel nur 300 Fuß anfänglicher Geschwindigkeit müßte gehabt haben, um in $5\frac{1}{2}$ Secunden 373 Yards oder 1119 Londnerfuß zu durchlaufen. Herr **Robins** versichert, daß er wegen der öftern Wiederholung des Versuches mit dem Pendul bis auf 10 Fuß gewiß seye, daß er der Kugel 400 Fuß von Geschwindigkeit geben könne. Daß nun diese 400 Fuß, nach seiner Art zu rechnen, herauskommen, daran habe ich im geringsten keinen Zweifel, weil ich von seiner Genauigkeit und Sorgfalt eben so, wie von des Herrn Ritter **d'Arcy** seiner, versichert bin. Ich wußte aber eben so gewiß aus andern Versuchen, daß, so sehr auch die Theorie vom Widerstande der Luft bey Geschwindigkeiten

ten von 2000, 3000 ꝛc. Fußen Schwürigkeiten ausgesetzt seyn dürfte, diese Schwürigkeiten da, wo eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll in einer Secunde nur 400 Fuß durchläuft, gar nicht statt finden, und daß ich daher sicher schliessen konnte, des Herrn **Robins** Musquetenkugel habe gleich bey dem Herausfahren aus dem Laufe, in der That nicht mehr als 300 Fuß Geschwindigkeit gehabt. Da sie aber vermög des Versuches mit dem Pendul sollte 400 gehabt haben, so verfiel ich ganz natürlich auf den Schluß, die Kugel lasse sich bey dem Anschlagen an das Pendul nicht so unbedingt als nicht elastisch ansehen, oder es müsse sich bey grössern Geschwindigkeiten etwas elastisches mit einmengen, und dieses desto mehr, je grösser die Geschwindigkeit ist.

§. 43. Dadurch fieng ich nun an, von der logarithmischen Linie FG, welche bey denen von dem Hrn. Ritter **d'Arcy** berechneten Geschwindigkeiten statt haben würde, zu abstrahiren, und mich der hyperbolischen DE (Fig. II.) wiederum zu nähern. Ich kehrte demnach die Sache folgendermassen um. Der Herr Ritter **d'Arcy** hatte, wie bereits oben (§. 33.) erwähnt worden, eine Probe gemacht, wie die Geschwindigkeiten der Kugeln herauskommen würden, wenn er, der Theorie von der bewegenden Kraft zusammengepreßter Luft gemäß, annähme, die Linie DE seye auch bey dem Schießpulver eine Hyperbel. Zu diesem Ende nahme er bey der Flinte von 6

Fußen an, die Luft in derselben äussere gleich bey der Entzündung des Pulvers einen $647\frac{1}{3}$mal grössern Druck auf die Kugel, als die Luft von aussen her auf dieselbe druckte. Warum er dieses angenommen, habe ich bereits oben angezeigt. Ungeachtet ich nun, weil seine vermittelst des Penduls gefundene Geschwindigkeiten anders ausfallen werden, wohl sahe, daß diese Zahl $647\frac{1}{3}$ eben nicht die wahre seyn dürfte, so liesse ich es doch Anfangs in Form einer Regel falsi dabey bewenden, um so viel mehr, weil ich voraus sahe, daß, wenn auch die wahre Zahl grösser oder kleiner seyn sollte, die Geschwindigkeiten in merklich gleicher Verhältnis grösser oder kleiner gemacht werden müßten. Ich werde nun beyde Geschwindigkeiten, sowohl die durch das Pendul gefundene, als die, so durch die Rechnung bey Voraussetzung der Hyperbel DE und der Zahl $647\frac{1}{3}$ gefunden worden, hersetzen, und zwar nur die von der längern Flinte, weil diese einen doppelten Vorzug hat. (§. 37.) Die Länge des Laufes ist hier um den halben Diameter der Kugel kürzer angesetzt, so wie es der Herr Ritter d'Arcy, ohne es zu erinnern, auch gethan hat.

Länge des Laufes.	Geschwindigkeit nach dem Pendul.	Geschwindigkeit nach der Hyperbel.
Parties egales.	Fuße.	Fuße.
2394	1083	1018
2128	1058	1006
1862	1042	991
1595	1023	973
1328	991	951
1062	931	922
795	884	916
528	794	826
262	602	713
105	405	526

Die letzte von diesen Geschwindigkeiten für die Länge des Laufes 105, findet sich nicht in der Tabelle des Herrn Ritter **d'Arcy**. Ich habe sie selbst noch hinzugerechnet, und zwar die vom Pendul herrührende Geschwindigkeit 405 habe ich vermittelst der Linie AE der dritten Figur, die Geschwindigkeit 526 aber vermittelst der Formel des Herrn Ritter **d'Arcy** herausgebracht. Beydes geschahe, um zu sehen, wie sich die Geschwindigkeiten bey einem noch kürzern Laufe verhalten würden. Und da die von dem Pendul herrührende nur von 405 Fußen, und daher derjenigen so gut als gleich ist, welche Hr. **Robins** herausgebracht hatte, als er seine Kugel über das Wasser schosse; so konnte ich aus einem ganz ähnlichen Grunde vermuthen, daß

 sie

sie ebenfalls um den 4ten oder 5ten Theil müsse vermindert werden. Denn die Kugeln waren beyde von Bley, und beynahe von gleicher Grösse. Des Herrn **Robins** hatte $\frac{3}{4}$ Londnerzoll im Diameter, des Herrn Ritter **d'Arcy** aber $\frac{23}{400}$ Pariserfuß oder 23 Parties egales. Dieses giebt $\frac{69}{100}$ Pariserzoll, und demnach $73\frac{4}{7}$ hundertste Theile eines Londnerzolles. Demnach sind die Diameter nur wie 75 zu $73\frac{4}{7}$ von einander verschieden.

§. 44. Hierauf trug ich nach einer angenommenen Scala die Zahlen der zweyten Columne, oder die nach dem Pendul berechneten Geschwindigkeiten aus A gegen B, (Fig. IV.) richtete aus den dadurch bestimmten Puncten perpendiculaire Linien auf, und machte diese nach eben der Scala den Zahlen der dritten Columne, oder den nach der Hyperbel berechneten Geschwindigkeiten gleich, und zog die krumme Linie AFC zwischen den Endpuncten der Perpendiculairen so durch, daß sie das Mittel hielte. Auf diese Art sahe ich nun vor Augen, nach welcher Verhältnis beyderley Geschwindigkeiten ungleich zunehmen. Nun sollten die Ordinaten EF, BC die wahren Geschwindigkeiten seyn, wenn beyde Voraussetzungen des Herrn Ritter **d'Arcy** statt hätten, (§. 43.) das will sagen, wenn die Kraft des Pulvers, wie die von zusammengepreßter Luft, geschätzt und berechnet werden müßte, und wenn die anfängliche Kraft gleich bey der Entzündung des Pulvers $647\frac{1}{3}$ wäre.

Und

Und wenigstens würden die Ordinaten EF, BC bis auf einen unbeträchtlichen Unterschied proportional seyn, wenn nur die erste von diesen Voraussetzungen, welche eigentlich die wesentliche ist, statt hätte. Dieses mußte nun allerdings der Erfolg entscheiden.

§. 45. Zu diesem Ende sahe ich nun aus der zu Ende des §. 43. gemachten Anmerkung leicht, daß, wenn EF die wahre Geschwindigkeit seyn sollte, sie um $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{5}$ kleiner seyn müßte als AE, welches die durch das Pendul berechnete Geschwindigkeit von 405 Fußen ist. Nun aber ist EF weder 304 noch 324, sondern 526 Fuß, und demnach viel zu groß. Ferners schloß ich auf diese Art: Ich sahe eine bleyerne Kugel, wenn sie mit einer Geschwindigkeit von etlichen wenigen Fußen anstößt, als nicht elastisch an, und folgerte daraus, daß EF der Gleichheit mit AE desto näher kommen müsse, je kleiner AE angenommen wird. Diese Betrachtung hat aber den Erfolg, daß die Linie CFA die Linie AB in dem Punct A unter einem Winkel von 45 Gr. schneiden, oder wenn die Tangente AT gezogen wird, der Winkel TAB von 45 Gr. seyn muß. Ich zoge demnach unter einem Winkel von 45 Gr. die Linie At. Da diese nun von AT merklich abwiche, so sahe ich wohl, daß alle Ordinaten der Linie AC in der Verhältnis von ET zu Et mußten verkürzt werden. Hieraus erwuchs die Linie AGD, welche nunmehr At zur anfänglichen Tangente hat. Und EG gemessen gab nun nur 320 Fuß. Nach des Hrn. **Robins** Versuche hätte es nur 300 seyn sollen. Allein der Unterschied von 20 Fußen bleibt dabey viel zu ungewiß, weil diese 300 Fuße aus der von Herrn **Robins** beobachteten Zeit von $5\frac{1}{2}$ Secunde geschlossen worden sind, (§. 43.) allein $\frac{1}{4}$ Secunde auf $5\frac{1}{2}$ Secunden mehr oder weniger ist schwer zu beobachten, und bringt einen merklichen Unterschied auf 300 Fuß.

§. 46. Auf diese Art sind demnach nun die Abscissen AE, AB den Geschwindigkeiten des Penduls, die Ordinaten EG, BD aber den Geschwindigkeiten der Kugel proportional. Man sieht zugleich auch, daß z. E. AB mehr als doppelt so groß denn AE, hingegen BD nicht ganz doppelt so groß denn EG ist. Und daraus folgt, daß die Geschwindigkeit der Kugel nicht um das Doppelte grösser werden darf, um dem Pendul dennoch eine mehr als doppelt grössere Geschwindigkeit mitzutheilen. Daß aber, um dieses nicht so gar kurz zu sagen, die Abscissen AE, AB die Geschwindigkeiten des Penduls vorstellen, folgt aus den oben schon vorgetragenen Sätzen. Denn diese Abscissen stellen die Geschwindigkeiten der Kugel vor, wie der Herr Ritter **d'Arcy** sie aus der Geschwindigkeit des Penduls berechnet hatte. (§. 44.) Er hatte sie aber dergestalt berechnet, daß er sie einander proportional setzte. (§. 22.)

§. 47. Da den oben vorgetragenen Betrachtungen zufolge die Wirkung der bleyernen

Kugel

Kugel der Wirkung einer elastischen desto näher kömmt, je grösser deren Geschwindigkeit ist, (§. 27.) so hat dieser Umstand in Absicht auf die Linie AGD einen Erfolg, den ich gern durch die Versuche geprüft hätte, wenn diese nicht inner kleinern Schranken der Geschwindigkeit zurücke blieben. Der Erfolg selbst ist dieser. Eine elastische Kugel würde dem Pendul eine doppelt grössere Geschwindigkeit mitgetheilt haben, als eine gar nicht elastische, und daher darf sich die erstere nur mit einer halb so grossen Geschwindigkeit bewegen, um dem Pendul dennoch eben die Geschwindigkeit mitzutheilen, so die nicht elastische demselben mittheilt. Nun geht die bleyerne Kugel stuffenweise von der einen dieser Eigenschaft zur andern über, wenn ihre Geschwindigkeit grösser wird. Dieses macht aber, daß die Ordinaten EG nur da den Abscissen AE gleich sind, wo diese sehr klein genommen werden. Nimmt man sie aber grösser, so bleiben die Ordinaten im Anwachsen zurücke, und zwar dergestalt, daß sie der Helfte ihrer Abscissen immer näher kommen, ohne jemals kleiner als diese Helfte zu werden. So z. E. ist EG beynahe $\frac{4}{5}$ von AE. Hingegen ist BD schon merklich mehr kleiner als AB, und verhält sich zu AB wie 5 zu 9. welches noch etwas über die Helfte ist. Weiter als B reichen nun die Versuche nicht, und so kann ich nicht sagen, ob endlich die Ordinaten der Helfte ihrer Abscissen gleich werden, oder sich derselben nur auf eine asymptotische Art nähern, ohne sie nie zu erreichen.

§. 48.

§. 48. Inzwischen werde ich die Geschwindigkeiten EG, BD, so weit sie gehen, nehmen, und sie nebst den dazu gehörigen Längen des Laufes in einer Tabelle vortragen, so wie ich sie aus einer grössern Figur gefunden.

Länge des Laufes.	Geschwindigkeit.
Parties egales.	Fuße.
2394	610
2128	605
1862	601
1595	593
1328	584
1062	563
795	545
528	511
262	426
105	320

Dieses ändert nun die Rechnung des Herrn Ritter **d'Arcy** dergestalt, daß die anfängliche Kraft des Pulvers nicht mehr $647\frac{1}{3}$, sondern nur $238\frac{1}{2}$mal grösser als das Gewicht der Athmosphäre, oder 18122mal grösser als das Gewicht der Kugel ist, welches er 76mal kleiner als das Gewicht der Athmosphäre, oder einer Columne Quecksilber von 28 Zollen setzt. Und seine Formel, wodurch er aus der Länge des Lau-

Laufes die Geschwindigkeit der Kugel berechnet, verwandelt sich in folgende

$$vv = 93085 \log \left(\frac{x}{34}\right) - \frac{4582}{400} . x + 391.$$

wo x die Länge des Laufes in Parties egales, v aber die Geschwindigkeit in Fußen ist, und der hyperbolische Logarithmus genommen werden muß. Wird aber der **Briggische** aus den Tabellen genommen, so ist die Formel

$$vv = 214336 \log \frac{x}{34} - \frac{4582}{400} x + 391.$$

Nimmt man z. E. $x = 1062$ Parties egales, so giebt diese Formel die Geschwindigkeit $v = 556$, welches von der in der Tafel angesetzten nur um 7 Fuß unterschieden ist.

§. 49. Da nun auf diese Art die Geschwindigkeiten nach einer ganz andern Verhältnis anwachsen, so hat es auch alles Ansehen, daß die Schwürigkeiten, welche aus der Hrn. **Robins** und **d'Arcy** Rechnungen in Absicht auf den Widerstand der Luft entstunden, ebenfalls eine andere Gestalt erhalten werden. In Ansehung der Geschwindigkeit, welche Herr **Robins** von 400 Fußen fand, und welche ich ohne alles Bedenken und wegen anderer ganz richtiger Versuche auf 300 oder 320 Fuße herunter setzte, (§. 42. 45.) merke ich nur dieses an. Ich verminderte diese Geschwindigkeit deswegen um so viel, weil es die Theorie von dem Widerstande der Luft erforderte, und weil ich versichert ware,

daß

daß diese Theorie bey so geringen Geschwindigkeiten keinen Anstoß hatte. Da nun in der 4ten Figur die Linie AD aus der Gewalt des Schießpulvers ist berechnet worden (§. 48) und da sie auf die nach dem Pendul berechnete Geschwindigkeit AE = 405 die wahre Geschwindigkeit EG = 320 giebt; so sehe ich daraus, daß die Theorie von der Gewalt des Schießpulvers oder der zusammengepreßten Luft mit der Theorie vom Widerstande der Luft ganz ordentlich zusammentreffen, und in sofern einander bekräftigen. Und dieses hat um destomehr auf sich, da diese beyde Theorien auf Gründen beruhen, die von einander ganz verschieden sind. Denn bey dem Widerstande der Luft kömmt blos die Inertia derselben, bey der Theorie der Gewalt des Schießpulvers aber ihre Elasticität, ohne alle Rücksicht auf die Inertia, in Betrachtung.

§. 50. Um aber zu sehen, was es bey grössern Geschwindigkeiten für eine Bewandnis habe, so kommen die Versuche der Herren **Robins** und **d'Arcy** darinn überein, daß bey Geschwindigkeiten, die sie nach ihrer Art zu rechnen von 1000 Fußen fanden, der Widerstand der Luft ungefehr doppelt grösser seyn sollte als ihn die Theorie angiebt. Der Herr Ritter **d'Arcy** hat darüber einen vielmal wiederholten Versuch angestellt. Er giebt denselben zwar nicht vollständig an, schließt aber daraus, daß eine bleyerne Flintenkugel, wenn sie mit einer Geschwindigkeit von ungefehr 1100 Fuß bewegt wird, nur noch 1000

übrig

übrig behält, nachdem sie einen Raum von 84 Fußen durchlaufen, oder daß sie ungefehr den eilften Theil der Geschwindigkeit dabey verleurt. Die Kugeln wogen 1 Unze 1 Quintlein 54. Gr. das will sagen, sie waren in gleichem Model gegossen, wie die übrigen, (§. 22.) Nehme ich nun AB = 1083 (§. 44.) und vermindere AB um den eilften Theil, so komme ich auf Ab = 985, und richte aus b die Ordinate bd auf. Damit finden sich die wahren Geschwindigkeiten

BD = 610.
bd = 580.

weche nun nicht mehr um den 11ten sondern nur um den 20ten Theil verschieden sind. Und dadurch fällt die Schwürigkeit, als ob der Widerstand der Luft doppelt grösser seye, als ihn die Theorie angiebt, ganz weg. Ich mache die Rechnung hierüber nicht genauer, weil der Herr Ritter d'Arcy nicht angegeben hat, wie groß zur Zeit seines Versuches die Dichtigkeit der Luft gewesen ist. Man setzt zwar gewöhnlich die Luft seye 850 mal leichter als das Wasser. Es ist aber besonders an Oertern, die tiefer gegen dem Meere liegen, diese Verhältnis fast immer zu groß, und es kann die Luft daselbst bey hohem Barometer und vielen sichtbaren, oder unsichtbaren Dünsten so dichte seyn, daß sie nur 700 oder gar nur 600mal leichter als das Wasser ist.

§. 51. Diese letzte Anmerkung gilt eben so und noch mehr für die Luft in England, wo Herr

Robins seine Versuche angestellt hat. Ueberdies findet sich bey diesen Versuchen ein Umstand, welcher zwar in Absicht auf die Geschwindigkeiten an sich betrachtet nicht viel, hingegen in Absicht auf die Vergleichung zwoer wenig von einander verschiedenen Geschwindigkeiten destomehr zu sagen hat. Herr **Robins** schosse aus gleichem Laufe und mit gleichen Ladungen bleyerne Kugeln von gleicher Grösse gegen sein Pendul ab. Anfangs geschahe es in einer Entfernung von 25 Fußen zu wiederholten malen, und fand nach seiner Art die Geschwindigkeit der Kugel zu berechnen, daß diese 1670 Fuß in einer Secunde betruge. Das andere mal schoß er 50 Fuß weiter, oder in einer Entfernung von 75 Fußen vom Pendul, und da fand er, daß die Kugel nur mit einer Geschwindigkeit von 1150 Fußen auf das Pendul anfuhr. Und so wäre die Geschwindigkeit der Kugel, wegen des um 50 Fuß längern Weges um 120 Fuß kleiner geworden. Herr **Robins** giebt seine berechnete Geschwindigkeiten bis auf einen Unterschied von 20 Fußen genau an. Dieses hat nun allerdings auf eine Geschwindigkeit von 1670 Fußen nicht viel zu sagen. Ob hingegen 20 Fuß mehr oder minder auf den gefundenen Unterschied von 120 Fußen eben so wenig zu sagen habe, das läßt sich eben nicht behaupten. Indessen kömmt es bey der Berechnung des Widerstandes der Luft eigentlich auf diese 120 Fuß an. Herr **Robins** wählt daher auch grössere Entfernungen. Er

schoß

schoß die Kugel 175 Fuß weit vom Pendul ab, und findet, daß sie nun nur noch mit einer Geschwindigkeit von 1300 Fußen auf das Pendul traf. Und so hatte sie nun in einem Wege von 150 Fuß weit, 370 Fuß von ihrer Geschwindigkeit 1670 oder 1690 verloren, welches ungefehr $\frac{2}{9}$ beträgt. Diese Geschwindigkeiten 1670 und 1300 liessen sich nun vermittelst der 4ten Figur leicht auf die wahre reduciren, wenn die Abscisse AB so weit verlängert wäre. Ungeachtet aber die Versuche des Herrn Ritter d'Arcy so weit nicht reichten, so sieht man aus der Art, wie sich die Linie AD krümmet, ohne Mühe, daß diese Geschwindigkeiten nicht gar aber doch beynahe auf die Helfte, ihr Unterschied aber beynahe auf den vierten Theil, oder die Verhältnis zwischen beyden Geschwindigkeiten beynahe auf die Helfte reducirt werden muß. Denn daran fehlte schon bey BD, bd nicht mehr viel. (§. 50.) Ich folgere daraus, daß die wahren Geschwindigkeiten, anstatt um $\frac{2}{9}$ von einander verschieden zu seyn, nur etwas weniges mehr dann $\frac{1}{9}$ von einander verschieden waren. Wenn ich nun auch die Luft so dünne seyn lasse, daß sie 850mal leichter ist als das Wasser, so finde ich nach der Theorie des Widerstandes der Luft, daß die Geschwindigkeit in der Verhältnis von 113 zu 100 habe abnehmen müssen, indem die Kugel einen Weg von 150 Fußen durchliesse. Die Verhältnis $\frac{100}{113}$ fällt zwischen $\frac{7}{8}$ und $\frac{8}{9}$, just so, wie es des Hrn. Robins Versuch angiebt, wenn

man

man seine berechneten Geschwindigkeiten auf die wahren reducirt. Es treffen demnach auch hier die einfachste Theorie von der Kraft des Pulvers, die Theorie vom Widerstande der Luft, und die Versuche ordentlich zusammen. Herr **Robins** berechnet den ersten Fall, wo die Kugel nur 50 Fuß durchlaufen hatte. An diesem würde ich mich nun wegen seiner vorhin bemeldten Unzuverläßigkeit gar nicht aufgehalten haben. Es scheint daher, Herr **Robins** habe denselben gewählt, um den Unterschied zwischen seinen Versuchen und der Theorie des Widerstandes der Luft recht in die Augen fallend zu machen. Seine gefundene 1670 und 1550 Fuß, machen einen Unterschied, der sich auf $\frac{1}{14}$ Theil beläuft. Dieser wird aber, wenn man die von Hrn. **Robins** berechnete Geschwindigkeiten auf die wahren heruntersetzt, nicht gar auf die Helfte, demnach auf etwas weniger als $\frac{1}{28}$ gebracht. Nach der Theorie finde ich die Abnahme der Geschwindigkeit der Kugel in einem Wege von 50 Fußen, in der Verhältnis wie 1042 zu 1000, welches ungefehr $\frac{1}{25}$ Unterschied giebt. In dem dritten Versuche, wo die Geschwindigkeit von 1180 bis auf 950 abnahme, als die Kugel einen Weg von 225 Fußen durchliefe, bringt Hr. **Robins** den Widerstand der Luft nach seiner Rechnung merklich viel geringer heraus, und zwar nur in der Verhältnis wie 7 zu 11 grösser, als es die Theorie angiebt. In der That kam dieser Unterschied hier wenig grösser heraus, als bey dem oben

oben (§. 42.) erwähnten Versuche des Hrn. Robins, wo die Geschwindigkeit beynahe 3mal geringer wäre. Ich sollte fast denken, daß diese Versuche nicht durchaus genaue unter sich selbst harmoniren. Wenn ich die Geschwindigkeiten 1180 und 950 auf die wahre reducire, welches vermittelst der vierten Figur noch endlich geschehen kann, so sind diese nur 620 und 570. Der Unterschied beträgt 50, und demnach einen $\frac{1}{12}$ Theil. Nach der Theorie wäre er aber doppelt grösser, weil sich nach derselben die Verhältnis der Geschwindigkeiten für einen Weg von 225 Fussen, wie 1201 zu 1000, demnach wie 6 zu 5 findet. Nach dem Versuche wäre diese Verhältnis = 12 : 11, und so müßte die Luft doppelt dünner gewesen seyn. Ich muß schliessen, es seye in dem Versuche ein eben nicht gar grosses Versehen vorgegangen, oder ein Umstand mit unterlaufen, welcher dem Herrn Robins unbemerkt bliebe. Viele Artilleristen würden mit Ausfindung solcher Umstände bald fertig seyn, für welche Hr. Robins gewiß gut stehen kann, daß sie bey seinen Versuchen nicht waren.

§. 52. Um nun wiederum zu den Versuchen des Herrn Ritter d'Arcy zurücke zu kehren, so kann man sich leicht erinnern, daß alle bisher darüber angestellte Betrachtungen sich durchaus nur auf die oben (§. 35.) vorgetragene zweyte Tabelle beziehen. Ich hatte diese vorgezogen, weil sie für den längern, und dichter an die Kugel schliessenden Flintenlauf ist. Es wird nun nicht schwer fallen, beyde Tabellen mit einander zu vergleichen, und das, was ich in Ansehung der zweyten gefunden, auf die erste anzuwenden. Und da kömmt es auf zwey Stücke an. Einmal sind auch in dieser Tabelle die in der zweyten Columne befindliche Zahlen nicht die Geschwindigkeiten der Kugel, sondern sie sind nur den Geschwindigkeiten des Penduls proportional. (§. 46.) Sollen demnach die Geschwindigkeiten der Kugel daraus gefunden werden, so muß damit eben die Reduction vorgehen, welche ich mit den Zahlen der zweyten Tabelle vorgenommen habe, und wozu die 4te Figur die Verhältnisse angiebt. Denn werden die Zahlen der zweyten Columne bemeldter ersten Tabelle (§. 35.) nach gleichem Maaßstabe aus A gegen B getragen, und aus den dadurch bestimmten Puncten Perpendiculairen bis an die Linie AGD aufgerichtet, so geben diese, auf eben den Maaßstab getragen, die wahren Geschwindigkeiten an, jedoch nicht alle gleich genau, weil, wie ich bereits oben (§. 36.) gezeigt habe, die Versuche mit dem kürzern und weitern Flintenlaufe um ein merkliches irregulairer und minder genau sind, als die, so der Herr Ritter d'Arcy mit dem längern angestellt hatte. Diese Reduction nahm ich auf einem grössern Blatt vor, und so fand ich für den kürzern Flintenlauf die wahren Geschwindigkeiten, wie sie folgende Tabelle enthält.

Länge

Länge des Laufes.	Geschwindigkeit in 1 Sec.
Parties egales.	Fuße.
1455	565 —
1320	557 +
1185	549 +
1050	548 —
915	540 —
780	527 +
645	511
510	490 —
375	453 +
240	404
105	295 +

Die Zeichen + — habe ich den Geschwindigkeiten in dieser Tabelle deswegen beygesetzt, weil es sich in der dritten Figur offenbar zeigt, daß einige davon etwas grösser, andere etwas kleiner genommen werden müssen, wenn man das Mittel haben will, so wie es die Linie AD (Fig. 3.) angiebt. Die Längen des Laufes sind hier ebenfalls wie (§. 43.) um den halben Diameter der Kugel kürzer angesetzt.

§. 53. Nachdem ich diese Reduction vorgenommen, nahm ich die erste Geschwindigkeit 565 um 7 Fuß kleiner an, weil sie von erstbemeldtem Mittel um ungefehr so viel abwiche, und suchte daraus vermittelst der Länge des Laufes = 1455, der Länge der Ladung = 34, der

Schwere der Luft = 76 Gewichten der Kugel, die anfängliche Gewalt des Pulvers. Diese war nun so groß als 16984mal das Gewicht der Kugel, oder $223\frac{1}{2}$mal das Gewicht der Athmosphäre, und demnach um einen $\frac{1}{16}$ Theil geringer als bey dem längern und dichter anschliessenden Laufe, wo sie 18122mal grösser als das Gewicht der Kugel war. (§. 48.) Der Unterschied ist geringe. Er zeigt aber doch, daß es viel darauf ankomme, in welcher Verhältnis der Caliber des Stückes grösser ist als der Caliber der Kugel. Endlich fand ich für die Bestimmung der Geschwindigkeit aus der Länge des Laufes folgende Formel:

$$vv = 200853 \log \frac{x}{34} - \frac{4582}{400} x + 391.$$

wo x die Länge des Laufes in Parties egales, v die Geschwindigkeit in Fußen bedeutet, und die **Briggischen** Logarithmen zu nehmen sind. Vermittelst derselben findet sich für $x = 1050$, $v = 536$, für $x = 240$, $v = 410$, für $x = 105$, $v = 312$ rc. Diese Resultate sind von denen in vorstehender Tabelle vorkommenden Geschwindigkeiten sehr wenig verschieden, und gehen davon eben so ab, wie diese von dem aus den sämtlichen Versuchen gezogenen Mittel abgehen. (§. 52.)

§. 54. Ich werde nun eben daraus, daß dasjenige, was ich aus den mit dem längern Flintenlaufe angestellten Versuchen gefunden, ebenfalls bey

den

den mit dem kürzern Laufe angestellten Versuchen zusammentreffe, keine weitere Folge ziehen. Denn da bey beyden nur die Diameter der Mündung um etwas verschieden waren, so konnten bey gleich sorgfältig angestellten Versuchen der Erfolg und die daraus gezogenen Schlüsse ebenfalls nicht viel verschieden seyn. Ich hätte gewünscht, daß der Herr Ritter d'Arcy alle diese Versuche bey jedesmaliger Absägung des Laufes mit zwey, drey oder mehrerley Ladungen von gleichem Pulver angestellt hätte, weil sich dadurch alles bisher gesagte, und besonders die Bestimmung der Kraft des Pulvers umständlicher und nach mehrern Dimensionen hätte untersuchen lassen. Es hat derselbe zwar auch darüber besondere Versuche angestellt. Bey deren Erzählung aber giebt er nicht so viele Data an, als zu einer vollständigen Berechnung nöthig wären, weil er sich begnügt, daraus die Folge zu ziehen, daß es für jeden Lauf eine Ladung gebe, welche der Kugel die größte Geschwindigkeit mittheilt. Daran war nun um desto weniger zu zweifeln, weil die Geschwindigkeit der Kugel $=0$ wird, sowohl wenn man gar kein Pulver ladet, als wenn man damit den Lauf so ganz anfüllt, daß die Kugel an der Mündung zu liegen kömmt. Denn wenn sodann auch der Lauf den Schuß aushält, so ist die Entzündung von einigen wenigen Pulverkörnern schon mehr als hinreichend, zu machen, daß die Kugel aus der Mündung gerade herunter zu Boden fällt. Ich habe bereits oben angemerkt, um wie viel erheblicher mir umständlich beschriebene Versuche vorkommen, als kurze Erzählungen derselben; und die bisherigen Betrachtungen mögen zur Probe dienen, daß der Unterschied zwischen diesen beyderley Arten des Vortrages eben nicht gar geringe ist.

§. 55. Nachdem ich nun, was mir bey Durchlesung der Versuche des Herrn Ritter d'Arcy vorgekommen, dergestalt angeführt habe, daß ich sowohl die Versuche selbst mit einander verglichen und geprüft, als auch die Art angezeigt, wie ich dieselbe den beyden Theorien von der Gewalt des Pulvers und von dem Widerstande der Luft nicht so sehr zuwider laufend gefunden habe, als es den Anschein hatte; so wird es hinwiederum die Billigkeit in Ansehung meiner und die Wichtigkeit der Sache erfordern, daß ich meine eigene Schlüsse einer ähnlichen Prüfung unterwerfe, um so mehr, da diese in einigen Stellen an sehr dünnen Fäden zusammenzuhängen scheinen. Es ist billig zu sehen, ob diese den Riß aushalten. Da ich aber dadurch genöthigt bin, Blicke auf das Ganze zu thun, ohne eben jede einzelne Theile wieder herzuzählen, so muß ich allerdings bey dem Leser einen gewissen Grad der Aufmerksamkeit und des Gedächtnisses voraussetzen, letzteres, um sich des vorhergehenden leicht zu erinnern, ersteres, um es mit mir gegen einander zu halten. Dieses vorausgesetzt, so lassen sich folgende Anmerkungen machen.

§. 56.

§. 56. Einmal sieht man überhaupt, daß es hier um drey von einander merklich verschiedene Theorien zu thun ist, und diese sind die Theorie vom Stosse weicher Körper auf harte bey sehr grossen Geschwindigkeiten, die Theorie von der Gewalt des Schießpulvers, und die Theorie vom Widerstande der Luft. Diese drey Theorien treffen hier so zusammen, daß sie einander umzustossen scheinen. Es versteht sich von selbst, daß ich diese Theorien so nehme, wie sie immer genommen worden, ehe der Herr **Robins** seine Versuche bekannt machte. Und so genommen bestehen sie in der That nicht beysammen. Denn läßt man die erste so gelten, daß man die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel gegen das Pendul anfährt, nach der Lehre vom Stosse unelastischer Körper berechnet, so kömmt der Widerstand der Luft zwey- und mehrmal stärker heraus, und die Linie DME (Fig. II.) welche eine Hyperbel seyn sollte, verwandelt sich sehr genau in eine logarithmische, FG (Fig. III.) Demnach stößt die erste dieser Theorien die beyden andern um.

§. 57. Läßt man hingegen die dritte, oder die Theorie vom Widerstande der Luft gelten, so fällt die erste oder die Theorie vom Stosse der Kugel auf das Pendul weg, und die nach derselben berechneten Geschwindigkeiten AE, AB (Fig. IV.) verwandeln sich in die viel kleinern und gar nicht proportionellen EG, BD. Dabey aber bleibt die zweyte Theorie, oder die von der

Gewalt des Schießpulvers, in so fern wenigstens diese mit der Theorie von zusammengepreßter Luft einerley ist, unangefochten, und reimt sich mit den reducirten Geschwindigkeiten EG, BD sehr gut zusammen.

§. 58. Eben dieses hat auch statt, wenn man die zweyte dieser Theorien, oder die von der Gewalt des Schießpulvers als richtig ansieht. Denn da findet die Hyperbel DME (Fig. II.) statt, demnach fällt die logarithmische Linie FG (Fig. III.) und mit dieser die nach der ersten Theorie berechneten Geschwindigkeiten, aus welchen FG hergeleitet worden, und mit diesen Geschwindigkeiten die Theorie selbst weg. Werden aber die Geschwindigkeiten, wie in der vierten Figur geschehen, reducirt, so stimmt auch die Theorie des Widerstandes der Luft ordentlich überein.

§. 59. Doch um hiebey nicht zu geschwinde zu schliessen, weil es auf die Umkehrung einiger Sätze ankömmt, so werde ich in Ansehung des letztern §. 58. Schritt für Schritt gehen. Ich sagte erstlich, daß, wenn man die Hyperbel DE (Fig. II.) annimmt, die logarithmische Linie FG (Fig. III.) wegfalle. Dieses ist nun für sich klar, weil nicht beyde zugleich das Maaß von der Gewalt des Pulvers abgeben können, indem sie auf eine ganz transcendente Art heterogen sind. Sodann sagte ich, daß mit FG (Fig. III.) ebenfalls die nach der ersten Theorie berechneten Geschwindigkeiten wegfallen. Dieses ist ebenfalls klar.

Denn

Denn behielte man diese Geschwindigkeiten bey, so wäre FG oder deren Ordinaten das Maaß von der Kraft des Pulvers, und so könnte DME (Fig. II.) nicht dieses Maaß seyn. Endlich sagte ich, daß mit bemeldten Geschwindigkeiten auch die Theorie ihrer Berechnung wegfalle. Dieses ist nun mit behöriger Einschränkung von grossen Geschwindigkeiten zu verstehen. Denn daß sie bey kleinen Geschwindigkeiten auch wegfallen sollte, würde man sehr vielen Versuchen zuwider behaupten. Und man wird sich aus dem obigen Vortrage erinnern, daß ich mich eben deswegen für berechtigt hielte, die Tangente AT (Fig. IV.) in die Lage At herunterzusetzen. In Ansehung grösserer Geschwindigkeiten könnte man sich zwar an dem Gedanken aufhalten, es möchte vielleicht bey dem Pendul ein Umstand gewesen seyn, welcher der Theorie ohne Nachtheil, die Geschwindigkeiten geändert habe. Allein man gewinnt damit nicht viel, weil man auch daraus schliessen muß, daß demnach diese Theorie dabey weder unbedingt noch uneingeschränkt angewandt werden konnte, und daß, wenn man je eine andere anbringen will, dieser Umstand mit in die Rechnung gezogen werden müsse. Was ich oben von der Elasticität und Härtigkeit der Theilchen bey geringen Cohäsionskräften gesagt habe, mag genugsam zeigen, daß sie eben ein solcher Umstand sind, welcher die Theorie vom Stosse unelastischer Körper nicht unbedingt anwendbar seyn läßt. Füge ich nun noch die an sich leicht gedenkdenkbare Anmerkung bey, daß wenn man die Geschwindigkeiten nach einer andern Verhältnis reducirt, als es in der vierten Figur geschehen, die Linie DME (Fig. II.) dadurch umgeändert werde, so sieht man leicht, daß das zu Ende des vorhergehenden §. 58. gesagte, seine richtige Folge hat, weil die Geschwindigkeiten EG, BD gerade eben den Widerstand der Luft angeben, den die Theorie angiebt.

§. 60. Da demnach aus allem diesem so viel erhellet, daß etwas geändert werden muß, so ist nur die Frage, wo und wie diese Aenderung gemacht werden müsse; ob man einer Theorie zu lieb zwo andere, oder diesen zwoen zu lieb jene umändern, oder wenigstens anders anbringen solle? Doch hiebey läßt sichs nicht nach der Mehrheit der Stimmen entscheiden. Ich habe aber bereits schon oben eine andere Anmerkung gemacht, welche der Entscheidung näher kömmt. Diese war, daß die Theorie vom Widerstande der Luft und die von der Gewalt des Pulvers, oder der zusammengepreßten Luft, von einander so viel als ganz unabhängig sind. Erstere bleibt, wenn auch die Luft gar keine Elasticität hätte. In diesem Fall aber würde letztere ganz wegfallen. Beyde Theorien hängen demnach in Ansehung der Luft nicht an und für sich zusammen. Indessen hängen sie in der bisherigen Betrachtung, oder bey den Versuchen mit dem Pendul, so unzertrennlich zusammen, daß entweder beyde zugleich bleiben, oder beyde zugleich geän-

geändert werden müssen, je nachdem man die Theorie vom Stosse der Kugel auf das Pendul uneingeschränkt beybehält, oder diese mit behörigen Einschränkungen anwendet.

§. 61. Zu diesen Verwickelungen kam noch die folgende, deren ich ebenfalls schon Erwähnung gethan habe. Die Theorie vom Widerstande der Luft fande sich nemlich für geringe Geschwindigkeiten durch unmittelbare Versuche eben so gut ausser Zweifel gesetzt, als es die Theorie vom Stosse der Körper ebenfalls für geringe Geschwindigkeiten immer seyn konnte. Hingegen bey grossen Geschwindigkeiten verhielt es sich ganz anders. Alle Versuche mit Flinten- und Kanonkugeln befremdeten die, welche ihre Wirkung nach den Regeln des Stosses der Körper beurtheilen wollten, weil man diese auf jede Geschwindigkeiten ausdehnen zu können, feste glaubte, oder sich wenigstens nichts anders in Sinn kommen liesse. Ich sehe allerdings nicht, warum die Flintenkugel nur da den Regeln des Stosses unelastischer Körper treu bleiben sollte, wo sie gegen ein eisernes Pendul abgeschossen wird?

§. 62. Hingegen mit dem Widerstande der Luft verhält es sich merklich anders. Eben die Theorie, welche bey den Versuchen der Herren **Hawksbee** und **Desaguliers** bey leichten Kugeln und geringen Geschwindigkeiten sich bewährt erfinden liesse, giebt an, daß sie bey schweren Kugeln, dergleichen die bleyerne sind, bey viel-

vielfach grössern Geschwindigkeiten anwendbar bleiben werden. Von diesen gebrauchte ich im obigen, die von 400 Fuß, nemlich wie sie Herr **Robins** berechnet, um aus der Theorie des Widerstandes der Luft zu schliessen, daß sie auf 300 oder 320 Fuß müsse herunter gesetzt werden. Da sie nun dadurch in der That nur 300 oder 320 Fuß wäre, so konnte ich hinwiederum um desto sicherer schliessen, daß die Theorie vom Widerstande der Luft dabey anwendbar bleibe, auch wenn ich nicht durch anderweitige unmittelbare Versuche, so wie durch die Theorie selbst, davon versichert gewesen wäre. Nun war es an sich betrachtet genug, daß ich auch nur aus einem einigen Fall sahe, daß die von den Herren **Robins** und **d'Arcy** berechnete Geschwindigkeiten zu groß herauskamen, um den Schluß zu machen, daß dieselben nicht so unbedingt nach der Lehre vom Stosse nicht elastischer Körper berechnet werden können, und daß man folglich diese Aenderung in der Rechnung vorerst bestimmen und berichtigen müsse, ehe man sehen könne, ob der Erfolg davon mit den öfters erwähnten beyden andern Theorien bestehen könne oder nicht? Dazu kam mir nun der Umstand, daß ich sahe, der Punct G (Fig. IV.) werde eben so bestimmt, es seye, daß man die nach der Lehre vom Stosse berechnete Geschwindigkeit AE = 405 Fuß, der Theorie des Widerstandes gemäß, auf EG = 320 Fuß heruntersetze, oder daß man durch das Erniedrigen der Tangente AT in die Lage

At den Punct F in G bringe, um dadurch mit Voraussetzung der Theorie von der Gewalt des Pulvers der Bedingung Genügen zu leisten, daß bey sehr kleinen Geschwindigkeiten die Theorie vom Stosse weicher Körper statt habe, demnach die wahren Geschwindigkeiten den berechneten gleich, und folglich der Winkel TAE = tAE = 45 Gr. seyn müsse.

§. 63. Nun ist die ganze vierte Figur die Vergleichung der Theorie des Widerstandes, der Gewalt des Pulvers und des Stosses unelastischer Körper. Denn die nach der letztern berechnete Geschwindigkeiten sind die Abscissen AE, AB ꝛc. Hingegen stellen die Ordinaten EG, BD die Geschwindigkeiten vor, welche die Theorie vom Widerstande voraussetzt, weil, wenn man dieselben annimmt, diese Theorie sich bewährt findet, und diese hingegen fällt, wenn man jene ändert. Endlich ist eben die Linie AGD die niedergedrückte AFC, welche nach der in Form einer Regel falsi etwas zu groß angenommenen Gewalt des Pulvers gefunden worden; so daß man auch hieraus sieht, wie diese beyden Theorien, so unabhängig sie an sich von einander sind, hier einander voraussetzen und nach sich ziehen, beyde aber die Verwandlung der berechneten Geschwindigkeiten AE, AB in die Geschwindigkeiten EG, BD fordern.

§. 64. Dessen unerachtet werde ich dennoch nicht behaupten, daß diese beyden Theorien nach aller Schärfe statt finden. So viel aber kann ich

ich feste setzen, daß sie höchstens nur in Absicht auf einige kleinere Umstände Zusätze und Verbesserungen leiden. Ich werde sie demnach noch in dieser Absicht untersuchen. Die Theorie von der Gewalt des Schießpulvers, wenn sie von der Theorie der Gewalt zusammengepreßter Luft nicht verschieden seyn solle, setzt die Bedingungen voraus, daß das Pulver sich augenblicklich entzünde, und die dadurch erzeugte Luft augenblicklich ganz erzeugt, und augenblicklich vollkommen elastisch werde. Für diese Umstände kann man nun eben nicht a priori gut stehen. Aus den Versuchen des Hrn. Ritter d'Arcy erhellet, daß wenn man in freyer Luft Pulver in eine lange Linie zieht, und es an dem einen Ende anzündet, das Feuer ungefehr 6 Fuß in einer Secunde fortlaufe. Nun war in seinem Flintenlaufe die Länge der Ladung $\frac{34}{400}$ Fuß, und demnach würde diese, wenn sie in freyer Luft gewesen und an dem äussersten Ende angezündet worden wäre, in Zeit von $\frac{34}{2400}$ oder $\frac{1}{70}$ Secunde ganz aufgebrannt worden seyn. In dem Flintenlaufe mag es wegen der zusammengepreßten Hitze und ihrer grossen Gewalt noch ungleich geschwinder geschehen, dafern man annehmen kann, daß die Pulverkörner beysammen bleiben. So klein aber auch diese Zeit ist, so hat sie in Absicht auf die Geschwindigkeit der Kugel etwas zu sagen. Diejenigen Pulverkörner, die sich zuerst entzünden, haben, um sich Raum zu machen, nicht nur die Kugel, sondern auch die übrigen Pulverkörner,

körner, die noch nicht entzündet sind, gegen die Mündung des Laufes fortzutreiben, und dadurch wird, wenn die Ladung z. E. dem halben Gewichte der Kugel gleich ist, die ausdehnende Kraft derselben nicht ganz, sondern nur $\frac{2}{3}$ davon auf das Forttreiben der Kugel verwendet. Und auch von diesen geht noch viel ab, weil die ersten Körner zunächst an dem Zündloche liegen. Indessen hat diese Verminderung deswegen nicht viel auf sich, weil sie nur den Effect von etlichen wenigen Körnern betrifft. Damit ist es ungefehr eben so viel, als wenn die Ladung etwas geringer und weniger zusammengepreßt gewesen wäre. Da mit der Kugel zugleich und dichte an derselben die Flamme zur Mündung des Laufes herausfährt, welche sich erst bey dem Erkühlen in der äussern Luft in Rauch verwandelt, so kann ich mir nicht anders vorstellen, als daß so lange die Kugel noch in dem Laufe ist, die Flamme, als ein entzündeter Rauch, den ganzen Lauf ausfüllt, und da sehe ich nicht, wie unentzündete Pulverkörner zurücke bleiben, oder mit der Kugel zum Laufe herausfahren sollten, es seye denn die Ladung so groß, daß die Kugel schon vor der völligen Entzündung des Pulvers aus dem Laufe herausfährt. So kann ich mir auch wohl vorstellen, daß wenn beyde Caliber merklich verschieden sind, ein Theil der Pulverkörner durch den Spielraum herausfährt, ehe die Kugel auch nur wenig fortgetrieben wird. Die Leichtigkeit der Pulverkörner bringt dieses an sich mit, und wenn auch ein Vorschlag da ist, so ist derselbe bald aufgerissen, und dem Pulver Raum gemacht. So fern nun auch hiedurch ein Theil des Pulvers ungenützt bleibt, hat es eben den Erfolg, daß man nemlich die Ladung als geringer und weniger zusammengedrückt anzusehen hat, und daß, wenn man nach der Theorie die Gewalt des Pulvers aus der Geschwindigkeit der Kugel berechnet, jene kleiner gefunden wird, als sie an sich betrachtet, und ohne die ersterwähnte Umstände seyn würde. Indessen finden sich unter diesen Umständen solche, die einander zum Theil compensiren, wenn es nur die Frage ist, die Geschwindigkeit der Kugel mit der Länge des Laufes zu vergleichen. Denn was wegen des Zündloches und des Spielraums an der Kraft des Pulvers weggeht, wird dadurch, daß die Luft aus dem Pulver nicht auf einmal erzeugt wird, in so fern ersetzt, daß zwar die Summa der ganzen Wirkung kleiner ist, dabey aber derjenigen Gleichförmigkeit näher kömmt, welche sie ohne Rücksicht auf das Zündloch und den Spielraum bey einsmaliger Entzündung des Pulvers und Erzeugung elastischer Luft haben würde. Diesem Umstande schreibe ich es zu, daß in den Versuchen des Hrn. Ritter d'Arcy bey den reducirten Geschwindigkeiten die Hyperbel DE (Fig. II.) noch ganz ordentlich statt findet; ungeachtet bey seinen beyden Flintenläufen weder die Grösse des Spielraumes noch vermuthlich die von dem Zündloche vollkommen gleich war.

§. 65.

§. 65. Was nun ferners den Widerstand der Luft betrifft, so ist Herr **Robins**, da er ihn, nach seiner Art zu rechnen, doppelt und mehr noch grösser fand, als ihn die Theorie angiebt, auf den Gedanken gefallen, daß eine Kugel, die sich mit einer Geschwindigkeit von 1300 und mehr Fußen in einer Secunde durch die Luft bewegt, einen luftleeren Raum hinter sich lasse, und demnach nicht nur die blosse Masse oder Inertia der Luft, sondern deren ganzes Gewicht auszuhalten und zu überwinden habe. Dazu hält er sich desto mehr berechtiget, weil man weiß, daß die Luft in einen luftleeren Raum mit einer Geschwindigkeit eindringt, die nicht viel grösser als 1300 Fuß ist. Und so könnte sie eine Kugel, die 1300 Fuß in einer Secunde zurücke legt, kaum oder gar nicht einholen, oder wenn auch dieses geschieht, so würde sie doch gar nicht an dieselbe drücken, um dadurch dem Drucke der vordern Luft das Gleichgewicht zu halten. Nun ist es allerdings richtig, daß die Luft, wenn sie von keiner andern Kraft als ihrem eigenen Gewichte gedrückt wird, sich nur mit einer Geschwindigkeit von 1300 Fußen in einen luftleeren Raum eindringt. Ob aber diese Voraussetzung da statt habe, wo die Kugel aus dem Laufe getrieben wird, das ist eine ganz andere Frage. Man sollte vielmehr gedenken, daß die aus dem Laufe dicht an der Kugel herausfahrende und bis dahin noch sehr zusammengepreßte Luft, sich noch wenigstens einige Fuß weit an die Kugel anzudrücken fort-fahre, und den leeren Raum, den die Kugel hinter sich zurücke lassen könnte, gewiß genug mit einer grössern Geschwindigkeit, als 1300 Fuß sind, ausfülle. Sodann ist es eben nicht andem, daß die Kugel im Fortfahren, den Lufttheilchen, an die sie stößt, nicht sollte eine undulatorische Bewegung mittheilen. Das Zischen und Sausen der durch die Luft fahrenden Kugeln ist Beweises genug davon. Auch läßt sich folgende Betrachtung machen, die zwar wegen der Flüssigkeit der Luft, für dieselbe nicht vollkommen statt hat, doch aber einigermaßen, was darinn vorgeht, auf eine leichte Art erläutert. Man setze, wenn man so will, in einem leeren Raume eine Reihe gleicher elastischer Kügelchen, jedes in einiger Entfernung von dem nächst vorhergehenden und nächst folgenden. Nun fahre die Kugel an das erste an, so wird dieses, so fern es viel kleiner ist, mit viel grösserer Geschwindigkeit an das zweyte anfahren, an dessen Stelle beym Anstosse liegen bleiben, und das zweyte mit eben der Geschwindigkeit an das dritte fahren. Auf diese Art wird die Kugel immer wiederum eben das Kügelchen in Ruhe antreffen, und daher bey jedem Stosse nur die Inertia desselben zu überwinden haben. In der Luft ist dieses in so fern anders, daß die Lufttheilchen einander, wo nicht berühren, doch wenigstens eben so, als wenn sie sich berührten, in einander wirken. Dieses bringt sodann, anstatt einzelner Stösse, Undulationen herfür, die in einem fortgehen, und durch ihre

Be-

Bewegung machen, daß, ungeachtet die Luft vor der Kugel dichter wird, diese dennoch nicht nach Maaße ihrer Dichtigkeit auf die Kugel zurücke wirkt, dagegen aber desto leichter seitwerts ausweichend in den Raum eindringen kann, den die Kugel hinter sich, wo nicht leer, doch wenigstens mit dünnerer Luft angefüllt lassen würde. Dieses ist, so viel ich mir die Sache vorstelle, der eigentliche Beharrungsstand, in welchen sich das System gleich nach dem Herausfahren der Kugel aus dem Flintenlaufe setzt, und da sehe ich nicht, daß dabey eine beträchtliche Vergrösserung des Widerstandes entstehen könne. Wenn die Kugel in der Luft Anfangs ruhete, und sodann von freyen Stücken anfienge, sich mit einer Geschwindigkeit von 1400 und mehr Fußen zu bewegen, so liesse sich theils der leere Raum, theils eine etwas langsamere Entstehung des Beharrungsstandes gedenken, welcher aber, wo die Kugel aus dem Laufe fährt, wegen der sogleich mit herausfahrenden Luft, viel ehender hergestellt wird. Denn die Kugel fängt in dem Laufe schon an, die Luft vor sich stuffenweise in Bewegung zu setzen. So hat auch bey den Versuchen des Herrn **Robins** der besorgte leere Raum hinter der Kugel noch um desto weniger statt, da die Geschwindigkeit der Kugel, die er nach seiner Rechnung von 1670 oder 1690 Fußen fand, in der That beynahe um die Helfte kleiner waren.

§. 66. Will man aber dennoch die Theorie vom Widerstande der Luft bey sehr grossen Geschwindigkeiten durch unmittelbare Versuche prüfen, so muß dieses mit behöriger Auswahl der Umstände geschehen. Die Herren **Hawksbee** und **Desaguliers** liessen leichte Kugeln aus Höhen von 220 und 270 Londnerfußen herunterfallen, und beobachteten die Zeit des Falles. Nun liesse sich vermittelst der Höhe, des Diameters und Gewichtes der Kugel, und der Dichtigkeit der Luft, die Zeit nach der Theorie berechnen, und mit der beobachteten Zeit vergleichen. Auf diese Art konnte demnach die Theorie auf die Probe gesetzt werden. Wollte man nun auf eben die Art einen Versuch mit grössern Geschwindigkeiten anstellen, so sieht man leicht, daß eine Höhe von 200 oder 300 Fußen dazu nicht hinreichend wären. Sie müßte von viel tausend Fußen seyn, ehe ein an sich auch sehr schwerer Körper im Herunterfallen eine Geschwindigkeit von 1000 Fussen erlangen könnte. Denn leichte Körper würden an sich schon eine so grosse Geschwindigkeit nie erlangen. Nun hatte man in Petersburg den Fall umgekehrt, und vermittelst eines vertical aufgerichteten Kanonenlaufes, Kugeln aufwerts geschossen, welche allerdings eine beträchtliche Höhe erreicht haben, von welcher sie wiederum herunterfallen konnten. Man beobachtete aber nur die Zeit, welche die Kugeln in der Luft zubrachten, und damit fehlte noch ein Datum, woraus sich die Theorie des Widerstanstandes der Luft hätte prüfen lassen. Hätte man die Kugeln in ihrer größten Höhe, wo sie sich langsam bewegen, sehen, und entweder die Höhe ausmessen, oder wenigstens die Zeit des Steigens und Fallens, jede besonders beobachten können, so hätten dadurch sowohl die Versuche unter sich, als mit der Theorie verglichen, und beyde berichtiget werden können, weil man dadurch würde mehrere Data gehabt haben.

§. 67. Da aber dieser Versuch theils an sich schwer ist, theils wegen der Gefahr viele Umstände und Vorsichtigkeiten gebraucht, so thun in beyden Absichten die Bogenschüsse bessere Dienste, wiewohl auch dabey eine vollkommene Genauigkeit schwer ist. Denn weil man eigentlich grosse Geschwindigkeiten verlangt, so müssen nicht Mörser, sondern sehr lange Kanonen dazu gebraucht werden. Dabey taugen nun kleine Erhöhungswinkel deswegen nicht, weil ein kleiner Unterschied in dem Winkel einen sehr beträchtlichen in der Schußweite giebt; und weil man bey dem Loßfeuern der Kanone nicht gut stehen kann, ob sich der Erhöhungswinkel nicht merklich ändert. Man kann hierauf vielmehr mit Ja als mit Nein antworten, weil sich die Kanone nicht unbeweglich befestigen läßt. Nimmt man aber Erhöhungswinkel von 45 Gr. so wird die Schußweite so groß, daß sie mühsam gemessen wird, wenn auch die Kugel wieder gefunden werden kann. Sodann ist die Ausmessung der Schußweite allein zur Prüfung der Theorie nicht hinreichend. Sie würde es seyn, wenn die anfängliche Geschwindigkeit der Kugel bekannt wäre. Da aber diese erst aus der Schußweite gefunden werden muß, so wird die Theorie bey dieser Berechnung bereits gebraucht, und demnach gebraucht es noch ein ander Datum, um sie zu prüfen. Die Ausmessung der größten Höhe der Kugel oder des Bogens, den sie durchläuft, würde dabey gute Dienste thun. Sie ist aber schwer zu bewerkstelligen, und muß überdis sehr genaue seyn. Also bleibt noch die Beobachtung der Zeit, in welcher der Bogen durchlaufen wird, und auch diese findet, wegen der grossen Schußweite, ihre Hindernisse. Am leichtesten geht es, wenn die Kugel des Nachts leuchtend abgeschossen wird.

§. 67. Die letzte Schwürigkeit, die sodann noch zurücke bleibt, findet sich in der Berechnung. Man muß nemlich aus der Schußweite die anfängliche Geschwindigkeit, und aus dieser sodann die größte Höhe, oder die Zeit, oder beydes finden. So weit aber ist die Aufgabe, von Bestimmung der Bogenschüsse in widerstehender Luft, noch dermalen nicht directe aufgelößt. Was ich demnach hier noch thun werde, ist, daß ich die dahin dienende Lehrsätze, um sie näher beysammen zu haben, ohne die Weitläuftigkeit der Beweise, welche bereits dem Drucke gewidmet sind, noch vortragen werde. Sie theilen sich in folgende vier Classen, und bey allen wird voraus gesetzt, der Widerstand der Luft seye dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional.

1. Das Maaß des Widerstandes.

§. 67. Die Grösse des Widerstandes oder sein absolutes Maaß drücke ich durch einen einigen Buchstaben a aus, dessen Werth jedesmal voraus muß gefunden werden. Es wird zu diesem Ende die Kugel gemessen und gewogen, damit man finden könne, wie viel schwerer dieselbe als eine gleich grosse Kugel von Luft, und zwar von derjenigen Luft seye, deren Widerstand man bestimmen will, und welche weder zu allen Zeiten, noch an allen Orten 850mal leichter als das Wasser ist. Findet man nun die Kugel Dmal schwerer als eine gleich grosse Kugel von Luft, und den Diameter derselben $= \delta$ Fußen, so wird der gesuchte Werth von

$$a = \tfrac{8}{3}\,\delta D$$

seyn. Hiebey muß man sich in Absicht auf die an verschiedenen Orten verschiedene Gewichte, und in Absicht auf die Bestimmung der Dichtigkeit oder specifischen Schwere der Luft, zurechte zu helfen wissen, welches letztere, wenn es auf jede Kleinigkeiten ankäme, eben nicht ganz leicht seyn würde. Am besten kömmt man mit einem genauen Guerickischen Manometer fort, wenn dasselbe eine hohle und luftleere Kugel von 1 Fuß im Diameter ist. Endlich ist für sich klar, daß weil D nur eine Verhältnis vorstellt, a eben so wie δ eine Länge vorstelle, und demnach die Länge a in eben solchem Maaße bestimmt werde, in welchem man den Diameter der Kugel δ gemessen hat, dafern man keine Reduction auf ein anderes Maaß vornimmt. Man setze z. E. die Kugel seye von Eisen, und ihr Diameter halte 3 Rheinländische Zolle, und die Luft seye 800 mal leichter befunden worden als das Wasser. Da nun nach **Boerhave** das Eisen 7,852mal schwerer als Wasser ist, so wird dasselbe 800 mal 7,852, oder, wenn man multiplicirt, 6282 mal schwerer als Luft seyn. Da demnach $D = 6282$, $\delta = 3$ Zoll $= \frac{1}{4}$ Fuß ist, so erhält man

$$a = \tfrac{8}{3} \cdot \tfrac{1}{4} \cdot 6286 = 4191$$

Rheinländische Fuß. Wäre hingegen eben diese Kugel, in Form einer Grenade, inwendig hohl gewesen, so hätte sie weniger gewogen, und in gleicher Verhältnis würde $a = 4191$ Fuß haben müssen vermindert werden. Aus diesem Beyspiele läßt sich leicht abnehmen, was in andern Fällen zu thun ist, wenn man einmal weiß, wie vielmal die Luft leichter ist als Wasser.

2. Die geradelinichte horizontale Bewegung in widerstehender Luft.

§. 68. Wenn sich die Kugel in gerader horizontalen Linie bewegt, oder wenigstens davon nicht merklich abweicht, so kommen folgengende Stücke in Betrachtung. Die anfängliche Geschwindigkeit seye $=V$, der durchlaufene Raum $=x$, die darauf verwendete Zeit $=\tau$, die noch übrigbleibende Geschwindigkeit $=v$. Zwischen diesen Stücken finden sich nun folgende Verhältnisse, wenn man sie vergleicht.

I°. Zeit und Geschwindigkeit.

$$\tau = \frac{a}{v} - \frac{a}{V}$$

$$v = \frac{aV}{V\tau + a}$$

$$V = \frac{av}{a - v\tau}$$

II°. Raum und Geschwindigkeit.

$$x = a \log \frac{V}{v}$$

$$\log v = \log V - x : a$$

$$\log V = \log v + x : a$$

oder wenn $\log e = 1$ ist,

$$v = V . e^{-x:a}$$

$$V = v . e^{+x:a}$$

III°. Zeit und Raum.

$$x = a \log \left(\frac{\tau V + a}{a}\right)$$

$$\tau = \frac{a}{V}\left(e^{x:a} - 1\right)$$

In

In diesen Formeln werden hyperbolische Logarithmen verstanden. Der Buchstab a hat darinn die vorhin bestimmte Bedeutung, und die Länge des Raumes x versteht sich, nach eben dem Maaßstabe genommen, der um a zu bestimmen gebraucht worden. Die Geschwindigkeiten v werden durch den in der Zeit $= 1$ durchlaufbaren Raum ausgedrückt, so daß, wenn man z. E. durch diese Zeit eine Secunde versteht, sodann τ ebenfalls eine Anzahl von Secunden giebt oder vorstellt, oder in Secunden genommen wird.

3. Das Steigen und Fallen der Körper in widerstehender Luft.

§. 69. Hier kommen einige Umstände mehr vor, weil die Kraft der Schwere mit in Betrachtung kömmt. Wird diese absolute genommen, so drückt man sie durch die Höhe aus, durch welche ein Körper in luftleerem Raume in der Zeit $= 1$ herunterfällt. Dieser Raum seye $= \gamma$. Nun ist die Kugel in der Luft specifice leichter als im luftleeren Raume, und in eben der Verhältnis wird auch die auf sie wirkende Kraft der Schwere vermindert; so daß sie nur $= (D - 1)\gamma : D$ ist. Um diesen Ausdruck abzukürzen, werden wir in den folgenden Formeln

$$g = \frac{2\gamma(D-1)}{D}$$

setzen, und in dieser Bedeutung den Buchstab g gebrauchen. Da fast alle Körper, wenn man hohle

hohle gläserne Kugeln, aufgeblasene Schweinsblasen, Seifenblasen, und andere von dieser Art ausnimmt, viele hundertmal schwerer sind, als die Luft, so kann man dabey $g = 2\gamma$ setzen, und so ist es auch scharf genug, wenn man für den Fall in einer Secunde Zeit $\gamma = 15\frac{5}{8}$ Rheinländische Fuß setzt. Will man aber den Fall von solchen leichten Kugeln oder Blasen berechnen, da muß man die Formel

$$g = \frac{2\gamma(D-1)}{D}$$

beybehalten, und um D zu bestimmen, das Gewicht der in der Kugel oder Blase eingeschlossenen Luft mit in die Rechnung ziehen, um es zu dem Gewichte der Kugel oder Blase zu addiren, wenn diese in der Luft selbst ist abgewogen worden. Nun kommen bey dem Fallen eines Körpers in der Luft die Zeit $= \tau$, der im Fallen durchlaufene Raum $= x$, und die im Fallen erlangte Geschwindigkeit c vor. Raum und Zeit werden von da an gerechnet, wo die Kugel herunter zu fallen anfängt, oder die Geschwindigkeit $= 0$ ist.

§. 70. Die Formeln sind nun für das **Fallen des Körpers:**

I°. Raum und Geschwindigkeit.

$$x = \tfrac{1}{2}\, a \log. \frac{ag}{ag - cc}$$

$$c = \sqrt{ag} \cdot \sqrt{\left(1 - e^{-2x:a}\right)}$$

Dem-

Demnach kann c nicht grösser werden als $\sqrt{(ag)}$, und wird

$$\sqrt{(ag)} = C$$

gesetzt, so ist C die größte Geschwindigkeit, so die Kugel im Fallen erreichen kann, in der That aber, dafern nicht x unendlich ist, nie erreicht.

II°. Zeit und Geschwindigkeit.

$$\tau = \frac{a}{2C} \cdot \log. \frac{C+c}{C-c}$$

$$c = C.(e^{2\tau C:a} - 1):(e^{2\tau C:a} + 1)$$

III°. Zeit und Raum.

$$e^{\tau C:a} = e^{x:a} + \sqrt{(e^{2x:a} - 1)}$$

$$2e^{x:a} = e^{\tau C:a} + e^{-\tau C:a}$$

In diesen Formeln ist, wie vorhin $\log e = 1$, und es sind die hyperbolischen Logarithmen zu verstehen.

§. 71. Wird hingegen die Kugel **gerade in die Höhe geworfen oder geschossen**, so erreicht sie nur eine gewisse Höhe, von welcher sie wiederum anfängt herunter zu fallen. Diese Höhe seye $= x$, die anfängliche Geschwindigkeit $= q$, die Zeit, in welcher der Körper steigt $= \tau$, so sind die Formeln:

I°.

I^o. Raum und Geschwindigkeit.

$$x = \frac{1}{2} a. \log \left(\frac{CC + qq}{CC}\right)$$

$$q = C. \sqrt{\left(e^{2x} - 1\right)}$$

II^o. Zeit und Geschwindigkeit.

$$\tau = \frac{a}{C}. \text{ Arc. tang. } \left(\frac{q}{C}\right)$$

$$q = C \text{ tang. Arc. } \left(\frac{\tau C}{a}\right)$$

III^o. Zeit und Raum.

$$x = a. \log. \text{ sec. Arc. } \frac{\tau C}{a}$$

$$\tau = \frac{a}{C}. \text{ Arc. sec. } \left(e^{x:a}\right)$$

Bey diesen Circularbögen, ihren Tangenten und Secunden, wird der Halbmesser $= 1$ gesetzt, die Logarithmen sind hyperbolische, und es ist $\log e = 1$.

§. 72. Wird endlich das **Steigen und Fallen durch gleichen Raum** x mit einander verglichen, so ergeben sich folgende Formeln:

I^o. Der Raum und beyde Geschwindigkeiten.

$$x = a \log. \left(\frac{q}{c}\right)$$

$$q = c. e^{x:a}$$

II^o.

II^o. Beyde Geschwindigkeiten für sich.

$$qq = \frac{CCcc}{CC - cc}$$

$$cc = \frac{CCqq}{CC + qq}$$

III^o. Die ganze Zeit des Steigens und Fallens.

$$T = \frac{a}{C}\left(\tfrac{1}{2}\pi - 2\omega + \log.\cot\omega\right)$$

In dieser Formel ist π der halbe Umkreis des Circuls für den Halbmesser $=1$, und der Bogen ω bestimmt sich aus einer der Formeln:

$$C:q = \text{tang } 2\omega$$

$$c:C = \text{cosin } 2\omega$$

$$x:a = \log.\text{cosec } 2\omega$$

Bestimmt man z. E. ω durch q, so wird hinwiederum T, c, x durch ω bestimmt. Selbst die ganze Zeit T zerlegt sich in die zwo Zeiten

$$\tau = \frac{a}{C}\left(\tfrac{1}{2}\pi - 2\omega\right)$$

und

$$\tau = \frac{a}{C}\log.\cot\omega$$

von welchen erstere die Zeit des Steigens, letztere die Zeit des Fallens ist. Uebrigens ist von diesen Formeln die erste

$$x = a\log\left(\frac{q}{c}\right)$$

dadurch

dadurch besonders merkwürdig, weil sie, wegen ihrer Aehnlichkeit mit der ersten Formel §. 68. N°. II. anzeigt, daß die Kugel im Steigen und Fallen, zusammengenommen eben so viel von ihrer anfänglichen Geschwindigkeit q verlohren hat, als wenn sie sich mit eben dieser Geschwindigkeit in horizontaler Richtung durch einen der Höhe x gleichen Raum bewegt hätte, und daß demnach die Schwere weiter nichts dabey wirkt, als daß sie den Weg verdoppelt.

4. Die Bogenschüsse.

§. 73. Hier sollte man nun eben so vollständig vorgezählte Formel haben, als in den beyden vorhergehenden Fällen. Es bleibt aber daran noch viel zurücke. Die Differentialformeln, die man leicht findet, haben entweder keine Integralien von einer endlichen Form, oder wenigstens sind dieselbe noch ungleich transcendenter und verwickelter, als Circulbögen und Logarithmen. Unter allen sind nur zwo, die sich in einer noch ziemlich einfachen Gestalt auf Logarithmen bringen lassen, so daß man vermittelst derselben die Länge des durchlaufenen Bogens, die Geschwindigkeit und den Erhöhungswinkel mit einander vergleichen und bestimmen kann. Dagegen bleibt dabey die Figur des Bogens, seine Abscissen und Ordinaten, und die Zeit, in welcher derselbe durchlaufen wird, noch in den Differentialformeln zurücke. Um dieses nachzuholen, habe ich unendliche Reihen gebraucht, und auch da war noch die Schwürigkeit, solche zu finden, die merklich stark convergirten und zum Gebrauche nicht vollends unbequem waren.

§. 74. Es seye nun BD der Horizont. Fig. V. Der Wurf geschehe in B nach der Richtung BF, oder dem Erhöhungswinkel FBD. Die Kugel durchlaufe den Bogen BAD. A seye dessen Scheitelpunct, wo die Kugel nach einer horizontalen Richtung fährt, und ihre Geschwindigkeit in A seye $= G$. In jedem andern Punct M seye der Bogen AM oder dessen Länge $= v$, der Neigungswinkel PMT $= \phi$, die Geschwindigkeit $= c$. Man setze $c \sin \phi = \varkappa$, so stellt $\varkappa$ eine Geschwindigkeit vor, mit welcher der Theil der Abscisse Pp oder NM in eben der Zeit durchlaufen würde, in welcher das Element des Bogens Mm durchlaufen wird. Zum Unterschiede mag $\varkappa$ die horizontale Geschwindigkeit heissen. Endlich behalten a, C die vorige Bedeutung. (§. 67. 70.) Und so sind die beyden Integralformeln, aus welchen sich allenfalls noch eine dritte ziehen läßt, folgende:

$$v = a \log \frac{G}{\varkappa}$$

$$\frac{\varkappa}{G} = C : \sqrt{\left(CC + GG(\cos \phi . \operatorname{cosec} \phi^2 - \log . \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\phi)\right)}$$

Nimmt

Nimmt man hiebey den Punct M zwischen AB, so wird ν und Φ negativ. Man setze z. E. M falle auf B, die anfängliche Geschwindigkeit nach der Richtung BF seye $= V$, der Bogen $AB = A$, der Erhöhungswinkel $BFD = 90° - \lambda$, so ist die anfängliche horizontale Geschwindigkeit $= V . \sin \lambda$, und demnach

$$A = a \log \frac{V . \sin \lambda}{G}$$

$$\frac{V . \sin \lambda}{G} = C : \sqrt{\left(CC - GG (\cos \lambda . \operatorname{cosec} \lambda^2 - \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \lambda) \right)}$$

woraus man hinwiederum

$$G = C . V . \sin \lambda : \sqrt{\left(CC + V^2 \sin \lambda^2 (\cos \lambda . \operatorname{cosec} \lambda^2 - \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \lambda) \right)}$$

herleitet.

§. 75. Man gedenke sich nun, die Absciſſen AP, und Ordinaten PM werden mit einem solchen Maaßstabe gemessen, welcher die Länge $= \frac{1}{2} a$ zur Einheit hat, und nach diesem Maaßstabe setze man $AP = \xi$, $PM = \eta$, so werden ξ, η mehrentheils kleine Brüche seyn, weil beyde nur alsdann $= 1$ werden, wenn sie $= \frac{1}{2} a$ sind. Ferners mache man Kürze halber $m = CC : 2GG$, so wird die Natur der krummen Linie oder des Bogens BAD durch folgende Reihe ausgedrückt:

$\eta =$

$$\eta = \frac{m\xi^2}{2} + \frac{m}{2.3}.\xi^3 + \frac{m}{2.3.4}.\xi^4 + \frac{m}{2.3.4.5}.\xi^5 + \frac{m}{2.3.4.5.6}\xi^6$$
$$+ \frac{m^3}{2.3.4.5}\xi^5 + \frac{7m^3}{2.3.4.5.6}\xi^6$$

$$+ \frac{m\xi^7}{2.3.4.5.6.7} + \frac{m\xi^8}{2.3.4.5.6.7.8} + \frac{m\xi^9}{2.3.4.5.6.7.8.9} + \&c.$$
$$+ \frac{4.8.m^3\xi^7}{2.3.4.5.6.7} + \frac{2.61.m^3\xi^8}{2.3.4.5.6.7.8} + \frac{11.24.m^3\xi^9}{2.3.4.5.6.7.8.9} + \&c.$$
$$- \frac{3m^5\xi^7}{2.3.4.5.6.7} - \frac{3.11.m^5\xi^8}{2.3.4.5.6.7.8} - \frac{3.67.m^5,\xi^9}{2.3.4.5.6.7.8.9} - \&c.$$
$$+ \frac{5.9.m^7\xi^9}{2.3.4.5.6.7.8.9} + \&c.$$

Setzt man log $e = 1$, so läßt sich diese Reihe in folgende

$$\eta = me^{\xi} - m - m\xi + \frac{m^3\xi^5}{2.3.4.5} + \frac{7m^7\xi^6}{2.3.4.5.6} + \frac{4.8.m^3\xi^7}{2.3.4.5.6.7} + \&c.$$
$$+ \frac{3.m^5\xi^7}{2.3.4.5.6.7} + \&c.$$

zusammenziehen. Ob sie sich noch ferners zusammenziehen lasse, habe ich nicht finden können.

§. 76. Setzt man nun Kürze halber $2\eta : m = i^2$, so erhält man für die Abscissen

$$\xi = i - \tfrac{1}{6}i^2 + \tfrac{1}{36}i^3 - \tfrac{1}{270}i^4 + \tfrac{1}{4320}.i^5 + \tfrac{1}{17010}.i^6 + \&c.$$
$$- \tfrac{m^2}{120}i^4 \qquad + \tfrac{m^2}{7560}.i^6 + \&c.$$
$$+ \tfrac{m^4}{1680}.i^6 + \&c.$$

Diese

Diese Reihe giebt, weil i eine Quadratwurzel ist, immer einen doppelten Werth, wovon der eine QM der andere QR ist. Demnach ist die ganze horizontale Chorde, durch die Quadratwurzel der Höhe AQ ausgedrückt,

$$MR = 2i + \frac{1}{18}i^3 + \frac{1}{2160}i^5 + \&c.$$

§. 77. Endlich habe ich die Sache noch folgendermaßen umgekehrt. (Fig. VI.) Es seye AB der Horizont, der Wurff geschehe in A nach der Richtung AQ, die Kugel durchlaufe den Bogen AMB, die anfängliche Geschwindigkeit seye $= V$, der Erhöhungswinkel $QAB = \omega$, die Buchstaben a, C behalten die obige Bedeutung. Ferners setze man Kürze halber $m = CC : 2VV$, und stelle sich vor, die auf der Tangente genommene Abscissen AQ und die Ordinaten PM werden mit einem Maaßstabe gemessen, dessen Einheit $= \frac{1}{2}a$ seye. Nach diesem Maaßstabe setze man $AP = x$, $PM = y$, so wird folgende Reihe die Natur der krummen Linie oder des Bogens AMB angeben.

$$\begin{aligned} y = x \sin\omega &- \frac{mx^2}{2} - \frac{mx^3}{2.3} - \frac{mx^4}{2.3.4} - \frac{mx^5}{2.3.4.5} - \&c. \\ &+ \frac{m^2 x^4 \sin\omega}{2.3.4} + \frac{2m^2 \sin\omega . x^5}{2.3.4.5} + \&c. \\ &- \frac{m^3 . \cos\omega^2 . x^5}{2.3.4.5} - \&c. \\ &+ \&c. \end{aligned}$$

 §. 78.

§. 78. Man wird aus dem §. 67. sehen können, daß der Maaßstab, womit die Absciſſen AQ und die Ordinaten PM gemeſſen werden, merklich groß iſt, und daher vermittelſt dieſer Reihe ebenfalls ſehr groſſe Stücke des Bogens AMB beſtimmt und conſtruirt werden können. Wenn man aber auch damit nicht ausreicht, ſo kann man ſich mit einem kleinen Stücke z. E. AM begnügen, und von da an die Rechnung aufs neue anfangen. Zu dieſem Ende findet ſich, wenn man die Tangente qM zieht, der Winckel qMp, weil

$$\text{tang}\, qMp = \frac{dy}{dx.\cos\omega}$$

$$= \text{tang}\,\omega - \frac{mx}{\cos\omega} - \frac{mx^2}{2\cos\omega} - \frac{mx^3}{2.3\cos\omega} + \frac{m^2\,\text{tang}\,\omega.x^3}{2.3}$$

$$- \frac{mx^4}{2.3.4.\cos\omega} - \&c.$$

$$+ \frac{2m^2\,\text{tang}\,\omega\, x^4}{2.3.4} + \&c.$$

$$- \frac{m^3.\cos\omega.x^4}{2.3.4} - \&c.$$

iſt. Nun wird vermittelſt der beyden Winkel qMp, QAP und der Geſchwindigkeit V, die Geſchwindigkeit in M durch die Formeln des §. 74. gefunden. Demnach iſt es eben ſo viel, als wenn der Wurf aus M nach der Richtung Mq geſchehen, und der Bogen MmB zu berechnen

nen und zu construiren wäre. Und so läßt sich die Arbeit wiederholen, so lange man will. Wenn aber der erste Erhöhungswinkel QAP von wenigen Graden ist, so bedarfe es, blos um die Schußweite AB zu finden, einer solchen Wiederholung nicht. Noch muß ich beyfügen, daß die Zeit τ, in welcher AM durchlaufen wird,

$$\tau = \frac{a}{2V}\left(x + \frac{xx}{4} + \frac{x^3}{24} - \frac{m x^3 \sin\omega}{12} + \frac{x^4}{192} - \frac{m x^4 \sin\omega}{96} + \frac{m^2 x^4 \cos\omega^2}{48} + \&c.\right)$$

gefunden werde. In luftleerem Raume würde sie schlechthin nur $\tau = ax : 2V = AQ : V$ seyn. Man sieht demnach aus dieser Reihe, wie die Zeit τ wegen des Widerstandes der Luft verlängert wird.

Druckfehler:

Pag. 6. lin. 21. liese Silber 720 -- 12

-- 34. lin. 29. --- Höhe des Falles.

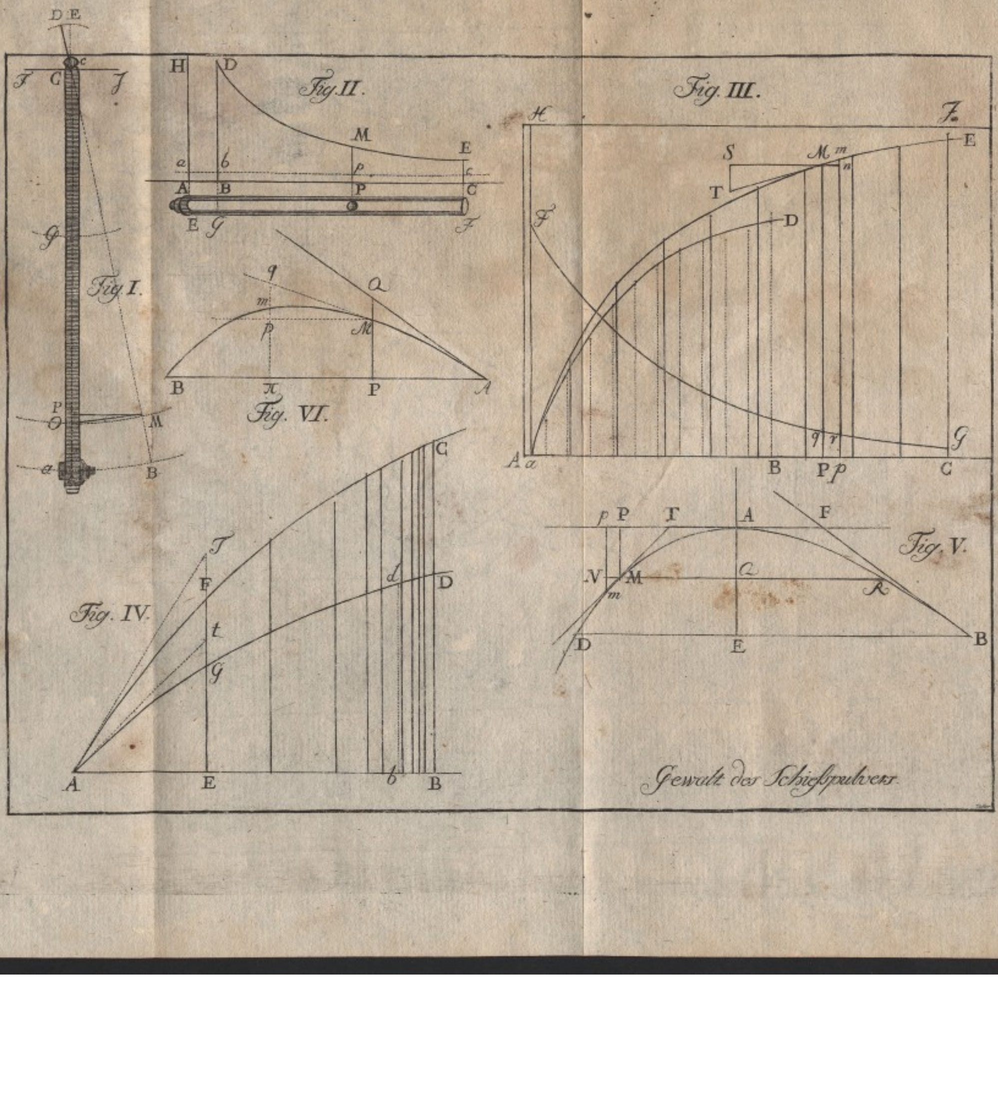
Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Gewalt des Schießpulvers.