



---

SUR LA COURBURE  
DU  
COURANT MAGNÉTIQUE.

PAR M. LAMBERT.

---

§. I.

Les expériences sur l'aiman, dont j'ai rendu compte à l'Académie dans le Mémoire précédent, avoient pour objet deux loix de la force magnétique, dont l'une regarde l'altération de cette force qui dérive de l'obliquité d'incidence, & l'autre celle qui dérive des différentes distances. Pour déterminer ces loix, il falloit arranger les expériences en sorte, qu'il y eût un équilibre entre trois forces magnétiques, celle de la boussole, celle du gros aiman qu'on suppose être dans l'intérieur de la terre, & celle d'un aiman qu'on présente à l'aiguille dans une situation telle, que son axe soit dirigé vers le milieu de l'aiguille, & qu'il la fasse décliner de son méridien magnétique d'un nombre de degrés donné. Cette dernière condition devenoit nécessaire, pour qu'on en pût d'autant plus aisément comparer entr'elles les différentes forces, qui se modifioient suivant le plus ou moins d'obliquité d'incidence & suivant le plus ou moins de distance. Au contraire, la première condition n'étoit point absolument nécessaire. Il auroit été également praticable de donner à l'aiman une position oblique quelconque, de sorte que son axe eût fait un angle quelconque donné avec la droite tirée du centre de l'aiman au centre de l'aiguille. La seule restriction qu'il y auroit eu, eût été de garder constamment le même angle, en changeant les distances & les positions des centres. Par-là on auroit également été en état de comparer ensemble les for-



ces absolues de l'aiman avec les distances des centres & les obliquités d'incidence. Quoique je ne doute pas, qu'en changeant ces expériences sur le pied que je viens de dire, il ne s'y offre de nouveaux phénomènes, je me bornerai à en faire mention, & je les abandonnerai à quiconque voudra y mettre le tems pour les faire.

§. 2. La matiere de l'aiman nous offre encore beaucoup d'autres nouvelles carrieres; je me propose dans ce Mémoire d'en ouvrir une, qui pourra servir à répandre du jour sur la Théorie que Mr. *Hulley* avoit commencé à donner des différentes déclinaisons de la boussole, & sur laquelle Mr. *Euler* le fils a fait de très belles recherches dans le Mémoire qu'il lut à l'Académie en 1757. Dans cette Théorie on suppose, qu'il se trouve dans les entrailles de la terre un ou plusieurs gros aimans, qui agissant sur la boussole, lui donnent presque partout une déclinaison & une inclinaison différentes. Ceux qui attribuent cet effet à la circulation d'un fluide magnétique, ne hésitent point à dire, que l'axe d'une aiguille suspendue librement se met partout dans la direction du mouvement de ce fluide, de sorte qu'il ne s'agit que de connoître la nature des lignes courbes que ce fluide parcourt, pour être en état de calculer la position des aiguilles aimantées pour chaque endroit, moyennant quelques déclinaisons & inclinaisons données. Car il est clair, que partout l'axe d'une aiguille suspendue librement sera la tangente d'une de ces courbes. Or, quand même on n'admettroit pas un semblable fluide magnétique, qui par sa circulation entraine, pour ainsi dire, l'axe d'une aiguille aimantée le long de son courant, on pourra néanmoins admettre de semblables courbes. Car, outre qu'il ne se fait point de faut dans la nature, les observations faites en différens endroits font voir, que les positions de l'aiguille aimantée varient d'un endroit à l'autre d'une façon assez uniforme, & suivant ce que demandent les loix de la continuité. De la sorte, en regardant l'axe de ces aiguilles comme des tangentes d'une courbe, le probleme de déterminer la nature de cette courbe aura toujours lieu. On prévoit aussi, qu'on en trouvera une infinité, & ne fût-ce que par analogie, on

on pourra, sans blesser le génie de la langue, les nommer *courbes du courant magnétique*. Car, s'il y a un semblable courant, la dénomination sera juste au pied de la lettre, & s'il n'y en a point, la nature algébrique de ces courbes n'en souffre aucun changement.

§. 3. Je pourrois ajouter: *in verbis simus faciles*. En effet ce n'est pas le nom qui fait ici la difficulté. Quelque nom qu'on donne à ces courbes, il ne nous en fait pas connoître la nature & l'équation. Pour la déterminer *a priori*, il faudroit connoître les loix du magnétisme, & la grandeur, la figure, la position & les forces de ce gros aiman qui se trouve dans l'intérieur de la terre, & qui par son action détermine partout la position des aiguilles aimantées. Mais toutes ces loix & ces données doivent encore être trouvées. Il y auroit moyen d'y réussir, quoiqu'avec beaucoup de peine, si nous avions un nombre suffisant d'observations, faites en même tems, mais en plusieurs endroits de la surface de la terre, sur la déclinaison & l'inclinaison de l'aiguille aimantée. Nous n'en avons que très peu sur l'inclinaison, & presque toutes celles que nous avons sur la déclinaison de la boussole sont, ou peu exactes, ou faites en différens tems. Il seroit bon qu'on en fit en 1769 partout où l'on observe le passage de Vénus.

§. 4. Quant aux loix du magnétisme, on pensera facilement, qu'il y auroit peut-être moyen de les découvrir par des expériences plus aisées à faire. A ce gros aiman, dont on ne connoit que tout au plus l'existence, on pourroit substituer un petit aiman, d'une grandeur, figure & force données, ou du moins plus faciles à connoître. On lui présenteroit une aiguille aimantée en différentes positions, & on trouveroit sans peine de quelle maniere elle se place dans la position tangentielle des courbes du courant magnétique, qui circule autour de cet aiman. Ce seroit là sans contredit imiter en petit ce qui sur la terre se fait en grand. Et si dans la terre il y avoit plus d'un de ces gros aimans, rien de plus facile que d'imiter la nature encore en cela, en multipliant le nombre des aimans qu'on employe, & en les variant autant qu'on le jugera nécessaire.



§. 5. Une seule difficulté dérange ce projet. Il faudroit durant ces expériences pouvoir anéantir ces gros aimans qui se trouvent dans la terre, & dont l'action sur l'aiguille la déplace & lui donne une toute autre position que celle qu'on vouloit trouver, & qui ne doit dépendre que de l'action de l'aiman qu'on employe dans l'expérience. Or nous ne pouvons rien anéantir, & jusques-là cette difficulté est insurmontable. Ce n'est pas cependant ce qui m'empêche de poursuivre le projet en question, qui réussira malgré tout cela. Car, au lieu d'annuler l'action de ces gros aimans, il s'agira plutôt d'arranger l'expérience en sorte que cette action puisse être regardée comme nulle. La théorie du sinus d'incidence, établie dans le Mémoire précédent, nous met en état d'obtenir ce but, & nous verrons que pour cet effet il ne faudra que changer l'expérience en sorte, qu'au lieu de présenter l'aiguille à l'aiman, l'on présente l'aiman à l'aiguille de façon qu'on lui donne une position telle que par son action il ne détourne point du tout l'aiguille de son méridien magnétique. De cette façon le gros aiman dans la terre agira sur l'aiguille, tout comme si l'on ne lui avoit présenté aucun aiman, & l'aiman qu'on lui a présenté agira sur l'aiguille, tout comme s'il n'y avoit point de gros aiman dans l'intérieur de la terre. L'aiguille se trouvera par-là dans un double équilibre, dont chacun existe indépendamment de l'autre. Cet énoncé se prouve, comme je viens de le dire, par la théorie du sinus d'incidence, établie dans mon précédent Mémoire. Car tournons l'aiguille d'une boussole de sorte qu'elle décline d'autant de degrés que l'on voudra de son méridien. Il est clair qu'elle s'en rapprochera d'elle-même aussitôt qu'on relâchera, avec une vitesse accélérée, & qu'après plusieurs oscillations elle s'y remettra en repos. La force qui lui fait faire ces oscillations, c'est la force magnétique qui agit dans la direction du méridien magnétique, & qui est toujours proportionnelle au sinus de déclinaison, comme je l'ai fait voir dans le Mémoire précédent. Il suit de là que cette force est nulle, aussitôt que l'aiguille se trouve dans son méridien, puisqu'alors le sinus de déclinaison est égal à zéro. Je dis le *sinus de déclinaison*, qui est différent du sinus d'incidence dans tous les endroits où l'inclinaison de l'aiguille



guille n'est pas horizontale. Du reste, cette différence n'entre point ici en ligne de compte, parce que l'aiguille de déclinaison ne se mouvant qu'horizontalement, la force magnétique se décompose aisément en deux autres, dont l'une qui est verticale, est contrebalancée par le poids qu'on donne à l'aiguille, de sorte qu'il ne reste que l'horizontale qui entre en considération, & qui devient nulle aussitôt que l'aiguille se trouve dans son méridien.

§. 6. J'ai présupposé encore qu'il est possible d'approcher de cette aiguille un aiman de façon qu'elle reste dans sa position naturelle, je veux dire dans son méridien magnétique. Il ne sera pas difficile de s'en convaincre. Car d'abord, il est clair que cela arrivera lorsqu'on place l'aiman dans le méridien de l'aiguille de façon que l'axe de l'aiman & celui de l'aiguille se trouvent en ligne droite, & que les poles amis soient tournés l'un vers l'autre, quelle que soit la distance qu'on leur donne. Ensuite il est également clair, qu'on obtiendra le même but, en plaçant l'aiman à 90 degrés du méridien de l'aiguille de façon que l'axe de l'aiman soit parallèle à celui de l'aiguille, quelle que soit la distance à laquelle l'aiman est placé. Mais, dans ce cas, la force magnétique des poles doit être égale, sans quoi il faudra rapprocher davantage celui qui est plus foible, ou éloigner celui dont la force est plus grande, & par-là les deux axes ne seront plus parallèles. Enfin, dans toute autre situation intermédiaire, on obtiendra le même but en donnant à l'axe de l'aiman une position plus ou moins oblique. Car, puisque chaque pole attire & repousse avec une force modifiée, tant par la distance que par l'angle d'incidence, il est clair qu'on pourra toujours tourner l'aiman sur son centre de façon que ces quatre forces se contrebalancent, & que par-là l'aiguille reste dans son méridien, tout comme si l'on n'en avoit point approché l'aiman.

§. 7. Je reviens donc à dire, qu'en faisant l'expérience de cette maniere, ce n'est pas à l'aiman qu'on présente l'aiguille, mais que c'est à l'aiguille qu'on présente l'aiman. Je ne me fers pas de cette expression comme d'un jeu de mots. Car, quoique l'effet soit le même,





je regarde la force de l'aiman & sa masse comme plus grande que celle de l'aiguille, & de plus je regarde l'aiguille comme entraînée dans le courant du fluide magnétique qui circule autour de l'aiman. C'est ce qui fait que, tandis que dans l'expérience on change successivement la position de l'aiman, dans la figure qu'on en construira ensuite, il faut tout au contraire donner à l'aiman une position fixe, & varier celle de l'aiguille, en gardant les distances & les angles que l'expérience avoit fournis. Ces distances & ces angles se déterminent le plus aisément de la manière suivante.

§. 8. Je regarde les deux poles de l'aiman comme deux points, qu'on trouve assez exactement moyennant de la limaille de fer, qui s'attache le plus aux poles. La ligne droite qui passe par les deux poles, c'est ce que j'appelle l'axe de l'aiman. Le point du milieu sera son centre. Il en est de même à l'égard de l'aiguille, qui pour être bien faite doit tourner sur son centre, & non pas sur quelque autre point de son axe. La distance du centre de l'aiman de celui de l'aiguille, c'est la longueur de la ligne droite qui joint ces deux centres; & je l'appellerai simplement la distance, ou bien aussi la distance des centres. Cette ligne formant un angle avec l'axe de l'aiguille, ou, ce qui revient ici au même, avec le méridien magnétique de l'aiguille, elle en formera un autre avec l'axe de l'aiman. Voilà donc la distance & les deux angles qu'il faudra déterminer, afin de pouvoir ensuite voir de quelle manière ils dépendent l'un de l'autre & de la distance. Voici maintenant l'expérience telle que je l'ai faite.

§. 9. L'aiman étoit artificiel, & le même dont je me suis servi dans les dernières expériences de mon premier Mémoire; une petite barre d'acier aimanté, longue de 67 lignes, large de 6 lignes, & d'une ligne d'épaisseur, mesure de Paris. Cet aiman portoit sans être armé au delà de deux onces de fer non aimanté. L'aiguille avoit 30 lignes de longueur. Elle étoit très peu aimantée, ne portant qu'à peine une grosse aiguille à coudre. Afin de mesurer les angles le plus commodément, je traçai sur une table de bois un cercle, que je  
divi-



divisai de 10 en 10 degrés, en les comptant du Nord du méridien magnétique vers l'Est. J'enfonçai au centre de ce cercle une aiguille fort pointue, qui servoit de pivot à l'aiguille aimantée. Ensuite, ayant affermi à une règle longue d'environ deux pieds un demi-cercle, dont le diamètre surpasseoit tant soit peu la longueur de l'aiman, j'accommodai toute cette machine en sorte que l'aiman pouvoit être tourné sur le centre de ce demi-cercle, & que ce demi-cercle avec la règle pouvoit être tourné autour du pivot de l'aiguille à telle distance que je souhaitois. Soit dans la première figure l'aiguille aimantée DE dans son méridien, la droite  $iB$  représentera la règle,  $ikh$  le demi-cercle, & NCS l'aiman. Ayant donc pris CB d'un certain nombre de pouces, je tournai la règle  $iB$  jusqu'à ce que l'angle  $iBD$  fût de 10, 20, 30 - - - 90 degrés. Ensuite, la laissant dans cette position, je tournai l'aiman sur son centre C de  $h$  vers S jusqu'à ce que l'aiguille DE se trouva remise dans son méridien. Ce qui étant fait, je comptai les degrés de  $h$  en S marqués sur le demi-cercle  $ikh$ , afin d'avoir l'angle  $SC h$  ou  $SCB$ , qu'il s'agissoit de trouver. Les distances CB furent de  $3\frac{1}{2}$ , 4,  $4\frac{1}{2}$ , 5, 7, 9 & 12 pouces, mesure de Paris. Pour chaque distance je pris les angles CBF ou CBQ de 10, 20, 30 - - - 90 degrés, & pour chacun de ces angles les angles  $SCB$  répondans, que me donna l'expérience, tels que la table suivante les fait voir d'un coup d'oeil.

Fig. 1

Distances



<i>Distances</i>	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	7	9	12 p.
Angles CBQ de 10		$8\frac{1}{2}$	10	$12\frac{1}{2}$	18	$19\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{2}$
20		15	$20\frac{1}{2}$	24	32	$34\frac{1}{2}$	35
30		30	$36\frac{1}{2}$	41	$47\frac{1}{2}$	$48\frac{1}{2}$	50
40	52	$52\frac{1}{2}$	55	56	59	$60\frac{1}{2}$	60
50	$69\frac{1}{2}$	$69\frac{1}{2}$	$69\frac{1}{2}$	67	$67\frac{1}{2}$	$67\frac{1}{2}$	69
60	80	79	78	75	74	$74\frac{1}{2}$	$75\frac{1}{2}$
70	86	85	$83\frac{1}{2}$	80	79	$79\frac{1}{2}$	$80\frac{1}{2}$
80	90	88	89	84	84	$85\frac{1}{2}$	86
90	$92\frac{1}{2}$	92	92	89	89	90	90

Angles SCB en degrés.

Dans cette table il ne se trouve point d'angle SCB répondant aux angles CBQ de 10, 20, 30 degrés & à la distance de  $3\frac{1}{2}$  pouces, parce que dans ces trois cas l'aiguille se trouvoit trop près de l'aiman & le touchoit. Ensuite, par la raison que j'ai déjà alléguée ci-dessus, les angles SCB répondans aux angles CBQ de 90 degrés, seroient également de 90 degrés, si les poles de l'aiman, de même que ceux de l'aiguille, avoient eu une force exactement égale. On voit par cette table, qu'il y avoit une petite différence, en ce que ces angles vont depuis 89 jusqu'à  $92\frac{1}{2}$  degrés. Cette différence est plus grande pour les petites distances, & il est fort naturel qu'elle le soit, puisque l'aiman agissoit avec d'autant plus de force & rendoit par-là les moindres inégalités plus sensibles. Comme donc dans les trois premières colonnes les angles  $92\frac{1}{2}$ , 92 doivent être réduits à 90, il est clair que cette réduction influe d'une façon plus ou moins proportionnelle sur les autres angles qui se trouvent dans ces trois colonnes de la table. Il s'agira donc d'en tenir compte dans les conclusions qui pourront être déduites des résultats de ces expériences.

§. 10. Maintenant il s'agit de construire les nombres de cette table en sorte, que l'aiman ait une position fixe, & que les déplacemens qu'il falloit lui donner dans l'expérience, soient transférés sur l'aiguille  
en





en gardant les angles & les distances, comme je l'ai dit ci-dessus (§. 7.). Que pour cet effet la droite AC soit divisée en 12 parties égales, comme représentant autant de pouces. Que C soit le centre, N le pôle du Nord, S celui du Sud de l'aiman NS. Que du centre C, avec les distances de  $3\frac{1}{2}$ , 4,  $4\frac{1}{2}$ , 5, 7, 9, 12 soient décrits des arcs d'environ 90 degrés; il s'agira de marquer sur ces arcs des points B de façon que les angles SCB soient ceux que la table précédente indique pour la distance  $CB = CH$ . Ainsi p. ex. la distance étant de 7 pouces, & l'angle BCS de 32 degrés, on trouvera le point B. Et comme la table donne l'angle CBQ répondant de 20 degrés, il est clair qu'en faisant  $CBQ = 20^\circ$ , on pourra marquer la flèche EBD, qui indiquera la position de l'aiguille placée en B.

§. 11. Ces points B étant trouvés, j'observe que ceux qui se rapportent à un même angle CBQ, sont autant de points d'une ligne /BL, qu'il s'agit de tirer en sorte que, si elle n'est pas droite, elle ait une courbure uniforme, autant que la position donnée de ces points le permet, sauf cependant à laisser de côté les points qui, comme je l'ai remarqué à la fin du §. 9, répondent à un angle BCS, évidemment trop grand ou trop petit. De cette manière on rectifiera, du moins en grande partie, les petites anomalies auxquelles les expériences sont sujettes. On verra dans la figure comment les 9 courbes /L sont tirées. Je les ai numérotées par 10, 20, 30 &c. - - - 90, qui sont les nombres des angles CBQ répondans.

§. 12. Voilà donc le premier pas fait. Ces courbes /L ne sont cependant pas celles dont on puisse faire le plus commodément usage. Car, outre que celles qui répondent aux angles CBQ de  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ , sont fort éloignées les unes des autres, il faut se servir des angles pour déterminer la position de l'aiguille. Afin d'obvier à ce double inconvénient, j'ai encore tracé les courbes mM, qui sont de nature que p. ex. celle qui passe par le point B répond au point Q, en sorte que, partout où l'on y place l'aiguille, son axe prolongé passe par ce point Q; ce qui étoit très facile, les angles CBQ étant don-



nés & la distance  $CQ$  étant constante. Il ne s'agissoit donc que de regarder  $CQ$  comme une corde qui soutient un arc double de l'angle  $CBQ$ ; & en traçant le cercle que cette condition demande, ce cercle coupe la ligne  $BL$  dans le point  $B$ , &  $B$  fera un point de la courbe  $mBM$ . J'ai encore numéroté ces courbes par  $2\frac{1}{2}$ ,  $3$ ,  $3\frac{1}{2}$ ,  $4$ ,  $5$ ,  $6$ ,  $8$ ,  $10$ ,  $12$ ,  $16$ , nombres qui marquent la distance  $CQ$  répondante à chacune de ces courbes.

§. 13. Les courbes  $mM$  étant ainsi tracées, je m'en servis pour tracer encore les courbes  $gG$ , qui sont celles du courant magnétique. Supposons p. ex. qu'une de ces courbes  $GPRg$  doive être tirée par le point  $P$  qui est sur la ligne  $IL6$ . D'abord il est clair qu'en menant une droite  $Pp$  du point  $P$  dans le point  $p$ , qui répond à la ligne  $IL6$ , cette droite marquera la direction de l'aiguille en  $P$ , & que par conséquent elle sera une tangente de la courbure du courant magnétique, qui passe par le point  $P$ . Cette droite  $Pp$  coupe la ligne  $IL4$  en  $T$ , & comme le point  $r$  qui répond à la ligne  $IL4$  est entre  $C$ ,  $p$ , il s'ensuit que la courbe  $GPRg$ , qu'il s'agit de construire, doit être tirée du même côté, & que la tangente  $rR$  prolongée coupera la tangente  $pP$  dans un point  $V$ , qui est entre  $T$ ,  $P$ . Si donc la courbe  $PRg$  étoit un arc de cercle, on auroit  $RV = VP$ , & par-là le point  $V$  pourroit être trouvé. Mais, si la courbure vers  $R$  est plus grande qu'elle n'est vers  $P$ , alors il sera  $RV < VP$ . Cependant la différence sera insensible toutes les fois que l'arc  $RP$  est assez petit pour être confondu avec son cercle osculateur. Or c'est ce qui peut être obtenu, parce qu'on a le choix de tracer les courbes  $mM$  aussi près les unes des autres que l'on voudra.

§. 14. On pourra, pour le dire en passant, se servir de cette méthode pour construire très facilement toutes les courbes paraboliques dont l'équation est

$$x^m = ay^n,$$

Planche II. dont les sous-tangentes sont proportionnelles aux abscisses. Car soient  
Fig. 3. les points  $A, 1, 2, 3, 4, 5$  &c. également distans, & prenant les points  
 $A,$



A, I, II, &c. à distances égales, ces derniers feront les points d'intersection des tangentes, qui se rapportent aux ordonnées A, 1, 2, 3 &c. Soit P un point de la courbe, & en tirant P II, on tirera ensuite IR moyennant le point V tel qu'il soit tant soit peu  $RV \ll VP$ . Quoique cette façon de construire soit purement mécanique, elle ne laisse pas d'être aussi exacte qu'une construction quelconque peut l'être. L'erreur qui pourroit résulter de l'indécision dans laquelle on est sur le choix du point V, s'évanouit, dès qu'on prend les ordonnées R, P, si près l'une de l'autre que la variation qui en résulte pour la tangente cesse d'être visible ou perceptible.

§. 15. Voilà donc de quelle manière je m'y suis pris pour tracer les courbes du courant magnétique  $gG$ , à l'aide des courbes  $IL$  qui en font une espèce de trajectoires. Je ne les ai tracées que jusqu'où j'ai poussé les expériences. Ainsi c'est une affaire de raisonnement que de voir ce qu'on en pourra connoître d'après ce qu'en offre la partie construite. Voici quelques réflexions qui pourront y contribuer.

§. 16. D'abord on voit, & on peut établir sans peine, que la droite  $CG$ , coupant toutes ces courbes à angles droits, en est un axe commun, & que de l'un & de l'autre côté de  $CG$  ces courbes sont semblables & égales.

§. 17. Ensuite la façon dont toutes ces courbes s'approchent de l'autre axe  $CA$ , qui est celui de l'aiman  $NS$ , est telle, qu'à moins d'avoir une courbure toute irrégulière & un point d'inflexion, elles ne sauroient se réunir dans le pôle  $S$ . Car, dans tous les points d'intersection de ces courbes & de la courbe  $mM 2\frac{1}{2}$ , leurs tangentes coïncident dans le point  $2\frac{1}{2}$  de l'axe  $CS$ . Or ce point est entre  $C$ ,  $S$ , & par conséquent plus près du centre  $C$  que ne l'est le pôle de l'aiman. Il semble donc plutôt que toutes les courbes  $Gg$  se réunissent dans le centre  $C$ , en sorte que  $CA$  soit leur tangente commune & initiale. Si cela étoit, je n'hésiterois pas de conclure, qu'elles sont indépen-



dantes de la longueur de l'aiman NS & que par-là même elles sont toutes semblables, ou que si la longueur de l'aiman ou celle de l'aiguille y influe, ce n'est que pour les rendre plus ou moins oblongues.

§. 18. Quoiqu'il en soit, on voit qu'il n'est pas si hors de propos de les comparer ensemble. Je regarde donc la droite CG comme une ligne sur laquelle se prennent les abscisses, & en prenant les ordonnées orthogonales, la première chose qui se présente c'est de comparer les plus grandes ordonnées avec la longueur des axes CG, CG, &c. La figure offre quatre de ces courbes qui admettent cette comparaison. Or, en prenant les mesures sur l'échelle marquée sur CA en lignes, il se trouve

grand axe CG	la plus grande ordonnée répondante	rapport
140,0 - - -	53,0 - - -	1 : 0,379.
114,5 - - -	43,5 - - -	1 : 0,380.
96,0 - - -	37,0 - - -	1 : 0,386.
77,0 - - -	29,7 - - -	1 : 0,385.

Ces rapports étant les mêmes à une minutie près, j'en conclus que si les courbes  $gG$  ne sont pas semblables à toute rigueur, il ne s'en faut du moins que très peu. Car on trouve à quelque minutie près une même proportionalité entre les distances du centre C, quand on tire de ce centre des lignes droites qui coupent ces courbes, & en mesurant la longueur des cordes formées par ces intersections. Cependant je n'en inférerai pas qu'il en est de même des courbes  $gG$ , plus voisines de l'aiman.

§. 19. Comme toutes ces courbes, dans le point de leur plus grande ordonnée, ont une direction parallèle à l'axe CG, ou perpendiculaire à CA, on trouvera ces points à l'aide des courbes  $IL$ , en élevant sur CA des perpendiculaires par les points répondans à ces courbes. Pour ne pas trop charger la figure, j'ai omis ces perpendiculaires; mais par les points d'intersection j'ai tiré la ligne  $wW$ . Or,  
si tou-



si toutes les courbes  $gG$  étoient semblables entr'elles, la ligne  $wW$ , qui passe par les points des plus grandes ordonnées, devrait être droite & passer par le centre  $C$ , lorsqu'on la prolonge. En y appliquant la règle, on trouve qu'elle satisfait à cette condition vers  $W$ , mais qu'elle se courbe tant soit peu du côté  $w$ . Je ne déciderai pas si cette petite aberration doit être attribuée à l'expérience. Ce qu'il y a de sûr, c'est que l'expérience est plus sujette à caution, que la distance de l'aiguille de l'aiman soit très petite ou qu'elle soit très grande. Car, dans le premier cas, les inégalités du magnétisme deviennent plus sensibles, & dans le dernier, la force de l'aiman devient trop foible pour vaincre la friction que souffre l'aiguille en se tournant sur son pivot.

§. 20. J'ai encore pris la cinquieme des courbes  $gG$ , dont l'axe  $CG$  est de 140 lignes, & en divisant cet axe en 10 parties égales, comme autant d'abscisses, j'ai mesuré les ordonnées répondantes, en les prenant sur l'échelle  $CA$ . En comptant les abscisses depuis  $C$ , voici ce que j'ai trouvé

abscisses	ordonnées
140 - -	0,0.
126 - -	32,0.
112 - -	43,0.
98 - -	48,5.
84 - -	52,3.
70 - -	53,0.
56 - -	51,8.
42 - -	48,2.

Or, si la courbe  $gG$  étoit d'une même courbure vers  $C$  que vers  $G$ , la plus grande ordonnée répondroit à l'abscisse 70, & les ordonnées décroîtroient de la même maniere qu'elles croissent, de sorte que celles qui répondent aux abscisses 56, 42, seroient égales à celles qui répondent aux abscisses 84, 98. Cette table marque une petite différence, mais qui, pour être petite, laisse en doute à quoi il faut l'at-





tribuer. S'il étoit permis de la regarder comme nulle, je n'hésiterois pas de prendre l'équation

$$y = 0,76 \cdot \sqrt{70^2 - x^2},$$

pour la véritable. Car, en dénotant par  $70 + x$  les abscisses, & par  $y$  les ordonnées répondantes, cette équation donne

abscisses	ordonnées	différences
$70 + x = 140$	$y = 0,0$	+ 0,0
126	31,9	+ 0,1
112	42,6	+ 0,4
98	47,8	+ 0,7
84	52,1	+ 0,2
70	53,2	+ 0,2
56	52,1	+ 0,3
42	47,8	+ 0,4

De cette manière les courbes  $gG$  seroient des ellipses, dont le rapport des axes est  $= 1 : 0,76$ . Les différences étant très petites, on pourra dire que, si l'équation que je viens de rapporter, & qui suppose le grand axe de 140 parties égales, ne satisfait aux courbes  $gG$ , ni à toute rigueur, ni pour toute la courbe, elle ne laisse pas d'en exprimer, du moins à très peu près, la partie des courbes qu'offre la figure, & qu'elle ne laisse indécise que la partie qui est plus proche de l'aiman.

§. 21. Mais, en ne supposant que la ressemblance des courbes  $gG$ , on en déduira encore que les lignes  $lL$  seront des droites, qui se croisent au centre  $C$ . Car chacune des lignes  $lL$  coupe toutes les courbes  $gG$  sous un même angle. Donc, dès que les courbes  $gG$  sont semblables entr'elles, & qu'elles ont  $CA$  pour tangente initiale commune, les lignes  $lL$  seront nécessairement des droites qui coïncident au centre  $C$ . Or elles en diffèrent beaucoup plus que la ligne  $wW$  (§. 19.).

§. 22. De même, si les courbes  $gG$  sont des ellipses semblables, on démontrera facilement que les courbes  $mM$  doivent être des ellipses qui leur sont semblables, à cette différence près que leur petit axe est la droite  $CA$ , & qu'elles ont  $CG$  pour tangente initiale commune. Mais, en comparant les courbes  $mM$  avec les courbes  $gG$ , on voit que les premières ont une courbure peu elliptique, & même assez peu uniforme, au lieu que, comme nous avons vu, les courbes  $gG$  ne diffèrent que très peu de la courbure elliptique (§. 20.) Avec tout cela elles ont été construites moyennant les courbes  $mM$ . Ce paradoxe s'explique par la méthode dont je me suis servi pour tracer les courbes  $gG$ . Car par cette méthode on les trace fort exactement, quand même les courbes  $mM$  différeroient assez sensiblement des véritables, pourvu que la différence soit indifféremment, tantôt positive, tantôt négative, à peu près comme le sont les petites anomalies auxquelles les expériences sont sujettes. Supposons p. ex. que la courbe  $mRM$  doive être vers le point  $R$ , un peu plus haute ou plus éloignée de l'axe  $CA$ , le point  $V$  s'élèvera également, mais seulement de la moitié de la différence. Or, comme l'angle  $rVp$  ne se prend que de quelques degrés, il est clair que la position de la tangente n'en est presque point du tout altérée. L'erreur se compense même en partie, en ce que l'angle  $VrA$  devenant tant soit peu plus grand, la droite  $rV$  va également toucher la courbe  $gG$  en un point plus élevé. J'en fis l'épreuve avec une parabole (§. 14.) en prenant les points  $A$ , 1, 2, 3 &c. un peu inégalement distans les uns des autres, mais en gardant les distances des points  $A$ , I, II &c. égales, & je vis qu'il falloit faire les distances 1, 2, 3 &c. fort inégales; pour que l'erreur à l'égard de la courbure & de la position de la parabole devint sensible. Je dis *sensible*, car c'est à quoi se réduit toute l'exactitude qu'on peut attendre d'une construction quelconque.

Fig. 3.

§. 23. De cette manière il faudra conclure, qu'au lieu d'examiner les courbes  $gG$  moyennant les courbes  $mM$ , ou moyennant les lignes  $L$ , qui ont servi pour les tracer, on pourra envisager les cour-



courbes  $gG$  comme les plus exemptes des irrégularités, auxquelles les expériences (§. 9.) & partant aussi les lignes  $lL$ ,  $mM$ , sont sujettes. Du reste, comme les courbes  $mM$  diffèrent d'autant plus de la figure elliptique, qu'elles sont plus voisines de l'axe  $CA$ , il s'ensuit que les courbes  $Gg$  en diffèrent également à mesure qu'elles s'approchent du point  $C$ . C'est ce qui paroît aussi par la comparaison que j'ai faite ci-dessus, les différences (§. 20.) étant d'abord positives & ensuite négatives. Enfin la courbure des lignes  $mM$  voisine de l'axe, qui diffère assez considérablement de celles qui en sont plus éloignées, pourroit, du moins en partie, devoir être attribuée à la longueur de l'aiguille qui étoit de 30 lignes, & dont le pôle  $D$  s'approchoit très considérablement de l'aiman, lorsque la distance des centres  $C, B$ , n'étoit que de 4 ou 5 pouces. Comme il falloit éviter que l'aiguille ne touchât l'aiman, il n'y avoit pas moyen d'en déterminer la direction pour de moindres distances; mais on conçoit aisément que cette direction auroit été plus ou moins anormale.

§. 24. J'ai encore présumé ci-dessus, que la figure allongée des courbes  $gG$  pouvoit dépendre, du moins en partie, de la longueur de l'aiguille. Pour m'en assurer je pris une aiguille encore plus longue. Elle étoit faite, comme la précédente, d'une lame d'acier dont on se sert pour le ressort des montres. Sa longueur étoit de  $54\frac{1}{2}$  lignes, sa largeur de 2 lignes. Voici les distances & les angles qu'elle donna.



Distances	5	6	7	8	9	12	15
Angles CBO	13	17½	20	21½	21½	22½	23
10	27½	37	38½	39	39½	39	40
20	57	56½	56½	56	55	54	54
30	76	73	70	68	67½	65	64
40	84	81	78	76	75	73	71½
50	—	85	83	81	80	77½	77½
60	—	—	86	85	84½	83	82
70	—	—	88	87	87	87½	87
80	—	—	90	89	90	90	90
90	—	—	—	—	—	—	—

Angles SCB en degrés.

L'usage que j'ai fait des nombres de cette table est le même que celui de la table du §. 9; ainsi je n'en répéterai pas la description. La 4<sup>me</sup> figure en offre le résultat. Ou voit du premier coup-d'oeil, que les courbes  $gG$  sont encore plus allongées que celles de la 2<sup>de</sup> figure, & que par conséquent elles s'allongent à mesure que l'aiguille est plus longue. On trouve en lignes

l'axe CG	la plus grande ordonnée	répondante	Rapport
168	- - - -	57½	- - - - 1 : 0,34.
144	- - - -	48½	- - - - 1 : 0,34.
120	- - - -	38½	- - - - 1 : 0,32.
96	- - - -	30	- - - - 1 : 0,31.

Ces rapports différant fort peu entr'eux, on en peut conclure, que les courbes  $gG$  sont presque toutes semblables les unes aux autres. Ensuite, en comparant ces rapports avec ceux que nous avons trouvés dans la première expérience (§. 18.) on voit qu'ils sont plus petits environ d'une 7<sup>me</sup> partie. Cette différence est fort petite en comparaison de la différente longueur des aiguilles, qui étoit de 30 lignes dans la première expérience, & de 54½ lignes dans la seconde. De là il suit que, quand la longueur de l'aiguille seroit supposée infiniment petite, les courbes  $gG$  ne laisseront pas d'être encore fort allongées, & qu'elles ne différeront pas beaucoup de celles de la seconde



figure. Car, pour déterminer par l'expérience la véritable courbure du courant magnétique, on regarde l'aiguille placée sur les courbes  $gG$ , comme un petit arc de ces courbes. Et il est clair que l'expérience répondra à cette condition d'autant plus exactement qu'on prendra une aiguille plus petite.

Planche IV.  
Fig. 5.

§. 25. Comme l'une & l'autre des deux expériences que je viens de rapporter, nous laisse en doute sur le pli que prennent les courbes  $gG$  lorsqu'elles s'approchent de l'axe  $CA$ , j'ai encore employé une aiguille qui n'avoit que 12 lignes de longueur sur 2 lignes de largeur. Elle étoit faite comme les deux précédentes, d'un ressort de montre un peu détrempe. L'aiman étoit le même. La 5<sup>me</sup> figure offre le résultat de ces expériences. D'abord on y voit que les lignes  $Ll$ , en s'approchant de l'axe  $CA$ , se courbent considérablement, d'où l'on peut inférer que les courbes  $gG$  cessent d'autant plus d'être semblables entr'elles, qu'elles sont plus près de l'aiman. Ensuite, la courbure des lignes  $Ll$  influe tellement sur celle des trajectoires  $CM, mM$ , que celles-ci ont un point de rebroussement à bec, comme on le voit en  $M_2, M_{2\frac{1}{2}}, M_3$ . C'est ce qui fait que les courbes  $Gg$ , non seulement peuvent traverser deux fois une même trajectoire  $CMm$ , comme on le voit aux points  $H, h$ , mais que leur courbure entre ces deux points est tout à fait anormale, puisque les tangentes appliquées aux points  $H, h$ , de la courbe  $gG$ , coïncident dans un même point de l'axe  $CA$ , ce qui exige que la courbe  $GHhg$  ait entre  $H/h$  un point d'inflexion, si elle n'y est tout à fait droite. La ligne ponctuée  $Ww$  coupe les courbes  $Gg$  dans les points des plus grandes ordonnées; elle va joindre l'axe  $CA$  dans un point  $w$ , qui est à 28 lignes du centre  $C$ , & partant entre  $CS$ . Les courbes  $gG$  qui ont leur point d'intersection  $g, g$  entre  $Cw$ , tournent toute leur concavité vers l'un & l'autre axe  $CA, CG$ , au lieu que celles qui sont plus éloignées ont un point d'inflexion, de sorte qu'en s'approchant de l'axe  $CA$ , elles tournent vers l'axe  $CG$  leur convexité, quoique de manière qu'elles s'approchent de l'aiman dans une direction presque tout à fait droite.

§. 26.





§. 26. La 6<sup>me</sup> figure, qui est dans sa grandeur naturelle, fait voir les positions de l'aiguille les plus proches de l'aiman, telles que je les ai observées. J'y ai marqué par des lignes ponctuées la courbure du courant magnétique. Enfin j'ai placé le papier, sur lequel j'avois dessiné cette figure, sur l'aiman, en sorte que les points N, S, couvroient les deux poles de l'aiman. Ce qui étant fait, j'ai laissé tomber sur le papier de la limaille de fer bien fine, mais en sorte que bien loin de couvrir le papier, elle étoit suffisamment éparse. Cette limaille s'arrangeoit partie d'elle-même, partie au moyen de très légères secousses en filées éparées, dont la direction suivoit parfaitement celle des flèches marquées dans la figure. Comme le fer en s'approchant de l'aiman devient facilement magnétique, il est clair que ces petites filées peuvent être regardées comme autant de petites aiguilles aimantées. La différence qu'il y a, c'est qu'elles sont moins mobiles, en ce qu'elles s'accrochent facilement à la chevelure du papier. C'est aussi la raison pourquoi elles n'affectent la direction du courant magnétique, que lorsqu'elles ne sont qu'à la distance de 2 ou 3 pouces de l'aiman. On trouve dans plusieurs traités de Physique, & particulièrement dans la dissertation de Mr. de *Muffchenbræck*, des expériences semblables, & les figures de la position de ces flocons ou filées de limaille. A les voir on croiroit que le fluide magnétique, qu'on suppose circuler autour de l'aiman, circule autour de trois centres N, C, S. Et les lignes ponctuées dans notre 6<sup>me</sup> figure semblent insinuer la même chose, puisqu'elles tournent leur concavité d'un côté vers C, de l'autre côté vers S, & que la perpendiculaire *w* paroît en faire la séparation. Mais cette 6<sup>me</sup> figure n'offre qu'une très petite partie de ces courbes. On n'a qu'à les voir toutes entières dans la 5<sup>me</sup> figure pour en juger autrement. Car on y voit d'abord que, de quelque maniere que les courbes *gG* divergent de l'axe CS, elles se tournent toutes en sorte qu'elles vont croiser à angles droits l'axe CG. Enfin, quoique ces courbes passent sous un angle quelconque le côté ou le bord de l'aiman, l'expérience avec la limaille m'a fait voir néanmoins qu'elles ont l'axe CS pour tangente commune. La différence que j'y observois, c'est que 1<sup>o</sup>. les flocons

Planche V  
Fig. 6.



ou filées de limaille aimoient fort s'attacher aux bords de l'aiman & particulièrement à ses 4 coins. 2°. Que celles qui étoient vers C étoient couchées, au lieu qu'à mesure qu'elles étoient plus près des poles, ou pour mieux dire, du point de l'axe  $w$ , elles s'élevoient de façon à faire avec le plan du papier un angle d'autant plus grand qu'elles étoient plus près du point de l'axe  $w$ . La raison en est claire, parce qu'elles se mettoient en tout sens dans la direction du courant magnétique, & qu'il n'y a que leur pesanteur qui pût les en faire dévier, lorsqu'elles étoient assez longues pour que cette déviation fût sensible.

Fig. 6. §. 27. Mais voici encore les mesures, d'après lesquelles la 5<sup>me</sup> & la 6<sup>me</sup> figure ont été construites. On voit dans la 6<sup>me</sup> figure que les aiguilles ont été placées à des distances égales sur des lignes parallèles à l'axe de l'aiman. La table suivante exprime pour chaque position B les distances CG, GB en lignes, mesure de Paris, & l'angle WBD, qui est égal à celui que fait l'axe de l'aiguille prolongé avec celui de l'aiman. L'expérience fut faite sur une planche de bois, qui portoit tout le système, que je pouvois toujours tourner en sorte que, de quelque façon que l'aiguille fût attirée par l'aiman, elle fût en même tems dans le méridien magnétique. La raison de ce procédé se trouve déjà rapportée ci-dessus (§. 5.). Voici maintenant les mesures, telles que je les ai prises.

Distan.



		Distances des paralleles CG			
		9'''	12'''	15'''	18'''
Distances GB en lignes	6	37	31	29	28 $\frac{1}{2}$
	12	56	51	50	50
	18	70	68	66	67
	24	81	80	81	81
	30	95	95	97	96
	36	117	115	114	110
	42	138	129	126	122
	48	147	141	135	131
	54	154	148	145	140
	60	158 $\frac{1}{2}$	152	150	146
	66	161	155	154	150
72	163	157	156	153	
		Angles WBD			

Cette table comprend plus d'observations qu'il n'y en a de marquées dans la 6<sup>me</sup> figure; mais je m'en suis encore servi pour achever de construire la 5<sup>me</sup> figure. Cette figure s'étendant à de plus grandes distances, elle demandoit encore d'autres expériences. Je les renfermerai dans la table suivante, qui, pour être toute analogue à celles que j'ai rapportées ci-dessus (§. 9. 24.), ne demande point d'autre explication.

Planche II,  
Fig. 1.

		Distances CB en pouces						
		2	3	4	5	7	9	12
Angles CQ degrés.	10	—	—	—	—	13½	16	21
	20	—	—	—	22	30	34	38
	30	—	—	27	36	42½	47	50
	40	—	—	44	48	54	58	60
	50	—	41	58	60	64	65	69
	60	—	61	69	69	70½	73	76
	70	58	73	77	77	78	79	80
	80	78	82	84	85	85	86	85
	90	90	90	90	90	90	90	90
			Angles SCB degrés.					

Planche V,  
Fig. 6.

§. 28. L'aiguille en *w* ayant une direction perpendiculaire à l'axe de l'aiman, on voit que la petite portion de l'aiman *wS*, agit sur elle avec autant de force que la portion *wN*, qui est considérablement plus grande. La raison en est que la portion *CN* agit conjointement avec la portion *wS*, pour tourner l'aiguille vers *S*, parce que *wS* l'attire vers *S*, & *CN* la pousse pareillement vers *S*. Mais, comme malgré la réunion de ces deux forces l'aiguille garde sa direction perpendiculaire, il s'ensuit que la portion de l'aiman *Cw* toute seule a assez de force pour contrebalancer celle des deux portions *wS*, *CN*. Or *CN* étant la moitié de l'aiman, il s'ensuit que  $Cw < CN$ , & à plus forte raison  $Cw < CN + wS$ . Comme donc les masses sont inégales, il est clair qu'il y faut encore d'autres causes, pour que l'aiguille puisse être dans cet état d'équilibre. L'une de ces causes est la différence qu'il y a entre les distances. On voit que toute la portion *CN* est plus éloignée de *w* que ne le sont les portions *Cw*, *wS*. Or on fait que l'action magnétique diminue à mesure que la distance augmente. Ensuite, comme la partie *CN* repousse le même pôle de l'aiguille que la partie *CS* attire, il est clair, qu'en considérant l'action de chaque particule de *CS* comme positive, il faut considérer celle de cha-



chaque particule de CN comme négative. Or le passage du positif au négatif se faisant par zéro, il semble qu'on puisse en inférer, que la force d'une particule quelconque de l'aiman dépend de sa distance du milieu C, & qu'elle est, sinon en raison directe de cette distance, du moins en raison d'une fonction telle, qui devienne négative ou positive toutes les fois que la distance se compte de C vers N, ou de C vers S, & qui en C devienne  $= 0$ . Car de ce que je viens de dire il suit, que l'action de l'aiman en C doit être nulle. Et c'est ce qu'on peut confirmer par l'expérience. Pour cet effet, on n'a qu'à placer deux aimans NS, ns, l'un sur l'autre en sorte qu'ils se croisent par leurs centres C, & on s'appercvra sans peine qu'ils ne s'attirent point, mais que l'attraction augmente à mesure qu'ils se croisent dans des points plus proches de leurs poles amis. C'est par-là aussi qu'on peut expliquer le phénomène de deux aimans NS, Ss, courbés en demi-cercles & joints en sorte que les poles amis se touchent. Ces aimans ainsi joints ne semblent plus avoir de force attractive. Car, en quelque point C qu'on leur présente du fer non aimanté, ce fer n'en est point attiré, & à cet égard on peut dire, que ces aimans placés en cercle, bien loin d'être tout pole, sont tout milieu, & que quand encore on suppose qu'ils ont quelque force, la force attractive est partout égale à la force répulsive, de sorte que l'une détruisant l'autre, elle est partout  $= 0$ .

Planche  
Fig. 7.

Fig. 8.

§. 29. Enfin la position de l'aiguille dépend encore du sinus d'incidence, ou de l'angle sous lequel chaque particule de l'aiman agit sur elle. Car, comme je l'ai remarqué dans le Mémoire précédent, l'aiguille doit être considérée comme un levier, & par cette raison l'action de l'aiman y a plus de prise, plus elle approche de la perpendiculaire.

§. 30. Si donc les circonstances qui peuvent modifier l'action de l'aiman sur l'aiguille, se réduisent à ces trois que je viens de rapporter, il s'en faut peu qu'elle ne se soumette entièrement au calcul. Car, pour ce qui regarde l'obliquité de cette action, elle est en  
rai-





raison simple & directe du sinus. Et pour ce qui est des distances, l'effet de chaque particule de l'aiman sur chaque particule de l'aiguille est en raison de la force absolue de ces particules, & en raison réciproque du quarré de la distance. Car, outre que chaque force qui se répand en raison des surfaces, s'affoiblit dans le même rapport qu'elle se distribue, j'ai fait voir dans le Mémoire précédent, que la force magnétique en particulier s'assujettit également à cette loi. Il ne reste donc que la force absolue de chaque particule, qui croît à mesure que la particule est plus près des poles. Mais il faudroit mieux connoître le mécanisme des forces magnétiques, si l'on vouloit déterminer dans quel rapport elle varie à l'égard de sa position, ou de sa distance des poles, ou du milieu de l'aiman. Cependant, comme en admettant l'expérience, cette variation peut être regardée comme une fonction de la distance de chaque particule du milieu de l'aiman, & comme alors c'est la seule inconnue qui entre dans le calcul, elle pourra être déterminée de cette façon *a posteriori*. Ou bien en admettant en forme d'hypothese une loi quelconque, il y aura moyen de voir si elle satisfait aux expériences, ou non? Dans le premier cas, elle sera celle que la Nature observe; au cas contraire, il faudroit en chercher une autre.

§. 31. Ce n'est donc pas là ce qui embarasse. Mais la difficulté revient à la prolixité des formules qu'il faut calculer & comparer avec l'expérience. Car l'aiman, aussi bien que l'aiguille, ayant trois dimensions, elles demandent six intégrations avant qu'on puisse parvenir à définir l'état d'équilibre, & ces intégrations étant faites, il en faut une septieme pour en déduire l'équation pour la courbure du courant magnétique. Cependant, si l'aiguille est regardée comme infiniment petite, ces intégrations se réduisent à quatre; & elles se réduiront à trois, ou même à deux, si l'aiman n'a presque point d'épaisseur, ou si encore la largeur est peu considérable.

§. 32. Pour donner quelque idée de ce calcul, j'admettrai l'hypothese, que la force de chaque particule est en raison simple & directe de sa distance du milieu de l'aiman. Je regarderai l'aiguille comme  
me

me infiniment petite; & quant à l'aiman, je le supposerai parallélépipède sans épaisseur considérable. Ce qui étant présupposé, soit l'aiman  $NnmM$ , l'aiguille placée en  $B$ , & que dans son état d'équilibre elle se trouve être dirigée vers  $BQ$ . Par le milieu de l'aiman soit tirée  $AGD$  perpendiculaire, & par l'aiguille  $B$  la droite  $BD$  parallèle à l'axe de l'aiman. Abaisant enfin  $BP$  à angles droits sur  $NQ$ , & tirant  $nB$ ,  $mB$ ,  $NB$ ,  $MB$ , soit fait

Planche V.  
Fig. 9.

$$\begin{array}{lll} BD = a & PBQ = \omega & MBP = \mu, \\ DG = b & & mBP = m, \\ DA = c & & NBP = \nu, \\ AM = x & & nBP = n, \\ AG = y. & & \end{array}$$

& il fera

$$\begin{aligned} y &= (a - x) \cot \mu, \\ MB &= y \sec \mu = (a - x) \operatorname{cosec} \mu. \end{aligned}$$

Or, en prenant en  $M$  une particule  $dx \cdot dy$ , son action sur l'aiguille sera en raison composée de la masse  $dx \cdot dy$ , de la distance  $MA = x$ , du sinus d'incidence  $MBQ = \sin(\mu + \omega)$ , & en raison réciproque du carré de la distance  $MB$ . Si donc l'action de l'aiman est posée  $= v$ , on aura

$$ddv = \frac{dy \cdot dx \cdot x \cdot \sin(\mu + \omega)}{(a - x)^2 \operatorname{cosec} \mu^2}.$$

Or, en regardant  $x$ ,  $dx$ , comme constante, il fera

$$dy = (a - x) d \cot \mu;$$

donc, en substituant cette valeur, il fera

$$ddv = \frac{xdx (a - x) d \cot \mu \cdot \sin(\mu + \omega)}{(a - x)^2 \operatorname{cosec} \mu^2}.$$

Cette formule s'abrege par une réduction facile en sorte que

$$ddv = - \frac{xdx}{a - x} \cdot d\mu \cdot \sin(\mu + \omega),$$



dont on tire l'intégrale

$$dv = \frac{x dx}{a - x} \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega) - \operatorname{const.}$$

$$dv = \frac{x dx}{a - x} \cdot (\operatorname{cof}(\mu + \omega) - \operatorname{cof}(m + \omega)).$$

Or il est, en faisant  $EM = y = c$ ,

$$a - x = c \operatorname{tang} \mu = b \operatorname{tang} m,$$

$$- dx = c d \operatorname{tang} \mu = b d \operatorname{tang} m.$$

Donc

$$- dv = \frac{a - c \operatorname{tang} \mu}{c \operatorname{tang} \mu} \cdot c dt \mu \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega)$$

$$- \frac{a - b \operatorname{tang} m}{b \operatorname{tang} m} \cdot b dt m \cdot \operatorname{cof}(m + \omega),$$

ou bien

$$dv = c dt \mu \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega) - \frac{a \cdot dt \mu}{t \mu} \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega)$$

$$- b dt m \cdot \operatorname{cof}(m + \omega) - \frac{a \cdot dt m}{t m} \cdot \operatorname{cof}(m + \omega).$$

D'où l'on tire

$$v = c \operatorname{cof} \omega \cdot \log t (45 + \frac{1}{2} \mu) - \frac{c f \omega}{\operatorname{cof} \mu} - a \operatorname{cof} \omega \operatorname{lt} \frac{1}{2} \mu.$$

$$- b \operatorname{cof} \omega \cdot \log t (45 + \frac{1}{2} m) + \frac{b f \omega}{\operatorname{cof} m} + a \operatorname{cof} \omega \operatorname{lt} \frac{1}{2} m.$$

$$+ a f \omega \cdot \log t (45 + \frac{1}{2} \mu)$$

$$- a f \omega \cdot \operatorname{lt} (45 + \frac{1}{2} m)$$

$$+ \operatorname{const.}$$

ou bien

$$\begin{aligned}
 v = & (c \operatorname{cof} \omega + a f \omega) l t (45 + \frac{1}{2} \mu) - \frac{c f \omega}{\operatorname{cof} \mu} - a \operatorname{cof} \omega \log (t \frac{1}{2} \mu : t \frac{1}{2} m) \\
 & - (b \operatorname{cof} \omega + a f \omega) l t (45 + \frac{1}{2} m) + \frac{b f \omega}{\operatorname{cof} m} \\
 & + \text{const. A.}
 \end{aligned}$$

Cette formule est pour la partie de l'aiman A G m M. Pour l'autre partie A G n N, il sera de même

$$\begin{aligned}
 v = & (c \operatorname{cof} \omega + a f \omega) l t (45 + \frac{1}{2} \nu) - \frac{c f \omega}{\operatorname{cof} \nu} - a \operatorname{cof} \omega \cdot l (t \frac{1}{2} \nu : t \frac{1}{2} n) \\
 & - (b \operatorname{cof} \omega + a f \omega) l t (45 + \frac{1}{2} n) + \frac{b f \omega}{\operatorname{cof} n} \\
 & + \text{const. A.}
 \end{aligned}$$

Or ces deux forces doivent être égales, pour que l'aiguille soit en équilibre. Il sera donc

$$v - v = 0,$$

ce qui donne

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{c \log \frac{t(45 + \frac{1}{2} \mu)}{t(45 + \frac{1}{2} \nu)} - b l \frac{t(45 + \frac{1}{2} m)}{t(45 + \frac{1}{2} n)} - a l \frac{t \frac{1}{2} m \cdot t \frac{1}{2} n}{t \frac{1}{2} m \cdot t \frac{1}{2} n}}{B M - B m - B N + B n + a \log \frac{t(45 + \frac{1}{2} \nu) \cdot t(45 + \frac{1}{2} m)}{t(45 + \frac{1}{2} n) \cdot t(45 + \frac{1}{2} \mu)}}$$

Voilà donc la direction de l'aiguille déterminée. Mais cette formule paroit peu traitable pour en déduire l'équation pour la courbure du courant magnétique. Et si, pour la simplifier, on vouloit supposer la largeur A G de l'aiman = 0, cette formule ne donne point de valeur, puisque le numérateur & le dénominateur de cette fraction devient = 0.

§. 33. Soit donc l'aiman linéaire NM; son point du milieu Fig. 10.  
 C. Que l'aiguille placée en B ait la direction BQ. Abaisant  
K 2 sur



sur NMQ la perpendiculaire BP, & achevant le rectangle CPBD, soit fait

$$\begin{array}{lll} \text{BD} = a & \text{PBQ} = \omega & \text{MBP} = \mu, \\ \text{DC} = b & & \text{CBP} = \kappa, \\ \text{CM} = x & & \text{NBP} = \nu, \end{array}$$

& nous aurons

$$dv = \frac{x \cdot dx \cdot \sin(\omega + \mu)}{b^2 \sec \mu^2}.$$

Mais il est

$$\begin{array}{l} a - x = b \operatorname{tang} \mu, \\ - dx = b dt \mu; \end{array}$$

donc

$$dv = - \frac{(a - bt\mu) b dt \mu \cdot f(\mu + \omega)}{b^2 \sec \mu^2}.$$

D'où l'on tire

$$v = \frac{a}{b} \operatorname{cof}(\mu + \omega) + \frac{1}{2} \operatorname{cof} \omega \log \left( \frac{1 + f\mu}{1 - f\mu} \right) - \sin(\omega + \mu) + \operatorname{const.}$$

Or il est

$$\frac{a}{b} = \operatorname{tang} \text{DCB} = \operatorname{cot} \kappa,$$

$$\frac{1 + f\mu}{1 - f\mu} = (\operatorname{cot} \frac{1}{2} \text{BMP})^2.$$

Donc

$$v = \operatorname{cot} \kappa \cdot \operatorname{cof}(\mu + \omega) - \operatorname{cof} \omega \log \operatorname{tang} \frac{1}{2} \text{BMP} + f(\omega + \mu) + \operatorname{const.}$$

ou bien

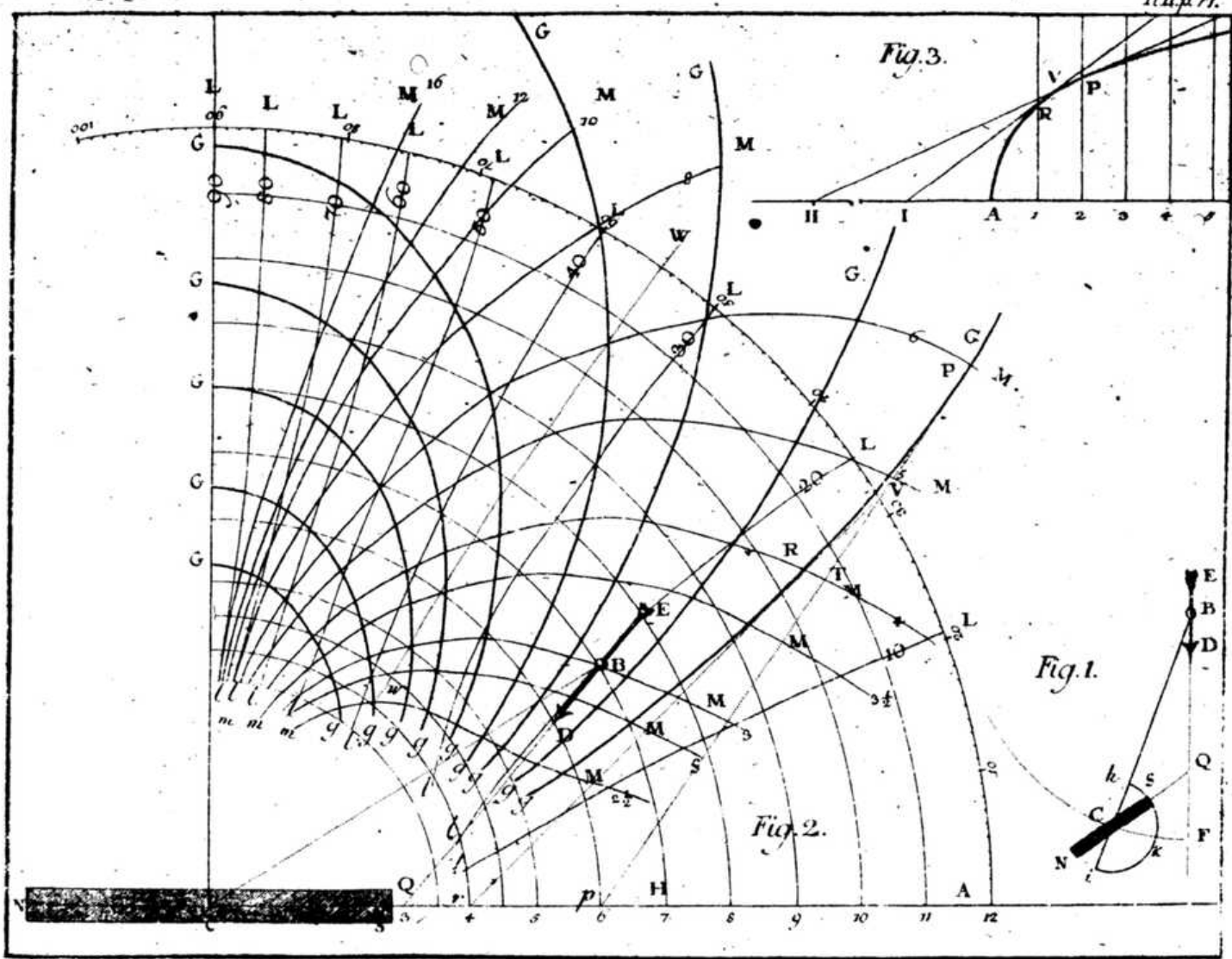
$$v = \operatorname{tang} \text{BCP} \cdot \operatorname{cof} \text{MBQ} - \operatorname{cof} \text{BQC} \log t \frac{1}{2} \text{BMP} + \sin \text{MBQ} + \operatorname{const.}$$

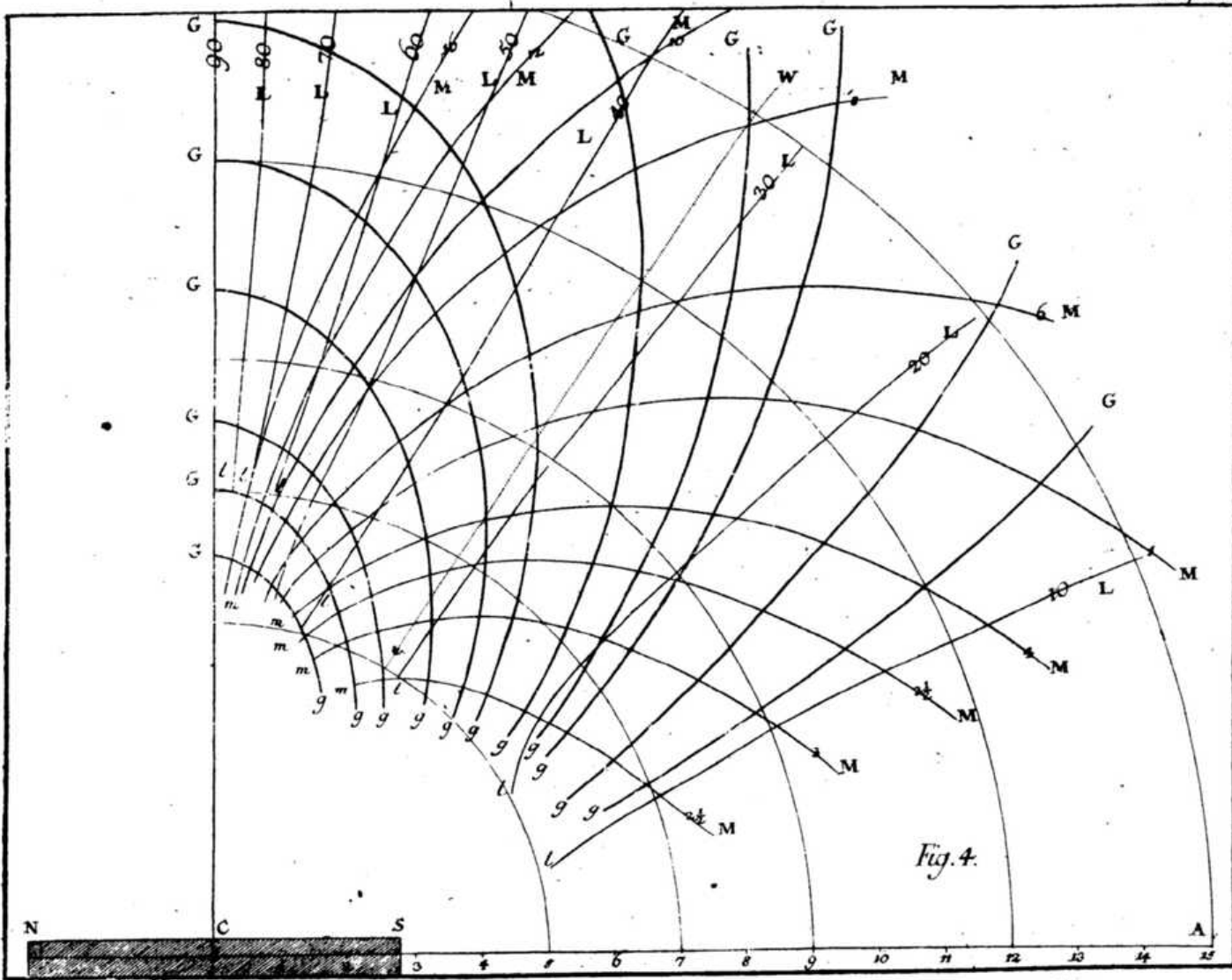
Il sera de même pour la partie CN

$$v = \operatorname{tang} \text{BCP} \cdot \operatorname{cof} \text{NBQ} - \operatorname{cof} \text{BQC} \log t \frac{1}{2} \text{BNP} + \sin \text{NBQ} + \operatorname{const.}$$

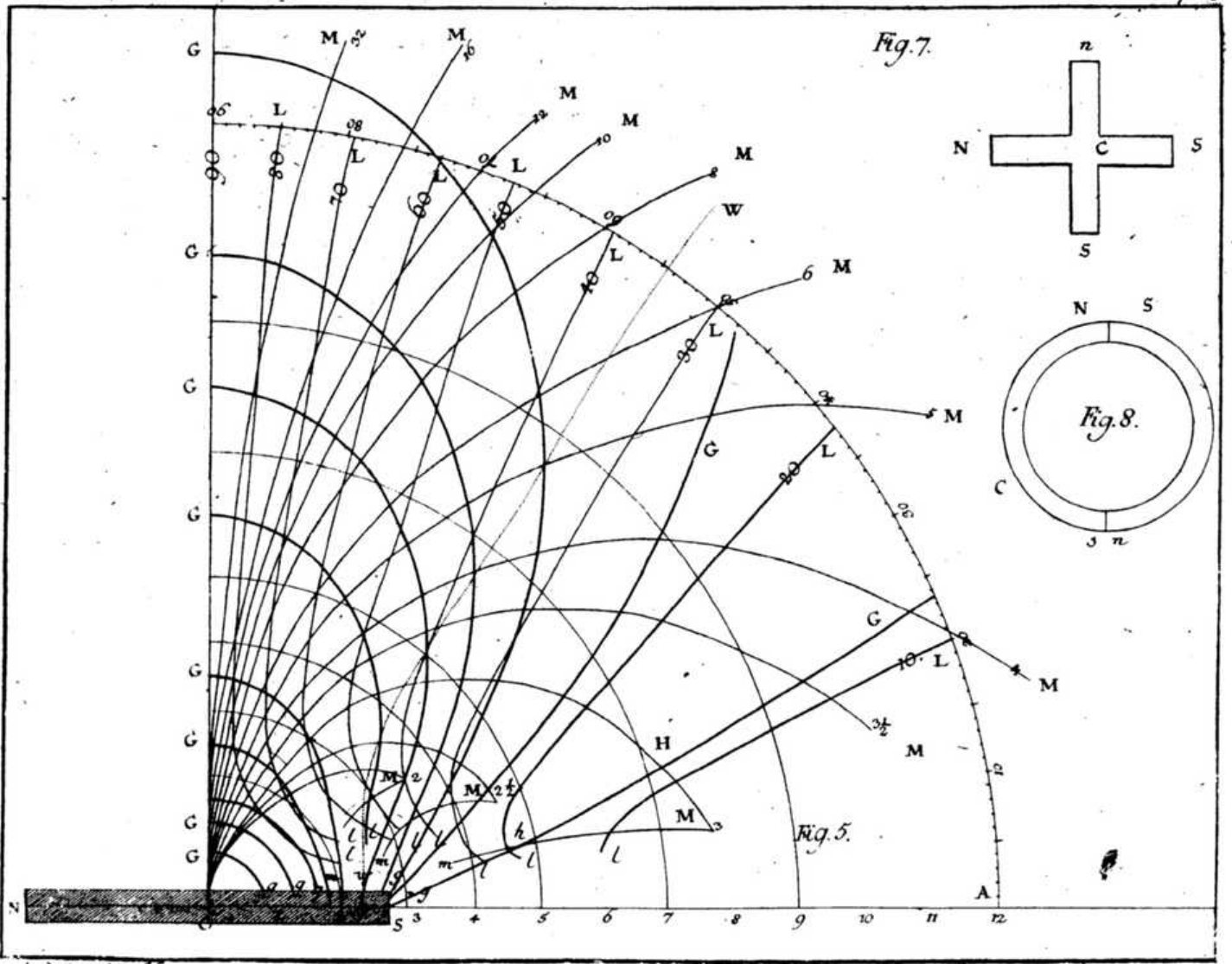
Or,

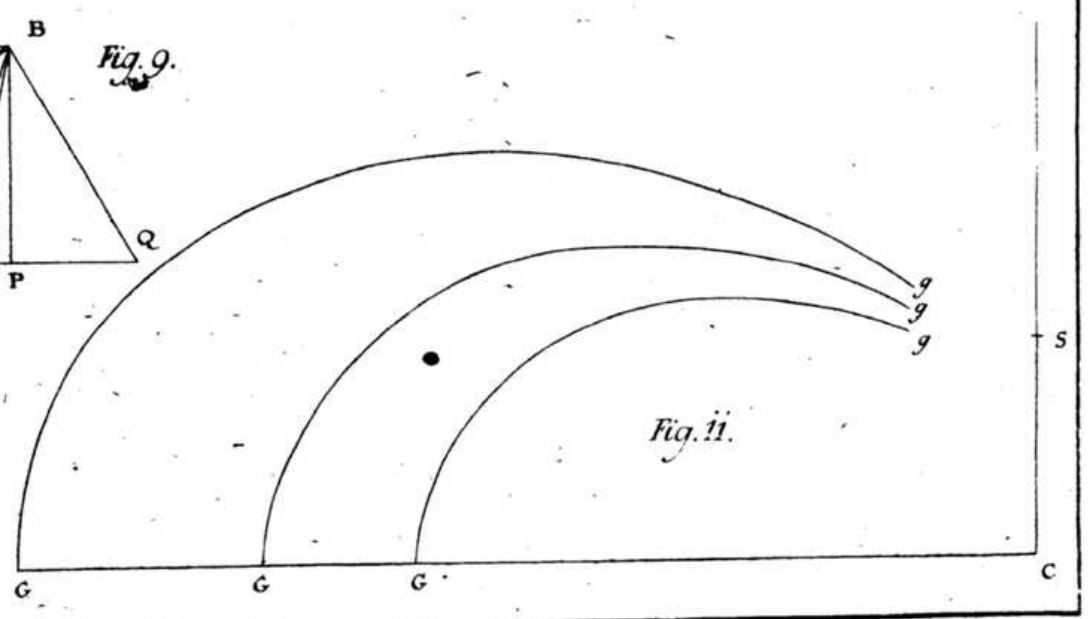
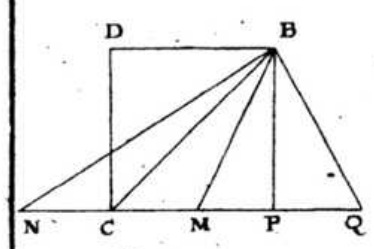
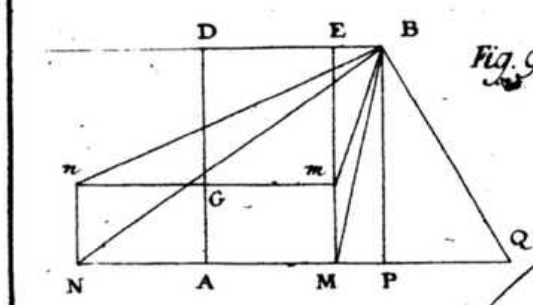
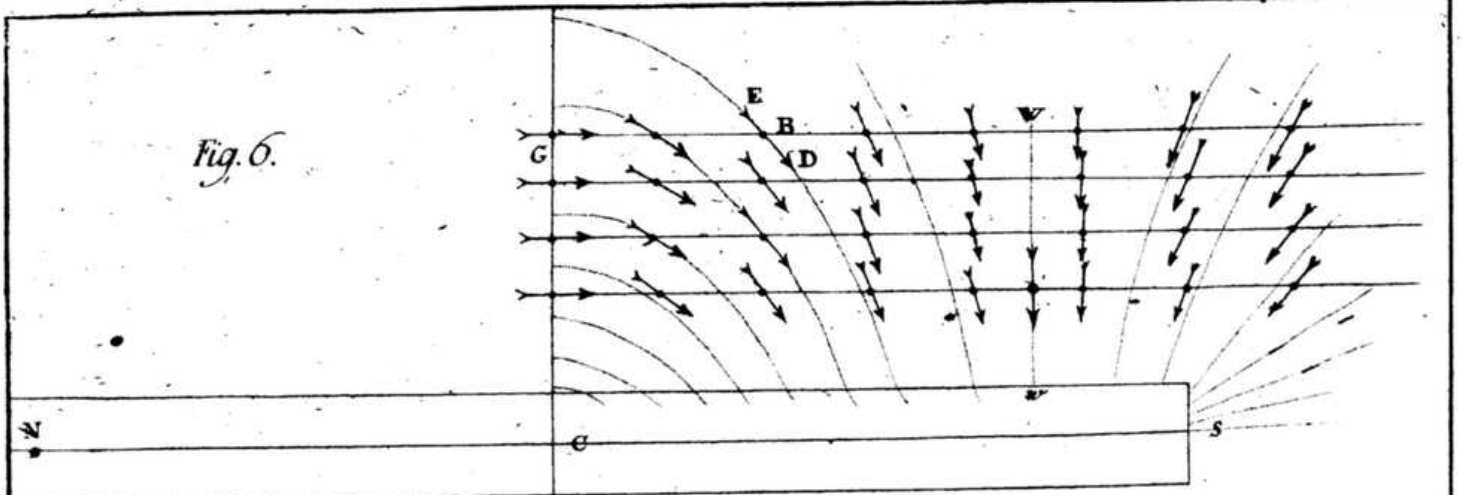






Mérid de l'Equateur





de l'Acad. 1766.

Or, pour le cas de l'équilibre, il doit être

$$v - \dot{v} = 0.$$

D'où l'on tire

$$\cotang \omega = \frac{\text{cof NBC} - \text{cof MBC}}{\sin BCP \cdot \log \left( \frac{\text{tang } \frac{1}{2} BMP}{\text{tang } \frac{1}{2} BNP} \right) - \sin MBC - \sin NBC}$$

§. 34. Les quantités transcendantes qui entrent dans cette formule, la rendent encore trop intraitable pour en déduire l'équation pour les courbes du courant magnétique. Comme cependant elle donne la direction de l'aiguille pour chaque point B, où on la place, il y a moyen de s'en servir, de la même manière dont je me suis servi des tables §. 9. 24. 27. pour construire les courbes du courant magnétique. C'est ce que j'ai fait, en donnant à l'aiman linéaire que cette formule présuppose, la longueur de 67 lignes, qu'avoit l'aiman employé dans les expériences précédentes. J'ai dessiné dans la 11<sup>me</sup> figure quelques unes des courbes du courant magnétique, en me servant de la même échelle, & en prenant les axes CQ égaux à ceux de quelques courbes gG de la 5<sup>me</sup> figure, afin de pouvoir d'autant plus facilement les comparer ensemble. La différence est fort petite, & ne consiste qu'en ce que les courbes de la 5<sup>me</sup> figure sont plus allongées, ou tant soit peu moins larges; ce qui suivant ce que j'ai fait voir ci-dessus (§. 24.) peut très bien être attribué à la longueur de l'aiguille employée dans l'expérience du §. 25. à laquelle la 5<sup>me</sup> figure se rapporte.

Fig. 11

