II.
Vorschlag
die Theiler der Zahlen in Tabellen zu bringen.

§. 1.

Die vorhergehende Abhandlung enthält zwar einige Methoden, wodurch die Theiler der Zahlen mit leichter Mühe gefunden werden können. Wenn sich aber auch noch kürzere Methoden finden liessen, so werden dennoch solche Tabellen, worinne die Zahlen bereits in ihre Factoren aufgelöst sind, immer angenehm seyn, weil sie weiter nichts als das blosse Aufschlagen fordern. Man hat aus gleichem Grunde unzählige andere Tabellen, z. E. die von Quadrat und Cubiczahlen, die trigonometrischen und logarithmischen, die astronomischen rc. bey allen war die Bequemlichkeit des Gebrauches ein zureichender Grund, warum man sich Zeit und Mühe, sie ein für allemale zu berechnen, nicht hat verdriessen lassen.

§. 2.

Nun hat es zwar an Tabellen, in Absicht auf die Theiler der Zahlen, eben nicht ganz gefehlt. Sie sind aber lange nicht so bekannt wor-

worden, als sie es hätten werden sollen, und es trug sich sogar dabey zu, daß sie mehrmalen ganz von neuem berechnet worden. So z. E. wuste **Poetius**, daß dergleichen bereits im vorigen Jahrhundert in England herausgekommen, und 1717 vom Herrn *de Traytorrens d'Yverdun* der Parisischen Akademie ein Project von solchen Tabellen übergeben worden. Allein da ihm weiter nichts davon zu Gesichte kam, so berechnete er sie von neuem, und gab sie, wiewohl etwas abgekürzt, 1728 in seiner **Anleitung zur arithmetischen Wissenschaft vermittelst einer parallelen Algebra** heraus. Eben dieses begegnete dem **Peter Jäger** mit seinen Primzahlen, die **Krüger** seinen **Gedanken über die Algebra** angehenkt. Selbst **Anjema**, dessen **Verzeichnis der Theiler aller natürlichen Zahlen von 1 bis 10000** nach seinem Tode 1767 in einem ziemlichen Quartbande zu Leyden herausgekommen, und seine Herausgeber scheinen von bereits vorhandenen gewesenen Tabellen nichts gewust zu haben, da in der Vorrede das Werk als das erste und einige in seiner Art angerühmet wird. Solche Erscheinungen in der gelehrten Welt sind um desto merkwürdiger, weil unstreitig die Tabellen von den Theilern der Zahlen eben so gemein seyn solten, als es die trigonometrischen und logarithmischen sind. Denn wer diese zu gebrauchen weiß, wird ganz gewiß auch jene brauchbar finden.

§. 3.

§. 3.

Es mögen indessen verschiedene Ursachen seyn, warum die Tabellen von den Theilern der Zahlen weniger gemein sind. Sowohl D. Pell in England, als Poetius in Teutschland haben sich begnügt, sie ihren Anleitungen zur Algebra und Rechenkunst einzuverleiben, anstatt daß sie besonders hätten herausgegeben werden sollen. Eben so finden sie sich in dem 2ten Bande des 1742 zu Leipzig herausgekommenen mathematischen Lexicons unter sehr viel andern Tabellen. Anjema war demnach meines Wissens der erste, der sie vollständiger zu machen und besonders herauszugeben gedachte. Da er aber durch den Todt an der Arbeit gehindert worden, so erstrecken sich seine Tabellen auch nur bis auf 10000. Und es ist unstreitig, daß wenn sie eben so vollständig bis auf 100000 hätten fortgesetzt werden sollen, das Werk zu einem ungeheuren Folianten angewachsen wäre, und vielleicht sodann keinen Verleger würde gefunden haben.

§. 4.

Es läßt sich aber ein solcher Foliant ganz bequem auf 10 Folioseiten abkürzen, wenn man sich mit dem nöthigsten begnügen und auf die schicklichste Einrichtung denken will. Anjema hat seine Tafeln dadurch sehr weitläuftig gemacht, daß er alle Zahlen von 1 bis 10000 mitgenommen, und alle Theiler aufgezeichnet

hat.

hat. Da es aber überhaupt genug ist, wenn man die eigentlichen Factoren einer Zahl weiß, weil aus diesen alle übrige Theiler leicht gefunden werden; so sieht man ohne Mühe, daß dadurch eine beträchtliche Abkürzung der Tafeln erhalten werden kann.

§. 5.

Zu dieser Abkürzung kömmt noch eine andere, welche man erhält, wenn aus der Tafel alle die Zahlen wegbleiben, die sich durch 2, 3, oder 5 theilen lassen. Denn solche Zahlen lassen sich ohne Mühe erkennen. Und werden sie, so vielmal es angeht, durch 2, 3, 5 getheilt, so ist es immer genug, wenn man aus der Tabelle sehen kann, ob der letzte Quotient noch ferners in Factoren zerfällt werden kann.

§. 6.

Auf diese Art aber werden von 30 Zahlen nur 8 beybehalten, so, daß man für 30000 Zahlen nicht mehr Raum gebraucht, als man sonst nur für 8000 würde gebraucht haben. Denn da 30 die kleinste Zahl ist, die sich durch 2, 3, 5 theilen läßt, so folgt, daß jede Zahl die durch 30 getheilt, entweder 0, oder einen durch 2, 3, 5 thielbaren Rest übrig läßt, ebenfalls durch 2, 3, 5 getheilt werden kann; und hinwiederum daß auch letzteres nicht angeht, wenn ersteres nicht statt findet. Nun findet dieses nur in denen Fällen nicht statt, wo eine Zahl,

wenn

wenn sie durch 30 getheilt wird, eine der Zahlen 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 zum Reste läßt. Und so hat man auch nur unter jeden 30 Zahlen diese achterley Fälle beyzubehalten.

§. 7.

Es verursacht aber die decimale Einrichtung des Zahlengebäudes, daß man anstatt 30 zum Grunde zu legen, bequemer 300 zum Grunde legt, und daher nur die Zahlen beybehält, welche, wenn sie durch 300 getheilt werden, eine von folgenden Zahlen

1	31	61	91	121	151	181	211	241	271
7	37	67	97	127	157	187	217	247	277
11	41	71	101	131	161	191	221	251	281
13	43	73	103	133	163	193	223	253	283
17	47	77	107	137	167	197	227	257	287
19	49	79	109	139	169	199	229	259	289
23	53	83	113	143	173	203	233	263	293
29	59	89	119	149	179	209	239	269	299

zum Ueberreste haben. Diese sind es allein, welche sich durch 2, 3, 5 nicht theilen lassen.

§. 8.

Diese Ueberreste zeigen nun ebenfalls an, in welcher Ordnung die beyzubehaltende Zahlen, in Absicht auf ihre zwo letzte Ziffern, auf einander folgen, weil diese Ordnung, so oft man um 300 weiter schreitet, allemal wiederkehrt. Es wird sich nun hieraus begreiflich machen lassen, wie es möglich gewesen, den ganzen Anjema-

schen

schen Quartband auf die beygefügte Folioseite abzukürzen.

§. 9.

Denn einmal war es genug, die zwo letzte Ziffern erst angeführter Ueberreste (§. 7.) in der vorderſten Columne herunter zu schreiben, und an den zwo Stellen, wo ein neues hundert anfängt, einen Zwischenraum zu lassen, in welchem der Queere nach die ganzen hunderte hintereinander, und zwar jedes über seine Columne, geschrieben werden konnten. Dadurch, und wegen des nach den 3000 und 6000 herunterlauffenden Zwischenraumes findet sich die Tabelle in 9 Quadrate eingetheilt, und dadurch erhielt die Tabelle theils eine bessere Gestalt, theils auch wurde dadurch das Aufsuchen erleichtert. Man sieht leicht, daß die Theiler jeder Zahl da zu suchen sind, wo man von den hunderten herunterwärts, und von den Ueberresten in der ersten Columne des Quadrats, über welchen die hunderter stehen, hinterwerts fährt, bis man zusammen trift.

§. 10.

So z. E. wenn die Zahl 4361 fürgegeben, so findet sich 4300 über der vierten Columne des mittlern Quadrats. Fährt man demnach von 4300 herunterwerts, und von 61 hinterwerts, so trift man da zusammen, wo die Zahlen 7. 7. 89 stehen. Und dieses sind die Factoren, aus deren Multiplication die Zahl 4361 erwächst.

§. 11.

§. 11.

Trift es sich bey solchen Aufsuchen, daß man auf eine leere Stelle kömmt, so ist dieses eine Anzeige, daß die aufgesuchte Zahl eine Primzahl ist. So z. E. wenn man 4363 aufgesucht hätte, so würde man auf die leere Stelle gefallen seyn, welche unmittelbar unter den für 4361 gefundenen Factoren 7. 7. 81 steht.

§. 12.

Trift man aber eine Zahl bey dem Aufsuchen gar nicht an; so kann man schliessen, daß sie durch 2, 3 oder 5 getheilt werden kann. So z. E. wenn man (um bey gleicher Columne zu bleiben) die Zahl 4371 hätte aufsuchen wollen, so würde man in der Columne der Ueberreste die zwo letzten Ziffern 71 nicht gefunden haben. Da nun 4371 weder gerade ist, noch zur letzten Ziffer eine o oder 5 hat, so bleibt nur, daß sie durch 3 getheilt werden kann. Nimmt man die Theilung vor; so erhält man den Quotient 1457, welcher unter 1400 und hinter 57 aufgesucht, auf die Factoren 31, 47 verweiset, so, daß demnach die Factoren der Zahl 4371 die Zahlen 3, 31, 47 sind.

§. 13.

Da nun die Tabelle sich bis auf 10199 oder 10200 erstreckt, so sieht man, daß man dadurch die Theiler der Zahlen von 1 bis auf 10200 nebst den Primzahlen auf eine sehr geschmei-

geschmeidige Art beysammen hat, und sie gleichsam mit einem Anblicke übersehen kann. Auch hat man bey dem Aufsuchen nicht nöthig lange zu blättern, weil sowohl die hunderter als die zwo letzte Ziffern jeder fürgegebenen Zahl gleich in die Augen fallen.

§. 14.

Ungeachtet sich nun die Tabelle nur bis auf 10200 erstreckt, so dient sie doch auch für grössere Zahlen, die, wenn sie durch 2, 3, 5 können getheilt werden, sich so weit herunter bringen lassen, daß der letzte Quotient kleiner als 10200 ist. Da dieses aber nicht mit jeden grössern Zahlen angeht, so werde ich auch den Vortheil nicht mehr erheben, als er es verdient.

§. 15.

Vielmehr werde ich anmerken, daß ich die Tabelle vorzüglich deswegen durch den Druck bekannt mache, daß etwann jemand durch die so geschmeidige Einrichtung derselben sich bewegen lasse, noch 9 andere, oder wenn er sich einen recht unsterblichen Namen machen will, noch 99 andere beyzufügen. Denn so würde man im letztern Fall, auf die geschmeidigste Art, die nur immer möglich ist, die Theiler jeder Zahlen haben die unter einer Million, oder unter 1020000 sind, und das wäre doch immer genug. Im erstern Fall hätte man sie bis auf 102000, und man würde immer 10 mal weiter damit reichen, als mit der gegenwärtigen, die nur bis auf 10200 geht.

§. 16.

Da es aber schwerlich zu hoffen steht, daß zu dieser Tabelle noch 99 andere hinzugerechnet werden, wiewohl die Arbeit weder so groß, noch so weitläuftig seyn würde, als sie es bey den trigonometrischen Tafeln war, so werde ich es bey den 102000 bewenden lassen, und nun noch angeben, wie die Berechnung merklich erleichtert werden könne.

§. 17.

Die Quadratwurzel von 102000 ist etwas weniger als 320, demnach wenn eine Zahl, die kleiner als 102000 ist Theiler hat, so hat sie nothwendig einen Theiler der kleiner als 320 ist.

§. 18.

Da ferners die durch 2, 3, 5 theilbare Zahlen wegbleiben, so ist 7 die kleinste Primzahl die unter den Factoren vorkömmt. Theilt man demnach 102000 durch 7, so ist der Quotient 14571. Und so ist es zu Verfertigung der Tabelle genug, wenn man die Primzahlen bis auf 14571 weiß. Denn grössere kommen unter den Factoren nicht vor, wenn die Tabelle nur bis auf 102000 fortgesetzt wird.

§. 19.

Theilt man ferners 10200 durch 7, so ist der Quotient 1457. Und hieraus folgt, daß alle durch 2, 3, 5 nicht theilbare Zahlen, die zwischen 1457 und 14571 fallen, durch 7 müssen multiplicirt werden. Diese Zahlen wären nun sämtlich in der Tafel enthalten, wenn sie bereits bis auf 14571 fortgesetzt wäre. Da sie sich nun vorerst auf eben die Art bis dahin fortsetzen läßt, wie sie sodann bis auf 102000 fortgesetzt wird; so werde ich annehmen, daß sie bereits bis auf 14571 fortgesetzt sey. Denn so wie sie ist, läßt sie sich bis auf 7 mal 10200, oder 71400, und von da an bis auf 71400 mal 7, oder 499800 fortsetzen.

§. 20.

Nun ist vor allen Dingen nöthig, daß, so weit man die Tafel fortsetzen will, man die Eintheilung in Quadrate und Columnen gleich anfangs mache, und die hunderter und die zwo letzte Ziffern auf eben die Art, wie in der hier vorgelegten Tabelle hinschreibe, damit sodann die Factoren sogleich können an ihren Ort eingetragen werden.

§. 21.

So z. E. um die Columne von 40000 bis 40100 auszufüllen, werden die in der Tafel vorkommende Zahlen von 7 an bis zu der Quadratwurzel von 40100 gebraucht. Man theilt

40000 durch 7, so ist der Quotient $5714\frac{2}{7}$. Die nächst grössere Zahlen in der Tafel sind nebst ihren Factoren

$$\begin{aligned} &5717 \\ &5719 = 7.19.43 \\ &5723 = 59.97 \\ &5729 = 17.337 \text{ ꝛc.} \end{aligned}$$

diese mit 7 multiplicirt, geben nun

$$\begin{aligned} 40019 &= 7.5717 \\ 40033 &= 7.7.19.43 \\ 40061 &= 7.59.97 \\ 40103 &= 7.17.337 \text{ ꝛc.} \end{aligned}$$

An die Stelle von diesen Producten werden nun die neben denselben stehenden Factoren eingetragen. Sodann verfährt man eben so mit 11 als der nächst grössern Zahl. Denn 40000 durch 11 getheilt, giebt $3636\frac{4}{11}$. Die nächst grössere Zahlen in der Tafel sind nebst ihren Factoren

$$\begin{aligned} &3637 \\ &3641 = 11.331 \\ &3643 \\ &3647 = 7.521 \text{ ꝛc.} \end{aligned}$$

diese durch 11 multiplicirt, geben

$$\begin{aligned} 40007 &= 11.3637 \\ 40051 &= 11.11.331 \\ 40073 &= 11.3643 \\ 40117 &= 7.11.521 \text{ ꝛc.} \end{aligned}$$

Eben so verfährt man auch mit 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53 ꝛc. Das wird sagen,

Tafel der Primzahl und der Factoren von denen Zahlen die unter 10000, und durch 2, 3, 5 nicht theilbar sind.

sagen, mit allen Primzahlen bis zu der Quadratwurzel von 40100, wenn man nemlich nur bis auf diese Zahl die Tafel ausfüllen will. Man füllt sie aber, wie vorhin gesagt, entweder nur bis auf 14571, oder auch gar bis auf 71400, und sodann vollends bis auf 102000 aus. Die Stellen, die zuletzt unausgefüllt bleiben, sind die von Primzahlen.

§. 22.

Auf die erst beschriebene Art habe ich die Tafel von 10000 bis auf 10200 ausgefüllt, nachdem ich das übrige aus des *Poëtii* anatomia numerorum genommen, und zugleich in die 20 Druck- und Rechenfehler verbessert, die ich wegen der Einrichtung der hier beygefügten Tafel, leicht entdecken konnte.