SUR QUELQUES INSTRUMENS ACOUSTIQUES.

PAR MR. LAMBERT.

§. 1.

Il y a un ſiecle que le Chevalier *Morland* propoſa & exécuta l'idée qu'il s'étoit formée de l'Inſtrument acouſtique qu'on nomme *Porte-voix*. Ce qu'il y avoit de nouveau dans cette idée ne conſiſtoit pas en ce que le ſon pouvoit par cet Inſtrument être entendu à une diſtance conſidérable. Les trompettes, les cors de chaſſe & d'autres Inſtrumens ſemblables, qui ſont de beaucoup plus ancienne invention, n'en laiſſoient point douter. Mais la queſtion étoit, ſi les ſons articulés, les ſyllabes, les paroles pouvoient par quelque inſtrument ſemblable être non ſeulement entendues, mais compriſes à une auſſi grande diſtance. C'eſt ce que le Chevalier *Morland* eſſaya en 1670, & le ſuccès répondit à ſon attente. Cette Invention ſe répandit en peu de tems de telle ſorte qu'en moins d'une année on vit des Porte-voix dans tous les pays cultivés, & les Navigateurs ſurtout ne tarderent pas d'en faire uſage ſur mer. Le Chevalier *Morland* publia de ſon côté une deſcription des différentes eſpeces qu'il en avoit fait faire, qui ſe répandit auſſi vite que l'Inſtrument. On vit que ces Porte-voix étoient une eſpece de trompette ſuffiſamment aggrandie. Sur la fin de cette deſcription, le Chevalier *Morland* invite les Géometres & les Phyſiciens à donner à cet inſtrument la figure & en général toute la perfection dont il pouvoit être ſuſceptible.

§. 2. Le premier qui en 1672 prétendit avoir rafiné là-deſſus, c'eſt un Mécanicien nommé *Caſſegrain*, connu ſurtout par des Inſtrumens d'Optique. Il donna à ſes Porte-voix une figure hyperbo-

lique

lique, & prétendit avoir par là mieux réussi que le Chevalier *Morland*, en ce qu'un Instrument de sa façon, qui n'avoit que 5 pieds de longueur, portoit la voix tout aussi loin qu'un autre de 7 pieds fait de la façon de Morland. En Allemagne, J. Chr. *Sturm*, Professeur à Altorf, imita Cassegrain pour ce qui regarde les dimensions, mais il ne laissa pas de faire des essais avec des instrumens d'une figure plus ou moins entortillée.

§. 3. Les choses en resterent là jusqu'en 1719, où M. *Hase*, Professeur à Wittemberg, publia une Dissertation où il tâcha de perfectionner ces Instrumens avec plus de succès. Des théoremes connus depuis longtems dans la Catoptrique lui firent voir que, bien loin de donner aux Porte-voix la figure de l'hyperbole entre l'asymtote, comme *Cassegrain* l'avoit prétendu, la figure elliptique & la parabolique y étoient infiniment plus propres. Comme les deux especes de Porte-voix qu'il proposa conformément à ces théoremes, se trouvent dans presque toutes les Institutions élémentaires de Physique, je ne m'arrêterai pas à en faire ici une description. D'ailleurs, il n'est pas difficile de se les figurer, pour peu qu'on se rappelle ce qu'on a depuis longtems démontré à l'égard des miroirs paraboliques & elliptiques. Aussi l'idée de M. *Hase* consiste en ce qu'il regarde les Porte-voix comme une espece de miroir, qui réflêchit le son. Et à cet égard la théorie de ces miroirs étoit un travail tout fait, qu'il n'avoit qu'à appliquer.

§. 4. De cette maniere, c'est une espece de phénomene du monde intellectuel que l'histoire des Porte-voix nous offre. Ces Instrumens auroient pu être inventés depuis qu'on a des trompettes ou d'autres instrumens semblables, c'est à dire, depuis un tems immémorial. Il n'y manquoit que la simple idée d'essayer de parler par une trompette, en tout cas suffisamment aggrandie. Cette idée, comme un grand nombre d'autres semblables, étoit réservée au siecle précédent, siecle animé par une ardeur de faire de nouvelles tentatives, qui depuis s'est fort rallentie. L'idée de M. *Hase* auroit pareillement pu être de plus ancienne date, parce que les miroirs paraboliques & el-

lipti-

liptiques étoient connus longtems auparavant. Bien ſouvent, quand il s'agiſſoit de lignes courbes, on ne penſoit que trop aiſément aux Sections Coniques, & déjà par cette raiſon le Chevalier *Morland* auroit pu s'en aviſer. *Caſſegrain* emploïa l'hyperbole ſans le ſavoir. *Sturm* le découvrit & en reſta-là.

§. 5. M. *Haſe* s'en tint pareillement à ce qu'il ſavoit des miroirs. Et quoique l'application qu'il en fit aux Porte-voix fût très ſenſée & ce qu'il y avoit juſqu'alors de mieux imaginé ſur cette matiere, il s'en faut de beaucoup que ce ſoit-là tout ce qu'il y avoit à déſirer. Car, outre que des figures paraboliques & elliptiques s'exécutent très difficilement, les miroirs qui ont cette figure ne ſont pas ſi exemts de tous les défauts, qu'on le croit communément. Qu'un miroir parabolique réuniſſe dans ſon foïer les raïons qui y tombent, cela n'eſt vrai en toute rigueur qu'à l'égard des raïons paralleles à l'axe. Pour tous les autres raïons cette regle ſouffre des aberrations d'autant plus conſidérables, que les raïons ſont plus obliques & que le miroir a plus de courbure. Il en eſt de même à l'égard des ſons, qui dans les Porte-voix, tout paraboliques qu'ils peuvent être, ne partent pas d'un ſeul point, & s'y réflêchiſſent ſous des angles de toute grandeur, de ſorte qu'il s'en faut de beaucoup que la propagation s'en faſſe dans une direction entierement parallele à l'axe. Enſuite, le ſon peut ſe renforcer dans les Porte-voix comme dans d'autres inſtrumens de Muſique, & cela produit des réflexions toutes différentes de celles qui ſont analogues à la réflexion de la lumiere. Ainſi M. *Haſe*, quelque bonne que puiſſe être ſon invention, ſemble avoir laiſſé la véritable théorie des Porte-voix tout autant en arriere qu'il l'avoit trouvée en 1719, lorſqu'il publia ſa Diſſertation. Je n'ai pas vu que cette matiere ait été retouchée depuis. Les Auteurs plus modernes que j'ai conſultés, en parlent comme d'une choſe fort embrouillée & fort difficile. En effet, on trouvera qu'ils ont raiſon pour peu qu'on faſſe attention à cette infinité de réflexions que le ſon ſouffre dans ces Inſtrumens, & qui toutes doivent entrer dans le calcul. Cette infinité effraie, & pro-

produit une eſpece d'évanouiſſement momentané, ou dè vertige, comme ſi on voioit devant ſoi un abyme. De là vient qu'on ſe déſiſte du projet comme ſi on le laiſſoit tomber des mains. Mais ſi, après tout, cet abyme n'étoit qu'imaginaire? Du moins il convient de ne point perdre courage avant que d'avoir bien vu ce qui en eſt. Des cas aſſez ſemblables, que j'ai traités dans ma *Photométrie*, m'ont fait voir que ces ſortes de fraïeurs peuvent très bien être paniques, & dans l'analyſe l'infini n'eſt plus un article qui doive embarraſſer. Il s'agiſſoit d'eſſaïer ſans ſe rebuter au premier aſpect. J'ai fait cet eſſai, & on va voir juſqu'où il a réuſſi. Il s'agit principalement de la théorie des Porte-voix, mais ſi, chemin faiſant, je rencontre des choſes qui puiſſent avoir d'autres uſages, je ne les paſſerai pas ſous ſilence. Le païs que je vais parcourir eſt encore peu connu, & c'eſt de ces païs-là qu'on eſt avide de tout ſavoir. Mais, pour être digne de foi, je vais indiquer d'où je ſuis parti, & quel chemin j'ai pris. Entrons donc en matiere.

§. 6. On ſait que la propagation du ſon ſe fait en ligne droite, à moins qu'il ne paſſe d'un air plus denſe dans un autre moins denſe ou réciproquement. Car, dans ce cas, il ſe fait une eſpece de réfraction, qui probablement ſe fait auſſi lorſque le ſon paſſe p. ex. par un mur de figure priſmatique. Mais ici je puis faire abſtraction de tout cela.

§. 7. Enſuite, on ſait que le ſon ſe réfléchit. C'eſt ce qu'on ſait depuis qu'on a ceſſé de regarder l'*Echo* comme une eſpece de Divinité, ou de Fantôme, qui s'amuſe à répéter ce qu'on dit, ou du moins les dernieres ſyllabes.

§. 8. Enfin, on ſait que tout corps ſonore répand le ſon de tout côté, & que c'eſt là la raiſon pourquoi le ſon s'affoiblit à meſure que la diſtance augmente. On peut établir que cet affoibliſſement croit en raiſon du quarré de la diſtance, tout comme la lumiere.

§. 9.

§. 9. Quant à la réflexion du ſon, on ſait encore qu'il en eſt comme de toutes les autres réflexions, c'eſt à dire, que l'angle de réflexion eſt égal à l'angle d'incidence. C'eſt ſur cela que ſe fonde le moïen de conſtruire & de créer, pour ainſi dire, des Echos artificiels.

§. 10. Tout cela eſt aſſez connu. Mais, dans la combinaiſon des deux derniers Phénomenes, il y a quelque choſe qui peut embarraſſer. Les corps ſonores ne nous mettent gueres en état de produire un ſon, qui ne ſoit dirigé que vers une certaine contrée. La queſtion eſt donc ſi cela eſt impoſſible en ſoi-même. *Newton* le prétend, & la théorie du ſon, qu'il a le premier éclaircie, ſemble l'inſinuer. Il rapporte même une Expérience pour conſtater la choſe, & pour prouver en même tems, que le ſon & la lumiere n'ont rien de commun pour ce qui regarde le mécaniſme de leur propagation. Cette expérience ne parut pas déciſive à M. *Euler*. On ſait, dit *Newton*, que les raïons du ſoleil paſſent en droite ligne par un trou ſans que derriere le trou ils ſe répandent de tout côté. Si donc la lumiere ſe propageoit comme le ſon, il faudroit que le ſon paſſât également en droite ligne, & qu'il formât un cone ſonore, comme la lumiere forme un cone lumineux. De la ſorte on n'entendroit rien dès qu'on ſe trouveroit à côté de ce cone ſonore. Or on entend de tout côté derriere le trou, par lequel le ſon paſſe; donc etc. Voilà l'argument de *Newton*. M. *Euler* y répond, que le ſon non ſeulement paſſe par le trou, mais encore par la planche, la porte, ou le mur, mais qu'il n'en eſt pas de même de la lumiere, qui ne paſſe que par les corps tranſparens. Je n'ai pas fait l'expérience propoſée par *Newton*, mais je ſais, par d'autres obſervations analogues, ce que cette expérience peut faire voir; c'eſt que l'oreille placée dans le cone ſonore dont je viens de parler, entend plus clairement & plus fortement, que lorſqu'il eſt de côté.

§. 11. L'exemple de l'Echo me paroit à cet égard le plus concluant. L'écho ſe produit lorſque le ſon eſt réflêchi d'un mur ou d'un rocher, qui ſe trouve à une diſtance ſuffiſante. Il n'eſt pas beſoin que

ce mur ou ce rocher ait beaucoup de ſurface, & pour la queſtion dont il s'agit, il eſt bon qu'il en ait le moins qu'il ſoit poſſible. Dans ces ſortes de cas j'ai toujours obſervé, que l'écho bien loin de ſe faire entendre tout alentour, ne ſe fait entendre que là où ſuivant les regles
Planche V. Fig. 1. de la réflexion, le ſon réflêchi paſſe. Soit AB un mur ſemblable, C le point d'où le ſon ou la voix part, ACB ſera le cone ou la pyramide ſonore, qui par la réflexion ſe replie vers *ab*. En *ab* on entend la voix ou le ſon comme partant du point *c*. J'ai obſervé que la largeur *ab* eſt aſſez petite; & ſi le mur ou le rocher AB eſt recourbé en forme de miroir, il ſe peut que *ab* eſt moins large que AB, & alors l'écho renforce le ſon, tout comme un miroir concave renforce les raïons en les concentrant. Tout cela n'auroit jamais lieu, ſi le ſon en tombant en AB ſe répandoit de tout côté. Cela n'arrive que lorſque AB eſt un objet ſonore, qui par le mouvement ondulatoire de l'air commence à faire des vibrations propres à produire un ſon. On voit donc par là, que moïennant la réflexion on peut intercepter un cone, ou une pyramide ſonore, & donner au ſon une direction linéaire, comme on peut la donner à la lumiere. Ajoutons encore que ſi le ſon en AB ſe répandoit de tout côté, on l'entendroit en *ab* comme extrèmement affoibli. Car AB ſeroit alors comme un miroir ſphérique convexe, qui, pour répandre la lumiere incidente de tout côté, ne produit qu'une lumiere réflêchie extrèmement foible. Mais il y a des Echos qui renforcent le ſon. Ainſi la réflexion du ſon ſe fait comme celle de la lumiere.

§. 12. Il convenoit d'inſiſter ſur cette aſſertion parce que *Newton* paroit être d'un ſentiment contraire, & l'autorité de *Newton* équivaut à un argument aſſez fort. La théorie du ſon, dont il a donné la premiere ébauche, ſemble lui avoir fait concevoir la choſe de la façon qu'il a fait. En effet, une particule d'air étant agitée dans une direction quelconque, il ſemble qu'elle met en mouvement toutes les particules contiguës, & de cette maniere le ſon devroit ſe répandre de tout côté. C'eſt auſſi ce qu'on obſerve dans les corps ſonores, qui produiſent un

ſon.

ſon. Mais l'expérience de l'Echo, que je viens de rapporter, fait voir que tout cela doit être conçu d'une autre façon. Ce ſera donc le corps ſonore qui communique à l'air un mouvement ſuivant toutes les directions. Mais, en interceptant un cone ſonore ACB par un plan AB, ce cone ſe replie ſuivant ſa direction linéaire, & ſi les particules d'air D, qui lui ſont contiguës, participent à l'agitation de l'air compris dans le cone replié $aABb$, le mouvement que ces particules D reçoivent, doit être extrèmement foible, puiſque l'écho ne ſe fait entendre que lorſque l'oreille ſe trouve placée dans le cone replié.

§. 13. Paſſons maintenant à voir comment le ſon ſe renforce dans les trompettes & autres inſtrumens ſemblables. La réflexion du ſon qui s'y fait, y contribue ſans contredit, & même beaucoup. Mais ce n'eſt pas là la ſeule cauſe. On ſait que la trompette ne rend pas tous les ſons, mais ſimplement ceux qui ſuivent l'ordre des nombres naturels 1, 2, 3 - - - - 16, de ſorte que dans l'intervalle de quatre octaves la trompette ne donne que 16 ſons, qui ſont ceux qu'il faut entonner pourque la trompette y réponde. On peut à la vérité crier dans une trompette en donnant à la voix un ton quelconque, mais alors c'eſt cette voix qu'on entend & non pas le ſon de la trompette. La trompette renforcera cette voix par la ſimple réflexion, mais de beaucoup moins que ſi elle ſonnoit elle-même. Ainſi il eſt clair que le mouvement trémulatoire qu'on peut donner à la trompette, eſt une des principales cauſes qui en renforcent le ſon. Voïons comment.

§. 14. En ſonnant d'une trompette, ce n'eſt d'abord que l'air qui y eſt agité. Mais, ſi les oſcillations des particules d'air ſont iſochrones à celles dont la trompette eſt ſuſceptible, alors la trompette commence à avoir un mouvement oſcillatoire; & quand on continue de ſonner, il ſe fait dans ce mouvement une eſpece d'accumulation, en ce que les particules élaſtiques du métal reçoivent de nouvelles ſecouſſes avant qu'elles perdent l'effet des ſecouſſes précédentes. C'eſt par là que l'hiſtoire de ces perſonnes, qui à force de crier dans un verre le font crever, devient plus ou moins explicable. On explique encore par là, comment cela peut arriver à une cloche, lorſqu'on la ſonne trop longtems & trop fortement.

§. 15. La réflexion du ſon dans la trompette contribue aſſez conſidérablement à augmenter cette accumulation du mouvement oſcillatoire des particules du métal. Mais, comme dans chaque réflexion les particules de l'air perdent une partie de leur force, c'eſt par là qu'il faut expliquer le paradoxe que ce renforcement du ſon préſente; car il ſemble que l'effet eſt plus grand que la cauſe qui le produit. Mais, comme cela ne ſauroit être, il eſt clair que le ſon dans ces cas doit être plus foible au commencement & vers la fin, tandis qu'il eſt plus fort vers le milieu de l'intervalle du tems qu'il dure. La ſomme totale ſera égale à la cauſe qui la produit, & bien ſouvent elle eſt moindre, parce que, quelqu'élaſtique que puiſſe être le métal de la trompette, il ſe perd toujours plus ou moins de mouvement dans ſes particules, de ſorte que le ſon eſt moins fort de ce qu'il pourroit être.

§. 16. Ce mouvement oſcillatoire des particules du métal contribue de ſon côté à répandre le ſon de la trompette ſuivant toutes les directions, quoique du reſte le ſon le plus fort ſuive principalement la direction de la trompette elle-même ou de ſon axe. Mais, quand même ces ſortes d'inſtrumens pourroient être faits en ſorte qu'ils répandiſſent le ſon également de tout côté, ils n'en feroient que d'autant plus conformes à leur but. Il n'en eſt pas de même des Porte-voix. On veut que ces Inſtrumens ne portent le ſon que vers une ſeule contrée, & tout le ſon qu'ils produiſent ſuivant une autre direction quelconque eſt reputé perdu, d'autant qu'il déroge à la force du ſon qu'on veut porter tout entier vers l'endroit où on veut ſe faire entendre. Ainſi, lorſqu'il s'agit de Porte-voix, il faut faire en grande partie abſtraction du mouvement oſcillatoire, à moins qu'on ne puiſſe démontrer que, par le renforcement du ſon qui en réſulte, on gagne plus qu'on ne perd. Cette démonſtration ſera aſſez difficile, ſi elle n'eſt pas impoſſible. Car on ne ſe ſert pas des Porte-voix pour produire ſimplement

ment un ſon fort, mais un ſon articulé, des ſyllabes, des paroles. Or, comme l'accumulation du mouvement oſcillatoire ne ſe fait pas dans un inſtant, on voit qu'il faudroit parler avec une lenteur extreme. Mais, en parlant lentement, ce ne ſont que les voïelles qu'on traine, puiſque les conſonnes ne ſont que des modifications inſtantanées des voïelles. Ainſi le Porte-voix ne feroit entendre que les voïelles, & d'une façon ſi ſonore, qu'il faudroit deviner les conſonnes, ce qui n'eſt pas toujours facile. J'en infere que pour parler diſtinctement par un Porte-voix, ce mouvement oſcillatoire doit être évité. Cela eſt faiſable en fabriquant ces inſtrumens de matieres peu élaſtiques; ou, ſi on les fabrique de matieres élaſtiques, il faut parler d'un ton que l'inſtrument ne rend pas, & qui par conſéquent ne le fait pas reſonner. Du reſte, dans l'un & l'autre cas, la théorie des Porte-voix, & ſurtout de leur figure, revient à la théorie de cette infinité de réflexions du ſon qui s'y forment. Et ſi cette infinité reſſemble à un abyme, je vais du moins le ſonder. Peut-être ne ſera-t-il pas ſi immenſe qu'il paroit.

§. 17. Ce n'eſt pas par la recherche de la figure la plus convenable des Porte-voix, qu'il faut commencer. Ce probleme, quoique le premier qui ait été propoſé ſur cette matiere par le Chevalier *Morland*, eſt un des derniers qu'il faudra réſoudre. La bonne Logique veut qu'avant que d'en venir à l'analyſe que ces ſortes de problemes demandent, on commence par une eſpece de ſyntheſe, & cette ſyntheſe elle-même commence par les cas les plus ſimples. Par là on apprend à voir clair pour ce qui arrivera dans des cas plus compoſés. Commençons donc par conſidérer des Porte-voix de figures ſimplement cylindriques, & paſſons enſuite aux figures coniques. Les figures priſmatiques & pyramidales n'entrent pas ici en conſidération, quoique du reſte elles pourroient être traitées tout au moins auſſi facilement que les deux figures que je vais examiner.

§. 18. Soit donc un cylindre ABED, ſon axe CF. Dans cet axe ſoit un point ſonore C. Ce point répandra le ſon de tout cô- Fig. 2.

té,

té, & il y aura un cone ſonore BCE, qui aura le bout du cylindre pour baſe, & le ſon qui s'y propage ſort du cylindre en lignes droites, c'eſt à dire, ſans être réflêchi. Soit donc une autre direction quelconque CM. Le ſon qui ſuit cette direction, ſera réflêchi en M, N, O, & de O il ſortira du cylindre ſuivant la direction OF. Et comme CM, en tournant autour de l'axe CF, forme la ſurface d'un cone, que nous pourrons nommer ſurface conique ſonore, on voit que OF forme une ſurface toute ſemblable, & le ſon propagé ſuivant la ſurface du cone CM ſort du cylindre comme s'il avoit été excité dans le point F. Mais, à meſure que l'angle MCF varie, la diſtance CF variera également, de même que les angles OFC. Ainſi le ſon ſortant du cylindre ſe répand de tout côté derriere le plan qui en BE coupe le cylindre à angles droits, comme ſi le point ſonore avoit été placé dans ce point d'interſection. Toute la différence que le cylindre peut produire, c'eſt que le ſon dans chaque réflexion change de force, & qu'en ſortant du cylindre il ne ſe répand pas uniformément. On voit donc que la figure cylindrique, & partant auſſi toutes les figures priſmatiques, doivent être rejettées. C'eſt auſſi la raiſon pourquoi je ne m'arrêterai pas à conſidérer les directions du ſon qui ne paſſent pas par l'axe. Voïons donc ce qui en eſt des figures coniques.

Fig. 3. §. 19. Soit BCA un cone, CN ſon axe. Que le ſon ſuivant la direction DF coupe l'axe en E, & qu'étant ſucceſſivement réflêchi en F, H, il ſorte du cone ſuivant la direction HI. Or, l'angle de réflexion étant toujours égal à l'angle d'incidence, nous aurons

$$CFD = BFH$$
$$FHC = IHA.$$

Mais, par les élémens de Géometrie, il eſt

$$CFD = FDA - ACB$$
$$CHF = HFB - ACB.$$

Soit

Soit donc l'angle du cone ACB $= \phi$, l'angle FDA $= \omega$, il ſera

$$CFD = BFH = \omega - \phi$$
$$CHF = IHA = \omega - 2\phi,$$

d'où l'on voit que, dans chaque réflexion ſuivante, l'angle d'incidence diminue d'une quantité ϕ, qui pour un même cone eſt conſtant, parce que ϕ eſt l'angle du cone BCA.

§. 20. Ce théoreme eſt d'une fécondité admirable & nous aidera à voir le fond de l'abyme, qui d'abord ſembloit cauſer un vertige. Introduiſons pour plus de briéveté quelques dénominations. Il nous faut ici un terme qui à l'égard du ſon déſigne à peu près ce que le terme *raïon* ſignifie à l'égard de la lumiere. Si le mouvement linéaire du ſon étoit auſſi viſible que celui de la lumiere, il y auroit un terme introduit depuis longtems, & la reſſemblance auroit probablement décidé pour le terme *raïon* En françois on donne ce nom à des choſes infiniment moins reſſemblantes. Au moïen d'un peu d'habitude le terme de *raïon ſonore*, ou *raïon acouſtique*, ou *raïon phonique*, n'aura rien de choquant. J'emploierai cependant auſſi le terme de *ligne phonique*, comme je me ſuis déjà ſervi du terme de *cone ſonore*, qui équivaut à cet égard au terme de *cone phonique*.

§. 21. L'angle du cone ϕ étant donné, de même que le premier angle d'incidence ω, on trouve très facilement tous les autres angles d'incidence ſuivans & le nombre de réflexions que le raïon phonique ſouffre avant que de ſortir du cone, ou pour mieux dire, avant que de n'ètre plus réfléchi. Car les angles d'incidence ſeront

$$\begin{array}{c} \omega \\ \omega - \phi \\ \omega - 2\phi \\ \omega - 3\phi \\ \text{etc.} \\ \omega - n\phi. \end{array}$$

Cette

Cette ſuite finit toujours là où les termes commenceroient à être négatifs. Ainſi, pour trouver le nombre des réflexions que le raïon phonique ſouffre avant que de ne plus être réflêchi, on n'a qu'à diviſer ω par Φ, en ne prenant pour quotiens que des nombres entiers. Le quotient donnera le nombre des réflexions, & le réſidu donnera le dernier angle d'incidence, qui aura lieu en ſuppoſant le cone d'une longueur indéfinie.

§. 22. Ce dernier angle d'incidence étant toujours plus petit que l'angle du cone Φ, on voit qu'aucun raïon phonique ne ſort du cone prolongé à l'infini. Soit FHC le dernier angle d'incidence, l'angle de réflexion IHA lui eſt égal, & par conſéquent plus petit que l'angle du cone ACB. Ainſi le raïon phonique HI ne pouvant plus couper le côté CB, il ne ſortira plus de ce que je nommerai l'enceinte du cone.

§. 23. Suppoſons réciproquement qu'un raïon phonique IH entre dans le cone. Soit le premier angle d'incidence en $H = \psi$, les angles ſuivans ſeront

$$\psi + \Phi$$
$$\psi + 2\Phi$$
$$\psi + 3\Phi$$
$$\psi + 4\Phi$$
etc.

Ces angles vont donc en augmentant en progreſſion arithmétique jusqu'à ce qu'ils commencent à ſurpaſſer l'angle droit; alors le raïon phonique commence à retourner, & il ceſſe de ſubir des réflexions ultérieures là où l'angle $\psi + n\Phi$ iroit excéder la ſomme de deux angles droits. C'eſt à quoi il faut avoir égard lorſqu'il s'agit des inſtrumens propres à aider l'ouïe. La figure conique à moin qu'on ne la tronque n'y eſt gueres propre, parce que tout le ſon qui y entre, en ſort de nouveau, ſans qu'il parvienne juſqu'à la pointe C.

§. 24.

§. 24. On voit ſans peine qu'il en eſt de même à l'égard de la lumiere, ſi on fait du cone un miroir poli en dedans. Car, en plaçant une chandelle en K, la moitié de la lumiere qu'elle répand entre dans le cone, & en ſort de façon qu'elle reſte, du moins en grande partie, dans l'enceinte du cone prolongé. Il en eſt de même en tronquant le miroir conique près de C, & en y plaçant la chandelle. Par ce moïen on peut changer en cone lumineux la lumiere qu'une chandelle répand par tout un hémiſphere; & ce cone portera la clarté d'autant plus loin, que l'angle du cone ſera plus petit. Il convient encore que le cone ait une longueur ſuffiſante. C'eſt de quoi je parlerai d'abord. J'obſerve ſeulement ici que, quoiqu'un cylindre puiſſe être regardé comme un cone tronqué, dont l'angle eſt $= 0$, & par conſéquent le plus petit de tous, il ne laiſſe pas de produire un effet tout contraire, en ce qu'il répand par tout un hémiſphere, la lumiere, ou le ſon, qu'on lui préſente à réflêchir.

§. 25. Quant aux diſtances CD, CF, CH, elles ſe calculent aſſez facilement. Car il eſt

$$\sin(\omega - \Phi) : CD = \sin\omega : CF$$
$$\sin(\omega - 2\Phi) : CF = \sin(\omega - \Phi) : CH,$$

& partant

$$CF = \frac{\sin\omega}{\sin(\omega - \Phi)} \cdot CD$$
$$CH = \frac{\sin\omega}{\sin(\omega - 2\Phi)} \cdot CD,$$

d'où il ſuit que la diſtance à laquelle ſe fait la n^{tieme} réflexion, eſt

$$= \frac{\sin\omega}{\sin(\omega - n\Phi)} \cdot CD.$$

§. 26. Cette formule nous met en état de comparer la longueur du cone avec la diſperſion du ſon, pour ce qui regarde les raïons phoniques qui paſſent par l'axe du cone. Suppoſons que

$$x = \frac{ſ\,\omega}{ſ\,(\omega - n\,\Phi)}\,.\ CD,$$

exprime la diſtance à laquelle un raïon phonique ſubit la derniere réflexion; on voit que cette diſtance peut devenir fort grande lorſque le dernier angle d'incidence $\omega - n\,\Phi$ eſt très petit. Mais, comme on ne ſauroit donner au Porte-voix une longueur indéfinie, il eſt clair qu'il y aura toujours des raïons phoniques qui n'y ſubiſſent pas la derniere réflexion. Mais on peut toujours donner au cone une longueur telle, que tous les raïons ſubiſſent du moins la pénultieme réflexion. Car l'angle pénultieme tombe entre Φ & $2\,\Phi$, en ſorte qu'il ne ſauroit être plus petit que Φ. Ainſi la longueur requiſe ſera

$$x = \frac{\text{ſin}\ \omega}{\text{ſin}\ \Phi}\ .\ CD.$$

§. 27. Suppoſons donc le cone tronqué en D, de ſorte que DK ſoit l'embouchure. On voit que l'angle FDA $= \omega$ aura le plus grand ſinus poſſible lorſqu'il eſt droit, & l'angle même ne ſauroit être plus grand que ADK $= 90° + \frac{1}{2}\Phi$. Et comme entre $90 + \frac{1}{2}\Phi$ & $90 - \frac{1}{2}\Phi$ il tombe un multiple de Φ, on fera ce multiple $= \omega$, & la longueur du cone ſera

$$x = \frac{\text{ſin}\ \omega}{\text{ſin}\ \Phi}\ .\ CD.$$

§. 28. Mais, comme l'angle du cone ne doit pas être fort grand, le ſinus de $90° + \frac{1}{2}\Phi$ ne differe gueres du ſin ω. Ainſi, en faiſant

$$x = \frac{CD\ .\ \text{ſin}\ (90° + \frac{1}{2}\Phi)}{\text{ſin}\ \Phi} = \frac{CD}{2\ \text{ſin}\ \frac{1}{2}\Phi},$$

cette formule nous offre la conſtruction ſuivante. Qu'on prenne la

lon-

longueur $CL = CM$ telle, que la chorde LM ſoit $= CD$, & $CL = CM$ ſera la longueur qu'il faudra donner au cone, pour que les raïons phoniques y ſouffrent du moins la pénultieme réflexion, & alors le ſon ne ſe répandra que par un cone dont l'angle eſt $= 2\Phi$.

§. 29. Par là on voit que cette longueur $CL = CM$ dépend principalement de l'angle du cone. Car, quel que ſoit cet angle, l'embouchure DK doit toujours avoir une certaine grandeur. Elle ne ſauroit gueres être au-deſſous de $1\frac{1}{2}$ pouce, à moins qu'en y appliquant les levres on ne ſe trouve empêché de parler clairement & ſans difficulté. Enſuite, il ſeroit inutile de la faire plus grande parce, que cela aggrandiroit tout le reſte ſans néceſſité. Ainſi il faut regarder DK comme une quantité conſtante & donnée. Or il eſt

$$DK : CD = LM : CM$$
$$CD = LM$$

donc

$$CM = \frac{CD^2}{DK}.$$

Mais il eſt

$$DK = 2 . CD . \sin \tfrac{1}{2}\Phi$$

ou bien

$$CD = \tfrac{1}{2} DK \,.\, \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}\Phi$$

donc il ſera

$$CM = \tfrac{1}{4} DK . (\operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}\Phi)^2$$

ou bien

$$CM = \frac{DK}{4 . \sin \frac{1}{2}\Phi^2}$$

ou à très peu près

$$CM = \frac{DK}{\Phi\Phi}.$$

§. 30. Supposons p. ex. qu'on veuille donner à CM une longueur de 6 pieds ou 72 pouces, en faisant DK = $1\frac{1}{2}$ pouce. On aura

$$72 = \frac{3}{8 \cdot \text{fin} \frac{1}{2}\Phi^2}$$

ce qui donne

$$f\,\tfrac{1}{2}\Phi^2 = \tfrac{1}{192} \qquad \begin{aligned} CD &= \tfrac{3}{4}\sqrt{192} = 10{,}4 \text{ pouces.} \\ DA &= 72 - 10{,}4 = 61{,}6 \text{ pouces.} \end{aligned}$$

$$2f\tfrac{1}{2}\Phi^2 = \tfrac{1}{96} = 0{,}01042 = 1 - \text{cof}\,\Phi$$

$$\text{cof}\,\Phi = 0{,}98958$$

$$\Phi = 8^\circ.17'' = LCM.$$

Et le fon fortant par le cone LCM fe répandra par un cone dont l'angle eft = $2\Phi = 16^\circ.17''$.

§. 31. Pour évaluer l'effet de ce cone, il faut remarquer que le même fon qui eft refferré dans fon enceinte, eft celui qui fans Porte-voix fe répandroit par tout un hémifphere. Soit cet hémifphere BAD,
Fig. 4. le cone FCE, de forte que l'angle FCA = ACE = Φ. Or ce cone coupe de la furface de la fphere un fegment FAE, dont l'aire eft à l'aire de l'hémifphere comme le quarré de la corde FA au quarré de la corde AB. Faifant donc

$$CA = 1$$

il fera

$$AF = 2\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}\Phi$$
$$AB = \sqrt{2}.$$

Donc le fon eft renforcé par le Porte-voix dans le rapport de $4(\text{fin}\,\frac{1}{2}\Phi)^2$ à $2 = 2(\text{fin}\,\frac{1}{2}\Phi)^2 : 1$. Et par conféquent, dans l'exemple rapporté, comme $\frac{1}{96}$ à 1, ou comme 1 à 96.

§. 32. Suppofons maintenant qu'un homme puiffe être entendu à la diftance de 300 pieds. Si cet homme parle avec la même force par ce Porte-voix, cette diftance augmentera dans le rapport de

FA

FA à BA, & partant dans l'exemple rapporté elle sera $= 300\sqrt{96}$ $= 2940$ pieds. L'effet sera plus grand à mesure qu'on allonge le cone: c'est ce que nous verrons dans la suite.

§. 33. Soit un cone ACB, tronqué en DK, de sorte que DK soit l'embouchure. Soit un point sonore P, & en ne considérant encore que les raïons phoniques qui passent par l'axe du cone, il s'agit de voir plus en détail, comment ces raïons deviennent divergens. Qu'on tire du point P vers le côté CB autant de lignes phoniques P*a*, P*b*, P*c*, P*d*, P*e*, qu'on voudra, toutes ces lignes seront réflêchies tout comme si elles sortoient d'un point Q, en sorte que QK $=$ KP. La ligne PB est la premiere de celles qui sont réflêchies. La ligne P*d* est réflêchie en sorte que *dn* est parallele à CA. La ligne P*c* est réflêchie en A, & par conséquent la derniere de celles qui ne souffrent qu'une seule réflexion, avant que de sortir du cone. La ligne P*b* est réflêchie en *g*, en sorte que *gm* est parallele à CB. Et la ligne P*a* est réflêchie en *a*, *f*, *e* en sorte que *el* est parallele à CA. Ainsi tous les raïons phoniques compris dans l'angle *d*PB ne subissent qu'une seule réflexion. Les raïons phoniques compris dans l'angle *d*P*c* pourroient subir la seconde réflexion, mais ne la subissent pas, puisque le cone est terminé en A. Les raïons compris dans l'angle *c*P*b* la subissent. Et de la même maniere, on trouvera qu'entre les raïons compris dans l'angle *b*P*a*, ceux qui sont plus près de *b* pourroient subir la troisieme réflexion, si le cone étoit assez long, mais qu'en effet il n'y a que les raïons plus proches de *a*, qui la subissent en effet. Cette alternative aura encore lieu à l'égard des raïons qui pourroient subir, ou qui subissent en effet la quatrieme, cinquieme etc. réflexion.

§. 34. Les secondes réflexions, qui se font en *f*, *g*, A etc. ont pour centre commun le point R, & il est QD $=$ DR. Les troisiemes réflexions, qui se font en *e*, B etc. ont pour centre commun le point S, & il est SK $=$ KR etc. Or, si du centre C on tire par le point P un cercle, tous ces points P, Q, R, S etc. se trouvent dans la circonférence du cercle RPS. Si donc des points B, A, on tire

les

les tangentes BV, AT, prolongées en v, t, on aura le cone vWt, dans l'enceinte duquel le ſon ſe répandra. On voit ſans peine que l'angle vWt diminue à meſure qu'on allonge le cone.

§. 35. Le cercle TPV repréſente en effet une ſphere, tout comme le triangle BCA repréſente un cone. Ainſi, les centres des raïons réflêchis ſe trouvant tous dans la ſurface de la ſphere TPVE, on peut conſidérer cette ſphere comme ſonore, mais de façon que le ſon qu'elle produit, converge d'abord vers le point W, & en diverge par le cone vWt. Comme cette ſphere eſt aſſez petite, on voit pourquoi, en parlant par un Porte-voix conique, les différentes modifications de la voix ne ſe confondent point. Cela arriveroit, ſi les points P, Q, R, S etc. ſe trouvoient diſperſés à pluſieurs centaines de pieds les uns des autres; car ces points ſont tels, que la diſtance p. ex. Se eſt $= cf + fa + aP$, & par conſéquent égale à la ſomme des chemins que le raïon phonique parcourt en zigzag à cauſe des réflexions qu'il ſubit. Et comme on pourroit donner aux porte-voix une figure telle, que les chemins parcourus par les raïons phoniques ſeroient d'une longueur fort inégale, on voit que cette inégalité n'a pas lieu quand la figure eſt conique, du moins pour ce qui regarde les raïons qui paſſent par l'axe du cone; car juſqu'à préſent ce ſont les ſeuls que nous aïons conſidérés, parce que dans une matiere un peu embrouillée, la bonne méthode veut qu'on aille du plus ſimple au plus compoſé.

§. 36. Mais paſſons maintenant à la théorie des raïons phoniques, d'une direction quelconque. Soit ACB un cone, que je ſuppoſe être droit & dont la baſe ſoit circulaire. Soit MBNA une de
Fig. 6. ſes ſections, BA ſon diametre, & le triangle BCA repréſentera la ſection qui ſe feroit le long de l'axe EC & du diametre BA. Soit QFD une autre ſection, QD ſon diametre parallele à AB, perpendiculaire à l'axe, & ſe trouvant dans le plan BCA. Qu'un raïon phonique partant du point M tombe en Q, il s'agit de trouver comment il y eſt réflêchi. Pour cet effet, figurons-nous un plan qui touche la ſurface du cone le long de la droite AC. Ce plan ſera perpendiculaire

laire au plan BCA. Tirons MN en ſorte que MA = AN; la droite MPN ſera perpendiculaire au plan BCA, & parallele à celui qui touche le cone le long de la droite AC. Maintenant, par la théorie de la compoſition du mouvement, le raïon phonique MQ pourra être conſidéré comme réſolu en deux autres MP, PQ, & il eſt clair qu'il n'y a que ce dernier qui ſera réfléchi. Concevons donc la droite QT, qui ſoit dans le Plan BCA & perpendiculaire à AC. Soit encore la droite PR parallele à AC. On fera TR = BT, & en tirant la droite RQ, cette droite repréſentera le raïon PQ réflêchi, & il ſera

$$PQT = TQR$$
$$PQA = RQC.$$

Soit enfin la droite RS parallele & égale à PN = MP, & la droite QS repréſentera le raïon MQ réflêchi. Tirons encore la droite NC, & le point n, qui eſt celui de l'interſection de cette droite & du raïon QS, ſera le point où le raïon réflêchi tombe ſur la ſurface du cone, & où par conſéquent il ſera de nouveau réflêchi. Soit $nbma$ la ſection circulaire qui paſſe par le point n, ba ſon diametre parallele à BA, & nm parallele à MN; le point p ſera encore le point d'interſection du raïon QR, & les points P, p, C ſeront en ligne droite.

§. 37. Car, en tirant RW parallele & égale à PA, & en faiſant Re = PE, on tracera du centre e un cercle SWV. Ce cercle pourra être conſidéré comme la baſe d'un cone VQW, & le cercle $nbma$ ſera l'interſection commune de ce cone & du cone BCA. Or il eſt

$$QR : RW = Qp : pa$$
$$QR : RS = Qp : pn$$

de plus

$$CP : PA = Cp : pa$$
$$CP : PN = Cp : pn$$

donc il ſera

$$QR : Qp = RW : pa = RS : pn$$
$$CP : Cp = PA : pa = PN : pn$$

& partant

$$pa : pn = RW : RS = PA : PN.$$

Mais il eſt

$$RW = PA.$$
$$RS = PN.$$

Donc pour l'un & l'autre cone le rapport $pa : pn$ eſt le même, donc le point p eſt le point d'interſection des droites CP, QR, ab, mn.

§. 38. Il convient d'obſerver que les analogies dont je me ſuis ſervi dans le §. précédent, demandoient un certain choix, puiſque les triangles PQA, RQW ne ſont point ſemblables, quoique l'angle PQA = RQW, & quoique RW eſt parallele & égal à PA. La raiſon en eſt que les cercles BNAM, SWV, étant perpendiculaires à l'axe du cone BCA, ne ſauroient être perpendiculaires à la droite AC. De là vient que AQ > QW, quoiqu'il ſoit PQ = QR, & PA = RW, & l'angle PQA = RQW. Mais paſſons aux conſéquences.

§. 39. Comme trois points quelconques, qui ne ſont pas en ligne droite, déterminent la poſition d'un plan, il eſt clair qu'on peut faire paſſer un plan par les trois points M, Q, n, & le cone BCA étant coupé ſuivant ce plan, on aura une ellipſe, dans le plan de laquelle ſe fait la réflexion du raïon phonique au point Q. Il eſt clair auſſi que le plan de cette ellipſe paſſe perpendiculairement par le plan qui touche la ſurface du cone le long de la droite AC. Cela pourra donner lieu à de nouvelles ſpéculations, mais je ne crois pas avoir beſoin de m'y arrêter.

§. 40. On conçoit également, qu'un raïon phonique tel que MQ, après la réflexion qu'il ſubit en Q, continuera d'être réfléchi en n, comme dans d'autres points ſuivants, & que tous ces points formeront ſur la ſurface du cone une eſpece de ſpirale, dont en tous cas on pourroit chercher l'équation. Mais, cette ſpirale étant à double courbure, nous ferons mieux de la décompoſer. Il s'agit de ſéparer ce ce qu'il y a de progreſſif dans le mouvement du raïon phonique d'avec ce qu'il y a de circulaire. Et c'eſt à quoi nous ſerviront les deux propriétés que nous venons de trouver.

§. 41. La premiere eſt, que les points N, *n*, C ſont en ligne droite, & cela donne MA = AN, c'eſt à dire, le mouvement circulaire ſe fait à angles égaux, ou bien les angles MEA, AEN etc. dans chaque réflexion, croiſſent en progreſſion arithmétique. Ainſi, le premier étant donné, on trouve tous les autres ſans peine.

La ſeconde propriété eſt, que les points P, *p*, C ſont en ligne droite. Et comme, dans la conſidération du mouvement progreſſif, nous pouvons faire abſtraction du mouvement circulaire, le mouvement progreſſif pourra être conſidéré comme ſe faiſant ſimplement dans le plan BCA, & en particulier dans le triangle PCA. Car, en reculant le point *n* dans le point *a*, on reculera les points Q, M, d'une même quantité, c'eſt à dire, d'un angle = MEA. Ainſi p. ex. faiſant l'arc QF d'autant de degrés que l'arc *an*, on voit ſans peine que les points F, *a*, peuvent être ſubſtitués aux points Q, *n*. Et l'avantage qu'on en retire, c'eſt que par là on n'a pas beſoin de changer de plan. Car la droite F*q* ſera perpendiculaire au plan BCA, comme l'étoit la droite MP, & la décompoſition du mouvement ſe fera de la même maniere.

§. 42. C'eſt ainſi que la détermination du mouvement progreſſif ſe réduit ſimplement à la détermination des réflexions que le raïon décompoſé PQ ſubit dans le triangle PCA, c'eſt à dire, à ce que nous avons déjà démontré à l'égard de la 3, 4 & 5[me] figure.

§. 43. Il ne reſte donc qu'à voir ce qu'il y a ici de particulier. La premiere obſervation qui ſe préſente, c'eſt que AP, & partant l'angle PCA, varie en même tems que l'arc AM ou l'angle MEA. Or nous avons vû ci-deſſus que le raïon phonique ſubit d'autant plus de réflexions ſucceſſives, que l'angle PCA eſt plus petit, toutes choſes d'ailleurs égales. Cela augmente le nombre des zigzags. Mais, comme la diſtance d'un point de réflexion à l'autre eſt d'autant moins grande, cela ſe compenſe, ſoit entierement, ſoit en grande partie.

§. 44. Il importe d'examiner cette compenſation. Car, ſi elle étoit exacte à tous égards, la belle fiction de la ſphere ſonore, qui a lieu à l'égard des raïons qui coupent l'axe, auroit lieu pour des raïons quelconques, & toute la théorie des Porte-voix coniques ſe réduiroit à un ſeul théoreme. Voilà ce qui m'a engagé à examiner la nature de cette ſphere, avant que de pourſuivre toute autre recherche: & j'ai vu d'abord que je pouvois tirer de grands ſecours du théoreme, que tout diametre de la ſphere peut être conſidéré comme un axe, & que tout ce qu'on démontre de l'un de ces axes, eſt également applicable à tous les autres, puiſqu'ils ſont abſolument équivalens.

Fig. 5. §. 45. Retournant donc à la 5^{me} figure, j'ai trouvé la ſphere & le cone déjà décrits. Voici le raiſonnement que j'ai ſuivi, & qui, après différens eſſais, m'a fait voir clair en tout cela. Conſidérons la figure comme une projection orthographique de la ſphere & du cone, & KD repréſentera un ſegment de la ſphere. Il eſt clair qu'il eſt circulaire, parce qu'il eſt formé par un cone circulaire dont le ſommet eſt au centre de la ſphere. Qu'on prenne ſur la ſurface de ce ſegment ſphérique un point quelconque P, & qu'on conçoive un plan, qui paſſe à angle droit & le long de la ligne CB, par le plan du papier. On trouvera de l'autre côté de ce plan un point Q, qui ſeroit l'image du point P, ſi ce plan étoit un miroir. On voit ſans peine que le point Q eſt également ſur la ſurface de la ſphere. Et par des théoremes de Catoptrique fort connus, ce point Q eſt le point de réunion de tous les raïons réflêchis P*af*, P*bg*, P*c*A etc. Or, à moins que le point P ne ſe trouve ſur le cercle KD, la figure ne repréſente que la projection orthographique de ces raïons, & il s'en faut de beaucoup qu'ils ſoient réflêchis vers la droite CA. Tout au contraire, ils ſeront réflêchis vers une autre droite tirée ſur la ſurface du cone. Car ces raïons réflêchis ſont tous dans le plan du triangle *a*QB. Or ce plan paſſe par le ſommet du cone, & partant il coupe le cone, d'abord le long de

de la droite CB, & la ſeconde fois le long d'une autre droite, qui paſſe également par C.

§. 46. Mais, quelle que ſoit la poſition de cette autre droite, le point Q ſera à ſon égard ce qu'étoit le point P à l'égard de la droite CB. On trouvera donc de la même maniere ſur la ſurface de la ſphere un point R, qui pour les ſecondes *réflexions* ſera ce qu'étoit le point Q pour les premieres. Et comme pour toutes les réflexions ſuivantes ce même raiſonnement revient toujours, on voit que chaque fois les raïons ſont réflêchis tout comme s'ils partoient de quelque point de la ſurface de la ſphere ETV. C'eſt tout comme ſi on parloit avec une ouverture de bouche égale à cette ſphere. Ainſi le théoreme que je n'ai rapporté ci-deſſus (§. 35.) que rélativement aux raïons qui paſſent par l'axe du cone, s'étend généralement à tous les raïons, & le ſon qui ſe produit dans l'embouchure KD, que je conſidere comme un ſegment ſphérique, reſte reſſerré dans l'enceinte du cone vWt, que nous pourrons appeller le cone phonique ou ſonore du Porte-voix conique.

§. 47. Nous voilà donc au fond de l'abyme dont j'ai parlé au commencement. J'avoue que cette infinité de réflexions m'avoit longtems empèché d'y regarder de plus près, & je vois que tous ceux qui depuis la premiere idée du Chevalier *Morland* ont parlé de ſon probleme, doivent s'être trouvés plus ou moins dans le même cas. Mais, ſi cette infinité de réflexions effraïoit au point qu'on ſe déſiſtât de toute recherche, on doit naturellement être bien plus frappé de les voir toutes réduites à une ſphere & à un cone.

§. 48. Mais voions encore comment le ſon ſe diſtribue. Soit BCA le cone, ED ſon embouchure, MKI la ſphere ſonore. Soit F un point quelconque de l'embouchure. Les raïons phoniques qui de ce point ſortent du cone ſans être réflêchis, ſont compris dans l'eſpace conique fBFAf. Qu'on faſſe DG = GF, & HE = EF, & en tirant HBh, HAh, GBg, GAg, on trouvera que les raïons Planche VI. Fig. 7.

phoniques qui ne ſubiſſent qu'une ſeule réflexion, ſont compris dans les deux eſpaces coniques *h*BHA*h*, *g*BGA*g*. J'ai tiré les arcs *ff*, *gg*, *hh*, qui font voir plus facilement juſqu'à quel point ces eſpaces coïncident. De la même maniere, en faiſant EK = EG, DI = DH, & en tirant KB*k*, KA*k*, IB*i*, IA*i*, on trouvera que les raïons qui ſubiſſent deux réfractions, ſont renfermés dans les eſpaces coniques *k*BKA*k*, *i*BIA*i*, & les arcs *kk*, *ii* font également voir juſqu'à quel degré ces eſpaces coïncident.

§. 49. Or il eſt facile de voir que la coïncidence diminue par chaque nouvelle réflexion, puiſque l'intervalle PQ ſe rapproche ou ſe reſſerre de plus en plus. On n'aura donc qu'à tirer les tangentes TB*t*, VA*v*, & elles détermineront les limites de la coïncidence, tout comme les tangentes WB*w*, XA*x* déterminent les limites de la divergence.

§. 50. Voici maintenant l'uſage que nous pourrons tirer de ces limites, & particulierement de celles de coïncidence. Suppoſons que tous ces cones dont nous venons de parler, coïncident avec le cone BCA, prolongé autant qu'on voudra, alors le ſon ſe répandroit dans ce cone avec une parfaite uniformité, & dans toute l'enceinte du cone la force du ſon ſeroit en raiſon réciproque du quarré de la diſtance du point C. Or, quoique ces cones ne coïncident pas tout à fait, cet énoncé ne laiſſera pas d'avoir lieu dans l'eſpace qui eſt entre *tv*, puiſque tous ces cones coïncident du moins dans cet eſpace.

§. 51. Cet eſpace ſe reſſerre de plus en plus, toutes les fois que BA eſt plus petit que le diametre de la ſphere. Mais, comme BA croît à meſure qu'on allonge le cone BCA, il eſt clair qu'on peut toujours donner au cone une longueur telle, que BA ſoit du moins égale au diametre de la ſphere, & alors les tangentes TB*t*, VA*v*, ſeront paralleles. Elles repréſenteront donc un cylindre circonſcrit à la ſphere MTV, de même qu'au cone BCA. Et quoique le ſon ſe répande par tout le cone *wZx*, on voit que l'oreille placée dans ce cylindre enten-

entendra le ſon auſſi fort, comme s'il ne ſe répandoit que par le cone BCA. Voilà donc tout ce qu'on pourra obtenir par des Porte-voix de figure conique. Du reſte, on voit que tout cela reſſemble abſolument au cas où on ſuppoſe une ſphere lumineuſe MTFV, qui répand ſa lumiere par un trou circulaire, dont le diametre eſt BA. On voit auſſi que tout cela eſt applicable aux miroirs concaves de figure conique EBAD.

§. 52. Soit BCA le cone, ED ſon embouchure, TEDV la ſphere ſonore, TBAV le cylindre circonſcrit, CB = CA ſera la longueur que le cone doit avoir. On voit que cette longueur dépend de l'angle BCA. Soit cet angle $= \phi$, & la longueur CB $= x$; nous aurons Planc Fig.

$$BF = CT = x \sin \tfrac{1}{2}\phi$$

& la corde

$$ED = 2x \sin \tfrac{1}{2}\phi^2.$$

Cette corde étant le diametre de l'embouchure, j'ai déjà dit ci-deſſus, qu'on ne ſauroit lui donner moins que $1\frac{1}{2}$ pouce, & qu'il feroit inutile de la prendre plus grande. Faiſant donc

$$ED = \tfrac{3}{2} \text{ pouce}$$

il ſera

$$\tfrac{3}{2}'' = 2x \sin \tfrac{1}{2}\phi^2.$$

Cette formule détermine donc la longueur x par l'angle ϕ, ou réciproquement ϕ par x. Voici les conſéquences du choix que cette formule admet.

§. 53. On ſe ſert des Porte-voix pour concentrer le ſon & pour le diriger en ſorte qu'on puiſſe l'entendre à une grande diſtance. Cela dépend principalement de l'angle ϕ. Soit z la diſtance à laquelle un homme, en parlant avec une certaine force de voix, puiſſe encore être entendu, la diſtance à laquelle il ſera tout auſſi bien entendu, en parlant avec la même force par le Porte-voix, ſera

$$y = \frac{GT}{GE} \cdot z = \frac{z\sqrt{2}}{2 \sin \frac{1}{4}\phi} = \frac{z}{\sin \frac{1}{4}\phi \cdot \sqrt{2}}.$$

Car

Car la voix ſe renforce dans le rapport de la ſurface du ſegment ſphérique ED à la ſurface de l'hémiſphere, & partant dans le rapport du quarré de la corde EG, au quarré de la corde GT. Mais la voix s'affoiblit en raiſon réciproque du quarré de la diſtance: donc il ſera

$$yy : GT^2 = zz : GE^2$$

c'eſt à dire

$$y = \frac{GT}{GE} z = \frac{z}{\text{ſin} \frac{1}{4} \varphi \cdot \sqrt{2}}.$$

§. 54. Si donc la diſtance y eſt donnée, de même que la diſtance z, cette formule donne

$$\text{ſin} \tfrac{1}{4} \varphi = \frac{z}{y\sqrt{2}}$$

& par là on trouvera la longueur x, moïennant la formule

$$x = \frac{3}{4 (\text{ſin} \frac{1}{2} \varphi)^2}$$

Cette longueur ſe trouvera en pouces (§. 52.).

§. 55. Comme la diſtance z eſt la portée de la voix d'un homme, elle eſt fort variable. Cela fait que nous pourrons abréger ces formules en prenant les angles $\frac{1}{2} \varphi$, $\frac{1}{4} \varphi$, au lieu de leurs ſinus. Ainſi nous aurons

$$\tfrac{1}{2} \varphi = \frac{z \cdot \sqrt{2}}{y}$$

& partant

$$x = \frac{3yy}{8zz}.$$

§. 56. Ainſi, en ſuppoſant z, ou la portée de la voix d'un homme $=$ 400 pieds, & $y =$ 10000 pieds, on trouvera $x = 234\frac{3}{4}$ pouces, $\varphi = 6°.29'$, CD $= 13\frac{1}{4}$ pouces, & partant DA, ou la longueur du Porte-voix $= 234\frac{3}{4} - 13\frac{1}{4} = 221\frac{1}{2}$ pouces, ou

18 pieds, $5\frac{1}{2}$ pouces. Cette longueur se réduit à 52 pouces ou 4 pieds, 4 pouces, lorsque y n'est que de 5000 pieds.

§. 57. Si la longueur DA est donnée, il s'agit de trouver l'angle ϕ & la distance y. Soit DA $= a''$. Or comme il est

$$\frac{3}{2}'' = 2x\ (\sin \tfrac{1}{2}\phi)^2$$

$$x = \frac{3}{4\ (\sin \frac{1}{2}\phi)^2} = CA$$

$$CD = \frac{3}{4\ (\sin \frac{1}{2}\phi)}$$

il sera

$$CA - CD = a = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{(\mathrm{f}\,\frac{1}{2}\phi)^2} - \frac{1}{(\mathrm{f}\,\frac{1}{2}\phi)}\right),$$

ou

$$\mathrm{f}\,\tfrac{1}{2}\phi^2 + \frac{3}{4a}\,.\,\mathrm{f}\,\tfrac{1}{2}\phi = \frac{3}{4a}$$

& partant

$$\mathrm{f}\,\tfrac{1}{2}\phi = \frac{-3 + \sqrt{(48a - 9)}}{8a}$$

$$y = \frac{z}{(\mathrm{f}\,\frac{1}{4}\phi)\,.\,\sqrt{2}}.$$

§. 58. Supposons p. ex. $a = 7$ pieds $= 84$ pouces, on aura

$$\mathrm{f}\,\tfrac{1}{2}\phi = 0{,}08997.$$

$$\tfrac{1}{2}\phi = 5^\circ.9'.40''$$

$$\phi = 10.19.\ 20.$$

$$\tfrac{1}{4}\phi = 2.34.\ 50.$$

$$\mathrm{f}\,\tfrac{1}{4}\phi = 0{,}04502.$$

$$y = 15{,}71\ .\ z.$$

Ainsi

Ainſi ce Porte-voix ſe fera entendre $15\frac{7}{10}$ fois plus loin que la voix de celui qui parle. Si donc un homme peut ſe faire entendre à la diſtance de 400 pieds, ce Porte-voix ſe fera entendre à la diſtance de 6284 pieds.

§. 59. Comme tout ce que je viens d'établir ſe fonde ſimplement ſur la réflexion du ſon, on voit que tout eſt également applicable à la lumiere. On pourra donc faire des *Porte-lumieres*, comme on fait des Porte-voix, & la clarté qu'une chandelle, ou un flambeau, ou une flamme répand dans un hémiſphere entier, ſera reſſerrée dans l'enceinte d'un cone auſſi étroit qu'on voudra. Suppoſons p. ex. que la flamme d'un flambeau répand à la diſtance de 100 pieds aſſez de clarté pour rendre les objets connoiſſables, les exemples que je viens de rapporter font voir que, moïennant un cone ſemblable, on portera cette clarté à une diſtance de 1500 ou 2000 pieds, & ſi on veut même plus loin. Ces ſortes de Porte-lumieres pourront de nuit être d'un grand uſage, puiſque bien ſouvent, & ſurtout en tems de guerre, il importe de voir clair à des diſtances conſidérables. On pourra également s'en ſervir dans les illuminations. Car, en plaçant ces ſortes d'inſtrumens à des diſtances de 1000 ou 1500 pieds, il n'en faudra pas beaucoup pour éclairer des rues entieres & bien longues. Et comme pour un ſeul inſtrument on ne ſe ſert que d'un hémiſphere de la flamme, on voit qu'on doublera l'uſage en ſe ſervant encore de l'autre hémiſphere. Peut-être en tireroit-on auſſi avantage pour éclairer le théatre. La grande difficulté c'eſt de faire des miroirs coniques de 6 pieds & plus de longueur. Mais rien n'empêche de changer la figure conique en figure pyramidale, qui fera plus ou moins le même effet. Et il ne ſera pas difficile de former ces pyramides, parce qu'on trouvera des glaces de miroir ſuffiſamment longues, pour former les côtés de ces pyramides, qui pourront avoir autant de faces qu'on voudra.. Et quand on les feroit moins grandes, on pourra toujours les emploïer à pluſieurs amuſemens optiques très curieux & très agréables. Mais retournons aux Porte-voix.

§. 60.

§. 60. La théorie que j'en ai donnée jusqu'à présent, se fonde uniquement sur la loi de la réflexion du son. La circonstance, que les raïons phoniques se croisent en une infinité de manieres, ne fait point d'obstacle ici. Car, quoique la propagation du son ne soit encore suffisamment connue que tout au plus pour le cas où elle est d'une dimension linéaire, elle nous apprend néanmoins que les différens mouvemens que reçoit une particule d'air ne s'entr'empêchent pas, & qu'à cet égard le son n'est pas différent de la lumiere. J'en infere qu'il n'y a là rien qui détruise ou qui change la théorie des Porte-voix, que je viens de donner.

§. 61. Mais il y a une autre circonstance à laquelle il convient maintenant d'avoir égard, c'est que le Porte-voix peut recevoir par le son un mouvement oscillatoire, & par là il commencera à résonner, & à produire de nouvelles réflexions du son. Or j'ai déjà observé ci-dessus que par là le son se renforce, mais qu'il devient en même tems plus confus, de sorte que les consonnes qu'on prononce s'entendent moins clairement (§. 14. & suiv.). J'ai dit encore que ce mouvement oscillatoire est vicieux dans les porte-voix, & qu'il vaut mieux l'empêcher autant qu'il est possible. Il convient néanmoins d'en examiner l'effet.

§. 62. Cet effet consiste principalement en ce qu'il faut regarder toute la surface du cone comme composée de points sonores, au lieu que jusqu'à présent nous n'avons considéré que les points sonores dans l'embouchure DK. Soient ces points sonores *a*, *b*, *c*, etc. ils n'auront pas le point Q pour centre commun. Tout au contraire, leur action est plus ou moins perpendiculaire à la droite CB, c'est à dire, à la surface du cone. Je dis plus ou moins, car nos microscopes ne nous font pas voir comment les particules d'air sont contiguës à la surface du cone, & aux particules dont cette surface est composée. Mais, quoi qu'il en soit, on voit que la sphere ETV n'est d'aucun usage pour ces nouveaux points sonores, mais qu'il faut autant de spheres qu'il y a de points sonores sur la surface du cone. Toutes ces spheres étant concentriques, on voit que celle qui les comprend toutes, passe par les extrémités du cone, B, A. Elle est donc considérablement Fig. 4.

plus grande, & déjà cette circonſtance contribue à rendre le ſon plus confus. A cette circonſtance il s'en joint une autre, c'eſt que ces points *a*, *b*, *c* etc. ne deviennent ſonores ou réſonnants que peu à peu, & cela entraine toutes les conſéquences que j'ai rapportées ci-deſſus. (§. 14. & ſuiv.) Enfin, le cone *v*W*t* ne déſigne plus les limites du ſon qui ſort du cone BCA, mais ces particules répandent leur ſon par tout l'hémiſphere derriere BA, & même encore par l'hémiſphere qui eſt devant BA, puiſque le mouvement oſcillatoire ſe communique également aux particules qui forment la ſurface extérieure du cone. Ainſi toutes ces raiſons concourent à faire voir qu'un Porte-voix où ce mouvement oſcillatoire n'a point lieu, eſt préférable à un autre qui réſonne (§. 16.).

§. 63. Après m'être ſuffiſamment étendu ſur la théorie des Porte-voix de figure conique, je traiterai plus briévement des autres figures. Si ces figures doivent être des lignes courbes, les Artiſtes ne les fabriquent que difficilement avec exactitude, & à cet égard les Porte-voix de figure conique auront toujours quelque préférence. Du reſte toutes les figures qui en s'élargiſſant tournent leur convexité
Fig. 9. vers l'axe, comme p. ex. AB, doivent être rejettées, parce qu'elles répandent le ſon par tout un hémiſphere, & plus encore que la figure cylindrique ou priſmatique. Ces ſortes de figures ſont bonnes pour les Inſtrumens de muſique, parce que c'eſt là qu'il importe de répandre le ſon auſſi uniformément qu'il eſt poſſible. Mais les Porte-voix ſont deſtinés à diriger le ſon vers l'endroit où on veut ſe faire entendre. Ainſi la courbure qu'on voudra leur donner doit être telle, qu'elle tourne la concavité vers l'axe, ſans cependant devenir parallele à l'axe, ou ſe rétrécir après s'être élargie juſqu'à un certain point. Car, ſi la ſurface devient parallele à l'axe, elle commence à produire l'effet d'un cylindre, & ſi elle converge vers l'axe, elle fait l'effet d'un cone renverſé (§. 23.).

Planche IV. §. 64. La figure parabolique paroit promettre le plus d'avan-
Fig. 10. tage. Je vais donc encore l'examiner. Soit BADM la parabole, A ſon

ſon ſommet, AP ſon axe, C ſon foïer. On ſait depuis longtems, que tous les raïons qui partent du point C ſe réflêchiſſent dans une direction parallele à l'axe. Il en eſt de même à l'égard du ſon. Ainſi, ſi le Porte-voix eſt de figure parabolique, l'embouchure doit être en C, & on retranchera le ſegment DBAD. Mais l'embouchure doit avoir tout au moins $1\frac{1}{2}$ pouce de diametre; ainſi ce n'eſt plus le point C tout ſeul, qui entre en conſidération. Et comme il convient de faire le Porte-voix auſſi petit qu'il eſt poſſible, on fait bien de prendre BD pour l'embouchure, & par là toute la parabole eſt déterminée, puiſque CD ſera de $\frac{3}{4}$ & AC de $\frac{3}{8}$ pouces, ou bien le parametre ſera de $1\frac{1}{2}$ pouce.

§. 65. On conçoit ſans peine que la droite BD repréſente la projection orthographique d'un cercle, & que chaque point de ce cercle peut être conſidéré comme ſonore. Soit donc M un point de la parabole; le triangle DMB ſera la projection d'un cone qui comprend tous les raïons phoniques qui incident droit en M, & qui y ſont réflêchis. Soit TNM la tangente du point M, N le point d'interſection de cette tangente & de BD prolongée. Qu'on faſſe l'angle $TNb = TNB$, &

$$Nd = ND$$
$$Nc = NC$$
$$Nb = NB.$$

De cette maniere, le cercle qui repréſente BD ſera transféré en bd, & le cone DMB en dMb. Or, ce cone dMb étant continué vers $\beta M \delta$, ſera le cone que forment les raïons réflêchis, & la droite $cM\gamma$ marquera la direction du raïon CM réflêchi en M. Donc $M\gamma$ ſera parallele à l'axe AP. On voit ſans peine que ce cone eſt oblique à baſe circulaire. Et en nommant CM, cM, $M\gamma$ ſon *axe*, cet axe ſera parallele à AP, quel que ſoit le point M.

§. 66. Si le point M eſt fort éloigné de C, le cone $\delta M \beta$ ſera fort étroit. Ainſi p. ex. en donnant à AB une longueur de 7 pieds ou 84 pouces, BD n'aiant que $1\frac{1}{2}$ pouce, on voit que l'angle du cone ne ſera pas fort grand. Pour trouver cet angle, on regardera CM comme un raïon, & CD comme une tangente. Or il eſt

$$CM = AP + AC = 84,75 \text{ pouces}$$
$$CD = 1,5 \text{ pouces},$$

dont la tangente ſera

$$\frac{1,50}{84,75} = 0,03352,$$

$$\text{\& l'angle répondant} = 1^\circ.\ 55'.$$

Cet angle eſt celui que forme l'axe $M\gamma$ avec le côté du cone qui s'écarte le plus de l'axe. Donc, en doublant cet angle, on voit que la plus grande divergence des raïons phoniques du cone $\delta M \beta$ ne va qu'à $3^\circ.\ 50'$, ce qui ſans doute eſt très peu. Mais on voit facilement que cet angle croît à meſure que le point M eſt plus proche de D, & par là les raïons deviennent beaucoup plus divergens. Il en eſt de même de l'angle DMB, qui eſt celui de la moindre divergence des raïons du cone $\delta M \beta$. Cet angle s'accroît à meſure que le point M ſe prend plus près de D, & en D il devient $= 45^\circ$, ce qui fait une divergence très conſidérable. Il eſt vrai qu'en ce cas il y aura une partie des raïons qui ſont réflêchis plus d'une fois, mais cela n'arrive qu'aux raïons qui partent des points de la droite BD, qui ſont le plus près de D.

§. 67. Si le point M eſt celui où la parabole emploïée pour le Porte-voix ſe termine, alors en tirant CMg, BMh, DMf, on voit que tous les raïons compris dans les eſpaces que ces droites forment avec l'axe AP, ſortent du Porte-voix, ſans être réflêchis. Suppoſons comme auparavant $AP = 84$ pouces, $AC = \frac{3}{4}$ pouce, on trouvera $MP = \sqrt{126} = 11,225$ pouces, & partant

tang

$$\text{tang } MCP = \frac{11,225}{83,625} = 0,13423$$

$$MCP = 7^\circ.\ 43'.$$

Cet angle eſt plus grand que celui que nous avons trouvé ci-deſſus (§. 58.) pour un Porte-voix conique de la même longueur. Or le moindre angle de divergence étant ici de $3^\circ.\ 50'$ (§. 65.), & cet angle allant en augmentant jusqu'à 45 degrés, il n'y a gueres d'apparence que l'angle $MCP = 7^\circ.\ 43'$ puiſſe être regardé comme l'angle de divergence moïen. Et ſi même il l'étoit, il s'enſuivroit qu'un Porte-voix parabolique feroit moins d'effet, qu'un Porte-voix conique de la même longueur.

§. 68. Les raïons qui partent des points qui ſont peu éloignés de la ſurface, ſont en grande partie ſujets à être réflêchis plus d'une fois; & alors il s'en faut de beaucoup qu'ils ſortent du tuyau parabolique dans une direction parallele à l'axe. Il y en a même qui ſortent dans la direction de la tangente TM, en ſuppoſant que le tuyau ſe termine en M. On voit par tout cela que, dans les Porte-voix paraboliques, il y a tout au moins autant de divergence que dans les Porte-voix coniques, qui outre cela ſe fabriquent beaucoup plus facilement.

§. 69. Mais, quand il s'agit d'inſtrumens pour aider l'ouïe, la figure parabolique eſt la plus avantageuſe. Car le ſon qui vient de loin y entre dans une direction à très peu près parallele à l'axe, & par la réflexion il ſe concentre dans le foïer C comme dans un point. Il ne faudra donc qu'un petit trou en E, & l'inſtrument aura la figure décrite par la rotation du plan CDMPC autour de l'axe CP. On pourra appliquer en C un petit tuyau, pour l'inſinuer dans l'oreille. Comme ces ſortes d'inſtrumens n'ont pas beſoin d'être fort grands, on pourra en tout cas les faire fondre. Mais, ſi on veut en avoir pour entendre fort loin, alors ces Inſtrumens doivent être conſidérablement aggrandis. En voici les dimenſions.

§. 70. Le diametre de l'ouverture en C n'a pas beſoin d'avoir plus d'un $\frac{1}{2}$ pouce. Je le ſuppoſerai d'un $\frac{1}{3}$ pouce. Soit le demi-diametre $MP = x$ pouces. Or le demi-diametre de l'ouverture

en

en C étant $\frac{1}{6}$ pouce, le ſon qui entre dans l'inſtrument ſe trouvera en C renforcé en raiſon de $\frac{1}{36}$ à xx. Soit la diſtance de l'objet dont on veut entendre le ſon $= z$ pieds, je dis que l'inſtrument fera le même effet que ſi ſans l'inſtrument on entendoit l'objet à la diſtance de $\frac{z}{6x}$ pieds. Car le ſon de l'objet s'affoiblit en raiſon du quarré des diſtances. Si donc l'inſtrument doit rapprocher le ſon, il faut qu'il le renforce en raiſon réciproque du quarré des diſtances. Mais il le renforce en raiſon du quarré de $\frac{1}{6}$ au quarré de x; donc il faut que les diſtances ſoient en raiſon de x à $\frac{1}{6}$, ou de $6x$ à 1. Ainſi p. ex. en ſuppoſant $x = 1$ pied $= 12$ pouces, on aura $6x = 72$. Si donc un homme peut être entendu à la diſtance de 400 pieds, moïennant cet inſtrument on l'entendra à la diſtance de 72 fois 400 ou 28800 pieds. Il eſt clair que l'axe CP doit être dirigé vers cet homme, & qu'il faut que dans toute cette contrée-là il ne ſe faſſe point d'autre bruit, puiſque ſans cela on entendra tout enſemble & confuſément.

§. 71. On peut encore donner à ces Inſtrumens la figure conique, mais alors il faut faire attention à ce que nous avons dit ci-deſdeſſus (§. 23.), c'eſt à dire, il faut éviter que le ſon ne rebrouſſe
Fig. 11. chemin avant que de parvenir à l'oreille. Soit ACB le cone, CD ſon axe. Qu'on tire AR parallele à l'axe, le raïon RA ſera ſucceſſivement réflêchi en b, c, d, e. Soit l'angle $ACD = \phi$, on aura

$$\begin{aligned} CAb &= \phi \\ AbB &= 3\phi = cbC \\ bcA &= 5\phi = dcC \\ cdB &= 7\phi = edC \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Ainſi les angles de réflexion croiſſent comme les nombres impairs, & le dernier de ceux qu'on peut admettre, doit encore être au deſſous de 90°. Si nous ſuppoſons que c'eſt l'angle Ced, il faut tronquer le cone en e, parce que c'eſt là que tout le ſon qui entre dans le cone par AB, entre également dans l'oreille. On peut même tronquer le cone en d, c, b,

c, b, ou quelqu'autre point entre eA. La différence qu'il y aura, c'eſt qu'il y aura plus de raïons qui entreront dans l'oreille ſans être réflêchis. Mais, comme alors l'ouverture devient plus grande, la queſtion eſt ſi elle peut l'être.

§. 72. Soit $(2n + 1)\Phi < 90°$, on aura (§. 25.)

$$Ce = \frac{CA \,.\, \sin\Phi}{\sin(2n+1)\Phi}.$$

Le demi-diametre de l'ouverture

$$\text{en } A = CA \,.\, \sin\Phi$$
$$\text{en } e = Ce \,.\, \sin\Phi.$$

Ainſi le ſon ſera renforcé dans le rapport de Ce^2 à CA^2, & le cone rapprochera le ſon dans le rapport de CA à Ce.

§. 73. Or, en faiſant comme ci-deſſus (§. 68.) le demi-diametre de l'ouverture en $e = \frac{1}{6}$ pouce, on aura

$$Ce \,.\, \sin\Phi = \tfrac{1}{6}''$$

& partant (§. 72.)

$$Ce = \frac{1}{6\,\mathrm{f}\Phi} = \frac{CA \,.\, \mathrm{f}\Phi}{\mathrm{f}(2n+1)\Phi}$$

donc

$$CA = \frac{\mathrm{f}(2n+1)\Phi}{6 \,.\, \mathrm{f}\Phi^2}.$$

§. 74. Cette formule détermine la longueur AC par l'angle $ACD = \Phi$, ou cet angle par la longueur. Enſuite, le ſon ſe rapprochant en raiſon de CA à Ce, on voit que ce rapport revient à

$$CA : Ce = \mathrm{f}(2n+1)\Phi : \mathrm{f}\Phi.$$

Et cela détermine l'angle Φ, lorſqu'on veut que le cone renforce ou rapproche le ſon dans un rapport donné. Comme l'angle $(2n+1)\Phi$

ne doit pas ſurpaſſer les 90°, on voit qu'il eſt bon de le prendre = 90°, & alors il eſt ſimplement

$$CA : Ce = 1 : f\,\Phi.$$

Suppoſons que le ſon doive être renforcé 100 fois, il ſera rapproché en raiſon de

$$CA : Ce = 10 : 1$$

& partant

$$\sin \Phi = \tfrac{1}{10} = 0{,}100000$$

$$\Phi = 5°.45'$$

$$2\Phi = 11.30 = ACB$$

$$CA = \frac{1}{6.f\,\Phi^2} = \frac{100}{6} = 16\tfrac{2}{3} \text{ pouces.}$$

$$Ce = \frac{1}{6\,f\,\Phi} = \frac{10}{6} = 1\tfrac{2}{3} \text{ pouce.}$$

$$Ea = 16\tfrac{2}{3} - 1\tfrac{2}{3} = 15 \text{ pouces.}$$

§. 75. En faiſant donc généralement $(2n + 1)\Phi =$ 90°, on a

$$Ce = \frac{CA\,.\,f\,\Phi}{f\,2\,(2n + 1)\,\Phi} = CA\,.\,f\,\Phi,$$

c'eſt à dire

$$Ce = AE,$$

ce qui revient à ce que nous avons démontré à l'égard des Porte-voix coniques (§. 51. 52.). Le cone ACB eſt inſcrit dans un cylindre qui a $Ce = AE$ pour demi-diametre. Toute la différence qu'il y a, c'eſt qu'ici l'embouchure & partant toutes les autres dimenſions ſont $4\tfrac{1}{2}$ fois plus petites. Car le diametre de l'embouchure n'eſt ici que tout au plus de $\tfrac{1}{3}$ pouces, au lieu que pour les Porte-voix ce diametre ne ſauroit gueres être moins grand que $1\tfrac{1}{2}$ pouce.

§. 76.

§. 76. Je finirai par une remarque ſur la maniere dont j'ai évalué ci-deſſus le renforcement du ſon par le Porte-voix. J'ai dit (§. 53.) que le ſon ſe renforce comme le quarré de la corde GE, au quarré de la corde GT. Cela ſuppoſe qu'en parlant le ſon ſe répand également par tout l'hémiſphere. Cette ſuppoſition peut très bien ne pas être vraie en toute rigueur, & probablement il faudra en rabattre quelque choſe. Mais, comme le ſon avant que de ſortir par les levres ſubit des réflexions dans les cavités de la bouche, qui ne ſont gueres ſuſceptibles de ce calcul, je m'en ſuis ſimplement tenu au rapport mentionné, comme à un *maximum*. Du reſte, dans le cas où le ſon part d'une ſurface ſonore, comme p. ex. d'un tambour, d'une cloche etc., il y a apparence qu'il en eſt comme de la lumiere, c'eſt à dire que l'*angle d'émanation*, qui ſe trouve expliqué dans ma Photométrie, entre en ligne de compte, & que le ſon diminue en raiſon du ſinus de cet angle, & cela change le rapport de GE à GT en celui de ſin ECG au ſin CT, ou bien de EC à AB. Planche Fig 8.

§. 77. On peut s'en tenir à ce rapport, ſi on veut calculer plutôt trop peu que trop. Je vais encore m'en ſervir pour repréſenter dans une table les différentes proportions qu'on peut donner aux Porte-voix coniques. Pour cet effet je déſignerai le diametre de l'embouchure ED par l'unité, & pour le diametre AB, je le poſerai ſucceſſivement = 2, 3, 4, 5, 6 etc. Et ces nombres indiqueront en même tems le rapport de ED à AB, dont je viens de parler. Or, comme il doit être TV = AB, CG = BF = AF, on aura

$$CG : ED = CF : AB$$

ou bien

$$\tfrac{1}{2}AB : ED = (GF + \tfrac{1}{2}AB) : AB$$

on aura

$$GF = \frac{AB\,(AB - ED)}{2\,ED}.$$

ce qui, en faiſant ED = 1, donne

$$GF = \tfrac{1}{2} : AB\,(AB - 1).$$

 Ainſi

Ainſi GF eſt un nombre trigonal répondant au *latus* AB $-$ 1. On aura donc pour ED $=$ 1, en nombres entiers,

AB	GF
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28
9	36
10	45
11	55
12	66
13	78
14	91
15	105
16	120
etc.	etc.

SUR

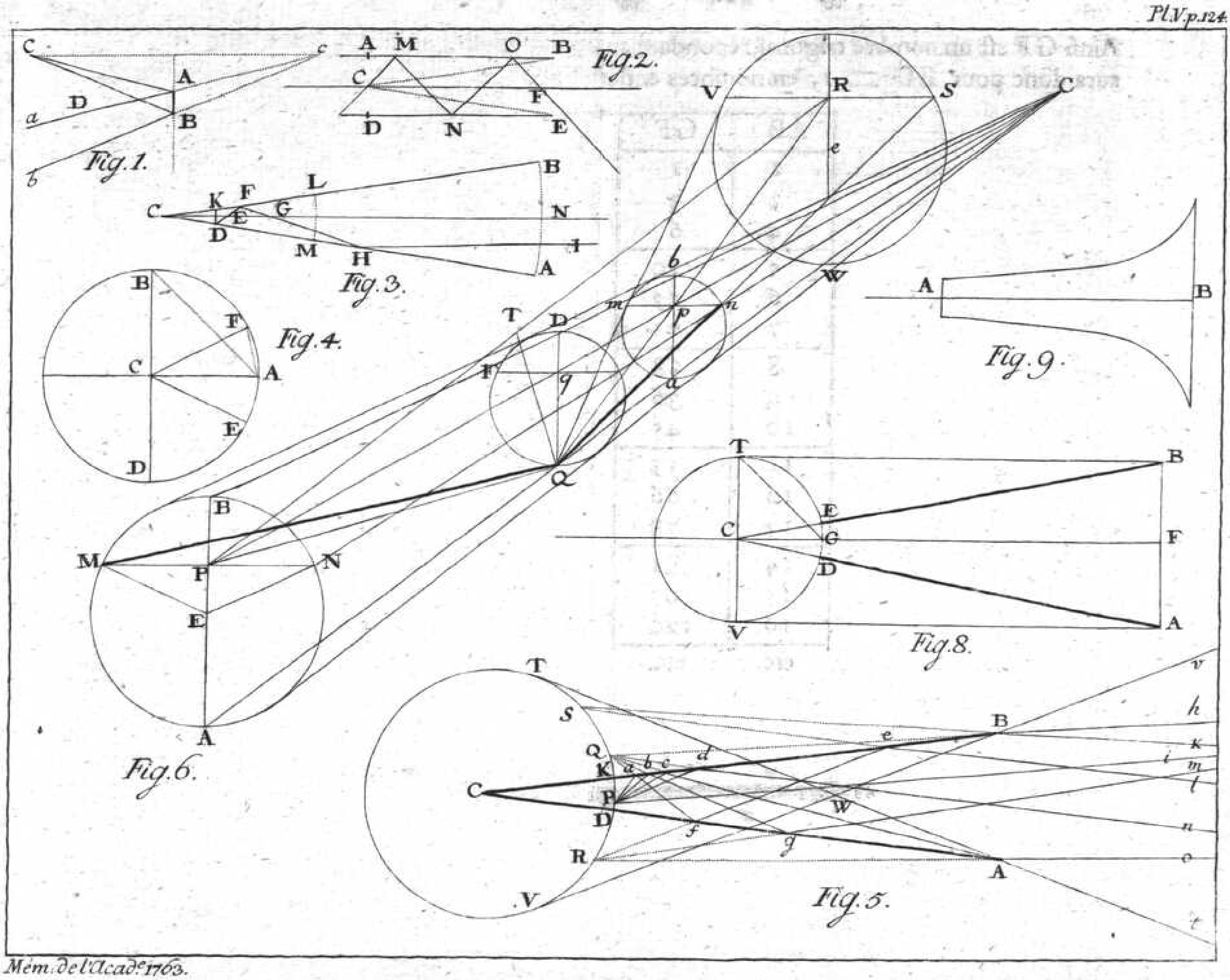
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 9.

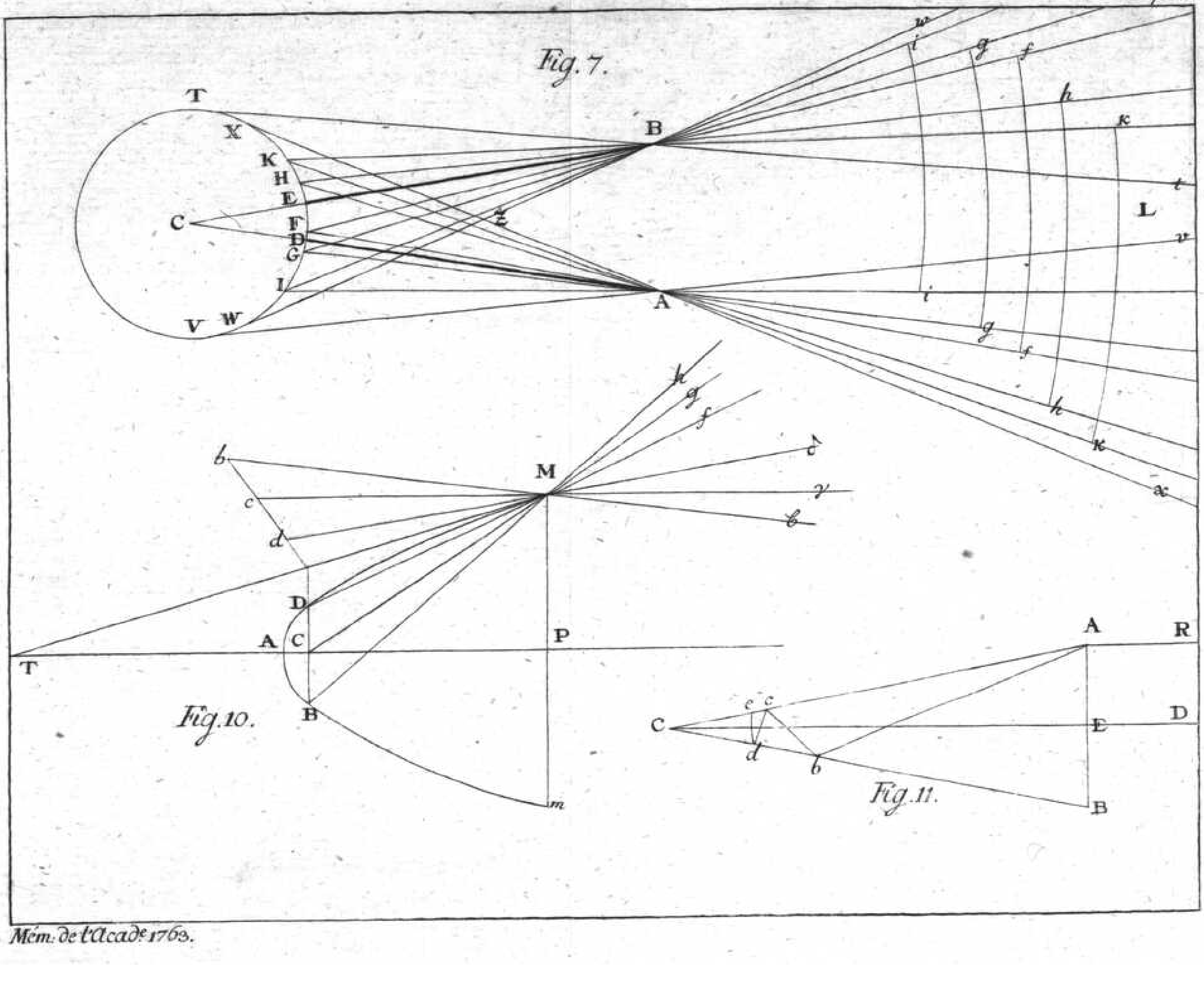
Fig. 7.
T
X
K
H
E
C
F
D
G
I
V
W
B
A
Z
L
w
i
g
f
h
k
t
v
x
Fig. 10.
b
c
d
M
D
A
C
P
T
B
m
Fig. 11.
C
e
c
d
b
A
R
E
D
B