

RÉSULTAT DES RECHERCHES

sur les irrégularités du mouvement de Saturne & de Jupiter.

PAR M. LAMBERT.

I.

Je mets ici pour base les Tables de M. *Halley*, parce que ce sont les seules qui aient été comparées avec toute la suite des oppositions de Saturne & de Jupiter observées sans interruption depuis *Hevelius*, en sorte que pour chacune de ces oppositions l'erreur des Tables est exactement évaluée. Ces erreurs pour Jupiter vont au delà de 10 minutes, & pour Saturne au delà du double, ou jusqu'à 22 minutes de degré, & l'on ignore si elles iront plus loin encore. Il s'agissoit donc de voir ce qu'il s'y trouve de périodique, & si ces périodes sont ceux qui peuvent être attribués à l'action réciproque de ces deux planetes. Pour parvenir à ce but j'ai employé une méthode analytique, qui m'a conduit simplement *a posteriori*. Voici ce que j'ai trouvé.

II.

Soustrayant pour un moment quelconque la longitude héliocentrique de Saturne de celle de Jupiter, je pose le résidu $= \lambda$. Je nomme a l'anomalie moyenne de Saturne, & A celle de Jupiter. Ensuite je désigne par x le nombre d'années écoulées depuis celles qui tiennent lieu d'époques, l'an 1640 pour Saturne & l'an 1657 pour Jupiter.

III.

Ces dénominations ainsi établies, les erreurs des Tables de M. *Halley* pour Saturne peuvent être exprimées par la formule suivante, à très peu près, en minutes de degrés & leurs parties décimales:

— 0',4

$$\begin{aligned}
& - 0',4 \quad - 0',7. \sin a - 1',6. \sin(\lambda - a) + 0',5. \sin(\lambda + a) \\
& + 6,5. \frac{x^2}{10000} - 0,5. \sin \lambda - 7,1. \sin(2\lambda - 2a) - 19,3. \sin(A - \lambda) \\
& \quad + 6,3. \sin(2\lambda - A) \\
& \quad - 28,0. \sin(4\lambda - 2A).
\end{aligned}$$

Cette formule s'applique à la longitude *héliocentrique elliptique* de Saturne calculée d'après les Tables de M. Halley.

IV.

Pour Jupiter je trouve la formule suivante :

$$\begin{aligned}
& - 3',8. \frac{x^2}{10000} - 1',2. \sin \lambda + 0',5. \sin(\lambda + a) + 1',3. \sin(2\lambda - a) \\
& \quad + 3,6. \sin 2\lambda + 0,2. \sin(\lambda - a) + 1,8. \sin(2\lambda - A) \\
& \quad - 1,5. \sin A.
\end{aligned}$$

Cette formule s'applique à la longitude *héliocentrique elliptique* de Jupiter calculée d'après les Tables de M. Halley.

V.

A ces formules je joindrai ici deux Tables, l'une pour Saturne, l'autre pour Jupiter. Chacune offre dans les premières colonnes la liste des erreurs des Tables de M. Halley pour toutes les oppositions observées depuis celles d'*Hevelius*. Les secondes colonnes donnent ces mêmes erreurs calculées par ces formules. Les troisièmes colonnes marquent les différences entre les observations & les calculs, le tout en minutes de degrés & leurs parties décimales. J'observe que les oppositions tant de Saturne que de Jupiter en 1737 n'ont pas été observées, ou du moins elles ne sont pas parvenues à ma connoissance. J'ai laissé la place vuide en y marquant des points.

VI.

Ce qui dans mes formules pourra fixer l'attention des Géomètres ce sont surtout les termes multipliés par le quarré du tems x^2 . Non seulement les coëfficiens sont assez considérables, mais les signes sont tout oppo-

lés à ceux qu'on avoit adoptés. Mr. *Halley* établit des équations séculaires, mais il fait celle pour Saturne soustraïve, & celle pour Jupiter additive. Ici c'est tout le contraire. Je trouve pour Saturne $+ 6', 5. \frac{x^x}{10000}$, tandis que Mr. *Halley* fait $- 1', 4. \frac{x^x}{10000}$; & pour Jupiter M. *Halley* pose $+ 0', 6. \frac{x^x}{10000}$, tandis que je trouve $- 3', 8. \frac{x^x}{10000}$. J'ignore comment M. *Halley* a trouvé ces quantités. Mais je fais qu'on les a regardées comme sujettes à caution vu le peu de fond qu'on peut faire sur les observations anciennes. Et si j'avois omis celles que je donne, la liste des différences seroit allée en augmentant dans l'une & l'autre Table, & surtout dans celle pour Saturne. J'en infère donc que depuis 1657, où les observations d'*Hevelius* commencent, le mouvement de Saturne s'est accéléré & celui de Jupiter retardé. Je ne décide pas si cela continuera sur le même pied, ou si cette accélération & retardation est due à quelque cause périodique, dont le retour n'a lieu qu'au bout de plusieurs siècles. Ce dernier sentiment me paroît plus probable, & il s'accorde mieux avec les anciennes observations. Celles de *Tycho* sont trop voisines de notre siècle, & d'ailleurs trop défectueuses pour pouvoir servir de termes de comparaison.

VII.

Un autre point qui paroît mériter quelque attention ce sont les coëfficiens dans la formule pour Saturne. Il y en a quatre, qui vont à 6, 7, 19, 28 minutes, & dont la somme fait un degré & plus. Or depuis plus d'un siècle les erreurs des Tables de *Halley* pour Saturne n'ont jamais passé 22 minutes. La raison en est que c'est précisément dans ce siècle que ces erreurs ont été les plus petites, ce qui n'arrive qu'une fois en 1000 ans.

VIII.

Je remarquerai encore qu'il y a dans mes formules quelques termes qui sont dans une dépendance mutuelle les uns des autres à cause

de l'égalité de leurs périodes. Cela fait que le résultat de ces termes pris ensemble peut être juste, quand même chacun de ces termes ne le seroit pas séparément. Enfin, comme je me suis borné à sauver les minutes entières, les observations elles-mêmes n'étant pas toujours plus exactes, je crois avoir fait tout ce qu'il étoit possible de faire *a posteriori* & en n'employant que la suite des oppositions observées depuis 1657.

*Liste des Perturbations du mouvement de Jupiter dans ses oppositions
depuis celle du 26 Décembre 1657.*

Obf.	Calc.	Diff.	Obf.	Calc.	Diff.	Obf.	Calc.	Diff.
- 2, 1	- 3, 9	+ 1, 8	+ 5, 1	+ 4, 6	+ 0, 5	+ 3, 8	+ 3, 4	+ 0, 4
- 0, 1	- 1, 0	+ 0, 9	+ 2, 0	+ 2, 0	+ 0	+ 4, 0	+ 5, 8	- 1, 8
+ 0, 7	+ 1, 3	- 0, 6	- 1, 4	- 0, 7	- 0, 7	+ 9, 3	+ 8, 5	+ 0, 8
+ 1, 2	+ 2, 2	- 1, 0	- 2, 6	- 2, 4	- 0, 2	+ 10, 9	+ 10, 4	+ 0, 5
+ 0, 4	+ 1, 2	- 0, 8	- 3, 0	- 2, 4	- 0, 6	+ 10, 6	+ 10, 4	+ 0, 2
- 1, 1	- 1, 0	- 0, 1	- 1, 3	- 0, 8	- 0, 5	+ 8, 7	+ 8, 9	- 0, 2
- 4, 1	- 3, 7	- 0, 4	+ 1, 0	+ 1, 7	- 0, 7	+ 5, 0	+ 5, 7	- 0, 7
- 5, 5	- 4, 7	- 0, 8	+ 2, 4	+ 3, 9	- 1, 5	+ 0, 4	+ 2, 1	- 1, 7
- 3, 5	- 4, 4	+ 0, 9	+ 3, 3	+ 4, 4	- 1, 1	- 1, 0	- 0, 3	- 0, 7
- 1, 2	- 2, 6	+ 1, 4	+ 2, 4	+ 3, 3	- 0, 9	+ 0, 2	- 0, 8	+ 1, 0
+ 1, 2	+ 0, 1	+ 1, 1	+ 0, 3	- 1, 6	+ 1, 9	+ 2, 2	+ 0, 7	+ 1, 5
+ 3, 0	+ 2, 3	+ 0, 7	- 1, 1	- 3, 0	+ 2, 0	+ 4, 5	+ 3, 7	+ 0, 8
+ 3, 7	+ 3, 5	+ 0, 2	- 4, 8	- 5, 0	+ 0, 2	+ 7, 4	+ 6, 7	+ 0, 7
+ 3, 0	+ 3, 2	- 0, 2	- 3, 2	- 5, 5	+ 2, 3	+ 9, 8	+ 8, 5	+ 1, 3
+ 2, 0	+ 1, 7	- 0, 3	- 3, 5	- 4, 0	+ 0, 5	+ 11, 1	+ 8, 5	+ 2, 6
+ 0, 2	- 0, 1	+ 0, 3	- 1, 2	- 1, 0	- 0, 2	+ 5, 6	+ 6, 9	- 1, 3
- 0, 8	- 1, 4	+ 0, 6	- 1, 3	+ 1, 8	- 0, 5	+ 4, 3	+ 4, 3	0
- 4, 2	- 1, 7	- 2, 5	+ 0, 4	+ 3, 3	- 2, 9	+ 1, 1	+ 2, 1	- 1, 0
- 4, 3	- 0, 6	- 3, 7	+ 1, 7	+ 4, 0	- 2, 3	+ 0, 7	+ 1, 3	- 0, 6
- 2, 4	+ 0, 4	- 2, 8	+ 0, 8	+ 1, 9	- 1, 1	+ 1, 9	+ 2, 1	- 0, 2
- 0, 4	+ 1, 3	- 1, 7	+ 0, 1	- 0, 5	+ 0, 6	+ 4, 2	+ 4, 8	- 0, 6
+ 1, 8	+ 1, 6	+ 0, 2	+ 1, 6	- 2, 6	+ 1, 0	+ 6, 4	+ 7, 1	- 0, 7
+ 1, 3	+ 0, 8	+ 0, 5	- 3, 7	- 3, 3	- 0, 4	+ 8, 0	+ 8, 3	- 0, 3
+ 0, 5	+ 0, 1	+ 0, 4	- 0, 6	- 2, 3	+ 1, 7		+ 8, 0	
+ 0, 1	- 0, 4	+ 0, 5	- 0, 1	+ 1, 0	- 1, 1		+ 5, 9	
+ 0, 7	+ 0, 2	+ 0, 5	- 1, 9	+ 2, 8	- 4, 7		+ 2, 6	
+ 1, 9	+ 2, 1	- 0, 2	+ 3, 0	+ 4, 6	- 1, 6		- 0, 3	
+ 4, 1	+ 4, 6	- 0, 5	+ 3, 3	+ 5, 1	- 1, 8		- 1, 7	
+ 6, 5	+ 6, 0	+ 0, 5	+ 2, 9	+ 4, 5	- 1, 6		- 1, 0	
+ 8, 1	+ 8, 0	+ 0, 1	+ 3, 1	+ 2, 7	+ 0, 4		+ 1, 5	
+ 7, 1	+ 7, 1	0	+ 1, 2	+ 1, 2	0		+ 4, 7	
+ 4, 9	+ 4, 2	+ 0, 7	+ 0, 1	+ 0, 5	- 0, 4		+ 7, 3	
+ 0, 7	+ 0, 4	+ 0, 3	+ 0, 9	+ 0, 6	+ 0, 3		+ 8, 4	
- 1, 7	- 2, 7	+ 1, 0	- - -	+ 1, 8	- - -		+ 7, 5	
- 2, 8	- 4, 3	+ 1, 5	+ 1, 1	+ 2, 8	- 1, 7		+ 5, 3	
- 1, 8	- 2, 8	+ 1, 0	0	+ 3, 6	- 3, 6		+ 3, 2	
+ 0, 3	- 1, 0	+ 1, 3	+ 0, 9	+ 3, 6	- 2, 7		+ 2, 1	
+ 2, 0	+ 1, 9	+ 0, 1	+ 1, 3	+ 2, 7	- 1, 4		+ 2, 1	
+ 4, 8	+ 4, 5	+ 0, 3	+ 1, 6	+ 2, 0	- 0, 4		+ 3, 7	
+ 7, 2	+ 5, 7	+ 1, 5	+ 2, 2	+ 2, 3	- 0, 1		+ 5, 6	

Liste des Perturbations du mouvement de Saturne dans ses oppositions depuis celle du 3 Avril 1658.

Obf.	Calc.	Diff.	Obf.	Calc.	Diff.	Obf.	Calc.	Diff.
+ 4, 7	+ 2, 1	- 2, 6	- 9, 4	- 8, 9	+ 0, 5	- 6, 0	- 6, 3	- 0, 3
+ 2, 5	+ 2, 1	- 0, 4	- 8, 7	- 7, 9	+ 0, 8	- 5, 1	- 5, 9	- 0, 8
+ 3, 0	+ 2, 6	- 0, 4	- 8, 0	- 7, 6	+ 0, 4	- 4, 2	- 4, 2	0, 0
+ 2, 6	+ 2, 9	+ 0, 3	- 6, 9	- 7, 2	- 0, 3	- 3, 3	- 3, 5	- 0, 2
+ 2, 3	+ 3, 2	+ 0, 9	- 4, 9	- 6, 2	- 1, 3	- 2, 5	- 3, 3	- 0, 8
+ 3, 1	+ 3, 1	0, 0	- 4, 4	- 4, 5	- 0, 1	- 4, 4	- 3, 5	+ 0, 9
+ 3, 3	+ 3, 1	- 0, 2	- 2, 7	- 3, 4	- 0, 7	- 4, 7	- 4, 0	+ 0, 7
+ 3, 6	+ 3, 5	- 0, 1	- 0, 4	- 1, 7	- 1, 3	- 5, 0	- 4, 7	+ 0, 3
+ 3, 7	+ 3, 5	- 0, 2	+ 0, 8	- 0, 2	- 1, 0	- 7, 9	- 6, 1	+ 1, 8
+ 3, 8	+ 4, 0	+ 0, 2	+ 2, 4	+ 0, 9	- 1, 5	- 9, 7	- 7, 6	+ 2, 1
+ 4, 3	+ 4, 2	- 0, 1	+ 2, 4	+ 1, 7	- 0, 7	- 12, 2	- 9, 1	+ 3, 1
+ 4, 7	+ 4, 6	- 0, 1	+ 4, 1	+ 2, 7	- 1, 4	- 12, 0	- 10, 6	+ 1, 4
+ 4, 7	+ 4, 8	+ 0, 1	+ 4, 2	+ 3, 8	- 0, 4	- 13, 1	- 12, 3	+ 0, 8
+ 3, 8	+ 4, 5	+ 0, 7	+ 4, 8	+ 4, 0	- 0, 8	- 15, 1	- 14, 3	+ 0, 8
+ 3, 4	+ 3, 8	+ 0, 4	+ 6, 1	+ 4, 5	- 1, 6	- 15, 8	- 16, 3	- 0, 5
+ 3, 6	+ 3, 3	- 0, 3	+ 6, 2	+ 5, 2	- 1, 0	- 17, 6	- 18, 2	- 0, 6
+ 3, 2	+ 2, 3	- 0, 9	+ 6, 3	+ 4, 7	- 1, 6	- 18, 4	- 20, 0	- 1, 6
+ 2, 5	+ 1, 3	- 1, 2	+ 6, 8	+ 7, 1	+ 0, 3	- 20, 2	- 21, 8	- 1, 6
+ 1, 5	+ 0, 3	- 1, 2	+ 6, 0	+ 6, 1	+ 0, 1	- 21, 1	- 22, 6	- 1, 5
+ 0, 2	- 0, 8	- 1, 0	+ 5, 3	+ 5, 9	+ 0, 6	- 22, 0	- 23, 3	- 1, 3
- 0, 7	- 1, 5	- 0, 8	+ 4, 9	+ 6, 6	+ 1, 7	- 20, 9	- 23, 3	- 2, 4
- 1, 9	- 2, 2	- 0, 3	+ 5, 3	+ 4, 7	- 0, 6	- 20, 9	- 22, 5	- 1, 6
- 3, 1	- 2, 6	+ 0, 5	+ 2, 7	+ 3, 6	+ 0, 9	- 19, 8	- 21, 4	- 1, 6
- 3, 0	- 3, 2	- 0, 2	+ 0, 5	+ 2, 1	+ 1, 6	- 19, 0	- 19, 3	- 0, 3
- 3, 4	- 3, 2	+ 0, 4	- 0, 7	+ 0, 8	+ 1, 5	- 17, 2	- 17, 2	0, 0
- 3, 3	- 3, 8	- 0, 5	- 1, 4	- 0, 8	+ 0, 6	- 15, 5	- 14, 4	+ 1, 1
- 3, 7	- 4, 3	- 0, 6	- 1, 0	- 2, 0	- 1, 0	- 13, 2	- 12, 1	+ 1, 1
- 3, 5	- 5, 1	- 1, 6	- 2, 2	- 3, 5	- 1, 3	- 10, 7	- 10, 2	+ 0, 5
- 4, 9	- 5, 9	- 1, 0	- 5, 4	- 4, 4	+ 1, 0	- 8, 0	- 7, 8	+ 0, 2
- 5, 2	- 6, 1	- 0, 2	- 4, 7	- 5, 8	- 1, 1	- 4, 9	- 5, 5	- 0, 6
- 7, 5	- 7, 3	+ 0, 2	- 5, 5	- 7, 0	- 1, 5	- 0, 1	- 2, 7	- 2, 6
- 8, 0	- 8, 0	0, 0	- 6, 0	- 7, 8	- 1, 8	- 1, 2	+ 0, 2	+ 1, 4
- 8, 8	- 8, 5	+ 0, 3	- 5, 1	- 8, 7	- 3, 6		+ 1, 8	
- 9, 3	- 8, 6	+ 0, 7	- 7, 2	- 9, 3	- 2, 1		+ 2, 3	
- 9, 3	- 8, 5	+ 0, 8	- 5, 6	- 9, 8	- 4, 2		+ 4, 5	
- 9, 0	- 8, 9	+ 0, 1	- 6, 2	- 10, 0	- 3, 8		+ 5, 2	
- 9, 2	- 9, 0	+ 0, 2	- - -	- 10, 0	- - -		+ 5, 3	
- 9, 7	- 9, 1	+ 0, 6	- 6, 9	- 9, 6	- 2, 7		+ 4, 6	
- 9, 6	- 9, 0	+ 0, 6	- 7, 8	- 8, 6	- 0, 8		+ 3, 3	
- 9, 4	- 8, 9	+ 0, 5	- 8, 7	- 7, 6	+ 1, 1		+ 1, 5	