Sammlung
nützlicher Aufsätze und Nachrichten,
die Baukunst betreffend.
Für angehende Baumeister und Freunde der Architektur.

Haupt Ansicht des alten Schlosses zu Marienburg.
gebaut um das Jahr 1309 durch die Ritter des teutschen Ordens, unter dem Hochmeister Siegfried von Feuchtwangen.
als Beytrag zur Geschichte der vaterländischen Architectur.

Herausgegeben
von mehreren Mitgliedern des Königl. Preuſs. Ober-Bau-Departements.

Jahrgang 1797.
Zweyter Band.
Mit Kupfern.

Berlin,
auf Kosten der Herausgeber, und gedruckt bey Johann Friedrich Unger.

Inhaltsverzeichnifs.

[redacted]

A n z e i g e.

VIII.

Versuche und Bemerkungen über die unterschlächtigen Mühlen, vom Hrn. Professor Lambert.

(Aus den *neuen Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften*, Jahrgang 1775. p. 49. übersetzt zu Berlin im Februar 1797 durch *Heinrich Riedel.*)

[*Da der Zweck dieser Schrift nicht allein dahin geht, neue, für die Architektur wichtige Fälle aufzustellen, sondern auch wenig bekannte Untersuchungen gemeinnütziger zu machen, so verdienen gewiſs die Abhandlungen des verstorbenen Oberbauraths und Professors Lambert, daſs solche mehr bekannt werden. Ob nun gleich der seel. Hofrath Karsten in der Vorrede zum zweyten Band seiner Anfangsgründe der mathematischen Wissenschaften sagt, daſs er sehr gern bey Abfassung seiner Maschinenlehre Gebrauch davon gemacht hätte, wenn ihm nur solche vor Absendung seines Manuskripts in die Hände gekommen wären, so sind dennoch seit der Zeit mehrere Maschinenlehren herausgekommen, aber in keiner ist Rücksicht auf die Lambertschen Untersuchungen genommen worden, weshalb die Herausgeber es um so mehr für zweckmäſsig hielten, diese Übersetzung mitzutheilen.*]

d. H.

1. Unter den Maschinen, welche durch Wasser getrieben werden, giebt es wenige, die zahlreicher als die Mühlen sind. Dessen ungeachtet sind noch sehr wenige Versuche in der Absicht gemacht worden, ihre Theorie zu prüfen, vollständiger zu machen, oder zu berichtigen.

Einige Mühe hat sich Hr. *Belidor* in dieser Rücksicht gegeben. Er zeigt alle Maaſse einer zu *la Fère* befindlichen Mühle ausführlich an, bedient sich demnächst des Kalkuls, und kömmt dahin, das Gewicht zu bestimmen, welches dem Widerstand des Läufers und des Getraidezermalmens gleich seyn würde.

Dies ist aber auch der einzige Versuch.

Denn obgleich Hr. *Belidor* davon spricht, mehrere Mühlen untersucht zu haben, so giebt er doch von keiner ein Detail an; auch ist es sehr wahrscheinlich, daſs diese Mühlen nur wenig untereinander abweichen *).

Seine Berechnungen gründen sich auf Sätze, deren Anwendbarkeit auf Mühlen noch gar

*) Nämlich in der Einrichtung, und von der zu *la Fere.* *d. Übers.*

nicht ausgemacht ist. Ich sah leicht ein, daſs dazu noch viele Versuche erfordert würden, daſs man diese Versuche bey denselben Mühlen verändern, und an andern Mühlen von mehr oder minder verschiedener Einrichtung wiederholen müſste. Dazu erwartete ich mir irgend eine günstige Gelegenheit.

II. Herr *Siebike* *), Sohn des Mühleninspektors, der in der Belidorschen Theorie sehr geübt ist, verschaffte mir solche Gelegenheit zuerst.

Die Königliche Mühle, über welche er die Aufsicht hat, ist so eingerichtet, daſs bey immer gleicher Schützöffnung, das unterschlächtige Rad **) dennoch erhöhet und niedergelassen werden kann, damit die Schaufeln eine beliebige Anzahl von Zollen eintauchen.

Ich bat ihn deswegen, das Rad von 2 zu 2 Zollen erhöhen zu lassen, damit die Gewalt des Wassers auf die Schaufeln immer geringer, und die Bewegung des Rades immer schwächer würde; bey jedem Versuche lieſs man dem Rade Zeit, sich in den Beharrungsstand zu setzen, und zählte für jeden Umlauf, und selbst während einer beträchtlichen Anzahl einander folgender Umläufe, die Sekunden.

Der Professor der Artillerie, Hr. *Guillaume*, half mir dabey, indem er die Zeitsekunden zählte, während ich sie in meine Schreibtafel aufschrieb.

Man begreift ohne Mühe, daſs diese Versuche zum Zwecke hatten, die Gewalt des Wassers mit derjenigen Geschwindigkeit, welche sie dem Rade, und hierdurch auch zweyen durch dasselbe getriebenen Läufern mittheilet, zu vergleichen, und das Gesetz zu erforschen, welches zwischen den verschiedenen Graden der Gewalt und der Geschwindigkeit statt finden möchte.

III. Diese Versuche wurden *am 2ten Februar* 1775 Nachmittags gemacht. Das Wetter war schön, und das Wasser sehr hoch. Aber es ist vortheilhaft, die nöthigen Maſse vor den einzelnen nähern Umständen anzugeben, um daraus die Erfolge sogleich herzuleiten; ich werde diese Maſse, so wie ich sie von Hrn. *Siebike* erhalten habe, nämlich in Rheinländischen Fuſsen anführen.

1) Die Geschwindigkeit der Oberfläche des Wassers unter dem Rade gehört gewöhnlich zu der Höhe von 5 Fuſs 2 Zoll und 6 Linien ***). Sie ist also = 14,1605 Rheinl. Fuſsen.

2) Der äuſsere Halbmesser des Rades beträgt 15 Fuſs.

3) Sind die Schaufeln 1 F. breit und 8 F. und 4 Zoll lang.

4) Auf der Welle des Wasserrades ist ein Steinrad von 60 Zähnen befestiget; es greift auf jeder Seite in einen Drehling von 8 Stöcken. †)

5) Auf der Welle jedes Drehlings ist ein Kammrad von 60 Kämmen angebracht, welches in die Stöcke des Getriebes eingreifen; jedes Getriebe hat 8 Stöcke.

---

*) Jetziger Krieges- und Dom. Rath, und Obermühleninspektor.

**) Wo in der Folge Rad nur allein, ohne Adjektiv, stehet, ist immer Wasserrad zu verstehen.

***) So viel oder 3,208 Fuſs Rheinl. beträgt nämlich das Gefälle, oder die Höhe von der Oberfläche des Wassers über dem Fachbaum, bis zur Oberfläche des Wassers unter dem Rade (*Differenz des Ober- und Unterwassers*).

†) Müssen 36 Stöcke seyn.

6) Vermittelst dieses Räderwerks, drehet sich jeder Läufer 25 mal um, während das Wasserrad 2 mal umgehet. *)

7) Der Durchmesser des Läufers ist 3 Fuſs 8 Zoll = 44 Zoll. Er hat 15 Zoll Höhe, und wiegt 1650 Pfund, so daſs das Gewicht beyder Läufer 3300 Pfund beträgt. Die Bodensteine sind nicht gemessen worden, weil es wenig nützet, ihre Höhe und ihr Gewicht zu wissen.

8) Das Gerönne, so wie das Schutz ist mehr als doppelt so breit als das Wasserrad, und das Wasser unter letzterm hat über 2 Fuſs Tiefe, weil solches, wenn es unter diesem Rade und an der Seite desselben durch ist, noch 3 andere Räder in Bewegung setzen muſs.

IV. Hier folgen die am 2ten Februar 1775. gemachten Versuche.

Umläufe des Rades	Versuche		1	2	3	4	5	6	
	Eintauchen der Schaufeln		12	10	8	6	4	3½	Zolle
1		Bemerkte Zahl der Sekunden.	4½	6	7	10½	29½	84	
2			9½	11½	14	21	58	224	
3			14	17	20½	32	87½	325	
4			19½	22	27½	43	118½	412	
5			25	28	34½	54	147½	etc.	
6			30	33½	43	66	179½		
7			35½	39	50	78	210½		
8			40	45	56½	89	241½		
9			46	50½	63½	100	etc.		
10			51	56½	70½	111			
11			56	62	78	123			
12			61	68	85	etc.			
13			66	74	91				
14			71	80	98				
15			76	85½	106½				
16			81	91	114				
17			86	97	121				
18			etc.	103	128½				
19				108	135½				
20				114	141				
21				119½	148½				
22				125	156½				
etc.				etc.	etc.				
	Zeit eines Umlaufs		5″,06	5″,68	7″,11	11″,17	29″,83	103″ ±	

*) $\frac{60}{8} \cdot \frac{60}{8}$ würde $= \frac{56\frac{1}{4}}{1}$ geben, aber $\frac{60}{36} \cdot \frac{60}{8} = \frac{12\frac{1}{2}}{1}$.

V. Die

V. Die Zahlen der in dieser Tabelle aufgezeichneten Sekunden, wachsen bey jedem Versuch sehr regelmässig, ausgenommen bey dem letzten, wo die Schaufeln nur 3 Zoll im Wasser waren. Auch wäre diese Tiefe, um das Rad in Bewegung zu setzen, beynahe unzureichend gewesen. Es hielt zuweilen, wahrscheinlich aus einer zufälligen Ursache, mehrere Sekunden ein, und wenn dann die Bewegung wieder anfing, so geschah dies gleichsam durch einen Stofs. In der Folge blieb auch ihre Geschwindigkeit immer sehr veränderlich, so dafs man schliefsen konnte, das Rad würde nach einer gering mehrern Erhöhung, nicht mehr völlig umlaufen. *) Ich werde also auf diesen letzten Versuch, weil er zu unregelmäfsig ausgefallen ist, als dafs durch ihn die Geschwindigkeit des Rades recht zuverlässig bestimmt werden könnte, nicht Rücksicht nehmen.

Die zu einem jeden der 4 Umläufer des Rades erforderlichen Zeiträume sind 84, 60, 241, und 328 Sekunden.

Indem sie sich vergröfsern, wird die Bewegung des Rades immer schwächer; vielleicht dafs sie endlich ganz aufgehört hätte.

VI. Es sey nun die Zeit jedes Umlaufes . . . . $= \tau$

Der äufsere Halbmesser des Rades . . . . $= r$ (Rheinl. Fufs.)

Die Länge der Schaufeln . . . . $= \lambda$;

Ihre vollständige Breite . . . . $= b$;

So wird man erhalten

Die Entfernung vom Mittelpunkt des Stofses . . . $= r - \frac{1}{2} b$.

Die aus dem Mittelpunkt beschriebene Peripherie . . . $= \pi (2r - b)$

Die Geschwindigkeit . . . . $= \pi (2r - b) : \tau$

Die Fläche des eingetauchten Theils jeder Schaufel . . . $= b\lambda$;

Hiebey bezeichnet π das Verhältnifs des Halbmessers zum Umkreise.

Es sey noch überdies,

Die Höhe des Falles der Wasseroberfläche . . . . $= a$

Wenn man nun $g = \frac{1000}{64}$ oder $= 15\frac{5}{8}$ Rheinl. Fufs setzet, so wird man haben

Die Höhe bis zum Mittelpunkt des Eindrucks **) . . . . $= a + \frac{1}{2} b$

Die zu dieser Höhe gehörige Geschwindigkeit . . . . $= 2 \sqrt{g (a + \frac{1}{2} b)}$.

Daher

$$\text{Die relative Geschwindigkeit des Wassers} = 2 \sqrt{g (a + \tfrac{1}{2} b)} - \frac{\pi (2r - b)}{\tau},$$

$$\text{Die Höhe dieser Geschwindigkeit} = \frac{1}{4g} \left(2 \sqrt{g (a + \tfrac{1}{2} b)} - \frac{\pi (2r - b)}{\tau} \right)^2.$$

Multiplicirt man diese Höhe mit der Fläche $b\lambda$, so wird man in Kubikfufsen die Wassermasse

*) Weil nämlich die Schaufel alsdenn noch weniger eingetaucht gewesen seyn würde.

**) Geschwindigkeitshöhe.

erhalten, deren Gewicht der Gewalt des Wassers gleich ist, welche auf den Mittelpunkt des Stofses wirket, $= \frac{b\lambda}{4g} \cdot \left(2\sqrt{g(a+\frac{1}{2}b)} - \frac{\pi(2r-b)}{\tau}\right)^2$.

Man braucht nun diese Gröfse nur mit $65\frac{1}{2}$ zu multipliciren, um dieselbe Gewalt in Berlinschen Pfunden zu erhalten.

VII. Nun ist nichts weiter nöthig, als statt dieser Ausdrücke, deren Werthe in Zahlen zu setzen, um folgende Resultate zu bekommen.

Versuche	1	2	3	4	5	6
Zeit jedes Umlaufes . . . . τ	5'',06	5'',68	7'',11	11'',17	29'',83	103'' $\pm$
b	1'	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
$r - \frac{1}{2}b$	7'	$7\frac{1}{12}$	$7\frac{1}{6}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{3}$	$7\frac{3}{8}$
$2\pi(r-\frac{1}{2}b) = \frac{44}{7}(r-\frac{1}{2}b)$	44	$44\frac{11}{21}$	$45\frac{1}{21}$	$45\frac{5}{7}$	$46\frac{2}{21}$	$46\frac{5}{14}$
c = Geschwindigkeit des Mittelpunkts des Stofses	8,70	7,84	6,34	4,08	1,54	0,44 $\pm$
$b\lambda$	$8\frac{1}{3}$	$6\frac{17}{18}$	$5\frac{5}{9}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{7}{9}$	$2\frac{1}{18}$
Höhe . . . . $a + \frac{1}{2}b$	$3\frac{17}{24}$	$3\frac{5}{8}$	$3\frac{13}{24}$	$3\frac{11}{24}$	$3\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{3}$
v = die dieser Höhe entsprechende Geschwindigkeit . . .	15,22	15,08	14,88	14,70	14,52	14,43
$v - c$ = der relativ. Geschw.	6,52	7,24	8,54	10,62	12,98	13,99 $\pm$
Die dieser wieder zukommende Höhe	0,680	0,839	1,167	1,805	2,694	3,132 $\pm$
Gewalt des Wassers in Kub. Fufsen	5,67	5,82	6,48	7,67	7,48	6,52 $\pm$
In Pfunden p = ...	371	381	425	502	490	427 $\pm$
Dieselbe Gewalt, auf den Umkreis des Rades, wie auf einen festen Punkt betrachtet .	346	360	406	485	497	420 $\pm$
Eben dieselbe Gewalt auf $\frac{2}{3}$ vom *Radio* des Mühlsteines p.	171	177	219	262	258	227 $\pm$
Geschwindigkeit dieses Punkts des Mühlsteins in Rheinländ. Fufsen	18,99	17,06	13,52	8,60	3,21	0,90 $\pm$

VIII. Diese Rechnung beweiset, dafs die Geschwindigkeit nach dem Mafse zunimmt, nach welchem die Schaufeln sich tiefer eintauchen aber so ist es nicht mit der Gewalt p, mit welcher das Wasser die Schaufeln schlägt; diese Gewalt ist geringer wenn die Geschwindigkeit wächset. Weil nun diese Kraft erforderlich ist, um das Gleichgewicht mit dem Widerstand zu halten, welcher sowohl aus der Friktion der Theile der Maschine, als auch vom Zermalmen des Getreides entsteht; so ist ausgemacht, dafs dieser Widerstand geringer ist, wenn das Rad, und daher auch der Laufer, mit mehrerer Geschwindigkeit umlaufen, und dafs also wenigstens die Summe des Widerstandes der Friktion und vom Zermalmen, nicht als eine beständige Gröfse wird betrachtet werden können.

Und wenn ein gröfserer Grad von Geschwindigkeit auch ein gröfseres Reiben hervorbrächte, wie andere Versuche solches zeigen,*) so würde daraus folgen, dafs das Zermalmen um so mehr

*) Die Coulombschen Versuche zeigen es nicht.

eine geringere Gewalt erforderte, wenn der Laufer sich mit größserer Geschwindigkeit drehet.

Denn, wenn von einer sich selbst schon stets vermindernden Größse, eine immer größer werdende abgezogen wird, so müssen nothwendig ihre Reste immer noch kleiner werden.

Das Zermalmen hat jedoch gewisse Grenzen, welche die Geschwindigkeit bestimmen, die man dem Umkreis des Laufers geben soll, damit das Getreide sich nicht zu sehr erhitze, und die Güte und Menge des Mehls, in einer gewissen Zeit möglichst groſs sey. *(soit un maximum.)*

IX. Es ist sehr schwer, die zum Gleichgewicht der Friktion nöthige Kraft des Wassers von derjenigen, welche das Zermalmen erfordert, zu trennen: weil beyde auf sehr verschiedene Art von der Geschwindigkeit abhängen, und weil sich die Friktion mehr oder weniger nach der Gewalt richtet, welche das Getreidezermalmen erfordert, so bald davon ein größserer Druck auf die sich reibenden Theile entstehet. In der Erwartung, daſs sich alles dieses deutlicher werde einschen lassen, machte ich an der nämlichen Mühle einige sich darauf beziehende Versuche, welche hier folgen.

Siebenter Versuch.

Die Schaufeln waren 10'' eingetauchet; ich lieſs die Läufer abnehmen, damit bloſs das Räderwerk allein bewegt zu werden brauchte.

Nachdem alles in Beharrungsstand gekommen war, fand man, daſs sich das Rad in der Minute 19 mal umdrehete; es kam also auf den Mittelpunkt des Stoſses der Schaufeln eine Geschwindigkeit von . . . . 14 Fuſs,
die Geschwindigkeit des Wassers war aber . . . . 15 Fuſs,
daher die relative nicht mehr als . . . . 1 Fuſs.

Also ist die Kraft um die Friktion des Räderwerks allein zu überwinden = 4 Pfund, am Mittelpunkt des Stoſses angebracht; weil dieser Mittelpunkt sich mit einer Geschwindigkeit von 14 Fuſs in der Sekunde drehete. *)

Achter Versuch.

Die Laufer wurden wieder an ihren Ort gesetzt, aber kein Getreide aufgeschüttet, so daſs sie sich ganz allein, und ohne zu mahlen dreheten; man lieſs die Schaufeln nur $\frac{3}{4}$ Zoll in das Wasser. Im Beharrungsstande lief das Rad in $10\frac{1}{2}$ Sekunden einmal um.

Neunter Versuch.

Ich lieſs das Rad einen Zoll tiefer stellen, also die Schaufeln $1\frac{3}{4}$ Zoll eintauchen. Im Beharrungsstande brauchte das Rad nur $7\frac{1}{2}$ Sekunden zu einer Umwälzung.

Zehnter Versuch.

Als die Schaufeln $6\frac{1}{2}$ Zoll unter Wasser gebracht waren, vollendete das Rad im Beharrungsstande 14 Umläufe in einer Minute.

---

*) $g = 15\frac{5}{8}$, giebt $4g = 62,5$ und $\frac{1}{4g} = 0,016$, da also $v - c = 1$, so ist $h = 0,016$ und $Abh = 0,016 \cdot 6,944 = 0,109$ und $0,109 \times 65,5 = 7,1395$ Pf.

X. Bey den drey letzten Versuchen hatte man nichts als die Reibung des Räderwerks und des Mühleisens. Die Läufer berührten die Bodensteine nicht, aber das Zittern der Mühle und des Stegs konnte vielleicht verursachen, daſs beyde Steine aufeinander stieſsen.

XI. Die sechs ersten Versuche können uns zeigen, wie tief die Schaufeln eingetaucht werden müssen, damit das Rad dieselbe Geschwindigkeit, wie in den drey letzten Versuchen erhalte; die Kenntniſs dieser Geschwindigkeit erleichtert die Vergleichung zwischen einer mahlenden und einer leer gehenden Mühle, welche im Groſsen am wenigsten angestellet werden kann.

1) Beym 8ten Versuch lief das Rad in $10\frac{1}{2}$ Sek. einmal um; ist nun die Mühle im Mahlen begriffen, so ist diese Geschwindigkeit eine Eintauchung der Schaufeln von $6\frac{1}{4}$ Zoll*), und die Gewalt des Wassers ist = 493 Pfund. — Nun sey in beyden Fällen die Geschwindigkeit die nämliche, so verhält sich die Kraft des Wassers wegen der Eintauhcung nothwendig $= 6\frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 25 : 3$**). Vermindert man nun nach diesem Verhältniſs die ganze Kraft = 493 Pfund, so bekömmt man, wenn die Mühle leer gehet 59 Pfund ***) für die Kraft des Wassers.

2) Beym 9ten Versuch war die Eintauchung der Schaufeln $1\frac{3}{4}$ Zoll, und das Rad drehete sich in $7\frac{1}{2}$ Sek. einmal, wozu bey einer mahlenden Mühle eine Eintauchung der Schaufeln von $7\frac{3}{4}$ Zollen erfordert wird, und die Gewalt des Wassers ist 435 Pfund. †) Man hat daher

$$7\tfrac{3}{4} : 1^{3} = 31 : 7 = 435 : x \text{ und } x = 98 \text{ Pfund } \dagger\dagger)$$

oder, wenn die Mühle leer gehet, beträgt die erforderliche Gewalt des Wassers 98 Pfund.

3) Beym 10ten Versuch hatte die Schaufel $6\frac{1}{4}$ Zoll Wasser, das Rad lief 14 mal in einer Minute um; es gebrauchte also $4\frac{2}{7}$ Sek. zu einem Umlauf. — Die Versuche, welche ich mit der mahlenden Mühle gemacht habe, bieten nun keine so groſse Geschwindigkeit (zur Vergleichung) dar, aber man kann daraus schlieſsen, daſs die Schaufeln äuſserst tief hätten eingetaucht, und viel breiter seyn müssen, (um nämlich diese Geschwindigkeit, bey mahlender Mühle, hervor zu bringen), und weil alsdann die Gewalt des Wassers doch nicht genau im Verhältniſs der Schaufelbreite zugenommen haben würde, so giebt es kein Mittel, hier eine, mit den vorigen beyden Versuchen, ähnliche Vergleichung anzustellen.

XII. Wir wollen indessen sehen, ob wir nicht auf eine andere Art verfahren können. Bey dem 10ten Versuch kann die Gewalt des Wassers geradezu berechnet werden, weil man die Geschwindigkeit des Wassers, die des Rades, und den eingetauchten Theil der Schaufel kennt.

Ich fand, daſs diese Gewalt nicht mehr als 81 Pfund beträgt, †††) und da ich sie so sehr ge-

*) Nach VII.

**) Nämlich wenn die Schaufeln auch einerley Länge behalten.

***) Nach dem Verhältniſs eigentlich $59\frac{4}{25}$ Pf.

†) Nach VII. ††) Eigentlich $98\frac{7}{31}$ Man siehet aber aus mehrerm, daſs Hr. *Lambert* mit Fleiſs nur die ganzen Zahlen behalten wollen, weil es doch nur auf einen, so viel wie möglich genauen Überschlag ankömmt.

†††) Nämlich nach $\frac{b\lambda}{4g} \cdot \left(2\sqrt{g\,(a+\frac{1}{2}b)} - \frac{\pi(2r-b)}{\tau}\right)^2$ mit Rücksicht auf die sub IV. in der Tafel verzeichneten Resultate der Versuche vom 2ten Febr. 1775.

ring fand, so berechnete ich noch auf dieselbe Art die Gewalt des Wassers in den beyden andern Versuchen. — Die Rechnung gab mir in dem 8ten Versuch 72, und für den 9ten 85 Pfund. Diese Zahlen sind von 59 und 98, welche durch die Vergleichung der Versuche gefunden wurden, bedeutend genug unterschieden. Der Grund scheint das geringe Eintauchen der Schaufeln zu seyn, welches die geringste Unregelmäſsigkeit in der Bewegung des Wassers, und in der Zusammensetzung des Rades sehr schnell angiebt.

Aber weil demnächst die Zahlen 72, 83, 81, welche die Rechnung geradezu gab, wenig genug unter einander verschieden sind, so will ich mich an die runde Zahl von 80 Pfund halten, um so mehr, da es kein Mittel giebt, den veränderlichen Theil, welcher von der verschiedenen Geschwindigkeit abhängt, zu schätzen.

Ziehet man dieses Gewicht von der gesamten Kraft P ab, welche die 6 ersten Versuche ergeben, so wird man die erforderliche Gewalt zur Zermalmung des Getreides erhalten.

1	2	3	4	5	6te	Erfahrung.
291	301	345	422	410	347½	

Man siehet also, daſs das Zermalmen des Getreides eine sehr veränderliche Kraft verlangt, und daſs sie immer kleiner wird, je mehr Geschwindigkeit der Läufer bekömmt; und weil die Friktion des Räderwerks nur etwa 4 Pfund *) beträgt, so werden jene 80 Pfund, fast ganz auf die Friktion vom Läufer verwendet; und zum Zermalmen des Getreides gehört 3½ bis 5mal mehr Kraft.

Wahrscheinlich jagt der Läufer das Mehl mit mehr Gewalt umher, wenn er sich selbst geschwinder umdrehet, und da er dadurch selbst freyer wird, so leidet er auch weniger Widerstand vom Zermalmen.

XIII. Es ist nicht entschieden, daſs die Mühle, deren wir uns zu den bemeldeten Versuchen bedient haben, in jeder Rücksicht am besten eingerichtet ist; aber man hat Ursache zu glauben, daſs das Eintauchen und die Breite der Schaufeln, wenigstens die beste ist, welche es giebt; und daſs, wenn die Schaufeln 12 Zoll eingetaucht sind, solches dem Laufer die vortheilhafteste Geschwindigkeit zum Zermalmen des Getreides giebt; ich glaube auch, daſs es sich mit der Mühle zu *la Fere*, welche Herr *Belidor* geprüft hat, eben so verhält.

Herr *Belidor* urtheilt, daſs 2 Läufer einerley Wirkung hervorbrächten, wenn ihre Massen sich umgekehrt wie ihre Geschwindigkeiten verhielten. Dies bewog mich, unsere Mühle mit der von *la Fere* zu vergleichen.

Bey der unsrigen wogen die Läufer 3300 Berliner Pfund, und die Geschwindigkeit ihrer Umkreise ist = 28,5 Fuſs. Das Produkt dieser beyden Zahlen ist 94050.

Der Läufer zu *la Fere* wiegt 4350 Pfund Markgewicht, welches mit 4552 Berliner Pf. übereinkömmt. Die Geschwindigkeit des Umkreises ist 16,76 *Pariser*, oder 17,35 *Rheinländische* F.

*) Ungefähr 7 Pf.

Daraus folgt $4552 \times 17{,}35 = 78978$. Also würden die Wirkungen von diesen beyden Mühlen sich verhalten $= 94050 : 78978$.

Die erste mahlt in einem Tage 10000 Pfund; die andere 9000 Pfund *Markgewicht*, welches ungefähr 9420 Pf. *Berliner* ausmachet.

Wenn nun auch der Bezug der Zahlen $10000 : 9420$ noch geringer wäre als $94050 : 78978$, so bleibt ihr Unterschied doch immer nicht klein genug, daſs er der Verschiedenheit des Getreides, des Mehls, und der Dauer der Mühlsteine etc. zugeschrieben werden könnte.

XIV. Im ersten Versuch war die gesamte Kraft oder Gewalt des Wassers 371 Pfund; ziehet man davon für die Friktion . . . . 80 —— ab, so bleiben . . . . 291 Pfund für das Zerreiben des Getreides. Diese Kraft, auf $\frac{2}{3}$ des Halbmessers vom Läufer gebracht, bringt 135 Pfund. Theilet man mit diesen 135 Pfund, das Gewicht beyder Läufer, welche 3300 Pfund ist, so kommt 24 + zum Quotienten, so daſs die zum Zerreiben des Getreides erforderliche, auf $\frac{2}{3}$ jedes Läuferhalbmessers angebrachte Kraft, ungefähr $\frac{1}{24}$ vom Gewichte des Läufers ausmachet. Hr. *Belidor* fand bey der Mühle zu *la Fere*, diese Kraft $\frac{1}{33}$ von dem Gewicht des Läufers. Es scheinet aber, daſs die zum Getreidezermalmen erforderliche Kraft, sich nicht allein nach dem Gewichte des Läufers richte. Der Unterschied der Durchmesser scheinet auch Einfluſs darauf zu haben, und wir haben oben (§. XII.) gesehen, daſs diese Kraft bedeutend genug von der Geschwindigkeit des Läufers abhängt.

XV. In Erwartung, daſs dies alles durch mehrere Versuche aufgekläret werden wird, werden wir doch diese Mühlen zur Grundlage annehmen können, dergestalt, daſs die Masse, die Gröſse und Geschwindigkeit der Läufer, immer dieselben bleiben, während der Aufwand des Wassers, das Gefälle und das Räderwerk, nach den Umständen des Orts, und der jedesmaligen Gelegenheit, so viel Wasser als möglich zu ersparen, sich ändern können.

XVI. Sollte das Wasser so knapp seyn, daſs es in ein Gerönne von nicht viel gröſserer Breite und Tiefe als die der Schaufeln ist, beschränkt werden müſste, so ist es nöthig, auf diejenige Menge desselben Rücksicht zu nehmen, welche unter den Schaufeln und an der Seite derselben hinflieſst.

Dieser Theil des Wassers muſs der Ersparung wegen möglichst verringert werden. Ein gut gerundetes Rad, und wohl angebrachte Schaufeln, vermögen vieles dazu. Aber man kann ein Rad nicht so genau einrichten, daſs es in das Gerinne passe, wie der Stempel in den Cylinder einer Luftpumpe; man muſs vielmehr, sowohl unter dem Rade als an der Seite, Spielraum lassen, dessen Breite ich mit c bezeichnen will. Setzt man nun, daſs die Oberfläche der Schaufeln gegeben ist, so kann man das Verhältniſs ihrer Länge und Breite verändern, dieses Verhältniſs kann auch durch die Bedingungen, daſs das Wasser, welches zwischen dem Rade und Gerönne verloren gehet, ein kleinstes *(Minimum)* seyn möge, bestimmt seyn.

Es sey also λb, $= const. = A$ *), so wird die Breite des Gerönnes $= \lambda + 2c$, die Höhe

*) Die Schaufelfläche.

$= b + c$, *) also die Fläche davon $= b\lambda + (\lambda + 2b)c + 2c^2$. Diese Fläche übertrift aber die Schaufelfläche um die Größe $(\lambda + 2b)\,c + c^2 = \left(\lambda + \frac{2A}{\lambda}\right)c + c^2$ welches ein *Minimum* seyn soll; differenziirt man nun, und setzt das Differenzial $= o$, so kömmt $d\lambda - \frac{2A\,d\lambda}{\lambda\lambda} = o$, daher $\lambda\lambda = 2A = 2\lambda b$ und $\lambda = 2b$.

Daſs also die Schaufel 2mal so lang als breit seyn sollte. Diese Regel giebt das *(Minimum)* für die Fläche des Raumes, welchen man zwischen dem Canal und den Schaufeln lässet. Man siehet, daſs sie sehr einfach ist, aber sie ist nicht ohne Unterschied anzubringen, weil die Breite der Schaufeln bedeutend von dem Gefälle abhängt, welches man dem Wasser geben kann.

Vermehrt man die Schaufelbreite, so erhöhet man zugleich den Mittelpunkt des Eindruckes, und vermindert dadurch die Geschwindigkeitshöhe, und die Gewalt des Wassers wächst nicht in demselben Verhältniſs als die Breite der Schaufeln. Wir wollen daher sehen, welches das Resultat seyn wird, wenn man auf diesen Umstand mit siehet.

XVII. Es sey h, die Höhe des Wasserstandes über dem tiefsten Punkt des Gerönnes,**) oder über der Grundlinie des Schützes,***) so erhält man die durch die Schützöffnung in einer Sekunde gehende Wassermenge.

$$\mu = \frac{4}{3}\sqrt{g}\cdot\left(h^{3:2} - (h-b-c)^{3:2}\right)\cdot(\lambda + 2c)$$

Die Menge welche an die Schaufeln schlägt

$$M = \frac{4}{3}\sqrt{g}\cdot\left((h-c)^{3:2} - (h-b-c)^{3:2}\right)\lambda$$

Der Unterschied davon, oder $\mu - M$ soll nur ein *Minimum* seyn, wozu μ oder M gegeben ist. Wenn nun c sehr klein ist, so werden wir sehr nah erhalten

$$\frac{3\mu}{4\sqrt{g}} = (\lambda + 2c)\left\{h^{3:2} - (h-b)^{3:2} + \frac{3c\sqrt{(h-b)}}{2} - \frac{3c^2}{8\sqrt{(h-b)}}\right\}$$

$$= \frac{3M}{4\sqrt{g}} + 2c\left(h^{3:2} - (h-b)^{3.2}\right) + \tfrac{3}{2}\lambda c\sqrt{(h-b)}$$

$$- \tfrac{3}{2}c^2\sqrt{(h-b)} - \frac{3c^2\lambda}{8\sqrt{(h-b)}}$$

also

$$\frac{3}{4\sqrt{g}}(\mu - M) = 2c\left\{h^{\frac{3}{2}} - (h-b)^{\frac{3}{2}}\right\} + \tfrac{3}{2}\lambda c\sqrt{(a-b)}$$

$$- \tfrac{3}{2}c^2\sqrt{(h-b)} - \frac{3c^2\lambda}{8\sqrt{(h-b)}}$$

*) Nämlich vom Gerönneboden bis zur Oberkante der Schaufel.

**) Nämlich unter dem Mittelpunkt des Rades.

***) Über dem Fachbaum.

$= \textit{Minimum}.$

Woraus folget, wenn man differenziirt

$$o = c\sqrt{(h-b)} - \frac{\lambda c}{4\sqrt{(h-b)}} + \frac{c^2}{4\sqrt{(h-b)}} - \frac{c^2\lambda}{16\,(h-b)^{\frac{3}{2}}},$$

und nach geschehener Reduktion

$$o = (h - b + \tfrac{1}{4} c)\,.\,(h - b - \tfrac{1}{4}\lambda),$$

Dieses giebt $o = h - b - \frac{1}{4}\lambda$,

$$\lambda = 4(h-b)$$

Man hat aber auch

$$\lambda = \frac{3\,M}{4\sqrt{g}\,.\left(h^{\frac{3}{2}} - (h-b)^{\frac{3}{2}}\right)}$$

also, $h^{\frac{3}{2}}(h-b) - (h-b)^{\frac{5}{2}} = \dfrac{3\,M}{16\sqrt{g}}$

Hiernach bestimmt man $h-b$ durch h, M, g. Diese Gleichung kann 3 rationale Wurzeln haben; in speciellen Fällen muſs man also zusehen, welche für $\mu - M$ ein *Minimum* giebt.

Ich will mich dabey nicht länger aufhalten, denn die Gröſse $\mu - M$ ist gewöhnlich so klein, daſs, wenn man sie auf ihr *Minimum* reduziren will, das Verhältniſs zwischen b und λ gegen die übrigen Umstände, und vorzüglich gegen die Kraft des Wassers, zu unverhältniſsmäſsig wird; man muſs also davon abgehen.

XVIII. Ich gehe daher zu andern Bemerkungen über. Wenn man die Bedeutung der bey obigem Calcul gebrauchten Buchstaben beybehält, so hat man für die mittlere Geschwindigkeit des Wassers, $\gamma = \dfrac{4\sqrt{g}\,.\left[(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-b-c)^{\frac{3}{2}}\right]}{3\,b}$

und die Geschwindigkeit des Rades

$$c = \frac{G\,(r - \frac{1}{2}\,b)}{n\varrho}$$

wobey ich unter ϱ den *Radius* des Läufers, unter G die Geschwindigkeit eines Punkts seines Umkreises, und unter n die Anzahl der Umwälzungen des Läufers, während eines Umlaufs des Rades verstehe. Die Werthe G, ϱ sind gegeben, aber der Buchstabe n, hängt von der Einrichtung des Räderwerks ab. Ich setze $c = m\gamma$ um den Calcul abzukürzen. Man bekömmt für die relative Geschwindigkeit des Wassers

$$\gamma - c = \gamma\,(1-m) = \frac{4\sqrt{g}\,.\left\{(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-b-c)^{\frac{3}{2}}\right\}}{3\,b} - \frac{G\,(r - \frac{1}{2}\,b)}{n\varrho}$$

Hieraus

Hieraus folget die Gewalt des Wassers gegen die Schaufeln

$$P = \frac{\gamma^2 (1-m)^2}{4g} . b\lambda . \frac{131}{2} \text{Pfund.}$$

Diese Gewalt kann noch anders ausgedrückt werden. Es sey p die Kraft, welche man auf $\frac{2}{3}$ des Halbmessers vom Läufer anzubringen hat, um ihn mit der Geschwindigkeit umzutreiben, welche er in den oben angeführten Versuchen hatte, und welche wir zur Grundlage annehmen wollen. Dieser Werth p findet sich im VI. Artikel bestimmt, wenigstens so weit, daſs die Wirkung der Frikzion und des Getreidezerreibens, als einerley können betrachtet werden, weil derselbe Läufer mit derselben Geschwindigkeit umgehet, wenn auch das Verhältniſs des Räderwerks verschieden ist. Man hat also weiter nichts nöthig, als diese Kraft auf den Mittelpunkt des Eindrucks am Rade zu bringen, so wird ergeben $P = \frac{2\varrho - np}{3(r - \frac{1}{2}b)}$ Pfund.

Man setze also diese beyden Ausdrücke von P einander gleich, so kömmt

$$\frac{131}{8g} . \gamma^2 (1-m)^2 b\lambda = \frac{2\varrho\ np}{3(r - \frac{1}{2}b)}$$

oder weil

$$\frac{n\varrho}{r - \frac{1}{2}b} = \frac{G}{c} = \frac{G}{m\gamma}$$ so subtituire man diesen Werth, und man bekömmt

$$\frac{131}{8g} . \gamma^2 (1-m)^2\ b\lambda = \frac{2\,Gp}{3m\gamma}.$$ Daraus folget

$$m(1-m^2) = \frac{16\,G\,y\,p}{393\,b\lambda\gamma^3}$$

XIX. Nun fordert der *geringste* Wasseraufwand das Produkt $b\lambda\gamma$ so klein als möglich. Also müſste die Grösse $m(1-m)^2$ auch so groſs als möglich seyn.

Setzet man daher $m(1-m)^2 = \mathit{Maximum}$, so findet sich, daſs man $m = \frac{1}{3}$ setzen müſse. Dies giebt denn

$$\frac{4}{27} = \frac{16\,Ggp}{393\,b\lambda\gamma^3} \text{ oder } \gamma^3 b\lambda = \frac{36}{131} Gyp.$$

Dies ist der *geringste* Werth, den man der Gröſse $\gamma^3 b\lambda$ geben kann, um die verlangte Wirkung zu erhalten, und zwar noch mit der Bedingung, daſs $\gamma^3\ b\lambda > \frac{36}{131}\ Gyp$, oder eigentlich, daſs $\gamma^3 b\lambda$ nicht kleiner seyn darf als $\frac{36}{131} Gyp$.

Wenn z. B. die nämlichen Läufer des ersten Versuches mit der nämlichen Geschwindigkeit gebraucht würden, so hätte man

$$p = 171 \text{ Pfund.}$$

$$G = 8{,}70 . \frac{25}{2} . \frac{11}{6} . \frac{1}{7} = 28{,}48 \text{ Fuſs.}$$

daraus folget

$$\gamma^3 \, b\lambda \overset{>}{=} 14618.$$

nämlich wenn man zu wenig Wasser oder zu wenig Gefälle hat, als dass das Produkt $\gamma^3 \, b\lambda$ die Zahl 14618 übertreffen, oder ihr zum wenigsten gleich seyn könnte, so wird die Mühle die Wirkung des ersten Versuchs nicht leisten.

XX. Das *Maximum* $m(1-m)^2 = \frac{4}{27}$ stimmt mit demjenigen überein, welches Hr. *Parent*, obgleich auf einem andern Wege gefunden hat.

Herr *Parent* hält sich einzig an die Geschwindigkeiten v, c. Die Gewalt des Wassers, welche von diesen Geschwindigkeiten abhängt, drückt er durch $(\gamma-c)^2$ aus, und wenn diese Gewalt mit der grössten Geschwindigkeit wirken soll, so muss $c.(\gamma-c)^2 =$ *Maximum* seyn.

Dies giebt $c = \frac{1}{3}\gamma$. Diese Verfahrungsart setzt voraus, dass die Länge und Breite der Schaufeln gegeben sind, und dass man nur die grösste Wirkung suche.

Aber hier ist die *Wirkung* gegeben, und dieses verursachet, dass man λ, b, γ, c, veränderlich betrachten muss; indessen Hr. *Parent* keine andere veränderliche Grösse, als die Geschwindigkeit c hat. Beym kleinsten Wasseraufwand würde $\gamma b\lambda =$ *Minimum*, bey der geringsten Gewalt des Wassers $(\gamma-c)^2 \, b\lambda =$ *Minimum* seyn müssen. Aber die Gleichung $m(1-m)^2 = \frac{16\,Ggp}{393\,b\lambda\gamma\,3}$ verlangt, dass $\gamma^3 \, b\lambda =$ *Minimum*. Dieses *Minimum* ist aber kein Produkt von den beyden *Minimum* $\gamma b\lambda$ und $(\gamma-c)^2 \, b\lambda$, sondern das Produkt von $\gamma b\lambda$ multiplicirt mit der absoluten Kraft des Wassers γ^2. Es begreift also diese Gleichung weit mehr als die des Herrn *Parent*. Sie giebt nicht nur die Regel für das Verhältniss der Geschwindigkeiten γ, c an, sondern sie entdeckt auch noch, auf welche Art die Werthe γ, b, λ, Einfluss auf das gesuchte *Maximum* haben.

XXI. Die Gleichung $\frac{4}{27} = \frac{16.Ggp}{393.b\lambda\gamma^3}$, welche, wenn $c = \frac{1}{3}\gamma$ genommen wird, $\frac{131}{2}$ $c^2 b\lambda . c = \frac{2}{3}$ G.p. heraus bringt, will nur sagen, dass ein Gleichgewicht statt findet, wenn die Kraft $\frac{131}{2}$. $c^2 b\lambda$ multiplicirt mit seiner Geschwindigkeit c, gleich ist. Den Widerstand p multiplicirt durch seine Geschwindigkeit $\frac{2}{3}$ G.

So wie nun dieses eines der ersten statischen Gesetze ist, so siehet man, das diese Gleichung sehr kurz hätte gefunden werden können, wenn man nicht die Verbindung derselben an das *Maximum* $m(1-m)^2 = \frac{4}{27}$ hätte zeigen wollen.

XXII. Jetzt wollen wir die Data und Gleichungen durchsehen, welche wir zur Auflösung der vorhabenden Aufgaben haben.

1) Wir haben gleich den Wasseraufwand

$$\mu = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{g} \cdot (\lambda + 2c) \cdot \left[h^{3:2} - (h-b-c)^{\frac{3}{2}}\right]$$

Dieser Aufwand μ ist als gegeben angenommen, aus der mittlern Geschwindigkeit des Wassers, multiplicirt durch die Fläche des Querschnitts des Flusses oder Gerönnes. Der Werth von c mag um der äußersten Wasserersparniſs willen nur $\frac{1}{2}$ Zoll betragen, und so bleibt nichts unbestimmt, als die Länge λ und Breite b, der Schaufeln.

2) Wir haben ferner

$$M = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{g} \cdot \lambda \cdot \left[(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-b-c)^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$M = b\lambda\gamma$$

$$\gamma = \frac{(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-b-c)^{\frac{3}{2}}}{3b} \cdot 4\sqrt{g}$$

3) Überdem haben wir zum *Maximum* die Wirkung, oder vielmehr als *Minimum* von $\gamma^3 \lambda b$

$$\gamma^3 \lambda b = \frac{36}{131} \cdot Ggp$$

Diese Gleichung, verbunden mit der, welche wir für μ haben, wird die Bestimmung von b, λ vollenden. Sollten die Werthe von b, λ zu unverhältniſsmäſsig ausfallen, so würde man dadurch helfen müssen, daſs man $\gamma^3 \lambda b > \frac{36}{131} \cdot Ggp$ machte; und weil in diesem Fall, m nicht mehr $\frac{1}{3}$ bleibt, so wird die Gleichung $m(1-m)^2 = \frac{16\, Ggp}{393 \cdot \gamma^3 b \lambda}$ dienen die Wurzel m zu finden. Es ist vortheilhaft, diejenige zu nehmen, welche $> \frac{1}{3}$ und < 1 ist, und welche $c = m\gamma$ machet.

4) Endlich hat man $\frac{n}{r - \frac{1}{2}b} = \frac{G}{\varrho c}$. Diese Gleichung liefert nichts als das Verhältniſs von n und $r - \frac{1}{2}b$. Man macht r bey weitem gröſser als b, damit das Wasser die Schaufeln weniger schief treffe. Es ist auch gut, daſs n aus mehreren Einheiten bestehe, weil der Laufer gewöhnlich weit geschwinder umläuft, als das Wasserrad, und da n die Einrichtung des Räderwerks und das Verhältniſs der Stärke und Kämmezahl ausdrücken, so ist klar, daſs n eine ganze Zahl, oder im Verhältniſs mit 2 ganzen Zahlen seyn muſs; alles dieses bestimmen die örtlichen Umstände am bequemsten.

XXIII. Nach allen diesen Gleichungen würde der Wasseraufwand jederzeit total, oder dem Zufluſs gleich seyn, und man würde immer dieselbe Wirkung erhalten, nämlich die gegebenen Läufer würden sich mit der gegebenen Geschwindigkeit umdrehen; es kömmt daher nur noch darauf an, den geringsten Aufwand des zu dieser Wirkung nöthigen Wassers ausfündig zu machen; wir werden sehen, wie wir diesen Zweck erlangen.

Die Gleichung $\gamma^3 \lambda b = \frac{36}{131}$ Ggp verändert sich leicht in

$$\gamma^2 M = \frac{36}{131} Ggp$$

Sind nun G . g . p gegeben, so muſs unstreitig M kleiner seyn als die Geschwindigkeit γ, und daher auch die Höhe h gröſser. Wenn es also auf Wasserersparniſs ankömmt, so thut man wohl, sich der ganzen Höhe des Gefälles, welches die Umstände erlauben, zu bedienen, um wenigstens für die Schaufeln nicht gar zu wenig Breite zu erhalten. Die Geschwindigkeit γ überschreitet nie gewisse Grenzen, man findet sie, wenn man b = o und b = h — c setzet. Die Grenzen sind alsdenn $\gamma > \frac{4}{3} \sqrt{(g(h-c))}$,

$\gamma < 2 \sqrt{(g(h-c))}$. Wir haben daher

$$M . < \frac{81 \quad Gp}{524 (h-c)}$$

$$\text{und } M > \frac{9 \quad Gp}{131 (h-c)}$$

und also um so mehr $\mu > \frac{9 \cdot Gp}{131 (- c)}$

Dies wäre also der Maſsstab für eine gröſsere Schaufelbreite, denn das wahre *Minimum* findet nur dann statt, wenn b = o wird. Dieses ist zwar nicht ausführbar, indessen erkennet man wenigstens dadurch, daſs man, um so wenig Wasser als möglich ist, zu verwenden, den Schaufeln eine sehr mäſsige Breite geben müsse.

Übersteigt in der Ausführung der Zufluſs des Wassers das *Minimum* des Aufwandes nur wenig, so muſs nothwendig alles Wasser verbraucht, und daher müssen in dieser Rücksicht die Schaufeln auch nicht zu schmal gemacht werden *). Wenn hingegen der Zufluſs viel gröſser ist als das *Minimum* der Konsumtion, so suchet man den Überschuſs anders zu verwenden, und giebt alsdenn den Schaufeln die mäſsige Breite von 8, 10, 12 etc. Zollen. Hiernach findet man γ durch die Gleichung

$$\gamma = \frac{(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-b-c)^{\frac{3}{2}}}{3b} \cdot 4\sqrt{g}$$

und λ durch die Gleichung

$$\lambda = \frac{3b \; Ggp}{131 \; \gamma^3 b}$$

und weil diese Gleichung m = ½ verlanget, so hat man C = ½ γ so, daſs nichts weiter übrig bleibt, als die Werthe von n, r nach den Umständen und nach den oben angezeigten Bedingungen in der Art einzurichten, daſs $\frac{n}{r - \frac{1}{2} b} = \frac{G}{\varrho C}$.

*) Es kann nämlich das Sommerwasser das *Minimum* liefern was man braucht, die nassen Jahreszeiten aber ein gröſseres, daher müssen die Schaufeln auch zu dieser gröſsern Menge passen.

Wird nun endlich μ bestimmt, so erfährt man den Überschuſs des Wassers, welches man anders nützen kann; es verstehet sich, daſs von dem Überschuſs die Rede ist, welchen der Fluſs beym kleinsten Wasser noch liefert.

XXIV. Man siehet ohne Mühe, daſs ich bey dieser Auflösung der Aufgabe (§ XV) von dem *Maximum* des $m(1-m)^2$ einen doppelten Gebrauch gemacht habe, denn es giebt uns alsbald die Gleichung $\gamma^3 \lambda b = \gamma^3 M = \frac{36}{131} Ggp$; zugleich ergiebt sich aber auch die Bedingung, daſs, wenn die Mühle ihren Zweck erreichen soll, das Produkt $\gamma^3 \lambda b$ oder $\gamma^3 M$ nicht kleiner seyn darf, als die Gleichung es verlangt.

Nächstdem erhellet aus derselben Gleichung, daſs zur Aufsuchung des kleinsten Werthes von M, und folglich auch von μ, die Geschwindigkeit γ so groſs als möglich seyn müsse.

Aber weil die gröſste Geschwindigkeit $b = 0$ verlangen würde, so lässet sich daraus wieder schlieſsen, daſs die schmalsten Schaufeln den wenigsten Wasseraufwand veranlassen.

Wir wollen noch bemerken, daſs dieser geringste Wasseraufwand kein eigentliches *Minimum* sey, weil die Bedingung $\gamma < 2\sqrt{(g(h-c))}$ von keinem *Maximum* abhängt, sondern lediglich von den Werthen g, h, c, welche gegeben sind.

XXV. Die Gleichung $\gamma^3 \lambda b = \frac{36}{131} Ggp$ bietet uns noch ein anderes *Minimum* für die Schaufellängen λ an. Sie verändert sich in $\lambda = \frac{36}{131} \times \frac{Ggp}{\gamma^3 b}$ wo λ unstreitig ein *Minimum* wird, so bald $\gamma^3 b$ *Maximum* geworden.

Nun ist

$$\gamma = \frac{(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-c-b)^{\frac{3}{2}}}{36} \cdot 4\sqrt{g}, \text{ daher}$$

$$\frac{\left[(h-c)^{\frac{3}{2}} - (h-c-b)^{\frac{3}{2}}\right]^3}{b^2} = \textit{Maximum}$$

Wird nun die Höhe $(h-c)$ als gegeben, und b als veränderlich angesehen, so findet man, wie dieses *Maximum* verlangt, daſs

$$b = \frac{\sqrt{105} - 3}{10} (h-c)$$

oder auch $b = 0{,}72469507 \cdot (h-c)$. Diese Gleichung kann uns vorzüglich in solchen Fällen dienen, wo die Höhe $h = c$ klein ist, und wo es folglich nöthig ist, λ auf seinen niedrigsten Werth zu bringen. Bedient man sich dieser Gleichung alsdann, so wird $\gamma = 7{,}1213.. \sqrt{(h-c)}$ und setzt man wie oben §. XIX, $\frac{36}{131} Ggp = 14618$, so erhält man $\lambda = \frac{55{,}8}{(h-c)^{\frac{1}{2}}}$, wo man sogleich siehet, daſs, wenn $(h-c)$ nicht mehr als 1 Fuſs betrüge, die Länge der Schaufeln λ ungefähr 56 Fuſs seyn würde. Sie gehet auf 28 Fuſs zurück, wenn das Rad nicht mehr als einen

Läufer zu treiben hat; aber dieses bleibt immer noch eine übermäſsige Länge, und man siehet daraus, daſs 1 Fuſs Gefälle zu einer wohleingerichteten Mühle keinesweges zureichend ist. — Setzt man $h - c = 2$ Fuſs, so kömmt $\lambda = 9{,}9$ Fuſs heraus. Diese Länge ist zulässig. $h - c = 3$ F. giebt $\lambda = 3',63$ und $b = 2',17$. Dieses nähert sich dem *Minimum* §. XVI, wo $\lambda = 2b$ war. Setzt man $h - c = 4'$ Fuſs, so wird

$$\lambda = 1',74$$
$$b = 2',90$$

Hier könnte man also die Schaufelbreite nicht gröſser nehmen, als die Gleichung $b = 0{,}7247 . (h - c)$ sie angiebt, aber es ist dieses nicht nöthig, denn wenn h gröſser als 3 Fuſs wird, so ist es besser, dem Gerönneboden die Krümmung des Rades (Kröpfung) zu geben, damit es vom Wasser nicht durch den Stoſs, sondern durch den Druck umgetrieben werde.

Es endet also der Gebrauch der Räder, an welche das Wasser unten in horizontaler Richtung anschlägt, wenn $h = 3$ Fuſs Höhe erreicht hat, und wenn $h < 2$ F.; so erhalten die Schaufeln eine übermäſsige Länge, wenigstens wenn man nicht viel kleinere Läufer anbringen, oder vielmehr weniger Mehl mahlen will. Wenn man indessen $h = 1{,}44$ nimmt, so hat man für den Fall, daſs nur ein Läufer getrieben wird, $\lambda = 11{,}25$, welches noch zulässig ist.