Vom

Gebrauche der Mondcharte,

wenn der Mond Fixsterne bedeckt oder nahe bey denselben vorbey geht.

Durch Herrn Lambert.

Den 22sten Januar 1774 Abends um halb 6 Uhr wurde nach der Berechnung Aldebaran von dem Monde bedeckt. Es klärte sich aber der Himmel erst eine Stunde nachher auf, so daſs von der Zeit des Ein- und Austrittes hier nichts konnte beobachtet werden. Ich bediente mich inzwischen des Umstandes, um den Abstand des Sterns theils von dem nächsten Rande des Mondes, theils von einigen Flecken zu messen, um zu sehen, wiefern sich die Zeit und Dauer der Bedeckung daraus würde herleiten lassen, obschon übrigens meine Penduluhr nur bis auf eine Minute zuverläſsig war.

Daſs sich bey diesen Ausmessungen die Parallaxe auf mehrerley Arten einmengte, ist leicht zu erachten. Sie machte die scheinbare Bewegung des Mondes von dem Sterne langsamer, und änderte selbst auch die Richtung, nach welcher der Mond sich von dem Sterne zu entfernen schien. Diese beyden Aenderungen lassen sich nur vermittelst der orthographischen Entwerfung, so wie ich sie in dem 2ten Theile meiner *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik* angegeben habe, mit zureichender Genauigkeit bestimmen. Es kömmt aber noch ein Umstand hinzu, welcher bey dieser Entwerfungsart nachgeholt werden muſs, und darinn besteht, daſs nicht nur der scheinbare Durchmesser des Mondes, sondern auch dessen Abstand von dem Stern desto gröſser erscheint, je näher der Mond dem Scheitelpunct des Ortes ist, wo man beobachtet. Diesen Umstand habe ich in bemeldten Beyträgen (II. Th. 746. 747. S.) bereits ausführlich angezeigt

zeigt und berechnet. Die daraus für den gegenwärtigen Fall folgende Regel ist diese: Es sey δ die Distanz des Sterns von einem beliebigen Punct der Mondfläche, p die Horizontalparallaxe, h die Höhe des Mondes oder auch des Sterns über dem Horizonte, so wird

$$\delta.\ \sin p.\ \sin h$$

derjenige Theil seyn, welchen man von der beobachteten Distanz *abziehen* muss, wenn man sie auf die Projectionsfläche reduciren und für die Entwerfung brauchbar machen will. Hingegen wenn man die Distanz, so die Projection angiebt, in die eigentlich zu beobachtende verwandeln will, so muss δ. sin p. sin h zu der aus der Entwerfung gefundenen *addirt* werden.

Diese Verbesserung der orthographischen Entwerfung macht sich ebenfalls bey den Sonnenfinsternissen nothwendig, wenn man aus der gemessenen Breite der hellen Theile den Anfang, das Ende und die Grösse der Finsterniss bestimmen will. Man setze z. E. der Durchmesser der Sonne sey 32′, und die hellen Theile 30′, so scheint der Mondrand 14′. vom Mittelpunct der Sonne entfernt. Die orthographische Projection aber giebt diese Entfernung

$$= 14'\ (1 - \sin p.\ \sin h)$$

demnach desto kleiner je grösser p und h ist. Dieser Umstand kann in Ansehung der Schwierigkeiten etwas auf sich haben, die Herr P. *Hallerstein* bey Anlass der Sonnenfinsterniss vom 25sten May 1770 gemacht hat. Man sehe in den Ephemeriden 1776. II. Th. S. 173.

Die gemessenen und nach erst gegebener Formel verminderten Distanzen des Aldebaran sind nun folgende:

1774	Uhr.			gemessen	reducirt
Jan. 22.	7	57½	vom Mare Crisium	27	26½
	8.	0	vom Plato	45	44½
	8.	2½	vom Tycho	46	45½
	8.	8	vom Tycho	47¾	47
	8.	10½	vom Plato	49	48⅓
	8.	13½	vom nächsten hellen Rande	31⅓	31
	8.	22	von eben demselben	34½	34
	8.	33	von demselben	38½	38
	9.	39	von demselben	62	61⅓
	9.	43½	von demselben	65	64⅓
	10.	46½	von demselben	85½	84½
	10.	48	von demselben	87½	86½

Von

Von diesen Distanzen sind die 8 ersten mit einem *Branderschen* Glasmicrometer, die 4 letzten aber mit dem im dritten Theile meiner *Beyträge* beschriebenen *Ausmesser* beobachtet worden.

Hierauf habe ich die Zeit der ☌ ☽ ✻ Aldebaran vermittelst der im 2ten Theil bemeldter Beyträge besonders dazu eingerichteten Tabellen berechnet. Nach denselben geschah die ☌ in Orbita 1774 den 22sten Jan. um 6 Uhr 19 Min. 21 Sec. Berliner Uhr, wahrer Zeit. Und für diese Zeit ist

die Länge der Sonne	10.	2.	53.	13
des Aldebaran und				
des ☽ in Orbita		2.	6. 37.	53
die mittlere Länge des ☽		2.	5. 37.	55
folglich die Gleichung des ☽		+	59.	58
die Breite des Mondes		− 4.	54.	15
des Aldebaran		− 5.	29.	2
also Aldebaran südlicher		− 0.	34.	47
die Reduction des ☽ auf die Ecliptic -		− 0.	4.	8
die mittlere Länge des ☊	5.	24.	56.	11
die Parallaxe -			54.	12
der Halbmesser des ☽			14.	47
die stündliche Bewegung			29.	31
die stündl. Zunahme der Breite		−	0.	48
die gerade Aufsteigung der ☉	305.	10.		52
des Aldebaran	65.	44.		38
Unterschied -	120.	33.		46
in Sternzeit	8.	2.		15
Zeit der ☌ ☽ ✻ in orbita	6.	19.		21
Unterschied -	1.	42.		54
in Sonnenzeit	1.	42.		37
Abweichung des Aldeb.	+ 16.	2.		16
Positionswinkel	9.	26.		51

Nach diesen Angaben ist nun die orthographische Entwerfung gezeichnet, wo P M der allgemeine Meridian für den Stern, P der Nordpol, C der Mittelpunct der Erde und zugleich der in umgekehrter Lage gezeichneten Mondscheibe, A M der Aequator, FBE der Berlinische Parallelkreis, L N die Mondbahn ist. Ich habe aber lieber die Mondscheibe und zwar nach ihrer damaligen Gestalt Tab. IV. Fig. II.

Gestalt auf den Mittelpunct C gesetzt, und die Bewegung so wohl der Erde um ihre Axe als des Mondes auf den Stern geschoben, welches immer geschehen kann, wenn man z. E. für 8 Uhr die Puncte C, B, m als Ecken eines Parallelogrammes ansieht, und das 4te Eck n dazu findet. Dadurch erhält man die krumme Linie p n, welche den scheinbaren Weg des Sterns hinter dem Mond durch angiebt. Diese Verwechslung der Bewegung giebt der gezeichneten Mondscheibe eine ganz umgekehrte Lage. Die Lage der Erde ist dabey in so fern halb umgekehrt, als Westen zur Rechten, Osten aber zur Linken angenommen wird.

Werden nun die vorhin reducirten Distanzen mit denen, so die Zeichnung giebt, verglichen: so findet man

Uhr.			reducirte	construirte
7	57½	vom Mare Crisium	25½	27
8.	0	vom Plato	44½	44½
8.	2½	vom Tycho	45½	44¾
8.	8	vom Tycho	47	46¾
8.	10½	vom Plato	48⅓	48
8.	13½	vom nächsten hellen Rande	31	30⅓
8.	22	von demselben	34	33⅔
8.	33½	von demselben	38	37¼
9.	39	von demselben	61½	60¼

Die Zeichnung giebt demnach überhaupt betrachtet die Distanzen um etwas weniges geringer an. Es ist übrigens zu bemerken, dass da die stündliche Bewegung des Mondes für 6 Uhr 19 M. 21 S. berechnet worden, sie um 9 Uhr 39 M. schon um etwas hat grösser seyn können, da in der That damals der Mond seinen Lauf beschleunigte. Es trägt aber dieses hier sehr wenig aus, und damit kann der Unterschied auf die Uhr, auf die Tafeln, auf die etwa nicht genau bestimmte Länge des Aldebaran, auf die Beobachtung selbst geschoben, oder auf alle diese Umstände vertheilt werden, ohne dass man sagen kann, was jedem besonders zuzuschreiben ist. Von der Beobachtung rührt die Ungleichheit in den Unterschieden zum Theil her. Die Länge des Aldebaran wird von *Hevel*, *Flamstead*, *La Caille* und *Bradley* sehr verschieden angegeben; und der Fehler der Tafeln mag sich wohl auch auf 1 Minute belaufen. Es ist also viel, dass die

Unter-

Unterschiede zwischen den reducirten und construirten Distanzen mehrentheils nur $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ Minuten sind.

Ich habe in der Figur die Mondscheibe nochmals gezeichnet, und zwar in aufrechter Lage, so dass der Mittelpunct auf der Mondbahn LN liegt. Der eigentliche Ort auf dieser Bahn ist hier gleichgültig. Ich habe demnach den Mittelpunct gerade auf die 9te Stunde der Bahn gesetzt. Der Gebrauch ist nun folgender.

Man habe irgend auf der Erde oder Meeresfläche den Abstand des Aldebaran vom Mittelpunct des Bullialdus = 55, vom nächsten Rande des Langrenus = $51\frac{1}{4}$ Minuten südwärts beobachtet, und zwar in dem Augenblicke, da Aldebaran 37°. 30'. des Aequators vom Mittage westwärts abstund. Die Frage ist nun, die geographische Länge und Breite des Ortes zu finden, wo diese Beobachtung angestellt worden.

Auflösung.

Auf dem Aequator AM zähle man 37°. 30'. von M nach D ostwärts, und aus dem Pol P ziehe man durch D den Meridian PDHh, welcher der Meridian des gesuchten Ortes seyn wird. Ferner mittelst der Distanzen 55 und $51\frac{1}{4}$ Minuten bestimme man den Triangel, dessen Ecken der Mittelpunct des Bullialdus, das südliche Ende des Langrenus und der Punct g sind; so ist g die beobachtete Lage des Aldebaran in Absicht auf die auf der 9ten Stunde der Mondbahn gezeichnete Mondscheibe. Nun sind zwar die gemessenen Distanzen etwas grösser als sie sich für die orthographische Entwerfung schicken. Wir werden aber die Verbesserung am füglichsten nachholen können, und inzwischen den Punct g gebrauchen. Aus diesem ziehe man mit der Mondbahn NL die Linie gh parallel bis an den erst gefundenen Meridian PDh; so wird nach Abzug der noch nachzuholenden Verbesserung h der gesuchte Ort seyn. Nun ist Ch = 0,671 der Cosinus der Höhe des Sterns an dem Orte h. Der Sinus ist demnach = 0,741. Ferner ist der Sinus der Parallaxe = 0,01577; das Product aus diesen beyden Sinus = 0,0117 = $\frac{1}{85}$. Demnach müssen die beyden gemessenen Distanzen 55'. und $51\frac{1}{4}$'. um ihren $\frac{1}{85}$ Theil vermindert werden, damit sie sich zur orthographischen Entwerfung schicken. Sie sind demnach $54\frac{1}{2}$'. und $50\frac{3}{4}$'.

Mit diesen verbesserten Distanzen findet man nun den Punct G, und mittelst der Parallellinie GH den Punct H, welches der gesuchte Ort ist. Man ziehe ferner aus dem Punct G nach dem Mittelpunct der Mondscheibe eine gerade Linie, und mit derselben parallel die Linie HN, so ist N eigentlich der Punct der Mondbahn, wo der Mittelpunct des Mondes zur Zeit der Beobachtung war. Dieser Punct N fällt auf 8 Uhr 13⅓ Minuten Berliner Uhr. Berlin war also in b, als der Ort der Beobachtung in H war. Demnach war Berlin von dem allgemeinen Meridian 2¾ Gr., der Ort H 37½ Gr. beyde ostwärts entfernt; demnach liegt der Ort H um 34¾ Gr. östlicher als Berlin, und hat DH = 3⅔ Gr. südliche Breite; so dass er nächst an der Zanguebarischen Küste liegt.

Es wird nicht undienlich seyn, dieser Aufgabe noch einige Anmerkungen beyzufügen. Einmal wird darinn vorausgesetzt, dass die Distanzen des Sterns von den Mondflecken für gleichen Augenblick bestimmt werden. Dieses geht nur an, wo mehrere Beobachter sich zugleich damit beschäftigen. Man kann es aber auch auf eine andere Art erhalten, wenn man jede Distanz mehrmalen misst, und die inzwischen verfliessende Zeit bemerkt. Denn alsdann kann man diese wiederholten Messungen vergleichen, prüfen, und mittelst des Einschaltens diejenige bestimmen, die für einen beliebigen Augenblick statt gefunden hat. Man begreift ohne mein Erinnern, dass alles desto besser von statten geht, je näher der Stern bey dem Monde ist, und dass man solche Flecken wählen müsse, welche die Durchschnittswinkel in g, G so wenig spitz machen, als immer möglich ist, und die an sich auch sehr kenntlich sind.

Die Breite des Orts wird gewöhnlich als bereits bekannt angenommen, und ohne sie zu wissen, lässt sich auch nicht leicht bestimmen, wie weit der Stern, der geraden Aufsteigung nach vom Mittagskreise entfernt ist. Ist nun aber die Breite bereits bekannt, so lässt sie sich zur Prüfung gebrauchen, und wenn die Distanzen genau bestimmt sind, so kann der Fehler der Mondstafeln besonders in Ansehung der berechneten Breite des Mondes, theils auch in Ansehung der Länge berichtigt werden, und zwar letzteres desto mehr, je schiefer die Richtung des Meridian gegen die Mondbahn geneigt ist. Man setze z. E. aus der Breite des Ortes und dem Abstande des Sterns vom Mittagskreise hätte man

die

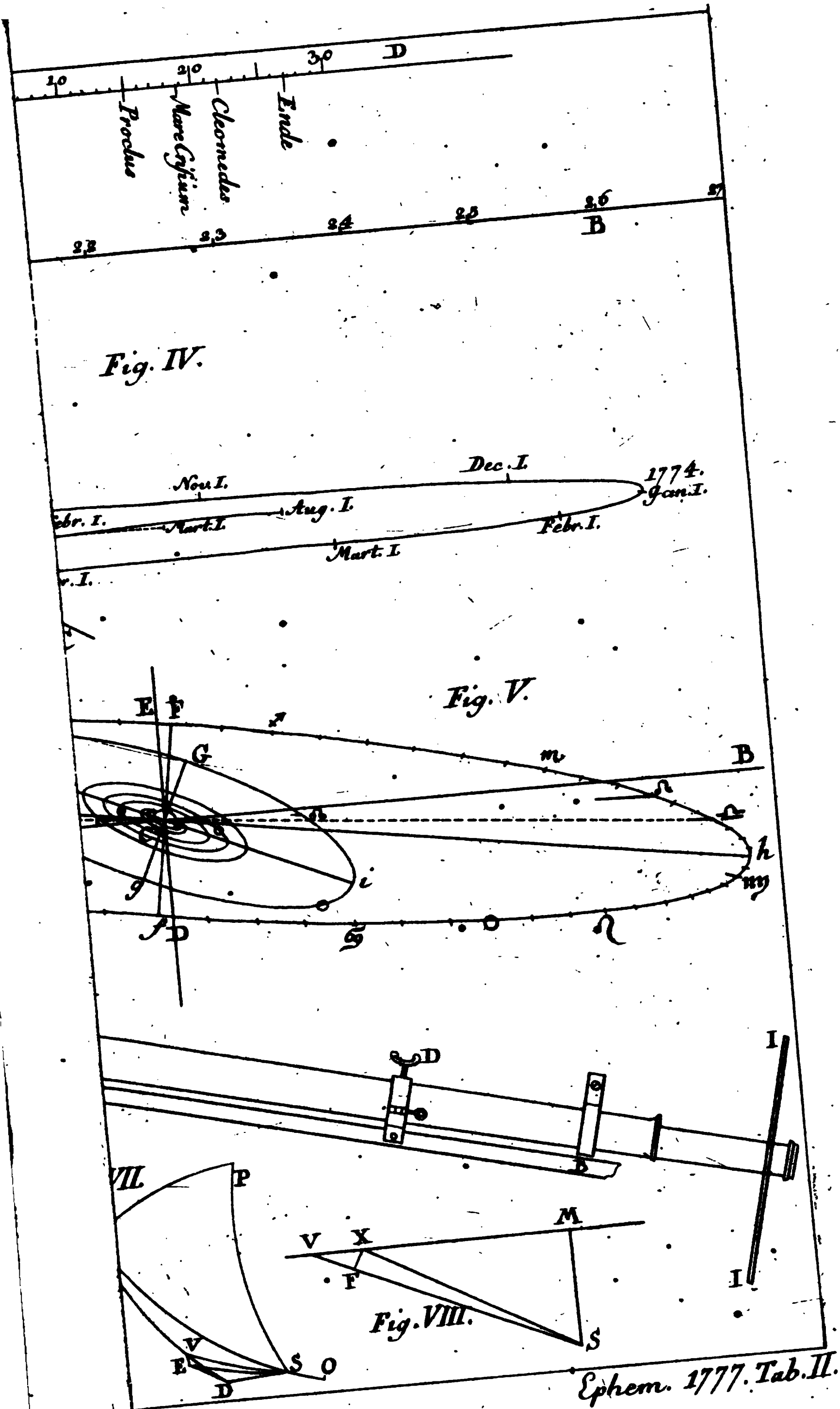
die wahre Lage des Ortes in F gefunden, hingegen hätten die gemessenen Distanzen des Sterns von einigen Mondsflecken den Punct f auf eben den Meridian und den Ort des Mondes in N angegeben. Man vollende das Parallelogramm FfNpF, so ergiebt es sich, daſs der Ort des Mondes eigentlich in p seyn, und demnach die Mondbahn um so viel höher hinauf gerückt werden müsse. Dadurch wird die aus den Tafeln berechnete Länge und Breite des Mondes verändert, und zwar ist die wahre Breite um 1 Minute nördlicher, die Länge um ½ Minute kleiner. Es wird aber hierdurch eigentlich nur der Fehler der Tafeln in Ansehung der Breite des Mondes ganz bestimmt. Was hingegen in Ansehung der Länge des Mondes gefehlt ist, das hat seinen Einfluſs auf die Bestimmung der Zeit, und macht, daſs die auf der Mondbahn LN gezeichneten Stunden nach Maaſsgabe der irrig berechneten Länge des Mondes müssen verschoben werden. Dadurch wird sodann z. E. für den Punct H ein anderer Ort der Erd- oder Meeresfläche gefunden, als der, welcher vorhin bestimmt worden.

Es wird auch kaum nöthig seyn, zu erinnern, daſs man bey Ausmessung der Distanzen des Sterns von den Mondsflecken auf die Stralenbrechung mit sehen müsse, damit die daher entstehende Unrichtigkeit vorerst gehoben werde.

Von der geographischen Länge und Breite der Oerter.

Durch Herrn Lambert.

Man fordert dermalen von den Astronomen gewöhnlich alle die Genauigkeit und Schärfe, die man von den allerdings zu einem hohen Grade von Vollkommenheit gebrachten Instrumenten erwarten kann. Indessen ist diese Forderung der mehrern Aufnahme der Astronomie und besonders der Geographie nicht wenig nachtheilig. Die Anschaffung der Muralquadranten, Dollondscher achromatischer Fernröhre, Gregorianischer oder Newtonischer Spiegeltelescope, Englischer Penduluhren, parallactischer oder Aequatorialmaschinen etc. ist nicht eine Sache für jeden



Ephem. 1777. Tab. II.