an den östlichen Gränzen herum liegen. In Ansehung der südlichen Gränzen und der Oerter an der Donau nahm ich auch auf die Charte des Hrn. *Cassini von Thury* und die Ausmessungen des Hrn. *Lisganig* Rücksicht, und in Ansehung der nördlichen Provinzen thaten mir die von den hiesigen Geographen und Gebrüdern *Rhode* gezeichnete und mit Genehmhaltung der königl. Academie der Wissenschaften publicirten Charten von Hessen, Bremen, Lauenburg, Mecklenburg, Schwedisch-Pommern &c. desto bessere Dienste, weil sie sich sehr leicht und genau orientiren liessen, und besonders in der Charte von Hessen die Lage der vornehmsten Oerter durch Triangel waren bestimmt worden.

Dieses war nun bey Bekanntmachung der diesen Ephemeriden beygefügten Charte voraus zu erinnern, damit die Leser dieselbe gerade für das ansehen mögen, was sie ist. Das mehrere wird einem jeden Liebhaber der Sternkunde der Gebrauch lehren, wenn er sich bemühen will, an seinem Orte die Polhöhe selbst zu suchen, und in Absicht auf die geographische Länge Beobachtungen des Mondes und der Trabanten des Jupiters anzustellen.

Von Bestimmung und Berichtigung der Mittagslinie.

Durch Herrn Lambert.

Die Aufgabe, wovon hier die Rede ist, kömmt in allen Anfangsgründen der Astronomie, Sonnenuhrenkunst und mathematischen Geographie vor. Sie gründet sich auf den Satz, dass wenn an einem Tage die Sonne vom Mittagskreise des Morgens ostwärts, des Abends westwärts gleich entfernt ist, so dann auch ihre Höhe und damit auch die Länge des Schattens gleich sey, und dass hinwiederum, wenn letzteres statt finde, auch das erstere eintreffe. Man bedient sich dieser gleichstimmenden Sonnenhöhen, entweder um mittelst einer Penduluhr die Zeit des wahren Mittags zu finden, oder mittelst der beobachteten Strecken der gleich langen Schatten, die wahre Lage der Mittagslinie zu finden und dieselbe zu ziehen.

Es wird nun aber hiebey vorausgesetzt, dass die Abweichung der Sonne sich während der Beobachtung nicht ändere, und in sofern würde die Aufgabe nur an den Tagen der Sonnenwende brauchbar seyn, und desto unrichtiger werden, je näher die Sonne dem Aequator seyn würde. Man hat deswegen untersucht, wie viel die Veränderung der Abweichung austrage, damit man die Aufgabe überhaupt brauchbar machen könne. Dieses ist nun aber fürnehmlich nur in Absicht auf die Zeit des wahren Mittages geschehen, weil jeder Astronome immer darauf zu sehen hat, dass er durch gleichstimmende Sonnenhöhen seine Uhr berichtige.

Hingegen findet man weniger oder keine Anweisung, wie die Lage der Mittagslinie, wegen der veränderlichen Abweichung der Sonne berichtiget werden soll. Ich werde demnach, was ich darüber gefunden, nun hersetzen.

Die Aufgabe ist überhaupt folgende.

Einige Stunden vor Mittag habe man die Länge des Schattens von einem aufgerichteten Stifte von nicht gar zu geringer Höhe auf einer horizontalen Ebene gemessen und gezogen. Nach Mittag wartet man der Zeit ab, da der Schatten wiederum gleiche Länge erhält. Nach der Strecke des Schattens zieht man ebenfalls eine Linie, welche die Vormittags gezogene durchschneidet und den Azimuthalwinkel bestimmt, den der Schatten währender Zeit durchlaufen hat.

Bliebe nun inzwischen die Abweichung der Sonne unverändert, so würde diejenige Linie, welche besagten Azimuthalwinkel in zween gleiche Theile theilt, die Lage der Mittagslinie angeben. Diese Schicklichkeit kömmt aber nur zur Zeit der Sonnenwende vor.

Man setze aber, die Abweichung der Sonne verändere sich so, dass die Mittagshöhe den folgenden Tag grösser sey, so wird der Schatten Nachmittag später diejenige Länge erreichen, die er Vormittag hatte, und zugleich wird die Strecke desselben mit der wahren Mittagslinie einen grössern Winkel machen, als Vormittages. Dieser Unterschied ist also zu berechnen, damit man davon Rechnung tragen, und die wahre Lage der Mittagslinie bestimmen könne.

Da in beyden Fällen die Höhe der Sonne und damit auch ihr Abstand vom Scheitelpunct gleich ist, so sey dieser Abstand $= a$. Ferner sey die Höhe des Aequators oder der Abstand des Pols vom Scheitelpunct $= e$; der Abstand der Sonne vom Pol $= c$,

der

der Azimuthalwinkel der Sonne von Norden an gerechnet $= \alpha$; endlich der Stundenwinkel $= \omega$; so giebt die Trigonometrie für den Triangel, dessen drey Ecken der Pol, der Scheitelpunct und der Mittelpunct der Sonne sind, folgende Gleichung

$$\cos c = \sin e . \sin a . \cos \alpha + \cos e . \cos a .$$

In dieser Gleichung ist nun c und α veränderlich, so dass beyde zugleich grösser oder kleiner werden. Da nun die Veränderung in Zeit von einigen Stunden höchstens nur einige Minuten beträgt, so wollen wir schlechthin nur die Gleichung differenziren, und damit haben wir

$$d \cos c = se . sa . d \cos \alpha .$$

oder

$$\sin c . dc = se . sa . s\alpha . d\alpha$$

welches

$$d\alpha = \frac{\sin c . dc .}{se . sa . s\alpha}$$

giebt. Es ist nun aber wegen der einander gegenüberstehenden Seiten und Winkel.

$$\sin c : s\alpha = \sin a : \sin \omega$$

demnach

$$\frac{\sin c}{sa . s\alpha} = \frac{1}{s\omega}$$

Wird nun dieser Werth in der erst gefundenen Formel gesetzt, so verwandelt sie sich in

$$d\alpha = \frac{dc}{\sin e . \sin \omega}$$

Da nun die Veränderung der Abweichung der Sonne während eines ganzen Tages als gleichförmig angesehen werden kann, so nimmt dc mit dem Stundenwinkel ω in gleicher Verhältniss zu. Es sey Δc die Veränderung der Abweichung in 24 Stunden oder für $\omega = 2\pi$, so hat man

$$dc = \frac{\Delta c . \omega}{2\pi}$$

und demnach

$$d\alpha = \frac{\Delta c . \omega}{2\pi . se . s\omega}$$

Man

Man sieht hieraus, dass selbst im Mittage die Verbesserung des Azimuthalwinkels von einer merklichen Grösse ist. Denn der Werth $\omega : \sin\omega$ wird $= 1$, wenn $\omega = 0$ ist. Und dann ist

$$d\alpha = \frac{\Delta c}{2\pi . \sin e}$$

Je grösser hingegen ω wird, desto mehr wächst auch $\omega : \sin\omega$, und damit auch $d\alpha$.

Man sieht ferner, dass unter gleicher Polhöhe die Verbesserung des Winkels α schlechthin nur von dem Stundenwinkel ω abhängt, weil Δc für einen ganzen Tag beybehalten werden kann.

Zu Bestimmung des Stundenwinkels ω mag eine Taschenuhr, in Ermanglung einer Penduluhr genug seyn. Man zeichnet auf, wenn Vor- und Nachmittag die Beobachtung angestellt worden, und zieht erstere Zeit von der letztern ab. Die Hälfte des Unterschiedes wird in Grade verwandelt den Winkel ω geben. Es ist hiebey nicht nöthig, dass die Uhr gerichtet sey, wenn man nur weiss, dass sie gut geht und in 12 Stunden einmal umläuft.

Wenn man nun aus den Ephemeriden oder durch Rechnung gefunden, ob die Sonne Vor- oder Nachmittag dem Pole näher ist, so weiss man auch, ob der Azimuthalwinkel vom Mittage an gerechnet grösser oder kleiner ist. Den kleinern kann man nun um $2d\alpha$ vergrössern, wenn man den grössern unverändert lässt. Damit ist der ganze Azimuthalwinkel dergestalt berichtiget, dass die mitten durch denselben gezogene Linie, die wahre Lage der Mittagslinie seyn wird.

Sollte man aber keine Uhr bey sich haben, so kann sowohl die Länge des Schattens als der beobachtete und halbirte Azimuthalwinkel dienen, den Stundenwinkel ω zu berechnen. Denn die Höhe des Stiftes durch die Länge des Schattens getheilt giebt die Tangente der Sonnenhöhe. Aus der Sonnenhöhe, der Polhöhe und der Abweichung der Sonne kann der Stundenbogen gefunden werden. Kürzer geht es mittelst der Formel

$$\sin\omega = \frac{\sin c . \sin a}{\sin\alpha}$$

an, wenn der Azimuthalwinkel α vermittelst der Richtung des Schattens gemessen wird.

Der

Der gröſte tägliche Unterschied der Abweichung der Sonne beträgt $23\frac{2}{3}$ Minuten eines Grades, und damit ist immer $\Delta c < 23\frac{2}{3}$ Min. oder $< 1420''$,
folglich auch immer

$$d\alpha < \frac{1420''.\ \omega}{2\pi.\ \text{ſe}.\ \text{ſ}\omega}$$

oder

$$d\alpha < \frac{226''.\ \omega}{\text{ſe}.\ \text{ſ}\omega}$$

Diese Formel ist für die Zeit der Nachtgleichen. Will man aber allgemeiner sehen, wie sie sich von der Frühlingsnachtgleiche an verändert, so setze man die Länge der Sonne $= \lambda$, die tägliche Bewegung derselben $= n$, die Schiefe der Ecliptic $= \varepsilon$; damit hat man

$$\cos c = \sin \varepsilon.\ \sin \lambda$$
$$\cos (c - \Delta c) = \sin \varepsilon.\ \sin (\lambda + n)$$

woraus man mit genugſamer Genauigkeit

$$\Delta c = \frac{n.\ \text{ſ}\varepsilon.\ \cos \lambda.}{\text{ſc}}$$

findet. Setzt man die gerade Aufsteigung der Sonne $= \varrho$, so hat man

$$\frac{\cos \lambda}{\sin c} = \cos \varrho$$

und demnach

$$\Delta c = n.\ \sin \varepsilon.\ \cos \varrho.$$

folglich auch

$$d\alpha = \frac{n.\ \omega.\ \text{ſ}\varepsilon.\ \cos \varrho}{2\pi.\ \text{ſe}.\ \text{ſ}\omega}$$

Hier kann man nun $\sin \varepsilon = 0,39822$, und für Berlin $\sin e = 0,60830$ setzen. Man hat ferner $\pi = 0,31416$ und

$$n > 57'.\ 12'' \text{ oder } n > 3432''$$
$$n < 61.\ 12 \qquad n < 3672$$

damit wird

$$d\alpha > \frac{358''.\ \omega.\ \cos \varrho}{\text{ſ}\omega}$$

und

$$d\alpha < \frac{383''.\ \omega.\ \cos \varrho}{\text{ſ}\omega}$$

Da

Da nun $383'' - 358'' = 25''$, und die Hälfte nur $12\frac{1}{2}$ Secunden eines Grades ist, so kann, so oft man nicht die Genauigkeit aufs äusserste, das will sagen, weiter treiben will, als es bey einem Gnomon angeht, das Mittel nehmen, und sich an die Formel

$$d\omega = \frac{370''.\ \omega.\ \cos\varrho}{\sin\omega}$$

halten. Diese ist demnach so weit für Berlin berechnet, dass man jedesmal nur die gerade Aufsteigung der Sonne und den Stundenbogen ω zu suchen hat. Erstere kann aus den Ephemeriden genommen werden, letzterer wird aus der Beobachtung genommen, und in Theilen des Halbmessers ausgedrücket, so wie auch $\sin\omega$ in solchen Theilen genommen wird.

Von der Berechnung und dem Gebrauche der Tafel für das Mittagsfernrohr.

Von Herrn Bernoulli.

Da ich das Vergnügen gehabt, zu sehen, dass die erleichterte Methode, die ich in dem ersten Theile meines Recueils für die Bestimmung der wahren Zeit durch die Culmination der Sterne vorgetragen, nicht ohne Beyfall ist aufgenommen worden, so hat mich dieses desto mehr bewogen, eine Tafel zu berechnen, die ich selbst längstens ungern entbehret hatte. Es war mir insonderheit darum zu thun, wenn das Fernrohr nicht genau in der Mittagsfläche lag, dessen Abweichung, oder vielmehr deren Einfluss auf die Bestimmung der Zeit zu finden, ohne jedesmal die Formel, die aus der Auflösung der 2ten Aufgabe S. 48-50. entstanden war, zu entwickeln; dafür habe ich mir endlich nachstehende Tabelle zu berechnen, die Musse genommen; ich habe sie, um die Tafel gemeinnütziger zu machen, nicht auf die Berliner Polhöhe, sondern auf zwo gleich weit von dieser entfernte Polhöhen gerichtet, und weil sie nicht ohne viele Vorbereitung die Gestalt, die sie hier hat, erhalten konnte, so wird es nicht überflüssig seyn, mein Verfahren in diesem Stücke anzuzeigen, ehe wir zu dem Gebrauche der Tafel selbst schreiten.

Von