Anmerkungen über die Zeitgleichung.

Von Herrn *Daniel Melander*, Prof. der Astronomie zu Upsal. (*)

Die Entfernung der mittlern, sich in dem Aequator bewegenden Sonne von dem Punkte der geraden Aufsteigung der wahren Sonne, nenne ich den Bogen der Zeitgleichung, weil dieser Bogen, wann die Sonne durch den Mittagskreis geht, eben derjenige ist, welcher muss in Theile der Zeit verwandelt werden, damit man die Zeitgleichung erhalte. Nun ist es eine Frage unter den Astronomen gewesen, in welchem Verhältniss dieser Bogen in mittlere Zeit müsse verwandelt werden, nämlich in solche Zeittheile, welche von einer nach mittleren Sonnenzeit gerichten Uhr würden gewiesen werden. Seitdeme *Flamstead* auf eine deutliche und genugthuende Art die beyden Theile der Zeitgleichung aus einander gesetzt und gewiesen hat, wie nach den Umständen die Summe oder die Differenz diese Theile die Zeitgleichung ausmachten, so haben alle Astronomen, bis auf *de la Caille*, den Bogen der Zeitgleichung, nach *Flamsteads* Beyspiel, nach dem Verhältniss von 15° für eine Stunde in Zeit verwandlet. Herr *de la Caille* aber dachte anders, und stellte sich vor, man müsste gedachten Bogen nach dem Verhältniss von 15°. 2'. 28" auf eine Stunde in Zeit verwandeln. Der berühmte Verfasser der *Conneissance des Mouvemens celestes pour les Années 1761 & 1762* folgte in diesen beyden Jahrgängen seinem Landsmanne; bald darauf aber änderte er seine Meynung, und erklärte sich darüber sowohl in seiner *Astronomie*, als in den Denkschriften der königl. Pariser Akademie der Wissenschaften des Jahrs 1762. Ich masse mir nicht an, über diese Frage eine bessere oder mehr Genüge leistende Beantwortung zu geben als gedachter Verfasser, weil es sich aber öfters zuträgt, dass man ebendieselben Dinge sich auf verschiedene Weise begreiflich macht, so glaubte ich meine Gedanken über diese Sache noch eröffnen zu dürfen.

Wenn die zwey Puncte, welche den Bogen der Zeitgleichung bestimmen; während der Zeit, in welcher sie durch den Mittagkreis gehen, unverändert blieben, so müsste offenbar der Bogen ihres Abstands von einander nach dem Verhältniss von 15° zu 59' 50"$\frac{1}{6}$ in mittlere Sonnenzeit verwandelt werden, so dass, wenn dieser Bogen von a gerade gesetzt wird, man haben würde $15°: a = 1\ \text{St}: \frac{a\ 1\ \text{St.}}{15°} =$ der Zeit, in welcher dieser Bogen

nach

(*) Aus einem französis. Schreiben an Hrn. *Bernoulli*. Datirt Upsal den 7 März 1777.

nach einer nach Sternzeit gehenden Uhr den Mittagskreis durchlaufen würde. Sagt man aber $15^\circ : a = 59'.\ 50'' : \frac{a \times 59'.\ 50''}{15^\circ}$ so bekömmt man die nämliche Zeit, aber nach einer Uhr, welche mit der mittlern Bewegung der Sonne geht. Weil nun gedachte zwey Punkte nicht unverrückt bleiben, sondern beyde eine Bewegung gegen Osten haben, während dem die Erde sich um ihre Axe dreht, so kann der Bogen a, welcher ihren wahren Abstand von einander angiebt, zu der Zeit, wo einer derselben durch den Mittagskreis geht, nicht ferner ihren Abstand von einander anzeigen, wenn der andere durchgeht. Im Gegentheil, von dem Augenblick, in welchem der erste Punct durchgegangen, bis zu dem Momente des Durchgangs des zweyten Puncts, wird der Bogen a um einen kleinen Bogen b zugenommen haben, so dass $a : (a + b) = 360^\circ : 360^\circ.\ 59'.\ 8''$, oder welches auf eines herauskömmt, dass $a : a + b = 15^\circ : 15^\circ.\ 2'.\ 28''$. Weil nun die Bögen des Aequators in mittlere Sonnenzeit solchergestalt verwandelt werden, dass $15^\circ.\ 2'.\ 28''$ auf eine Stunde, oder 15° auf $59'.\ 50''$ zu rechnen sind, so folgt daraus, dass der Bogen $a + b$, welcher jetzt um die wahre Zeitgleichung zu erhalten in Zeit soll ausgedrückt werden, nach eben diesem Maasstab und nach einer die mittlere Sonnenzeit zeigenden Uhr sich richten müsse. Es ist aber zu bemerken, dass eben die Zeit herauskommt, ob man den Bogen $a + b$ nach dem Verhältniss von 15° zu $59'.\ 50''$, oder ob man den Bogen a nach dem Verhältniss von 15° zu $60'$, beyderseits nach einer die mittlere Sonnenzeit weisenden Uhr in Zeit verwandle. Dann es sey t die Zeit, in welcher der Bogen $a + b$ beschrieben wird, so hat man $15^\circ : a + b = 59'.\ 50'' : \frac{(a + b) \times 59'.\ 50''}{15^\circ} = t$. Es sey ferner θ die Zeit, welche herauskömmt, wenn man die Verwandlung des Bogens a nach dem Verhältniss von 15° für $60'$ mittlere Sonnenzeit anstellt, so hat man $15^\circ : a = 60' : \frac{a \times 60'}{15^\circ} = \theta$. Man hat aber auch $a : a + b = 360^\circ : 360^\circ.\ 59'.\ 8''$, oder $a : a + b = 15^\circ : 15^\circ.\ 2'.\ 28''$ und $15^\circ : 15^\circ.\ 2'.\ 28'' = 59'.\ 50'' : 60'$ mittlere Sonnenzeit, folglich $a : a + b = 59'.\ 50'' : 60'$ mittlere Sonnenzeit, und demnach $a \times 60' = (a + b) \times 59'.\ 50''$, oder $\frac{a \times 60}{15^\circ} = \frac{(a + b) \times 59'.\ 50''}{15^\circ}$, also $t = \theta$. So dass erwiesen ist, dass der Bogen a oder die Entfernung gedachte zwey Puncte von einander, wann der eine durch den Mittagskreis geht, in dem Verhältniss von 15° auf eine Stunde ei-

 ner

ner nach mittler Sonnenzeit gehenden Uhr gerechnet, müsse in Zeit verwandelt werden, damit man die wahre Zeitgleichung erhalte.

Diesen Beweis bey Seite gesetzt, so kömmt mir vor, die Sache werde auch dadurch begreiflich, wenn man bedenkt, dass hier nicht sowohl die Frage ist, den Bogen, welchen die Tafeln für den wahren Abstand beyder Punkte angeben, in Zeit zu verwandeln, als den Zeitraum zwischen den beyden Durchgängen der Punkte durch den Mittagskreis zu bestimmen. Dieses vorausgesetzt, so ist offenbar, dass aus dem Bedingniss, dass der Bogen *a* nach dem Verhältniss von $15°$ zu einer Stunde mittlerer Sonnenzeit, und nicht von $15°$ zu $59' \, 50''$ nach solcher Zeit, (wie mit dem Bogen $a + b$ müsste verfahren werden) in Zeit verwandlet werde, eine Vergeltung entstehet.

Es versteht sich übrigens, dass was von dem Bogen *a* erwiesen worden, auch für beyde besondere Theile der Zeitgleichung gleichfalls Statt finden wird, und überhaupt von allen kleinen Bogen, die den Bogen der Zeitgleichung ausmachen, wahr seyn müsse. Von gedachten beyden Theilen, deren man sich begnügt, wenn man nicht die äusserste Schärfe sucht, ist die Sache augenscheinlich, weil diese Theile Bogen sind, die zwischen drey sich bewegenden Punkten enthalten werden: und was die übrigen kleinen Bogen betrifft, so kannn gleichfalls kein Zweifel darüber seyn, weil sie zu gedachten beyden Theilen gehören, und dieselben nur vergrössern oder vermindern.

Ueber eben die Sache.

Von Herrn *Lambert*.

Bey Durchlesung der vorhergehenden Abhandlung des Hrn. *Melander* fand ich einen Umstand, welcher mehrern Lesern anstössig und unrichtig vorkommen wird, und eben daher so gleich deutlicher aus einander gesetzt werden muss. Herr *Melander* trägt folgende Sätze vor:

1) Die Zeitgleichung beruhet auf einem Bogen a, welcher den Unterschied der geraden Aufsteigung der Sonne und ihrer mittlern Länge vorstellet.

2) Der Bogen a kann als ein Bogen des Aequators angesehen werden.

3) Während dem derselbe durch den Mittagskreis geht, rückt er von Westen gegen Osten fort.

4) Während eben der Zeit verändert er seine Länge, so dass sie a + b wird.

5) Und dabey ist

$$a : (a + b) = 360^\circ : 360^\circ.\ 59'.\ 8''.$$

'on diesen drey Sätzen sind die drey ersten ganz gut. Der vierte ist eben-
lls richtig. Er kömmt aber da, wo *la Caille* zu widerlegen ist, gar nicht in
etrachtung. Der 5te Satz ist durchaus falsch. Denn *b* ist nur alsdann be-
ht, wenn die Zeitgleichung grösser wird. Und wenn a am grössten ist, ist
$= 0$. Und so müsste nach dem fünften Satze $360^\circ = 360^\circ.\ 59'.\ 8''$
yn, welches nicht angeht.

Der Fehler liegt hier in der Benennung. Hier muss b nicht die Ver-
iderung des Bogens a, sondern das im dritten Satze erwähnte *Fortrücken des-
lben von Westen gegen Osten* vorstellen. Ohne dieses Fortrücken würde *la
aille* ganz richtig *Sternzeit* anstatt *Sonnenzeit* angegeben haben, weil jeder
ste Punct des Aequators in 24 Stunden *Sternzeit* um den Himmel herum-
ömmt. Es giebt demnach der Bogen a $\frac{a}{15}$ Stunden Sternzeit. Nun rückt
eser Bogen um β Grade gegen Osten, also kommen noch $\frac{\beta}{15}$ Stunden *Stern-
it* hinzu. Während diesen rückt der Bogen ferner noch um einen propor-
onalen Theil oder $\frac{\beta\beta}{a}$ Grade gegen Osten, und daher kommen ebenfalls
noch $\frac{\beta\beta}{15a}$ Stunden Sternzeit hinzu, während welchen der Bogen wiederum
um einen proportionalen Theil $\frac{\beta\beta\beta}{aa}$ Grade nach Osten fortrückt &c. Auf die-
se Art ist die ganze Zeit

$$= \tfrac{1}{15}\left(a + \beta + \frac{\beta\beta}{a} + \frac{\beta^3}{a^2} + \&c.\right)$$

$$= \tfrac{1}{15}\left(a + \frac{\beta}{1 - \beta : a}\right)$$

Und des Hrn. *Melander* Buchstab b hat den eigentlichen Werth

$$b = \frac{1 - \beta : a}{\beta} = \frac{a\beta}{a - \beta}$$

Man sieht aus seiner ganzen Abhandlung, dass er die Absicht hatte zu zeigen:

Man könne selbst aus der von La Caille gebrauchten Sternzeit herleiten, dass er Sonnenzeit hätte gebrauchen müssen.

La Caille fehlte auch in der That nur darinn, dass er das mehrerwähnte Fort-
rücken des Bogens a von Westen nach Osten nicht in die Rechnung zog. Die-
ses verspäthiget den völligen Durchgang des Bogens a dergestallt, dass aus

Sternzeit Sonnenzeit wird. *La Caille* sagt übrigens nicht recht deutlich, was er für Zeit will verstanden wissen. Wenn die Unterschiede grösser wären, so würden sie auch mehr in die Augen fallen. Da sie aber geringe sind, so muss man anzeigen, ob man sie bloss deswegen weglässt, weil sie geringe sind. Die allgemeine Regel ist übrigens, dass da die Astronomen den täglichen Umlauf eines jeden himmlischen Körpers in 24 Stunden Zeit eintheilen, die Zeit allemahl nach demjenigen Körper zu benennen ist, der sich bewegt. So lange also la Caille von zween festen Puncten des Aequators spricht, hat er *Sternzeit*, spricht er aber von der wahren und mittlern Sonne, so muss er *Sonnenzeit* verstehen. Und eben so wird auch *Mond-* oder *Planetenzeit* zu verstehen seyn, wenn man für den täglichen wahren oder auch mittlern Umlauf des Mondes oder eines Planeten 24 Stunden rechnet.

Es ist ferner ganz unnöthig, auf die Bewegung des Bogens a Rücksicht zu nehmen. Die Frage am *einfachsten* vorgetragen, ist eigenlich, *wie viel die wahre Sonne auf einer hinreichend genauen Sonnenuhr zeigt, wenn die mittlere Sonne am Mittage ist.* Denn so lässt sich die Frage gerade hin auflösen, da hingegen die genaue Bestimmung der Zeitgleichung für die Zeit des wahren Mittages, nur durch Umwege oder mittelst analytischer Formeln gefunden werden kann. Dass nun aber eine genaue und richtig gestellte Sonnenuhr an der Sonne Sonnenzeit zeige, das ist wohl keinem Zweifel unterworfen.

In Ansehung der Sternzeit werde ich hier noch anmerken, dass dabey ebenfalls kleine Unterschiede vorkommen, die für mehrere auf einander folgende Tage nichts austragen, die aber dennoch würden merklich werden, wenn man für grössere Zeiträume die Sternzeit mit der so genannten Zeit von dem Primum mobile vermengen, oder jeden Sterntag für gleichlang ansehen wollte. Das Vorrücken der Nachtgleichen kömmt in etwa 25750 Jahren im Circul herum. Während dieser Zeit macht das Primum mobile oder eigentlich die Erde einen Umlauf mehr als die Sterne, aus einem ganz ähnlichen Grunde, als die Sterne in einem Jahre einen Umlauf mehr machen als die Sonne. Man könnte sich also für jeden Stern eine Zeitgleichung gedenken, die ihm eigen seyn würde. Der Unterschied seiner *wahren geraden Aufsteigung* und seiner *mittlern Länge* in *Sternzeit* verwandelt, würde jedesmal diese Zeitgleichung angeben.

Diese Zeitgleichung für die Sterne ist deswegen nicht üblich, weil die Astronomen lieber die Sonne zum Maasse der Zeit gebrauchen, und weil sie ehemalige Durchgänge der Sterne mit dem nachher beobachteten nichts anders als mit Rücksicht auf die inzwischen geänderte Länge der Sterne vergleichen, auch dabey lieber alles in Graden als in Zeit bestimmen.

Fort-

Forgesetzte Anmerkungen
über den Gang der Wollastonischen Uhr.
Von Hrn. *Lambert*.

Hr. *Wollaston* hat seit den Beobachtungen, die er in den Jahren 1770 und 1771 angestellt, und die ich im ersten Bande der Ephemeriden in eine Tabelle gebracht habe, nur eine kurze Anzeige von seinen 1772 und 1773 angestellten Beobachtungen gegeben. Hingegen ist er in Ansehung des Jahres 1774 etwas umständlicher. Ich habe mich daher die Mühe nicht reuen lassen, aus seinen Beobachtungen folgende Tafel abzuleiten.

Zeit.			Summ der Tage.	Voreilung der Uhr.		Gleichförmige Voreilung		Unterschied.		
				′	″	′	″		′	″
1773.	Dec.	27	0	0	0, 0	0	0, 0	—	0	0, 0
1774.	Jan.	3	7	0	7, 2	0	14, 7	+	0	7, 0
	Febr.	7	42	0	12, 0	1	28, 5	—	1	16, 3
		20	55	0	25, 9	1	55, 6	—	1	29, 7
	Mart.	12	75	0	31, 9	2	37, 6	—	2	5, 7
		20	83	0	34, 3	2	25, 5	—	2	20, 2
	Apr.	2	96	0	39, 4	3	21, 8	—	2	42, 4
	Mai	1	125	1	31, 4	4	22, 7	—	2	51, 3
		26	150	2	41, 5	5	15, 3	—	2	33, 8
	Jun.	8	163	3	25, 9	5	42, 6	—	2	15, 7
		22	177	4	16, 8	6	12, 1	—	1	55, 3
	Jul.	1	186	4	54, 1	6	21, 0	—	1	26, 9
	Aug.	1	217	7	8, 8	7	36, 1	—	0	27, 3
		19	235	8	35, 7	8	14, 0	+	0	21, 7
	Sept.	3	250	9	50, 0	8	45, 5	+	1	4, 5
		12	259	10	23, 3	9	4, 4	+	1	18, 9
	Oct.	3	280	11	31, 6	9	48, 6	+	1	43, 0
		15	292	11	55, 6	10	13, 8	+	1	41, 7
		29	306	12	24, 2	10	43, 2	+	1	41, 0
	Nov.	22	320	12	54, 0	11	12, 6	+	1	41, 4
	Dec.	5	343	13	13, 4	12	1, 0	+	1	12, 4
		13	351	18	11, 7	12	17, 8	+	0	53, 9
		24	362	13	4, 8	12	40, 9	+	0	23, 9
1775.	Jan.	1	370	12	57, 6	12	57, 6	+	0	0, 0

Die dritte Columne dieser Tafel stellt die Voreilung der Uhr nach den Beobachtungen an und für sich vor. Sie betrug nach Verfluss eines Jahres

 oder

oder eigentlich nach 370 Tagen, 12′. 57″, 6 anstatt dass sie wieder hätte zurückekehren sollen. Die Uhr gieng demnach überhaupt zu geschwinde. Dieses trägt in 370 Tagen 12′ 57″, 6 aus. Hieraus berechnete ich, wie viel es für die in der zweyten Columne angesetzten Tage austrug, und erhielt dadurch die Zahlen der 4ten Columne. Die 5te Columne giebt die Unterschiede der 3ten und 4ten an, und zeigt demnach, wie viel die Uhr langsamer oder geschwinder gieng, als wenn ihr Gang das ganze Jahr durch gleichförmig gewesen wäre. Man sieht daraus, dass sie im Sommer zu langsam und im Winter zu geschwinde geht. Das Minimum fällt aber auf den Anfang des Mai, und das Maximum auf den October. Beydes war 1771 viel früher, nemlich jenes fiel auf das Ende des Febr. dieses auf den Anfang des Sept. Da die Pendulstange von Holz ist, so muss die Ursache der Verschiedenheit nicht bloss in der Abwechslung der Wärme und der Schwere der Luft, sondern auch in der Abwechselung der Feuchtigkeit gesucht werden. Im Jahr 1771 war die Uhr neu. Seit der Zeit mögen sich die Axen und Zähne der Räder besser ausgeschliffen haben.

Bedingungen ganzer Sonnenfinsternisse
für eine gegebene Polhöhe.
Von Hrn. *Lambert.*

Was ich im zweyten Jahrgange der Ephemeriden von den Grenzen der Möglichkeit der Sonnenfinsternisse für eine gegebene Polhöhe überhaupt gesagt habe, werde ich hier besonders auf solche Finsternisse anwenden, wo die Sonne von dem Monde ganz bedeckt wird. Diese können nur alsdenn Statt finden, wenn der scheinbare Durchmesser des Mondes grösser als der von der Sonne ist. Setzen wir demnach die mittlere Anomalie der Sonne $= a$, des Mondes $= M$, so giebt diese Bedingung an, dass

$$31'.\,22'' - 2'.\,3'' \cos M + 7''.\,\cos 2M > 32'.\,6'' - 32''.\,\cos a$$

seyn müsse. Denn diese Ausdrücke sind die erwähnten scheinbaren Durchmesser. Setzt man nun $=$ anstatt $>$, so erhält man für die Grenzen der Möglichkeit

$$\cos M = 4,392857 - \sqrt{(22,940049 - 22,85714.\,\cos a)}$$

Also