

Archiv

der

reinen und angewandten Mathematik.

Neuntes Heft. 1799.

I.

Die vornehmsten und brauchbarsten Grundsätze der Perspectiv, aus Betrachtung einer perspectivisch gezeichneten Landschaft abgeleitet, von J.

G. Lambert; mitgetheilt vom Herrn Director Bernoulli zu Berlin. *)

Es ist überhaupt genommen möglich, sich durch gehörige Betrachtung und Beurtheilung einer gezeichneten Landschaft, mit den vornehmsten Grundsätzen der Perspectiv bekannt zu machen, und zwar so, daß man nachgebends durch einige Uebungen selbst in Stand gesetzt wird, denselben Ge-
nüge

*) Sulzer (Allgem. Theor. der schön. Künste, 3ter Th. der Aufl. von 1787 S. 561) sagt, er wolle die von ihm (Art. Perspectiv) so eben voraetragenen Grundsätze zu Beurtheilung perspectivischer Zeichnungen, auf eine von Lambert auf seine Ersuchen gefertigte, daselbst befindliche Zeichnung, anwenden. Hier hat man umgekehrt, die von Lambert, aus derselben Zeichnung abgeleitete Theorie. Vermuthlich hat Lambert diesen Aufsatz mit seiner Zeichnung zugleich an Sulzern überschickt. Auf alle Fälle ist es für Kenner und Liebhaber wichtig und interessant, den Originalaufsatz von Lambert vor Augen zu haben und zu studiren. Zindenburg.

mühe zu leisten, dafern man wenigstens nur weiß, wie Linien und Winkel gemessen und gezogen werden müssen.

Diese Art die Grundregeln zu perspectivischen Zeichnungen zu lernen, hat verschiedene beträchtliche Vorzüge. Sie fängt nicht, wie sonst gewöhnlich, mit abstracten Beweisen einiger, meistens geometrischer Sätze an, sondern legt sogleich ein ganz ausgezeichnetes Beyspiel einer Landschaft vor. Diese wird dann dergestalt durchstudirt, daß man nicht nur die Regeln, sondern zugleich auch ihre Anwendung dabey erlernen und sehen kann, wie und nach welcher Ordnung eine jede andere Landschaft oder perspectivische Zeichnung zu beurtheilen ist, und worinn, wenn Fehler dabey vorkommen, diese Fehler eigentlich bestehen, und so auch, wie sie hätten vermieden und verbessert werden können.

Dieses letztere kömmt nun bey den meisten der bereits vorhandenen Landschaften gewöhnlich vor. Sie gewähren meistentheils bey genauerer Prüfung das Vergnügen nicht, welches eine scharfe Uebereinstimmung mit den Regeln gewähren würde. Wenn ich mich nicht irre, so hat man auch bereits zwischen Landschaften und sogenannten Prospekten einen Unterschied gemacht. Prospective stellen wirklich vorhandene und nach den Regeln der Perspectiv gezeichnete Gegenstände, z. E. Palläste, Gärten, Straßen, Alleen u. s. w. vor. Man zeichnet, um sie zu verfertigen, gewöhnlich erst den Grundriß, und aus diesem wird sodann der Perspectivische Riß aufgezo-gen. Damit läßt man wenig oder nichts auf das bloße Augenmaaß ankommen. Dieses macht dann auch, daß man bey'm ersten Anblick die Zeichnung als einen Prospect erklärt.

Landschaften hingegen sollen Erfindungen des Zeichners seyn, und nach dem bloßen Augenmaße entworfen werden. Auch sieht man es ihnen sogleich an, daß Lineal und Zirkel dabey gar nicht zu Rathe gezogen worden sind. Gewöhnlich stellen sie nicht nur nichts wirklich vor-

kommen-

Kommendes, sondern im Grunde betrachtet gar nichts, oder ein bloßes Flickwerk vor. Auch fällt die Frage, ob die gezeichnete Gegend in der Welt irgend wo vorkomme, gewöhnlich bey dem ersten Anblicke sogleich weg. Selbst auch bey vielen von solchen Aussichten, die nach dem Leben gezeichnet worden, steht man oft an, ob man die Zeichnung nicht für eine bloße Landschaft, die nichts vorstellt, ansehen sollte, dafern nicht die Ueberschrift Gewährschaft leistet, daß so etwas oder wenigstens etwas Aehnliches in der Natur wirklich vorhanden seyn solle. Das bloße Augenmaaß ist also bey Zeichnungen von Aussichten etwas sehr mißliches, und so sehr man auch den Malern die Uebung desselben einschärft, und den Gebrauch des Zirkels untersagt, so sehr könnten sich die Käufer und Liebhaber ausbitten, daß wenigstens bey Zeichnung von Landschaften und Aussichten der Gebrauch des Lineals und Zirkels nicht nur gestattet, sondern als etwas schlechthin Unentbehrliches gefordert werde.

Um nun zur Sache zu kommen, werden wir die in Kupfer hier beygefügte Zeichnung vor uns nehmen. Man sieht sogleich, daß die Aussicht darauf sehr weit, und an einigen Orten bis an den äußersten Horizont geht. Das will also sagen: so weit das Auge sehen mag.

Ist nun in einer Zeichnung dieser äußerste Horizont selbst sichtbar, das will sagen, nicht mit Gebäuden, Bergen, oder andern erhabenen Gegenständen bedeckt, oder wenigstens nicht durchaus bedeckt, so muß derselbe durchaus in einer geraden Linie erscheinen. Oder, wenn man nur hin und wieder etwas von diesem äußersten Horizonte sieht, so müssen die einzeln sichtbaren Theile desselben in einer und eben derselben geraden Linie liegen. Dieses macht die Einheit des Horizonts aus. Ein jedes Gemälde muß einen und zwar nur einen Horizont haben. Ferner muß dieser Horizont eine gerade Linie seyn. Und da dieses die

eigentliche horizontale Linie ist, so ist auch leicht zu schließen, daß alle in der Zeichnung vorgestellte horizontallaufende Linien auf diesen Horizont eine Beziehung haben müssen; da auch diese Beziehung mit zu der Einheit des Horizontes gehört.

Nun giebt es allerdings auch Zeichnungen, wo von dem Horizonte selbst nichts zu sehen ist, weil derselbe durchaus von den übrigen Gegenständen bedeckt wird. Indessen, wenn eine solche Zeichnung gehörig beurtheilt werden soll, so ist die Frage von der Einheit des Horizonts die erste, so dabey vorkömmt. Und damit muß die Lage desselben, oder die gerade Linie, so den Horizont vorstellt, und deren sich der Zeichner nothwendig hat bedienen müssen, wenn er seine Zeichnung richtig hat machen wollen, auf andere Arten gefunden werden. Dieses muß überhaupt betrachtet immer möglich seyn, weil es sonst um die Zeichnung nicht zum besten stehen würde. Indessen sind die Mittel, den Horizont in jeden Fällen wieder zu finden, sehr verschieden, und nicht immer von gleicher Leichtigkeit. Wir werden aber bey der Zergliederung der vor uns liegenden Zeichnung, immer so viele davon anzeigen können, als nöthig seyn wird, um sich auch in andern Fällen fortzuhelfen.

Diese Zeichnung beut indessen an sich schon das leichteste dieser Mittel an, weil man an verschiedenen Orten den äußersten Horizont sieht, und damit die Linie AB, die den Horizont vorstellt, ziehen kann. Mit dieser Linie mußte auch bey der Zeichnung der Landschaft der Anfang gemacht werden.

Nun ist, wenn man eine Aussicht, ein Feld, oder jeden andern Gegenstand mit einem Anblicke überschauen will, das Auge gegen irgend einen Punkt gerichtet. Daß dieser Punkt gewöhnlich näher bey der Mitte als gegen das Ende des Gegenstandes sey, ist für sich klar. Die Gewohnheit, gerade vor sich zu sehen, macht auch, daß dieser Punkt

Punkt in gleicher Höhe mit dem Auge ist, und demnach in den Horizont trifft. Die Tafel, worauf der Gegenstand soll gezeichnet werden, wird ebenfalls und gewöhnlich als aufrecht und dem Auge gegen überstehend betrachtet, so, daß auch der auf der Tafel gezeichnete Horizont in gleicher Höhe mit dem Auge sey, und das Auge eben so vor der Zeichnung stehe, wie es vor dem Gegenstande selbst stehen würde, um denselben zu betrachten.

Wir haben demnach auf dem gezeichneten Horizonte denjenigen Punkt zu bemerken, welchem das Auge, um die Zeichnung gehörig anzusehen, gerade gegenüber stehen muß. Dieser Punkt wird der **Augenpunkt** genannt, und trägt zur **Einheit des Ganzen** sehr wesentlich das seinige mit bey. **Ein Gemälde muß einen, und zwar nur Einen Augenpunkt haben**, und dasern nicht die Tafel oder die Fläche, worauf gezeichnet wird, nothwendig eine schiefe Lage hat, so ist dieser **Augenpunkt allemal ein Punkt auf dem Horizonte**. Hat man demnach bey einer Zeichnung den Augenpunkt gewählt, so ist der Horizont bestimmt; fängt man aber bey dem Horizonte an, so muß der Augenpunkt auf demselben gewählt werden. Gewöhnlich, und wenn nicht besondere Umstände es hindern, wird der Augenpunkt in die Mitte, wenigstens näher bey der Mitte, als gegen das Ende der Tafel, oder vollends außerhalb derselben, gesetzt.

Bei Beurtheilung von Zeichnungen muß der Augenpunkt eben so wie der Horizont zuerst gesucht werden, weil alles übrige sich auf diese beyden Stücke bezieht. Nun ist der Augenpunkt nicht so unmittelbar kenntlich, wie mehrentheils bey weiten Ausichten der Horizont. Es giebt aber auch Fälle, wo jener vor diesem gefunden werden kann, und sodann zu dessen Bestimmung dient. Die Mittel, sowohl den Augenpunkt, als andere erhebliche Punkte des Horis-

zontes zu finden, werden sich bey fernerer Betrachtung unserer Zeichnung angeben lassen.

Diese Zeichnung stellt, wie man sieht, nur gegen den Horizont hinaus, Anhöhen und Berge vor. Der nähere Theil der darauf vorgestellten Aussicht, ist eben, oder eine horizontale Fläche von Wasser, Gärten, Feldern und Straßen. Man sieht z. E. hinter dem Hause C einen mit Bäumen umpflanzten Raum, von dem man so ziemlich den Schluß machen kann, daß er zwar länger als breit, dabey aber regulär und rechtwinklich seyn werde. Mitten durch denselben zieht sich eine Straße gerade hinaus nach B, so weit das Auge sehen mag, das will also sagen, bis an den äußersten Horizont, wo sie sich gleichsam wie in einen Punkt zusammen zieht und verliert. Nun ist hiebey kein Anstand, daß diese Straße nicht in der That gerade seyn, und bis nach B hinaus gleiche Breite haben, demnach parallele Seiten haben sollte. Indessen wird sie in der Zeichnung gegen B hinaus immer schmaler. Sie stellt aber eben dadurch eine auf beyden Seiten gerade und parallellaufende Straße vor, und man sieht ohne Mühe, daß jede andere Vorstellung fehlerhaft seyn würde.

Hieraus lassen sich die beyden Regeln begreiflich machen:

1) Jede gerade Linie in dem Objecte wird in der Zeichnung ebenfalls durch eine gerade Linie vorgestellt.

Man wird keine Mühe haben, diese Regel durch jede in der Zeichnung befindliche gerade Linie bekräftigt zu finden. Die Ufer des Stromes, die Gartenmauern, Geländer, Wege und Betten, die Reihen von Fenstern u. s. w. geben hievon eben so viele Beyspiele.

2) Parallellinien, die irgend gegen einen Punkt des Horizontes gerade hinaus laufen, sind
sind

sind auch in der Zeichnung gerade, schmälern sich aber so, daß sie in dem Horizonte in einem Punkte zusammen treffen.

Dieses zeigt sich an vorbemeldter nach B hinauslaufenden Straße, da diese nicht abgebrochen ist, sondern wirklich bis so weit das Auge sehen mag, sich hinauszieht. Man setze aber, daß sie nicht bis so weit hinausginge, oder wenigstens nicht so weit sichtbar wäre; so würde der sichtbare Theil dennoch nicht anders gezeichnet werden können, weil die entfernteren Theile an dem Bilde der nähern nichts ändern. Alles was man sodann, um die parallele Lage zu prüfen, thun müßte, würde nur darauf ankommen, daß man die sichtbaren Theile, durch Aufschlagen eines Lineals, oder durch Ausspannung eines Fadens, bis an Horizont hinaus, verlängern und sehen müßte, ob sie daselbst in einen Punkt zusammen treffen. In diesem Falle befinden sich die Reihen Fenster, die Gartenbetten, Wege und Mauern, und selbst auch das Bild der beiden Gartenhüttchen, und des gepflasterten Ufers des Stromes, in der Zeichnung.

Aus dieser zweyten Regel, daß nemlich horizontale Parallellinien, wenn sie in der Zeichnung bis an den Horizont hinaus gehen, oder bis dahin verlängert werden, daselbst in einen Punkt zusammen treffen müssen, folgt nun ein sehr häufig brauchbares Mittel, in solchen Gemälden, wo der Horizont nicht für sich schon kenntlich ist, denselben zu bestimmen. So z. E. sind in dem Garten die Wege, und an dem Gebäude C die Reihen Fenster, der Stiebel und die Traufen des Daches u. s. w. horizontal und parallel. Schlägt man das Lineal an, so findet sich, daß diese Linien verlängert, sämmtlich in zween Punkten B, D zusammenlaufen. Und daraus folgt sodann für sich, daß dieses zween Punkte des Horizontes sind, und daß eine durch dieselben gezogene gerade Linie D B der Horizont der Zeich-

L. Lambert, Grundsätze der Perspective,

Zeichnung seyn muß. So leicht diese Probe ist, so wenig finden sich bereits vorhandene Landschaften, die dieselbe ausbilden, oder aus nur Data dazu angeben. Die Gebäude sind gewöhnlich Bauarbeiten, mit krummen Stufen, Böden, Fenstern und Thürten, die eher Löcher von vermessenen Mauern, als das, was sie seyn sollen, vorstellen. Meistens wird auch, um die dabei vorkommenden Fehler zu verbergen, alles, woraus man auf die Richtigkeit der Zeichnung schließen könnte, so bedeckt und verpült, daß der Schluß nicht gemacht werden kann.

Ich sagte vorher, der hinter dem Hause C mit Bäumen umfanzte Raum solle einen länglichten viereckigten Raum vor. Dieses wird man noch vielmehr von den Betten im Garten und von dem Hause selbst schließen können, Daß das Haus fast doppelt länger als breit seyn müsse, läßt sich schon aus der Anzahl der Fenster abnehmen. Ob aber die Gartenbetten sämtlich gleichseitig und damit im eigentlichen Verstande Quadrate sind, läßt sich aus dem bloßen Anblicke noch nicht so unmittelbar schließen. Zugewöhnen werden wir uns bloß an die Bemerkung halten, daß sie rechtwinklicht sind, weil man dieses von dem Hause selbst annehmen kann. Denn die Wege im Garten laufen mit den Seiten des Hauses in einerley Punkte des Horizontes, nemlich in die Punkte D, E. Es sind demnach diejenigen, die in gleichen Punkt laufen, mit einander und zugleich mit der Seite des Hauses parallel. Sie durchschneiden sich durchaus unter einerley Winkel. Nun ist die Ecke des Hauses ein rechter Winkel, und dieses läßt sich demnach ebenfalls von jeden Ecken der Gartenbetten sagen.

Hieraus folgt nun ferner, daß, wenn man aus einem beliebigen Punkte der Zeichnung gerade Linien in die zwei Punkte D, E des Horizontes zieht, diese zwei Linien immer einen rechten Winkel abbilden oder vorstellen werden. Denn sie sind mit den Ecken des Hauses C parallel.

Diese

Diese Beschaffenheit der Punkte D, B ist zwar demselben nicht besonders eigen. Indessen können wir immer näher auf den Grund sehen, woher sie diese Eigenschaft haben. Dabei wird nun freilich vorausgesetzt, daß diese Punkte wirklich am äußersten Horizonte, das will eigentlich sagen, unendlich weit außerhalb der Erdoberfläche sind. Dieses macht, daß, wo man sich auch immer auf der gezeichneten Landschaft befindet, oder sich in Gedanken darauf versetzt, die aus dem Auge nach diesen Punkten gezogenen Linien allemal einen rechten Winkel bilden. Der Punkt D sey z. E. in Südost, so wird der andere Punkt B in Südwest seyn.

Man soll die Zeichnung durchaus die Gegend selbst vorstellen. Demnach müssen auch in der Zeichnung die beiden Punkte D, B in dem Auge des Zuschauers einen rechten Winkel bilden. Dieses bestimmt nun schon ziemlich genau, wie weit das Auge des Zuschauers von der Zeichnung entfernt seyn soll.

Nach einer der oben schon vorgetragenen Regeln, soll das Auge gerade vor dem Augenpunkte seyn. Nun ist in der Zeichnung der Augenpunkt in O. Zieht man demnach aus O die Linie OP gerade herunter, so, daß sie den Horizont AB senkrecht durchschneidet; so ist die Frage, auf der Linie OP einen solchen Punkt P zu finden, daß wenn man aus P gerade Linien nach D und B zieht, diese in P einen Winkel DPB von 90 Graden machen. Man weiß nun aus der Geometrie, daß man zu diesem Ende nur auf DB als auf einem Durchmesser einen halben Zirkel zu beschreiben hat, weil dieser halbe Zirkel die Linie OP in dem verlangten Punkte P durchschneiden wird.

Das Auge in P wird demnach, sowohl auf der Landschaft selbst, als in der Zeichnung derselben, die beiden Punkte D, B unter einem rechten Winkel sehen. In der Landschaft selbst, weil, wenn D in Südost liegt, B in

Südwest erscheint. In der Zeichnung, weil der Winkel DPB in der That 90 Grade hat.

Hieraus folgt nun, daß, wenn die Zeichnung die Landschaft dem Auge genau vorstellen soll, das Auge nicht nur gerade vor dem Augenpunkt O, sondern auch gerade so weit von demselben abstehen müsse, als die Linie OP lang ist. Diese Linie stellt demnach, so wie sie ist, das eigentliche Maaß der Entfernung des Auges von der Tafel oder der Zeichnung vor. Diese Entfernung des Auges von der Zeichnung gehört nun wiederum mit zur Einheit des Ganzen. Ein Gemälde, wo jeder Theil eine besondere Lage des Auges voraussetzt, ist ein bloßes Glückwerk. Es soll mit einem Anblicke übersehen werden können, und so müßte das Auge zugleich an verschiedenen Orten seyn, weil es an jedem Orte besonders nur einen Theil in seiner natürlichen Gestalt sehen würde.

Wenn man eine Zeichnung vornimmt, so ist diese Entfernung des Auges von der Tafel das, was gleich Anfangs mit dem Horizonte und dem Augenpunkte ein für allemal festgesetzt werden muß. Diese Entfernung muß bey solchen Zeichnungen, wo auch die kleinern Theile fein ausgemalt werden, gerade so groß seyn, daß man, wenn das Auge so weit von der Zeichnung weggehalten wird, auch solche kleinere Theile deutlich sehen kann. Demnach wenigstens 6, 8, 10 und auch etwas mehr Fulle. Die Auswahl, die man hiebey behält, richtet sich theils nach der Größe der Tafel, theils auch nach der Größe und Entfernung der Gegenstände. Nach der Größe der Tafel, weil die äußersten Punkte A, B in P höchstens einen rechten Winkel bilden müssen, dafern das Aug' in der gehörigen Entfernung von dem Augenpunkte das Gemälde mit einem Anblicke soll übersehen können. Nach der Größe und Entfernung des Gegenstandes, weil aus gleichem Grunde auch dieser nicht über 90 Grad scheinbare Größe haben

haben soll, und widrigen Falles einen entferntern Gesichtspunkt fordert, aus welchem er unter einem kleinern Winkel gesehen werden kann. Bey großen Gemälden wird aus eben dem Grunde an sich schon ein größerer Abstand des Auges von der Tafel erfordert, es werden aber auch gewöhnlich alsdann die kleinern Theile nicht fein ausgemahlt.

Um nun wieder zum Punkt P zurückzukehren, so merken wir an, daß alle aus diesem Punkte nach jedem Punkte des Horizonts und der Tafel gezogene Linien sich in P, unter ihren wahren Winkeln durchschneiden. In Absicht auf jede Punkte des Horizonts erbhellet dieses schon daraus, daß PO die Entfernung des Auges von der Tafel ist, und jede Punkte des Horizonts, so wohl auf der Tafel als in der Landschaft selbst, eben so wie die Punkte D, B unter ihren wahren Winkeln erscheinen müssen. Man kann demnach aus P, als aus einem Mittelpunkte einen Zirkel beschreiben, und denselben in Grade eintheilen, die von der Linie PO an, vor und rückwärts gezählt werden. Damit läßt sich nun der ganze Horizont in seine Grade eintheilen, weil man nur das Lineal an P und an jedem beliebigen Grad des Zirkels anlegen darf, um auf dem Horizonte den Punkt zu zeichnen, wo die Linie hintrifft. Nun läßt sich P auch als einen Punkt der Landschaft ansehen. Da nun z. E. die Linien DP, BP in P einen rechten Winkel bilden, so ist für sich klar, daß dieses auch von allen auf diesen beyden Linien liegenden Punkten der Landschaft gilt.

Wir haben uns bisher der rechten Winkel des Hauses C und der Gartenbetten bedient, um zu zeigen, wie daraus, und vermittelst des Augenpunktes O, der Punkt P, demnach auch der Abstand des Auges von der Tafel, gefunden werden können. Dieses wollen wir nun umkehren. Man setze, die Landschaft sey erst noch zu zeichnen. Man habe die Ufer des Stromes die damit parallelaufenden Gartenbetten um die eine Seite des Hauses C gezogen: so ist aller-

allerdings die Frage, wie der andere Punkt B gefunden werde, nach welchem die querlaufenden Wege des Gartens und die zweite Seite des Hauses gezogen werden müssen. Dieses hat nun keine Schwierigkeit. Denn bey Zeichnung einer Landschaft fängt man bey dem Horizonte AB, dem Augenspunkt O und dem Abstände des Auges OP an. Der Punkt P ist also voraus bestimmt. Aus P zieht man demnach PB nach dem Punkt B, nach welchem der Strom, die Wege im Garten und das Haus sich hinzieht, und welcher, wenn man eine Landschaft nach eigener Erfindung zeichnet, nach Belieben angenommen werden kann. Da nun die Winkel im Garten und an dem Hause 90 Grade haben sollen, so zieht man PB aus P dergestalt, daß DPB einen rechten Winkel macht. Auf diese Art wird der verlangte Punkt P bestimmt. Hat man den Horizont selbst in Grade eingetheilt, so darf man nur von D gegen B 90 Grade zählen, und man wird auf eben den Punkt B treffen.

Der Thurm E mag uns noch ein zweytes Beispiel geben. Die schattirte Seite desselben läuft in den Augenspunkt O; wie man dieses durch Anschlagen des Lineals an die Grundlinie, oder auch an die Fenster, leicht finden kann. Die Frage ist: wie die andere Seite gezogen werden soll? Man ziehe, wie vorhin, aus O in P eine gerade Linie OP, und auf diese die Linie PQ senkrecht, weil auch hier gesetzt wird, daß die Ecken des Thurms rechte Winkel haben sollen.

Da nun hier O der Augenspunkt ist, demnach die Winkel AOP, OPQ, beyde 90 Grade haben, so wird PQ mit dem Horizonte parallel. Damit aber müssen auch alle auf der vordern Seite des Thurms E horizontallaufernde Linien mit dem Horizonte AB parallel gezogen werden.

Diese Seite ist eben daher auch mit der perspectivischen Tafel parallel; und dieser Umstand macht, daß alles, was darauf gezeichnet ist, z. E. die Thüren und Fenster

ster, in Ansehung ihrer Höhe und Breite, ihre wahre Verhältniß behalten.

Man kann nun hinwiederum auch schließen, daß wenn, in einer in der That nach den Regeln verfertigten Zeichnung, Gebäude oder andere rechtwinklichte Gegenstände vorgestellt sind, und eine Seite mit dem Horizonte parallel läuft, die andere Seite, die mit der ersten einen rechten Winkel macht, in den Augenpunkt laufe. In solchen Fällen hat man daher ein sehr leichtes Mittel, den Augenpunkt zu finden. So z. E. sieht man in der vor uns liegenden Zeichnung sogleich, daß die vordere Seite des Thurms E sich nicht in die Ferne zieht, und eben daher mit der Tafel parallel ist. Man sieht auch ohne Mühe, daß die Fenster, die Grundlinie, und das Dach dieser Seite des Thurms, nicht bloß perspectivisch, sondern in der That parallel laufen, und eben so auch, daß sie mit dem Horizonte parallel sind, und keine Verkleinerung dabey statt hat. Aus allen diesen Gründen, und selbst aus jedem besonders, folgt der Schluß, daß auf der schattirten Seite des Thurms, alles was daran horizontal ist: die Grundlinie, die Gesimse der Fenster, das Dach, nach dem Augenpunkt O laufen müsse, und dieser folglich durch bloßes Anschlagen des Lineals gefunden werden kann. Indessen muß ich doch sagen, daß die Anwendung dieser Regel bey den meisten, von Maletta und Kupferstechern gezeichneten Landschaften fehl schlägt, nicht weil die Regel unrichtig ist, sondern weil gewöhnlich Dächer und Fenster durchaus mit dem Horizonte parallel gezogen sind, und man zuweilen nicht finden kann, nach welchem Punkte des Horizonts sie eigentlich laufen sollen.

Alles bisher gesagte, beruht nun noch ganz auf der Betrachtung des Horizonts, des Augenpunktes und des Abstandes des Auges von der Tafel. Aus diesen Stücken allein läßt sich nur die Theorie der Winkel, der Parallellinien und ihre Zeichnung herleiten. Es bleibt aber noch ein viertes Stück übrig, welches uns auch die

Ausmessung aller Linien erheben soll. Und dieses ist das, was man die **Höhe des Auges über der Grundfläche** nennt.

Damit hat es nun folgende Bewandniß: Wer auf dem Boden steigt, steht nicht weit um sich. Will man aber in die Ferne hinaus sehen, so wird jedem befallen, daß man auf das Dach, auf einen Thurm, oder auf einen Berg steigen müsse. So z. E. auf dem **Pico di Teneriffa**, der über 12000 Fuß hoch ist, sieht man auf 30 und mehr Meilen weit in die See hinaus. Eben dieses hat man nun auch bey der Zeichnung von Landschaften zu beobachten. Will man eine Aussicht vorstellen, wo, was auf der Ebene liegt, recht auseinander gesetzt ins Auge falle, so muß man den Gesichtspunkt nicht auf dem Boden, sondern 20, 30, 50 und mehr Fuß in der Höhe nehmen, zumal wenn man über alle auf der Ebene stehende Gebäude hinaussehen will. Man fängt aber im Steigen an, über die Gebäude oder andere Gegenstände hinauszusehen, wenn dieselben den äußersten Horizont nicht mehr bedecken. Alsdann ist man mit denselben in gleicher Höhe. Auf diese Art dient nun auch in gezeichneten Landschaften der Horizont, zu bestimmen: **Wie hoch der Augenpunkt dabey angenommen worden sey.**

So z. E. sieht man an dem Hause C, daß der Horizont genau über den Taglichtern der vordern Seite durchgeht. Daraus läßt sich nun ohne Mühe schließen, daß, um die Landschaft in der Natur so zu sehen, wie sie in der Zeichnung vorgestellt wird, das Auge vier Stockwerke hoch über den Boden des Gartens erhöht seyn müsse. Denn an dem Hause C machen die Zimmer unter dem Dache das vierte Stockwerk aus. Eben dieser Schluß läßt sich auch in Ansehung des Thurms E, und der hinter demselben jenseits des Stroms gezeichneten Gebäude ziehen, weil auch diese auf gleicher Ebene stehen. Wäre hingegen eines dieser Gebäude auf einer Anhöhe gezeichnet, so ist für sich klar, daß
man

man auch alsdann den Schluß auf die Höhe derselben würde machen können. Man sehe z. E. das Haus F wäre auf einer Anhöhe von 25 Fuß über der Ebene gebaut, so würde man vom Grunde des Hauses bis zum Horizonte nicht mehr 4, sondern nur 2 Stockwerke zählen. Hingegen würde man mehr als 4 Stockwerke zählen können, wenn das Haus niedriger stünde, als der Grund des Gartens, über welchen das Auge 4 Stockwerke, oder um es genau anzugeben, 50 Fuß erhöht ist.

Man sieht nun auch leicht, daß, wenn man die Fläche des Wassers im Strome als die Grundfläche annehmen wollte, die Höhe des Auges über derselben um etwa 3 oder 4 Fuß größer herauskommen würde. Denn die Treppe, so von dem Garten nach dem Wasser herunter geht, hat 5 Stufen, und der Waschplatz oder die Landung vor der Treppe mag auch noch als eine Stufe angesehen werden.

So weit nun die Ebene des Gartens auf der Zeichnung fortgeht, so weit läßt sich auch auf die Höhe der Gegenstände schließen. So z. E. sieht man leicht, daß die meisten Bäume doppelt größer seyn müßten, wenn sie bis an den Horizont reichen sollten. Man schließt also ohne Mühe, daß sie nur 20 bis 25 Fuß Höhe haben, und demnach gar nicht hoch sind. Hätte hingegen eine Fichte von 100 Fuß Höhe gezeichnet werden sollen, so würde vom Boden bis zum Horizonte nur die halbe Höhe gewesen seyn, die andere Hälfte hätte man nach eben dem Maße über den Horizont hinauf zeichnen müssen.

Man sehe nun z. E. der Thurm E sollte noch erst gezeichnet werden, so faßt man mit dem Zirkel von dem Punkte der Ebene, wo er aufstehen soll, bis zum Horizonte, die Distanz, trägt sie, wie es in G geschehen, *) ab, und theilt sie in so viel Füsse als die Höhe

*) In der gezeichneten Landschaft bey Sulzern (a. a. D. S. 562.) kommen die Buchstaben G, g, e, oder die damit bezeichneten Maße

be des Auges erfordert, das will hier sagen, in 50. Dieses ist sodann der Maasstab für die vordere Seite des Thurms. Nach demselben findet sich nun, daß die Thüre 7 Fuß, die Fenster 6 Fuß Höhe, beyde aber 4 Fuß Breite haben. Die Breite der vordern Seite des Thurms ist, auf eben dem Maasstabe genommen, von 25 Fuß, und die ganze Höhe 64 Fuß. Die andere Seite des Thurms kann der Höhe nach eben so gemessen werden. Da sie sich aber schmälert, weil sie sich in die Ferne zieht, so würde man zu jeder Verticallinie einen besondern Maasstab machen müssen. So z. E. würde für die Höhe der hintern Ecke, g der Maasstab seyn. Man kann aber, wenn auf der schattirten Seite nur die horizontallaufenden Fenstergesimse gezeichnet werden sollen, es bey dem Maasstabe G bewenden lassen. Denn nach diesem kann die Höhe der Fenstergesimse an der Ecke, wo beyde Seiten zusammen stoßen, aufgetragen und aus den Theilungspunkten Linien nach dem Augenpunkt O gezogen werden, weil die schattirte Seite nach diesem Punkt läuft.

Eben dieses ist auch bey dem Hause C zu bemerken. Es ist genug, wenn man sich für die Höhe der beyden Seiten gemeinsamen Ecke, einen Maasstab c zeichnet, und nach diesem die Höhe jeder Gesimse aufwärts trägt. Aus jeden Theilungspunkten zieht man sodann gerade Linien nach den Punkten des Horizontes B D, weil, wie wir oben gesehen haben, die Seiten des Hauses C nach diesen beyden Punkten

Maasse oder Scalen, überhaupt nicht vor. Nämlich die Maasstäbe selbst, und ihre Eintheilung, werden dort nicht vorgelegt, sondern es wird nur im allgemeinen erinnert. Man finde das Maas der Höhe aller Gegenstände über der Ebene (den eigentlichen Boden) der Zeichnung, wenn man von dem Punkte, wo sie aufstehen, bis an die Horizontallinie ein Perpendikel aufrichtet, und solches hier in 50 gleich theilte Theile oder Füsse eintheilt, und so als einen Maasstab braucht. So viel solcher Theile ein Gegenstand mißt, so viel Fuß hoch ist er auch. Ich habe hier die beyden ersten Maasse G g, für den Thurm E, und das letzte c für das Haus C, der Zeichnung beygefügt. S.

ten hinaus laufen. Auf diese Art ist demnach für die Bestimmung der Höhe jeder Gegenstände über der Grundfläche gesorgt. Die allgemeine Regel ist, daß, so weit die Ebene geht, von jedem Punkte derselben bis zum Horizonte, so viele Fuß müssen gerechnet werden, als die Höhe des Auges über der Ebene beträgt.

Zeichnet man nun Gegenstände auf Anhöhen, so muß man auf eben die Art Rechnung tragen, wie viel die Anhöhe selbst über der zum Grunde gelegten Ebene austrage, und so kann man sich immer wieder zurechte finden.

Wir werden nun auch um die Ausmessung solcher Linien bedacht seyn können, die sich in die Ferne ziehen, und wo folglich die Theile immer kleiner werden, je weiter sie gegen den Horizont hinaus liegen.

Hier müssen wir nun die Zeichnung mit der Sache selbst vergleichen. Wir wollen zum Beispiele die Linie ID nehmen, worauf von 10 zu 10 Fuß, Pfähle eingeschlagen sind. Die Linie zieht sich nach D hinaus in die Ferne, und die Theile darauf schmälern sich sehr sichtbar. Es ist aber ID nur die scheinbare Lage, die sie in der Zeichnung haben soll. Um nun ihre wahre Lage auf dem Felde zu bestimmen, braucht es nach dem gesagten weiter nichts, als daß man aus dem Punkte P gerade Linien nach D und nach dem Augenpunkte O zieht. Der Winkel DPO ist sodann, wie wir oben gesehen haben, das wahre Maas des Winkels DLO, und DLI läuft auf dem Felde mit DP parallel.

Man nehme nun auf DI einen beliebigen Punkt H, und durch diesen Punkt ziehe man die Linie iHK mit PD wirklich parallel, so werden diese beyden Linien iHK, PD diejenigen seyn, die man durch die Punkte P, H nach der Gegend I ziehen müßte, wenn man statt des perspectivischen Aufrisses, einen geometrischen Grundriß von der Gegend

Gegend machen, und darinn die Punkte PH in der Distanz und Lage, wie sie in der Figur sind, beybehalten wollten.

Der Maasstab zu diesem Grundrisse würde nun eben derjenige seyn, welchen man gebrauchen müßte, um auf dem Punkte H ein **aufrecht stehendes Objekt** zu zeichnen, und dessen Höhe zu bestimmen. Da demnach die Höhe des Auges 50 Fuß beträgt, so wird die Distanz von H bis zum Horizonte in 50 Fuß getheilt, und damit der Maasstab verfertigt, womit die Linie iHK ausgemessen werden kann, so wie dieses in der Figur von 10 zu 10 Fuß wirklich geschehen.

Nun braucht es, um die Linie ID perspectivisch von 10 zu 10 Fuß einzutheilen, weiter nichts, als daß man durch jede Theilungspunkte der Linie iHK gerade Linien nach P ziehe, wie es z. E. bey liP geschehen ist; und so wird die ganze Linie ID, so weit man es verlangt, eingetheilt. Denn die Winkel in P haben in der perspectivischen Zeichnung eben die Größe, die sie im Grundrisse haben. Auf gleiche Art verfährt man auch in Ansehung jeder Linie, die horizontal sind, und in irgend einen Punkt des Horizonts hinauslaufen.

Es ist aber, wenn man eine von solchen Linien eingetheilt hat, die Eintheilung aller damit parallelaufenden Linien, so gut als gefunden. Ich habe, um dieses zu zeigen, eben deswegen die Linie ID gewählt. Sie läuft, wie man sieht, mit der vordern Seite des Hauses C, und mit dem Wege im Garten in eben denselben Punkt des Horizontes, und ist demnach mit denselben parallel. Ferner habe ich auf iD den Punkt H deswegen zum Anfange der Zählung genommen, weil die Punkte HB mit der Gartenmauer in gerader Linie liegen, und damit IHB einen rechten Winkel vorstellt.

Sollen die längst dem Strome laufenden Wege des Gartens, so wie die Grundlinie des Hauses in beliebige Theile

Theile getheilt werden, so ist der Maasstab dazu auf ID bereits gezeichnet, und es braucht weiter nichts, als daß man an jede Theilungspunkte auf ID, und an den Punkt B das Lineal anschlage, um bemeldte Wege und Grundlinie des Hauses C einzutheilen, oder auch hinstwiederum dieselben auszumessen.

So z. E. wenn man das Lineal an B, und an die Grundlinie der schattirten Seite des Hauses C anschlägt, so schneidet es auf dem Maasstabe ID 60 Fuß ab. Dieses ist demnach die Breite des Gartens, von dem Hause an bis an die Gartenmauer. Der Grund von allem diesem liegt in dem bekannten Satze, daß Parallellinien andere Parallellinien so durchschneiden, daß die abgeschnittene Theile gleich sind. Dieser Satz gilt von perspectivisch gezeichneten Parallellinien wie von geometrischen, nur mit dem Unterschiede, daß bey jenen die abgeschnittenen Theile nicht in der That gleich sind, sondern nur gleiche Theile vorstellen. Denn eben deswegen sind sie perspectivisch.

Andere Mittel zur Eintheilung der in die Ferne laufenden Horizontallinien, und auch solcher, die nicht horizontal sind, sondern sich schief in die Höhe oder in die Tiefe ziehen, giebt es mehrere. Sie setzen aber Kenntnisse und Beweise voraus, die man in Schriften, welche ausführlich davon handeln, nachsehen muß. Hier war die Absicht nur, die Leser mit den ersten vornehmsten und brauchbarsten Grundregeln der Perspectiv bekannt zu machen, so fern diese aus ganz gemeinen Begriffen und mit Vorlegung eines gezeichneten Beyspiels, erdriert werden konnten.

Da sich indessen in der Zeichnung noch das Bild der beyden Gartenhäuschen im Wasser spiegelt, so giebt dieses einen Anlaß, noch von der Zeichnung solcher Bilder etwas beyzubringen. Daß die Seiten dieser Bilder, so wie

Die von den Häuschen selbst nach den beyden Punkten DB laufen, ist oben bereits erinnert worden. Es ist demnach nur noch um die Bestimmung der Tiefe zu thun. Diese ist aber nichts anders, als die Höhe über dem Wasser, unterwärts getragen. Und dieses Herabtragen konnte desto leichter geschehen, weil das Ufer ganz vertical ist, und die vordere Seite der Häuschen am Rande steht.

Will man hingegen entscheiden, ob von dem Hause C etwas im Wasser zu sehen ist, so bemerke man erstlich, daß das Wasser 4 Fuß tiefer liegt, als der Boden des Hauses. Man nehme auf dem Maasstabe c 4 Fuß, und trage sie von dem Boden des Hauses an der gemeinsamen Ecke (wozu der Maasstab gezeichnet worden) herabwärts, so kommt man auf eine mit der Fläche des Wassers gleiche Tiefe. Aus diesem Punkte fasse man mit dem Zirkel die Höhe des Hauses bis an das Dach, und trage sie gerade unterwärts, so kommt man gerade bis an den untern Rand vom Bilde des Ufers. Demnach wird das Bild des Hauses bis an das Dach von dem Bilde des Ufers bedeckt, so daß nichts davon im Wasser gesehen werden kann. Vom Giebel des Daches hingegen findet sich auf eine ähnliche Art, daß etwas wenig zu sehen ist, welches aber, weil ehnehin das Haus weiter vom Ufer wegsteht, in der Zeichnung weggelassen worden ist.

Noch bleibt etwas wenig vom Schatten zu sagen. Man setze z. E. die Sonne wäre über dem Punkte D in der verlängerten Linie K, so sieht man leicht, daß KH einen Stral der Sonne vorstellt, und den Schatten des Punktes M in H wirft. Denn die horizontale Strecke des Schattens DH durchschneidet die Ecke des Thurms am Fuße. Und damit ist H der Punkt, wo der Sonnenstrahl KMH mit der Strecke des Schattens zusammentrifft, der Schatten des Punktes M. Dieses wird übrigens nur als ein Beispiel angeführt, woraus man schließen kann, wie die Schatten zu bestimmen sind. Denn die in der Zeichnung angebrachte
Schat-

Schattirung setzt voraus, daß das Sonnenlicht über A weit außer der Tafel gesetzt worden. Es steht auch selten gut, wenn die Sonne auf der Tafel selbst gesetzt wird.

II.

Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung
auf das Lombre-Spiel von G. S. Klügel,
Prof. zu Halle.

1. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist häufig auf Spiele angewandt; allein man hat, so viel ich finde, das Lombre übersehen. *Moiivre* hat über das damit verwandte Quadrille sechs Aufgaben aufgelöst, daher ich mich wundere, daß er nichts über das Lombre beygefügt hat. In *Biquilleten's* Rechnung des Wahrscheinlichen ist kein einziges Beispiel vom Lombre hergenommen. Einen einzelnen Fall aus diesem Spiele hat *Hr. Kästner* in seiner *Analysis* endlicher Größen, S. 741. ff. berechnet. Das Lombre, welches sich bey allem Wechsel der Mode immer erhält, verdient wirklich auch durch die Fälle von Erwartungen, die dabey vorkommen, daß ein Rechner sich damit beschäftige. Geübte Spieler wissen zwar die Erwartungen aus vielfältiger Erfahrung zu schätzen, und nach individuellen Umständen zu beurtheilen; inzwischen wird es einigen angenehm seyn, die bestimmten Maaße der Erwartungen zu erfahren. Es mag auch zur Erhaltung guter Laune beytragen, wenn sie lernen, wie viel sie von dem Zufall erwarten können, damit sie das Geschick nicht unverdienter Weise anklagen. Uebrigens mag es einem, der nicht Lombre zu spielen pflegt, vergönnt seyn, mit dem Lombre zu spielen.

2. Zum Verständniß der folgenden Rechnungen hat man den combinatorischen Satz nöthig, daß die

