

**Joh. Heinrich Lamberts**  
ehemaligen Königl. Preußl. Oberbaurathes und ordentl.  
Mitgliedes der Königl. Academie der Wissenschaften  
zu Berlin etc.

deutscher gelehrter  
**Briefwechsel**

---

---

Herausgegeben

von

**Joh. Bernoulli**

der nämlichen Academie der Wissenschaften ordentliches und  
mehr andern außerordentliches Mitglied.

---

**Fünfter und letzter Band.**

Mit 4 Kupfertafeln.

---

Preis: 1 Rthl. 12 Gr. Sächs. conv. Geld.

---

---

Berlin, bey dem Herausgeber und bey Franz  
de la Garde.

Leipzig, bey G. E. Beer.

1787.

Math 136.1.2

✓ \*



**Joh. Heinrich Lamberts**

ehemaligen Königl. Preuß. Oberbaurathes und ordentl.  
Mitgliedes der Königl. Academie der Wissenschaften  
zu Berlin 2c.

deutscher gelehrter  
**Briefwechsel.**

---

Herausgegeben

von

**Joh. Bernoulli**

der nämlichen Academie der Wissenschaften ordentliches  
und mehr andern ausserordentliches Mitglied.

---

• Des fünften und letzten Bandes  
erster Theil.

---

Berlin, bey dem Herausgeber.

Leipzig, in der Buchhandlung der Gelehrten.

1785.

Preis: 16 Gr. Sächs. Conv. Geld.

HARVARD COLLEGE LIBRARY  
JACKSON FUND  
June 17, 1924

---

# V o r b e r i c h t.

---

Eine Aufhaltung, die ich nicht voraussehen konnte, und deren ich nicht schuldig bin, hat die Herausgabe dieses Theiles verzögert, und also kann jetzt Lamberts deutscher gelehrter Briefwechsel noch nicht ganz geschlossen werden, wie ich im Vorberichte zum IVten Bande hoffen ließ. Ohne dies kann ich mich nicht rühmen, viel beträchtliches für den zweenen, den Supplementen, Berichtigungen &c. des ganzen Briefwechsels gewidmeten Theil des Vten Bandes erhalten zu haben. Nur zum ersten Band sind mir erhebliche Anmerkungen von einem seiner Zeit zu nennenden gefälligen und tiefforschenden Philosophen zu gekommen; fast alles übrige ist schon längst in meinen Händen. Ich wiederhole demnach die in jenem Vorberichte S. III und IV. geäußerte Bitte, und ersuche die Gönner und Freunde, welche derselben Gehör geben wollen, längstens bis nächste Michael, ihre Beyträge gütigst einzusenden.

Inzwischen ist denn doch der eigentliche deutsche Briefwechsel des großen Lamberts, so viel als ich davon geben und der gelehrten Welt nützlich seyn konnte, nunmehr ganz abgedruckt, und gegenwärtiger letzte Theil desselben ist wohl nicht der unerheblichste, ob man gleich einen vielleicht allzu einförmigen Inhalt, verschiedene sachenleere Stellen und einige Wiederholungen darin bemerken wird. Er betrifft fast lediglich die Construction bequemer Tafeln zur Auffindung der Theiler und Factoren zusammengesetzter Zahlen. Nach manchen Ereignissen, wovon man schon in den vorhergehenden Bänden Proben gesehen hat, schreibt Lambert selbst zu Ende seines letzten Briefes an Herrn Rosenthal (S. 30): „die Sache dürfte künftig in der Geschichte der Mathematik einen ziemlichen Raum einnehmen.“ Diese Worte und die Betrachtung, daß die besondere Geschichte dieser Sache und ihrer Vorfälle wirklich einen Raum in der Geschichte der Mathematik verdienet, haben mich bewogen, die hiezu dienlichen Briefe und Belege sorgfältiger zu sammeln und ausführlicher zu liefern, als ich sonst würde gethan haben: indem ich das, was man ohne diese Rücksicht daran aussetzen möchte, gar wohl einsehe.

Bon

---

Von den Herren Correspondenten, die in diesem Theile auftreten, wird nur wenig vorzuberichten seyn. Hr. von Stamford soll gegenwärtig als K. Preuss. Ingenieurshauptmann zu Potsdam sich aufhalten, und Beschäftigungen von der Art derjenigen, die ihn mit Lambert in Connexion brachten, ganz aufgegeben haben. Herr Gottfr. Erich Rosenthal, seit 1783 Sachf. Gothaischer Berg-Commissarius, aber gewöhnlich in der Reichsstadt Nordhausen wohnhaft, hat sich seit einigen Jahren vorzüglich durch seine meteorologischen Schriften berühmt gemacht \*). Hr. Anton Fekkel  
a 3 war

\*) Dies ist schon in dem IV. B. a. d. II 7 S. bemerkt: zugleich aber etwas falsches berichtet worden, das man auf der 16 S. des ersten, schon im Julius v. J. abgedruckten Bogens dieses V. B. wiederholen findet. Hier ist die Berichtigung aus Hrn Rosenthals Briefen an Se. Hochgräfl. Gnaden, den Herrn Graf von Borke über die wichtigsten Gegenstände der Meteorologie, nebst Beylagen. Erster Heft. Leipzig u. Nordhausen 1784. in 4. Hr. R. schreibt in dieser Schrift a. d. 4ten S. „Da ich eben anjeho einige Resultate dem Hrn. L. R. Lichtenberg im goth. Magazin überschicket, welche ich aus denen  
„Man-

war sonst Lehrer an der Normalschule in Wien, und hatte schon, ehe er die Bearbeitung

„Manheimer Ephemeriden von 1781 gezogen habe, aber nicht, wie der Herr Prof. Bernoulli auf der 117 S. obgedachten Briefwechsels (Lamberts mit Selbiger) zu sagen mir die Ehre anthut, daß ich als ein besoldeter Mann diese Resultate herausgeben würde, sondern ich habe mich dieser Arbeit bloß zu meinem Vergnügen unterzogen, wie solches Ew. Hochgebobrnen mehr als zu bekannt, so will ich u. s. w.“ — Mehr als zu bekannt! und gleichwohl eben von unserm gelehrten und werthen Grafen von Borke, von ihm selbst, von ihm, der mit Hrn. Rosenthal in der genauesten freundschaftlichen und meteorologischen Verbindung stehet, hatte ich die von mir ausgebreitete falsche Nachricht: man lese folgende Stelle aus des Hrn. Grafen v. Borke Brief an mich, vom 26ten Jun. 1783.

— „Mein Freund Rosenthal ist jetzt durch die Vermittelung des Herzogs von Gotha und des Erfurter Statthalters, des Freiherrn von Dahlberg, bey der Manheimer Academie untergebracht, und erhält 500 Rthl. für die Bearbeitung der meteorol. Beobachtungen, welche diese Academie anstellen läßt, indem er die Resultate daraus ziehen soll, um denselben ein rosenthal. Kleid zu geben — eine mühselige Arbeit! Ferner erhält



ung einer Factorentafel unternahm, einige mathematische Schriften im Druck ausgegeben;

a 4

ben;

erhält er von dem Herz. von Gotha und dem von Weimar, von einem jeden 100 Rthlr. für die Direction der meteorologischen Arbeiten in ihren Landen. Wie unzufrieden wird nicht mancher Gelehrte seyn, daß er mit seinen Beobachtungen vor Rosenthal die Musterung passiren soll. Wie freue ich mich aber, daß dieser würdige Man nun auf einmal aus seiner Noth gerettet ist; denn er war, ungeachtet seines Fleißes in dürftigen Umständen. Ich gab mir alle Mühe, ihn in Berlin durch Recommendation meiner Freunde unterzubringen: aber es war leider vergeblich. — Die Mainzer Akademie der nützlichen Wissenschaften zu Erfurt, hat mir auch die Ehre erzeiget, und mir das Diplom als Mitglied zugeschickt. Ich bin es meinen Freunden Planer und Rosenthal schuldig, die mich auf dem Tage der Akademie am 2ten May c. in Vorschlag gebracht haben. — Nun, hoffe ich, werden sich alle Umstände dahin vereinigen, daß mein Freund Rosenthal durch Unterstützung und Beobachtungen wird in den Stand gesetzt werden, der barometrischen Höhemessung, eine völlige mathematische Gewißheit und Zuverlässigkeit zu geben, welches er gewiß zu leisten, alle mögliche Geschicklichkeit besitzt."

Nun

ben; ist ist er Director der gräf. Thun'schen  
Armenschulen in Böhmen.

Den weit erheblichsten Antheil an diesem Bändchen hat Herr Carl Friedrich Hindenburg, der seit der Zeit seiner Corresponden-

Nun lasse ich einen jeden urtheilen, ob nach so umständlichen Nachrichten vom Freunde Rosenthal, ich nicht alle Ursach hatte, ihn für besoldet zu halten? das mögen nun diese zwey Freunde mit einander ausmachen, und mir werden sie, hoff' ich, die Bekanntmachung dieser Nachrichten, verzeihen; möchte wenigstens meine Freymüthigkeit die glückliche Folge haben, daß der verdienstvolle Rosenthal, zu einem reellern Einkommen gelange, als ich ihm angewiesen habe, — und daß die unerfahrenen Winkeltadler (ich meyne nicht Hrn. K.), die einem Schriftsteller jede irrige Nachricht hoch aufmessen, aus einem neuen Beispiel sich überzeugen, wie höchst schwer es ist, in irgend einer Sache etwas glaubwürdiges zu vernehmen.

Zum Schluß und als etwas, das Lambert's Briefe näher betrifft, muß ich noch anzeigen, daß in eben erwähnten Rosenthal'schen Briefen an den Grafen v. Yorke brauchbare und erhebliche Anmerkungen und Berichtigungen zum Iten Theil des IVten Bandes von Lambert's Briefwechsel, in Absicht der für jeden Ort zu bestimmenden mittleren Barometerhöhen, vorkommen.

respondenz mit Lambert erst außerordentlicher hernach ordentlicher Professor der Philosophie in Leipzig geworden; dessen Ruhm durch vortrefliche Schriften sich je mehr und mehr ausgebreitet hat, und den ich ganz Deutschland als einen seiner scharfsinnigsten Mathematiker dieses Jahrhunderts verehret. Die vieljährige Zuneigung und Freundschaft, mit welcher dieser auch durch seinen moralischen Character so würdige Mann mich beglückt, verbietet mir, obschon in bekannten Thatsachen aller Verdacht der Partheylichkeit wegfallen sollte, mehr zu seinem Lobe zu sagen: ohnehin ist er durch seine überwiegende Verdienste weit über meine weniggeltende Stimme erhaben; meinem eigenen Herzen aber konnte ich das Vergnügen nicht versagen, wenigstens einmal ihm ein geringes öffentliches Denkmal meiner innigsten Hochachtung, Liebe und Dankbarkeit zu stiften.

Uebrigens haben auch unsere Leser bey meiner engen Verbindung und anhaltendem Briefwechsel mit Hrn. Hindenburg gewonnen: denn ich bin dadurch veranlaßt worden, mit ihm über seine mit Lambert gewechselten Briefe zu correspondiren, und ihm diesen dritten Abschnitt vor dem Abdruck zur Revision mitzutheilen; daher sind

---

die zahl- und lehrreichen, mit Buchstaben  
bezeichneten Noten entstanden, die mein  
Freund mit viel Gefälligkeit und Zeitauf-  
opferung unter den Text gesetzt hat; daher  
ferner die Bekanntmachung des Xten Brie-  
fes, davon das Original in Lamberts Pa-  
pieren nicht vorhanden, der Entwurf aber  
noch bey Hrn. Hindenburg war; daher die  
Benlagen zu diesem Briefe, die mir sonst  
wären unbekannt geblieben; und daher end-  
lich ein guter Theil meines Nachtrages.

Berlin, den 4. April 1785.

Joh. Bernoulli.

---

Nachschrift. Da öftere Nachfrage nach  
dem 2ten Band von Lamberts logischen  
und philosophischen Abhandlungen geschie-  
het, so ergreife ich diese Gelegenheit, anzuzeigen,  
daß er nun von demselben gründlichen Philoso-  
phen, der den ersten Band in Ordnung gebracht,  
zum Druck ausgefertigt wird, und ich diesen  
Band in Kurzem unter die Presse geben werde:  
so daß ich glaube, ihn auf Neujahr oder Ostern  
1786 versprechen zu können.

---

Inhalt

---

# Inhalt

## des fünften Bandes ersten Theiles.

---

### Erster Abschnitt.

#### Lamberts, von Stamfords und Rosenthals Briefe.

##### I. Brief. von Stamford an Lambert. Jfeld, den 10 May 1774. S. 3

Nachricht von seiner vergeblich gewordenen Berechnung 1000 hyperbolischer Logarithmen bis auf 20 Decimalstellen. — Bitte, ihm eine andere ähnliche Arbeit vorzuschlagen.

##### II. Lambert an Stamford. den 18 May 1774. — — — 5 (alle Briefe von Lambert sind aus Berlin.)

Von dem bisherigen Erfolge seiner Einladung zur Berechnung mathematischer Tafeln; L. schlägt Hrn. v. St. vor, in der schon berechneten Oberreitschen Factorentafel, die Lücke von 72000 bis 100000 auszufüllen, und diese Tafel von 504000 bis 1 Million fortzusetzen.

III.

III. v. St. an L. Jlfeld, den 24 May 1774. — — — S. 8

Nimmt den Vorschlag an, und begehrt nur einige Erläuterung.

IV. L. an St. den 7 Jun. 1774. — — — 10

Bestimmte Definition einer Factorentafel, und des Unterschiedes von Factor und Theiler. — Anleitung zu der Hrn. v. St. vorgeschlagenen Arbeit.

V. v. St. an L. Jlfeld, den 2 April 1775. 15

Anzeige, daß die erwähnte Lücke nun schon ausgefüllt sey, und daß er, wegen einer Veränderung in seiner Lage, die übrige Arbeit mit Hrn. Rosenthal in Nordhausen, theile.

VI. v. St. an L. Halberstadt, den 23sten Jul. 1775. — — — 18

Einige Wiederholungen des vorigen. Beyspiel von einer Methode des Herrn H. Rästner, um sich der Briggischen Logarithmen zu bedienen, in allen Fällen, wo man die hyperbolischen nöthig haben könnte.

VII. L. an St. den 12 Aug. 1775. — — — 20

Uebersendung einiger Tabellen zum Behufe der fortzusetzenden Factorentafel. — Wie die obgedachte Rästnerische Methode noch genauer kann vorgetragen werden: mit Beyspielen erläutert.

VIII. L. an Rosenthal, ohne Datum. 24

Mittheilung der erschienenen Nachricht von einer zu Wien von Hrn. Jelfel herauszugebenden

benden Factorentafel von 2 Millionen, und Vorschlag einer zu treffenden Abrede, um diese mit der von den Herren von Stamsford und Rosenthal übernommenen zu verbinden. —

**IX. Rosenthal an L. Nordhausen, den 6 Merz 1776. — S. 26**

Nachricht, daß Herr v. St. wegen fränklicher Umstände die Factoren-Berechnung ganz aufgegeben und ihm überlassen habe; daß von den zuerst übernommenen, von 750,000 bis 1000,000, vieles schon fertig, und er gerne, um keine vergebliche Arbeit gethan zu haben, sich mit Hrn. Sefkel einverstehen würde.

**X. L. an R. den 30 Jul. 1776. — 27**

Klagen über des Hrn. Sefkels außerordentliche Zurückhaltung. — Rath, bis auf weitere Auskunft die Factorenarbeit liegen zu lassen.

**XI. L. an R. den 13 Aug. 1776. — 30**

Ein neuer Vorfall: in Leipzig wird eine Factorentafel bis 5 Millionen angekündigt; L. überschieft die hievon gedruckte Nachricht, mit einigen Bemerkungen.

## Zweiter Abschnitt.

### Lamberts und Fekels Briefe.

- I. Brief. Fekel an Lambert, den 15ten  
Jenner 1776. — S. 33

(Alle Fekelschen Briefe aus Wien.)

Nachricht, daß er eine Tafel aller Factoren der durch 2, 3 u. 5 nicht theilbaren Zahlen, von 1 bis 144000, entworfen, und wichtige Vortheile zu Berechnung solcher Tafeln entdeckt habe, auch Willens sey, jene noch viel weiter auszuführen. — Beyläufig auch von einem Theorem zur Berechnung der Cubiczahlen.

- Beylage. Nachricht (von Hrn. Fekel). 41

Es ist ein Entwurf zu einer Subscriptionsanzeige für die obgedachte Tafel von 1 bis 144000, mit Bemerkung des Nutzens einer solchen Tafel; auch etwas von der aus Stäben bestehenden Maschine, mit welcher Hr. F. seine Berechnung anstellet.

- II. F. an L. den 3 Febr. 1776. — 44

Wiederholtes Elogium seiner Arbeit, und Bitte, sie zu unterstützen. — Hr. F. übersendet auch, nunmehr gedruckt, seine obige Nachricht, die aber verschiedene Zusätze erhalten hat, welche in Noten angezeigt werden: unter andern, was die Rechenmaschine betrifft.

- III. L. an F. den 12 Febr. 1776. — 51

Antrag, die zweyte Million zu berechnen, weil es für die erste überflüssig. — Bitte,

um



um nähere Erläuterung. — Billet vom  
Hrn. de la Grange, dem Hrn. J's Aeuße-  
rungen auch noch räthselhaft sind.

IV. J. an L. den 21 Febr. 1776. S. 53

Er scheint L's Antrag anzunehmen; füh-  
ret Zeugen der Richtigkeit seiner Methode  
an, ohne sie näher zu erklären; zeigt einen  
Fehler in Lamberts Factorentafel. u. a. m.

V. L. an J. den — März 1776. — 57

Schlägt Zeugnisse von Hrn. J's Glaubwür-  
digkeit aus, und dagegen Mittel vor, seine  
Berechnungen auf die Probe, wie auch fort-  
zusetzen; zeigt sich sehr bereitwillig, seine  
Arbeit zu empfehlen; rath an, vor der  
Hand die Tafel von 1 bis 144000 heraus-  
zugeben. &c.

VI. J. an L. den 30 März 1776. — 62

Giebt die Vortheile seines Planes an, um  
darzuthun, daß sie gröffer und zahlreicher  
seyen, als die von L. angegebenen. —  
Wünscht sein Wort, die erste Million an-  
dern zu überlassen, zurückzunehmen &c.

VII. J. an L. den 24 April 1776. — 70

Zeigt an, daß durch Anpreisung seiner Gönn-  
er, des Kayfers Maj. bewogen worden,  
einen Vorschuß zur Unterstützung seines  
Werkes zu bewilligen, und daß nun auch  
aus diesem Grunde eine Gemeinschaft mit  
andern unterbleiben müsse; er werde die er-  
sten 2 Millionen nächstens drucken lassen. &c.

VIII. J. an L. den 24 Jun. 1776. — 73

Klage über L's Stillschweigen. — Nach-  
richt von dem Fortgange seines Werkes. —

Antrag,

Antrag, den wichtigsten Theil des zu demselben zu verfertigenden Vorberichtes zu übernehmen. — Beilage einer lateinischen neuen Ankündigung vom 10 Junii und Subscriptions-Eröffnung sowohl auf die Factorentafel, als auf die Maschine zur Berechnung derselben.

IX. L. an S. den 13 Aug. 1776. — 81

Er giebt sein Mißfallen zu erkennen, daß Herr S. sein Versprechen wegen der ersten Million zurückgenommen; und überschickt die neulich bekannt gemachte Ankündigung einer von Hrn. Hindenburg in Leipzig versprochenen Factorentafel.

X. S. an L. den 10 Sept. 1776. — 82

Einwendungen wider die Hindenburgsche Nachricht; und Uebersendung seiner neuen „Nachricht, von einer Tafel, welche alle „Factoren aller Zahlen, von 1 bis 1 Million, dann einer andern, welche alle Factoren aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen enthält, von 1 bis 10 Millionen, „als ein Vorbericht zur ausführlichen Beschreibung der neuen Factorentafeln und „ihrer Berechnungsart,“ worinn unter andern sämtliche Beförderer seines Unternehmens in Wien, auftreten: insbesondere zwey starke Mathematiker, Herr General von Schröder und Herr Prof. Baur; und übrigens das Werk gehörig empfohlen, sein vielfältiger Nutzen gezeigt wird, u. s. w.

XI. S. an L. den 8 Novemb. 1776. — 106

Er überschickt den ersten Theil seiner Factorentafeln, und die Beschreibung seiner Maschine:

schine: mit welcher er in einer Stunde 500 Zahlen mit allen Factoren abzufertigen im Stande sey zc. — Theilet auch eine Nachricht mit, von einem in Wien erfundenen künstlichen Uhrwerke.

XII. S. an L. den 22 Novemb. 1776. S. 110

Dieser Brief hat den vorigen begleitet, und enthält einen Nachtrag, unter andern: eine ziemliche Anzahl Verbesserungen von Druckfehlern in seiner Tafel; einen neuen Vorschlag zur Einleitung des Hauptwerkes etwas beizutragen; eine Nachricht von jemand, der die Berechnung der Logarithmen aller Primzahlen bis 1 Million auf 15 Decimalstellen übernehmen will, u. a. m.

XII. (lies XIII.) L. an S. den 12 Dec. 1776. 114

L. dankt für das überschickte, und sagt nun, was er gleich anfangs würde gesagt haben, wenn es Hrn. S. beliebt hätte, früher nähere Auskunft zu geben: nämlich, daß er die Anordnung der Tafel (nach den 8 Eulerschen Ordnungen) sehr gut getroffen, und in der Combination und dem Gebrauch der Buchstaben (denn die Feltelsche Tafel bestehet nicht aus Zahlen sondern aus Buchstaben) viel sinnreiches finde: daß aber wirkliche Zahlen, auf alle Weise den Vorzug verdient hätten, und die Tafel nicht merklich würden ausgedehnt haben. Er gesteht nun auch, daß die Feltelsche Arbeit mit anderer ihrer sich nicht konnte vereinigen lassen. — Die Maschine findet L. ebenfalls gut ausgedacht. — Zum Vorberichte vom Gebrauch der Tafeln giebt er einige Data an. — Von Hrn. Lindenburgs Beschreib. einer

ganz neuen Art. u. macht er eine kleine Recension und redet endlich noch von den Factorenrechnern, die auf seine Veranlassung sich mit dieser Arbeit abgegeben hatten: (den Herren Oberreit, v. Stamford und Rosenthal). — Zuletzt noch ein Billet vom Hrn. de la Grange, welcher in dem Gebrauch der Stäbe der Maschine Schwierigkeiten findet, die ihm die angerühmte Geschwindigkeit der Berechnung verdächtig machen.

### Anhang des Herausgebers.

— 121

Da man in dem vorhergehenden obschon wortreichen Briefwechsel keinen deutlichen Begriff von Hrn. F's Erfindung, Verfahren und herausgegebenen Werke sich machen könne, so sey ich willens gewesen, dies in einem Anhange zu ersetzen, welche Arbeit aber, durch die Briefe IX und XI. und die 2 Beylagen zum letzteren, im folgenden Abschnitte entbehrlich geworden — Ferner: daß, nachdem man einige Jahre hindurch nichts mehr von Hrn. F's Bemühungen in dieser Sache vernommen, er im vorigen Jahr 1784. die Bekanntmachung derselben auf's neue sich habe angelegen seyn lassen; und daher, nachdem er vergeblich einen Verleger gesucht, eine neue Subscription mit einer vom 9ten Oct. 1784 datirten „Nachricht von den wiederauflebenden Fekelschen „Factorentafeln; den Abdruck der ersten „Million u. f. und die Fortsetzung der Berechnung von 2016001 an, bis 10 Millionen, betreffend,“ eröffnet habe. — Diese Nachricht wird S. 123 — 131, mit den darinn enthaltenen Beyspielen und Tabellen ganz eingerückt, weil der Inhalt einiger-

maassen

maassen deutlicher und wichtiger ist, als alles vorhergehende, und zugleich zeigt, in wie ferne Hr. S. die Einrichtung seiner Tafel abgeändert hat, um sie den Käufern annehmlicher zu machen.

Nun gebe ich ferner

S. 132

Auszüge aus 2 Briefen des Hrn. Sellkels an mich: sie betreffen auch sein Werk, besonders die günstige Beurtheilung und Unterstützung desselben, von Seiten der hiesigen Akademie der Wissenschaften. — Aus dem zweyten, aus Prag (wo Hr. S. sich anjetzt aufhält) vom 24 Jan. 1785. wird bemerkt, daß Hr. S. eine Zeit her sich mit den periodischen Decimalbrüchen beschäftigt, und in dieser Materie neue und nützliche Entdeckungen gemacht zu haben scheint. — Aber auch hier zeigte sich wieder die Zurückhaltung, die unter gemeinschaftlichen Arbeitern am Fortgange der Wissenschaften nicht Statt finden sollte, und die es Lambert und Zindenburg, wie mir, unmöglich machte, ihm alle die Schonung zu zeigen, die man einem übrigens in vieler Rücksicht so schätzbaren Manne gerne erwiesen haben würde.

## Dritter Abschnitt.

### Lamberts und Hindenburgs Briefe.

- I. Brief. Hindenburg an Lambert, den  
3 Aug. 1776. — 137

(Alle Hindenburgschen Briefe sind aus  
Leipzig.)

Er überschiebt seine, unter dem Namen des  
Hrn. Buchhändler Crusius in Leipzig her-  
ausgegebene Ankündigung einer Tafel der  
kleinsten Theiler aller Zahlen bis auf 5 Mil-  
lionen. — Die Bekanntmachung dieser  
Nachricht ist durch die Felskischen Ankündi-  
gungen beschleuniget worden. — Herr S.  
verspricht nur die kleinsten Theiler, um die  
Tafel weiter fortzusetzen, und weil einge-  
schränktere Tafeln mit allen Factoren schon  
in L's Händen sind. — Von Herrn von  
Schönbergs Berechnungen der Quadrat-  
und Cubiczahlen, in Beziehung auf einen  
im 2ten B. dieses Briefwechsels eingerückten  
Brief.

- Beilage. „Nachricht von einer Tafel der  
„kleinsten Theiler aller durch 2, 3, 5  
„nicht theilbaren, zwischen 1 und 5 Mil-  
„lionen fallenden zusammengesetzten  
„Zahlen, nebst beigefügter Primitafel  
„auf so weit.“ — 142

(Einen Zusatz zu dieser Nachricht findet  
man a. d. 238 S.)

- II. L. an S. den 13 Aug. 1776. — 151  
Berichtet, was bisher mit Herrn Felskel  
vorgegangen, und, obschon mit einigem Un-  
willen,

wissen, daß sich in Deutschland nicht gemein-  
schaftlich arbeiten läßt, ermuntert er Hrn. S.  
sein Unternehmen auszuführen. — Anpreisung  
der Berliner Sammlung astronom.  
Tafeln.

III. S. an L. den 17 Aug. 1776. S. 155

Daß mittelst seiner vorbereiteten Zahlenbo-  
gen, Patronen &c. wenigstens eben so ge-  
schwind kann gerechnet werden, als mit der  
Falkenschen Maschine, und diese, in Absicht  
vieler Nebenvortheile, jenen weit nachste-  
he. — Daß er auch gewiß länger in Besitz  
seiner Erfindung sey, als Hr. S. der seinige:  
wovon auch der Nachtrag nachzuse-  
hen. — In der Note, auch etwas von sei-  
nen späteren und wichtigeren durch jene ver-  
anlaßten Entdeckungen, vorzüglich eines  
neuen Systems der Permutationen, Com-  
binationen &c.

IV. L. an S. den 24 Aug. 1776. — 164

Fernere Bemerkungen über Hrn. S's Ver-  
fahren und andere zur Kenntniß dieser Tas-  
bellengeschichte und L's Art zu denken und  
zu handeln gehörige Dinge. — Von Hrn.  
Eulers Anschlag, die Tafel von den Thei-  
lern der Zahlen zu erweitern: ausführlicher  
davon in einer Note, wo auch von des  
Hrn. Beguelin und des Grafen v. Schafz-  
gotsch Bemühungen in diesem Fache gere-  
det wird.

V. S. an L. den 27 Sept. 1776. — 166

Hr. S. wird durch die Falkensche, zum Theil  
wider ihn gerichtete Nachricht vom 1 Sept.  
veranlaßt, schleunig eine Beschreibung sei-

ner Methode herauszugeben, und überschießt nun schon die ersten Bogen dieser Schrift, nebst einer Probe der Darstellung seiner Factorentafel; giebt eine Erläuterung seines Verfahrens und erbittet sich Lamberts Gutachten über die Anordnung ic. dieser Tafel. — Artige Bemerkung eines Perioden der Primzahlen.

**VI. S. an L. den 2 Octob. 1776. — 173**

Fernere Betrachtung und Berathschlagung seine Tafel betreffend. — In der Note 72 die Uebersetzung oder Erklärung des die Einrichtung seiner Tafel beschreibenden Anagramms zu Ende seiner Beschr. v. Abmessung der Zahlen. — Hernach in der Note 3 von der getroffenen Veränderung dieser Einrichtung und des Formats, um nicht nur die kleinsten, sondern alle einfachen Theiler zu geben, u. a. m.

**VII. L. an S. den 5 Octob. 1776. — 179**

Von Hrn. Sells Ankündigungen. — Lob von Hrn. S's glücklichen Einfall, die Stellen der Factoren in einer weit auszuwehrenden Tafel, durch Abmessen, Patronen ic. zu finden. — Einige Vorschläge zur Einrichtung dieser Tafel. — In der Note 8 zeigt Herr S. ausführlich, wie leicht man alle Factoren schaffen könne, obschon damals seine Absicht nur dahin gieng, den kleinsten und seinen Mitfactor anzugeben.

**VIII. S. an L. den 7 Dec. 1776. — 184**

Uebersendung seiner nun ganz abgedruckten Schrift, von Abmessung der Zahlen, und in der Note die Anzeige einer großen Men-



ge Vortheile, die diese Abmessungsmethode für jede Art von tabellarischer Zahlenberechnung darbietet. — Bemerkung, daß einige von mir berechnete und bekannt gemachte Tafeln, durch seine Methode und Primzahlentartariffe von Quotienten und Resten, leicht hätten können berechnet und zum Theil abgekürzt werden. — Daß Tafeln der Tariffe von Primzahlen sehr nützlich wären, und Herr S. giebt Hoffnung, dergleichen herauszugeben, ic.

IX. L. an S. den 10 Dec. 1776. — 188

Kurze Beschreibung der Feltelschen Factorrentafel bis 144000. — Das sinnreiche in der Combination der Buchstaben, durch welche die Factoren bezeichnet werden, wird gelobt; das gekünstelte aber dieser Einrichtung getadelt. — In der R. S. etwas zum Lob von Herrn v. Schönbergs sinnreichen Formirung der Quadratzahlen.

X. L. an S. den 14 Dec. 1776. — 194

Vorzügliche Empfehlung der Hindenburgschen Beschreibung ic. an Herrn de la Grange. — Betrachtungen über einige Stellen derselben: die Primzahlentartariffe, meine Tafel der periodischen Decimalkreihen, und Herrn v. Schönbergs Formirung der Quadratzahlen betreffend; mit der Auflösung dieser Aufgabe und einer ähnlichen für die Cubiczahlen.

XI. S. an L. den 22 Dec. 1776. — 199

Fernere Beurtheilung der Feltelschen Tafel, und Vergleichung ihrer Ausführung mit dem Eulerschen Vorschlag. — Schwierigkeiten

im

im Gebrauch derselben. — Auch von Hrn. Sefkels Maschine, und daß sie nicht mit gehöriger Genauigkeit auf den Verkauf ausgearbeitet wird. — Vergleichung dieses Werkzeuges mit seinen, Hrn. S's, Zahlenbogen, zum Vortheil der letzteren. — Etwas von Herrn Wolfram und der periodischen Wiederkehr der Zahlen. — Wie die Construction der Primzahltariffe am bequemsten könnte eingerichtet werden, welches in der Note g noch weiter ausgeführt wird. — Anwendung dieser für das Decimalzahlen-System eingerichteten Tariffe-Construction, auf andere: z. B. das Centesimal- das Chilliadische u. Zahlensysteme, so daß man durch dergleichen Tariffe, so viel Decimalziffern des Quotienten, als man verlangt, auf einmal schaffen kann. — Fernere Betrachtungen über meine Periodentafel in Vergleichung mit seinen Tariffen und deren Anwendung; ein Beispiel von dieser, wann der Zähler größer ist als der Nenner; daher ein Beweis, daß eine Sammlung solcher Tariffe der Primzahlen zugleich die Stelle allgemeiner Divisionstafeln für diese Zahlen vertritt, und so auch für alle übrige zusammengesetzte Zahlen. — Mögliche Bemerkung, daß bey Brüchen von Primennern  $p$  deren Period  $p - 1$  Ziffern hat, die zweite Hälfte des Periods das Compiement der ersten ist. — Von einigen Anordnungen zur Einrichtung einer Quadrat- und Cubiczahlentafel, um folgende Zahlen aus vorbergehenden durch eine leichte Addition zu finden. — Von seiner Entdeckung einer gemeinschaftlichen Eigenschaft aller Potenzzahlen, zufolge welcher man alle Potenzen  $n^m$  als Summen von Progressionen aus  $n$  ungeraden

den Zahlen nach der Ordnung ansehen kann, von denen  $n^{m-2} - n + 1$  die erste, und  $n^{m-2} - n + (2n - 1)$  die letzte ist.

**Erste Beilage. Hrn. Seltkels Probe einer Factorentafel betreffend.** — 222

Dies ist eine ordentliche aus der Leipziger gelehrten Zeitung, vom 8ten May 1777. gezogene Recension (wo sie aber doch noch etwas weitläufiger ist). — Obngefähr die Substanz derselben kann man schon in dem IXten u. Xten Briefe lesen. — Vornehmlich wird Herrn Seltkels Verfahren mit dem Eulerischen, nach welchem es geformet ist, verglichen. — Die Abweichungen werden angezeigt und der Gebrauch der Tafel erklärt. — Sodann die von Hrn. S. gewählte Bezeichnung der Factoren beleuchtet, und daß diese Characteristik der Factoren nicht die beste ist bewiesen.

**Zweyte Beilage. Hrn. Seltkels Methode betreffend, die Factoren zusammengesetzter Zahlen durch eine Maschine zu finden.** — 232

Der Gebrauch der Seltkelschen Stäbe wird hier so deutlich beschrieben, als immer ohne Figur und ohne die Maschine zu sehen möglich war; und gewiß deutlicher, als die Erklärung ist, die Hr. S. selbst in einer besondern Beschreibung gegeben hat.

**Nachtrag des Herausgebers.** — 235

1. Zusatz zu S. 105. wegen des auffallenden doppelten Datum einer Seltkelschen Nachricht. — — — Abend.
2. Zusatz

2. Zusatz zu S. 180. Von 2 im zweyten Abschnitte nicht vorkommenden Fekelschen Avertissemens. — Muthmaassung über ein anderes in der Leipz. Zeitung, nach welchem nicht Hr. Fekel, sondern Hr. Baur der Erfinder des Werkzeuges wäre, mit welchem die Wienerische Factorentafel berechnet wird. — — — S. 235
3. Zusatz zu S. 137 u. 150. Ergänzung der von dem Herrn Crusius bekannt gemachten Nachricht von der Hindenburgschen Factorentafel: in welchem Supplemente man der Besorgniß zuvorkommt, die Tafel möchte, weil nur der kleinste Theiler versprochen worden, von allzueingeschränktem und unbesquemem Gebrauch seyn. — — — 238
4. Zusatz zu S. 156. 157. Von der streitigen Priorität einer mechanischen Erfindung zur Bestimmung der Factoren von zusammengesetzten Zahlen. Dieser Streit wird mit unleugbaren Beweisen zu Hrn. Hindenburgs Vortheil entschieden. — — — 239
5. Zusatz zu S. 191. Es wird bemerkt, daß Hr. J. in seinen wieder auflebenden Tafeln dem ehemaligen Rath Lamberts gefolgt ist: wenigstens den kleinsten Theiler in Zahlen und nicht in Buchstaben anzugeben: wodurch aber die Harmonie der Tafel gestört wird. — — — 241
6. Zusatz zu S. 277. 278. Von dem zwar langsamen doch wirklichen Fortgang der Leipziger Factorentafel, und derselben aus eigener Erfahrung erprobten vortreflichen Einrichtung. — — — Abend.

## Erster Abschnitt.

---

Lamberts, von Stamfords und Rosen-  
thals Briefe.



---

I. Brief.  
von Stamford an Lambert.

---

Itzfeld bey Nordhausen, den 10ten May 1774.

Gestern berichtete mir mein Freund, der Herr Magister Mayer in Göttingen, \*) daß Euer ic. dem Herrn Prof. Lichtenberg daselbst, schon vor einiger Zeit geschrieben hätten, wie sie bereits mit einer Sammlung hyperbolischer Logarithmen versehen wären, welche Ihnen von verschiedenen Freunden der Mathematik von Zeit zu Zeit wären zugesandt worden. Ich muß gestehen daß mir diese Nachricht etwas ganz unerwartetes und um desto unangenehmer war, weil ich sie so spät erhielt, und mich auf einmal um eine Arbeit gebracht sah, der ich seit einem halben Jahre alle Stunden gewidmet hatte, die ich meinen sonstigen Geschäften habe entziehen können. Tausend gedachter Logarithmen habe ich auch schon beisammen, und bis auf 3000 rechnete ich es gegen künftige Michael zu bringen; ich habe sie

A 2

aber

\*) Jetzt Professor in Altorf, dessen Briefwechsel mit Lambert im 2ten Bande vorkommt.

aber nur bis auf 20 Decimalstellen berechnet. Uebrigens war ich Vorhabens, sie, von halbem Jahre zu halbem Jahre, 2 oder 3 tausendweis in Druck zu geben und dazu hatte ich mir einen Verleger ausgemacht.

Da ich mich nun einmal mit dieser Arbeit abgegeben, und meine hiesigen Geschäfte, wovon die wenigsten die Mathematik zum Gegenstande haben, mir nicht erlauben, mich durch etwas wichtigeres in dieser Wissenschaft bekannt zu machen; weil ich überdies durch Ihre Beyträge zur Mathematik, aus welchen ich zuerst den Verfasser derselben zu bewundern gelernt, auf den Einfall bin gebracht worden, hyperbolische Logarithmen zu berechnen, so wünschte ich, daß Euer zc. mich nun auch ferner dabey gebrauchen möchten. Ich nehme mir deswegen die Freyheit Dieselben zu bitten, daß Sie mir nur gütigst vorschreiben, wo ich wiederum einen Anfang machen soll; lieb wäre es mir aber, wenn mir ausgegeben würde, die Logarithmen großer Zahlen zu berechnen.

Sollten Sie es wohl für überflüssig halten, wenn in einigen Journalen bekannt gemacht würde, daß an erwähnten Berechnungen gearbeitet wird; damit nicht etwa einer oder der andere, wie ich gethan habe, für sich an diese Arbeit gehe, und seine Zeit vergeblich anwende. Es läßt sich dieses zwar nicht leicht vermuthen, inzwischen ist es auch nichts unmögliches.



---

 II. Brief.

 Lambert an Stamford.
 

---

Berlin, den 18ten May 1774.

Daß Euer ic. Dero Nebenstunden auf die Berechnung hyperbolischer Logarithmen verwenden, wurde mir erst kürzlich aus den Göttingischen Anzeigen vom 1ten Febr. dieses Jahres bekannt, und verursachte, daß ich den nächsten Anlaß ergrif, deswegen nach Göttingen zu schreiben, welches auch bald darauf im letzt abgewichenen April an Herrn Prof. Lichtenberg geschahen.

Ich hatte übrigens bereits 1770 so wohl in den hiesigen Spenerschen Zeitungen, als in der allgemeinen deutschen Bibliothek bekannt gemacht, daß ich gesonnen wäre, mit Beyhülfe mehrerer Mitarbeiter, die damals herausgegebenen Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen einer systematischen Vollständigkeit näher zu bringen. Ueberdies ermangelte ich auch nicht, in der Vorrede zum dritten Theile der Beyträge zur Mathematik, Erwähnung zu thun, daß sich in der That schon Mitarbeiter vorgefunden haben. Die hyperbolischen Logarithmen habe ich nun bereits schon von 1 bis auf 1760, nebst der Hofnung der fernern Fortsetzung erhalten: sie sind bis auf 30 Decimalstel-

N 3.

lent

len berechnet. \*) Indessen gedachte ich, daß es bey den 2000 sein Bewenden haben könnte, weil sich, wenn man diese Logarithmen einmal so weit hat, alle übrigen, mittelst verschiedener Interpolationemethoden leicht finden lassen; zumal, da diese Logarithmen seltenet für ganze Zahlen, als für incommensurable Größen, gesucht und gebraucht werden, weil sie gewöhnlich nur bey Integralformeln ihren Gebrauch haben. Ich wollte auch eine solche Tafel zugleich mit mehrern andern herausgeben, und deswegen auch auf die Ersparung des Raums bedacht seyn.

Erst vor einigen Tagen erhielt ich nun auch eine Tafel der einfachen Factoren aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen, von 1 bis 500000. Der Verfertiger derselben dachte sie zwar bis auf eine volle Million fortzusetzen, ist nun aber, wegen einer für ihn vorthellhaften Veränderung seiner Umstände, der dazu nöthigen Muße beraubt worden. Indessen überließ er es mir ganz, ob ich Anlässe suchen wolle, diese Tafel noch weiter auszudehnen. Da ich die Art, wie eine solche Tafel sehr leicht fortgesetzt werden kann, im 2ten Theile der Beiträge zur Mathematik angezeigt habe, und das ganze Verfahren auf ein bloßes Addiren zu reduciren ist, so wird es ganz bey Ihnen stehen, ob Sie diese Fortsetzung übernehmen wollen. So weit

\*) Von diesen ist mit Ausführlichkeit die Rede im IV. Bande, in Lamberts Briefwechsel mit Hrn. Hauptmann Wolfram, dem Urheber dieser Logarithmen.

weit sie bereits fertig ist, geht sie von 1 bis 72000, und dann von 100000 bis 504000. Sie wird erstlich von 72000 an weiter fortgesetzt, und dann läßt sie sich auch von 504000 an weiter fortsetzen. Eine solche Tafel empfiehlt sich unstreitig desto mehr, je weiter sie fortgesetzt ist, weil sich noch kein Mittel hat ausfinden lassen, die Theiler einer vorgegebenen Zahl ohne vieles Versuchen zu finden. Es würde aber in allewege am schicklichsten seyn, daß sie bis auf eine volle Million fortgesetzt würde, wozu aber allerdings Zeit und Geduld nöthig ist. In Ansehung der Zeit hat es auf 3, 4 und mehr Jahre hinaus nichts auf sich, weil der Freund in Dresden, \*) der die erste Hälfte geliefert hat, auf die Bekanntmachung gar nicht pressirt.

Ihren Entschluß, mein Herr, derselbe mag nun für oder wider diesen Antrag seyn, wünsche ich indessen ohne langen Verzug zu vernehmen, um mich in beiden Fällen darnach richten zu können. Eine solche Tafel kann sodann als ein besonderes Werk herausgegeben werden, das einen ziemlichen Quartband ausmachen wird.

Ein Verleger bezahlt zwar solche Arbeiten nicht nach der darauf verwendeten Zeit. Indessen soll er das Manuscript auch nicht umsonst haben,

N 4

ben,

\*) Der Churfürstl. Ober-Finanz-Buchhalter, Herr Ludwig Oberreit, von dessen Factorentafel in diesem Briefwechsel schon an mehr Orten Meldung geschehen.

---

ben, und werde ich mir angelegen seyn lassen, den Accord für die Verfasser so vortheilhaft zu machen als möglich seyn wird; auch versteht es sich von selbst, daß jedem das, so er beygetragen hat, zum Ruhme gereichen, auch, wo es seyn kann, jede Tafel nach dem Namen des Verfassers genannt werden soll, dafern nicht ausdrücklich verlangt wird, daß man nur als Anonymus erscheinen wolle.

Ich gedenke übrigens nächstens bekannt zu machen, wie weit es bisher mit dieser Tabellen Arbeit gekommen ist.

---

### III. Brief.

v. Stamford an Lambert.

---

Ufeld, den 24ten Nov 1774.

Ich ermangele nicht, Ihnen von meinem Entschlusse, in Ansehung des mir gethanen Antrages, sofort Nachricht zu ertheilen. Ich nehme denselben mit vielem Vergnügen an, und werde ohne langen Verzug, mit der Fortsetzung der Tafel, von welcher Sie mir Meldung gethan, einen Anfang machen, wenn ich mir die in den Beyträgen zur Mathematik dazu vorgeschriebene

bene

bene Methode vorher werde bekannt gemacht haben. Ich bin auch willens, einem Freunde der Mathematik, welcher hier in der Nähe wohnt, den Vorschlag zu thun, diese Arbeit zur Hälfte mit mir zu theilen, damit selbige desto eher könne zu Stande gebracht werden.

Sie berichten mir, mein Herr, daß, so weit gedachte Tafel fertig ist, sie von 1 bis 72000 gehe, und dann von 100000 bis 504000. Sie werde erstlich von 72000 an weiter fortgesetzt, und dann lasse sie sich auch von 504000 an weiter fortsetzen. Dieses ist mir nicht deutlich, vermuthlich aber nur deswegen, weil ich die Art, wie diese Tafel kann verfertigt werden, noch nicht nachgelesen habe. Ihrer Einrichtung nach, wird sie aber doch mit derjenigen einerten seyn, die in den Supplementis Tabularum logarithmicarum et trigonometricarum befindlich ist, und die daselbst unter dem Titel: Numerorum ab unitate ad 102000 progr. per 2, 3, 5 non divisibilium divisores si qui dantur minimi, die erste Stelle einnimmt? Weil ich aber in dieser, von 72000 bis 102000, keine Lücke finde, so muß ich mir, über oben erwähnte Stelle eine Erläuterung gehorsamst ausbitten.

---

 IV. Brief.

 Lambert an Stamford.
 

---

Berlin, den 7ten Junii 1774.

Aus Ihrem geschätzten Schreiben vom 24sten  
 Man habe ich mit Vergnügen ersehen, daß  
 Sie geneigt sind, die Tafel von den Theilern oder  
 eigentlicher von den Factoren der Zahlen fortzu-  
 setzen. Die Einrichtung dieser Tafel bleibt, so  
 wie die, welche von 1 bis 100000 nur die Klein-  
 sten Theiler angebt. Da es aber nicht mehr  
 Mühe gebraucht, alle Factoren in die Tafel ein-  
 zutragen, so ist dieses auch bey dem Gebrauche  
 desto vortheilhafter. Ich verstehe aber durch die  
 Factoren diejenigen Primzahlen, oder deren Digni-  
 tätten, welche zusammen multiplicirt die Zahl ge-  
 ben. Z. E.  $10829 = 7^2 \cdot 13 \cdot 17$ . Diese Fac-  
 ctoren haben den Vortheil, daß alle übrigen Thei-  
 ler der Zahl leicht können gefunden werden.  
 Denn so sind

$7 \cdot 7 = 49$	$7 \cdot 7 \cdot 13 = 637$
$7 \cdot 13 = 91$	$7 \cdot 7 \cdot 17 = 833$
$7 \cdot 17 = 119$	$7 \cdot 13 \cdot 17 = 1547$
$13 \cdot 17 = 221$	

die übrigen Theiler der Zahl 10829.

Euler

Suer ic. begreifen hieraus ohne Mühe, daß die in meinen Zusätzen ic. gegebene Pellische Tafel, in Vergleichung mit einer solchen, die alle Factores angiebt, sehr unvollständig ist und zu dieser letztern weiter nicht gebraucht werden konnte, als so fern man sie in Ansehung der kleinsten Theiler collationiren und etwa auch die Druckfehler auffuchen wollte? Wiefern dieses letztere bereits geschehen, habe ich in dem Vorberichte zum dritten Theile meiner Beyträge ic. angezeigt.

Was nun die Fortsetzung betrifft, so habe ich bereits gemeldet, daß noch von 72000 und dann von 504000 bis auf die volle Million die Factoren der Zahlen, welche durch 2, 3, 5 nicht theilbar sind, verlangt werden. Um nun die Lücke von 72000 bis 100000 auszufüllen, ist das Beste, wenn gleich Anfangs so viel Papier dazu liniert wird, als nöthig ist, und wenn so wohl über jede Columnen die Hunderte, als vorn herunter die Zehner und Einser geschrieben werden; damit man jedes Product, das man findet, sogleich an seine wahre Stelle eintragen könne.

Man dividirt nun 72000 durch den ersten Factor 7, und erhält 10285 $\frac{1}{2}$ . Nun giebt die Tafel die nächst größern Zahlen nebst deren Factoren

folglich mit 7 multiplicirt

10289	72023 = 7. 10289
10291 = 41. 251	72037 = 7. 41. 251
10297 = 7. 1471	72079 = 7 <sup>2</sup> . 1471
10301	72107 = 7. 10301
10303	72121 = 7. 10303
10307 = 11. 937	72149 = 7. 11. 937
10309 = 13 <sup>2</sup> . 61	72163 = 7. 13 <sup>2</sup> . 61
10313 =	72191 = 7. 10313
u. s. w.	u. s. w.
bis 14281	99967 = 7. 14281

alle diese neuen Producte, oder besser zu sagen, die Factoren derselben, werden an ihre gehörigen Stellen eingetragen. Euer ic. werden leicht bemerken, daß diese Producte um 14, 28, 42, 56 ic. grösser werden, wenn die Zahlen, so mit 7 zu multipliciren sind um 2, 4, 6, 8 ic. zunehmen. Wenn man demnach immer nur 14, 28, 42 ic. weiter fortzählt, so kann man sich das Multipliciren ersparen, und sich begnügen, die Factoren bloß einzuschreiben. Jedoch ist von Zeit zu Zeit eine Multiplication ratsam, damit man sehe, ob man richtig fortgezählt hat.

Wenn das Eintragen zu Ende ist, so nimmt man den nächst grössern Factor 11 und dividirt durch denselben 72000, der Quotient ist 6545 $\frac{1}{11}$ . Die Tafel giebt die nächst grössern Zahlen



mit 11 multiplicirt

6547	72017 = 11. 6547
6551	72061 = 11. 6551
6553	72083 = 11. 6553
6557 = 79. 83	72127 = 11. 79. 83
6559 = 7. 937	72149 = 7. 11. 937
u. s. w.	u. s. w.
bis 9089 = 61. 149	99979 = 11. 61. 149.

Hier sind die Differenzen 22, 44, 66, 88 &c. Wenn alles, was von dem Factor 11 herrührt, eingetragen ist, so wird mit den nächst größern Primzahlen 13, 17, 19, 23, 29, 31 &c. eben so verfahren, bis man auf diejenigen Primzahlen kömmt, welche die nächst kleinern, als die Quadratwurzeln der Zahlen von 72000 bis 100000, oder diese Quadratwurzeln selbst sind. Diese nächst kleinern Primzahlen sind 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313. Jede wird desto weniger vorkommen, je größer sie ist. Z. E. die letzte 313 kömmt nur 2mal vor: nemlich so fern sie mit den nächst größern Zahlen der Tafel zu multipliciren ist:

$$\begin{aligned}
 313^2 &= 98169 \\
 313 \cdot 317 &= 99221 \\
 313 \cdot 11 \cdot 29 &= 99847.
 \end{aligned}$$

Wenn nun alles eingetragen ist, so zeigen die nicht angefüllten Stellen an, wo Primzahlen sind.

Euer &c. werden aus dieser Anzeige schließen können, daß, um die Tafel von 72000 bis 100000 auszufüllen, die Factoren der Zahlen von

von 313  $\approx \sqrt{100000}$  bis 14285 u.  $\approx$   
 ( $\frac{100000}{7}$ ) nöthig sind.

Zu diesem Ende übersende ich einen Abdruck der Tafel, welche im 2ten Theil der Beyträge vorkömmt, und die Factoren von 1 bis 100000 angiebt. Diesen Abdruck können Sie behalten, da ich mehrere noch habe. Ferner kömmt hier abschriftlich der Anfang der Fortsetzung mit, so weit es nemlich zur Ausfüllung der Tafel von 72000 bis 100000 nöthig ist. Endlich füge ich noch auf dem Blatte bey, wie die Fortsetzung von 72000 an zu Papier gebracht werden muß. Das Beste ist, wenn jede halbe Bögen einzeln auf einander folgen.

Euer u. können immer damit einen Anfang machen, und mir allenfalls melden, wenn ich mich nicht deutlich genug ausgedrückt habe. Es geht nicht wohl an, daß mehrere an der Tafel arbeiten: es sey denn, daß, was aus den vorhergehenden Blättern zur Fortsetzung nöthig ist, doppelt abgeschrieben werde, und die Mitarbeiter sich wohl untereinander verstehen. Vor allem muß die Lücke von 72000 bis 100000 ausgefüllt seyn. Und dann läßt sie sich von der 7mal größern Zahl 504000 an noch weiter fortsetzen, wozu sodann das Nöthige nachgeschickt werden kann.

Aus dem vorhin gegebenen Beispiele werden Euer u. sehen, daß z. E. die Zahl 72149 sowohl bey dem Factor 7 als bey dem Factor 11 vorkömmt. Es kann dieses immer zur Probe dienen, daß man richtig gerechnet habe.

---

## V. Brief.

v. Stamford an Lambert.

---

Ilfeld, den 2ten April 1775.

Ich habe die Ehre Euer *rc.* anzuzeigen, daß ich mit Ausfüllung der Lücke, welche in der Tafel von den Factoren der Zahlen von 1 bis 504000 bisher noch vorhanden gewesen, völlig fertig bin.

Ich würde nicht ermangelt haben, eine Abschrift von dieser Ergänzung, gegenwärtiger Anzeige beizufügen, wenn ich hier einen deutlichen und korrekten Zahlenschreiber hätte finden können, oder wenn meine sonstige Arbeiten, insonderheit aber eine wichtige Veränderung in meiner Lage, mich nicht verhindert hätten, selbst eine Abschrift davon zu besorgen.

Ich werde in acht Tagen das hiesige Pädagogium verlassen, und wieder unter meinem vormaligen Charakter, als Ingenieur-Hauptmann, in Braunschweigische Dienste treten; jedoch vorher, auf Verlangen Sr. Durchl. des Herrn Erbprinzen von Braunschweig, mich einige Zeit in Halberstadt aufhalten, woselbst ich dann auch eine geneigte Antwort auf gegenwärtiges Schreiben von Euer *rc.* erwarten will.

Was nun die weitere Fortsetzung der Tafel von den Factoren der Zahlen betrifft, so habe ich bereits mit

mit Herrn Rosenthal in Nordhausen dieserwegen völlig bestimmte Abrede genommen. Dieser Herr Rosenthal ist es, der sich erboten hat, die Arbeit mit mir zu theilen. Ich werde die Fortsetzung von 504000 bis 750000 über mich nehmen, und er wird sie von da an bis zur vollen Million ausführen. Ich glaube, daß diese Eintheilung die glücklichste seyn wird. Freylich wird dasjenige, was zur Fortsetzung nöthig ist, doppelt abgeschrieben werden müssen, und dieses soll auch geschehen sobald Euer zc. mich damit werden versehen haben.

Uebrigens werden Sie, m. H. sich nicht daran stoßen dürfen, wenn ich Ihnen sage, daß gedachter Herr Rosenthal ein Becker seiner Profession ist. \*) Ich getraue mir zwar nicht, zu versichern, daß er es stets mit dem Gewichte seiner Brodte auf das genaueste nehmte, \*\*) doch will ich gerne dafür einstehen, daß er richtig und gewissenhaft rechnen werde. Er ist der Verfasser einer kleinen Schrift, welche den Titel führt: Bestimmung des Maasses der R. S. Reichsstadt Nordhausen

\*) Es ist der nämliche, welcher seitdem durch mehrere Schriften, und vorzüglich als Meteorologe sich berühmt gemacht hat, und besoldeter Redactor ist von den Beobachtungen, welche die Gesellschaft zu Mannheim herausgibt.

\*\*) Ein Scherz, dem man hoffentlich nicht mehr Gewicht belegen wird, als Herr von Stamford ihm geben wollte: das ist, gar keines.

hausen etc. \*) Sie kann schon zum Beweise dienen, daß er Lehrsätze aus der Arithmetik und Elementargeometrie geschickt anzuwenden geübt ist.

P. S. Ein Freund war so gütig, mir beklommenen Bogen abzuschreiben, \*\*) wie ich schon mit diesem Briefe fertig war. Ich habe ihn sorgfältig nachgesehen und hier beigefügt, damit Euer. M. doch etwas von der geschenehen Arbeit sehen.

\*) Man hat auch von ihm eine Geschichte des Getreyde-Preises in der R. S. Reichsstadt Nordhausen von 1675 bis 1775, nebst einem Anhange, welcher den Preis des Brandtweins von 1750 bis 1780 enthält. Dessau 1783.

\*\*) Ist nicht vorhanden und wäre auch ohnedem im Druck weggeblieben.

---

 VI. Brief.

 von Stamford an Lambert.
 

---

Salzherrstadt, den 23ten Julii 1779.

Ich muß Euer ic. um Verzeihung bitten, daß ich seit so geraumer Zeit nichts habe von mir hören lassen. Blos die in meiner Lage vorgefallene Veränderung, und die mir durch selbige verursachten vielen Geschäfte sind an meinem langen Stillschweigen Schuld gewesen. Nunmehr aber bin ich bereit, die mir von Ihnen aufgegebenene Arbeit mit allem Ernst wieder vorzunehmen, und erwarte zu dem Ende, daß Sie mich mit dem dazu nöthigen versehen werden, so wie ich mir denn auch Dero Meynung über dasjenige, was ich in meinem vorigen Schreiben hierüber geäußert, gehorsamst ausbitte.

Die Lücke von ~~70000~~ bis 100000, welche bisher in der ersten Hälfte der Tafel von den Factoren der Zahlen noch vorhanden gewesen, ist, wie ich schon zu melden die Ehre gehabt, völlig ergänt. Da Sie bereits den ersten Bogen davon in Händen haben, so werde ich nun auch nächstens die übrigen übersenden, welche ich gegenwärtig abschreiben lasse.

Der Herr Hofrath Kästner hat mir kürzlich eine Methode mitgetheilt, sich der Briggsischen Lo-

garithmen zu bedienen, in allen Fällen, wo man die hyperbolischen nöthig haben könnte.

Ein Beispiel von ihr ist folgendes:

Es werde der Brigg. Log. durch  $1x$ , der Hyp. verb. durch log. nat.  $x$  ausgedrückt, so ist: log. nat.

$$\frac{f}{y} = \log. \text{ nat. } 10. \log. \text{ Brigg. } \frac{f}{y}. \quad \text{Um den Calcul zu erleichtern, berechne man den log. Brigg.}$$

2,302585 . . . durch Proportionaltheile und nenne ihn log.  $k$ , oder  $k = \log. \text{ nat. } 10.$

Hätte man nun z. B.

$$m = \frac{337. \log. \text{ nat. } (337:191)}{864.2434}$$

zu berechnen, so würde der Zähler in  $337.k.$  log.  $(337:191)$  verwandelt werden, und da  $\log. \frac{337}{191} = 0,2465965$ , so fände man durch Proportionaltheile:

$$\log. 0,2465965 = 0,3919868 - 1$$

$$\log. 337 = 2,5276299$$

$$\log. k = 0,3622157$$

$$\log. \text{ des Zählers} = 2,2818324$$

$$\log. \text{ des Nenners} = 6,3228343$$

$$\log. m = 0,9589981 - 5;$$

folglich  $m = 0,000090991.$

Wissen Euer ic. nicht ob der Herr Hauptmann Tempelhof \*) nicht bald den zweiten Theil seiner Analysis unendlicher Größen herausgeben wird?

\*) Frey Water von Tempelhof.

## VII. Brief.

Lambert an Stamford.

Berlin, den 12ten Aug. 1775.

**G**leich nach Empfang von Ihrem erstem Schreiben hatte ich angefangen benliegende Tafeln abschreiben zu lassen. Ich war über die Sudeley des ersten Copisten so mißvergnügt, daß ich ihm die Fortsetzung nicht übergeben wollte, und daher Gedult haben mußte, bis sich ein anderer vorfand, welches denn endlich auch geschah.

Ueberdies war ich im Zweifel, ob Sie noch dormalen zu Halberstadt sich aufhalten, und so hätte ich nach und nach den Entschluß gefaßt, die Tabellen dem Herrn Rosenthal zuzuschicken, welches nun aber, nach Erhaltung Dero zweyten Schreibens umdörthig geworden.

Herr Rosenthal war mir aus den Göttingischen Anzeigen bekannt. Es ist nicht seine Schuld, daß seine Eltern nicht besser gewußt haben, seine Talente der Welt nützlich zu machen.

Benliegende Tabellen gehen nun von 14287 bis 72000, und von 102000 bis 143141. Es wird also vielleicht von 100000 bis 102000 noch eine kleine Lücke bleiben, welche aber blos durch Fortsetzung der bisherigen Rechnung leicht auszufüllen ist. Auch wird es, um die letzte Seite aus



auszufüllen, nöthig seyn, die Tafeln bis auf 1002000 auszu dehnen, und der Anfang der Fortsetzung wird mit 504000 gemacht. Die Fortsetzung von 504000 bis 750000 fodert alle Zahlen der Tafel von 7 bis 863. Und die Fortsetzung von 750000 bis 1002000 fodert alle Zahlen der Tafel von 7 bis 143141, und zwar alle Primzahlen von 7 bis 997.

Die Methode des Herrn Hofrath Kästners, die natürlichen oder hyperbolischen Logarithmen zu berechnen, ist allerdings ganz richtig. Nur scheint sie etwas uneigentlich vorgetragen zu seyn. Denn in dem Beispiele

$$\underline{337 \cdot \log. \text{ nat. } (337 : 191)}$$

$$864.2434$$

wird nicht als ein Logarithmus, sondern als

ein mit  $\frac{337}{864.2434}$  multiplicirter log. angesehen;

folglich ist hier nicht bloß der log. nat. von (337 : 191) zu suchen, sondern wenn derselbe ge-

funden, so hat man ihn noch mit  $\frac{337}{864.2434}$  zu

multipliciren. Sieben hat man nun die Wahl, ob man diese Multiplication selbst vornehmen, oder dazu die Logarithmen gebrauchen will. Mir kömmt dieses letztere weitläufiger vor als das erstere. Nach der Tafel der hyperbolischen Logarithmen in meinen Zusätzen u. würde die Rechnung so stehen :

log. nat.  $\frac{1}{37} = 13,37 = +1,2149127$   
 $- 1,91 = -0,6471032$

2434 mult. mit 8,64 0,5678095 multiplicirt mit 3,37

19472 17034285

14604 1703428

9736 397467

21029,76 dividirt in 1,9135180

1,8926784 (0,0000999996 = m.

208396

189268

19128

18927

201

189

12

Hier hatte ich nun weiter nichts, als die zween log. nat. von 3,37, 1,91 nachzuschlagen. Hätte ich statt derselben die Briggschen gebrauchen wollen, so würde ich erstlich

log.

$$\begin{array}{r}
 \log. 337 = 2,5276299 \\
 - \log. 191 = 2,2810334 \\
 \hline
 0,2465965
 \end{array}$$

gesucht haben. Um nun diesen Ueberrest mit 2,3025851 zu multipliciren, hätte ich die S. 124 der Zusätze ic. stehenden multipla dieser Zahl gebraucht, und folgendermaassen ausgeschriben:

$$\begin{array}{r}
 0,46051702 \\
 9210340 \\
 1381551 \\
 115129 \\
 20723 \\
 1382 \\
 115 \\
 \hline
 0,56780942 = \log. \text{nat. } \frac{337}{191}.
 \end{array}$$

Diesen log. hätte ich sodann wie vorher mit  $\frac{3,37}{21029,76}$  multiplicirt, ohne nochmals Logarithmen zu gebrauchen. Dieses will nun so viel sagen, daß, ehe man sich zu den Logarithmen wendet, man sehr wohl thut, vorerst zu überlegen, ob die Operation dadurch nicht weitläufiger wird. B. E: um 3 mit 4 zu multipliciren, würde man ohne alle Nothwendigkeit die Logarithmen gebrauchen. Gewöhnlich brauche ich sie nur, wenn ganze Tabellen oder auch Dignitäten der Zahlen vorkommen, oder wo sehr viele Zahlen einander multipliciren und dividiren, zumal wenn keine Proportionaltheile dabei zu suchen sind. Auch mit dem

dem Ausschlagen und Ausschreiben geht schon viel Zeit verlohren.

Herr Capitain Tempelhof scheint in Ansehung der Fortsetzung seiner Analysis unendlicher Größen gar nicht pressirt zu seyn \*), zumal da seitdem der Eulersche Integral-Calcul hervorgekommen ist.

## VIII. Brief. \*\*)

Lambert an Rosenthal.

In der Unwissenheit, ob Herr Capitain von Stamford sich noch zu Salberstadt aufhält, sehe ich mich genöthiget, Euer ic. gegenwärtige Zeilen zu schreiben. Derselbe hatte mir Hoffnung gemacht, die Tafel der Theiler von 500000 bis 1000000 zu erweitern, und sagte, daß er mit Ihrem Beystand damit fertig zu werden gedente. Ein Vorfall nöthiget mich nun, wiederum vom Fortgange dieser Arbeit Nachricht einzuziehen.

Ich

\*) Wirklich ist der zwoyte Theil nie erschienen.

\*\*) Die vorhandene Abschrift dieses Briefes hat kein Datum: er muß aber um die Mitte des Februars 1776. abgegangen seyn.

Ich erhielt nemlich unvermuthet beyliegendes Blatt von dessen Verfasser selbst aus Wien. Daß derselbe eine Maschine zur leichtern Auffindung der Theiler, wie auch eine Tafel derselben von 1 bis 144000 bekannt zu machen gedenkt, lasse ich ganz gut gelten; daß er aber die Tafel bis auf 1 Million erweitern will, das ist eine Arbeit, die er sich ersparen kann, wenn es mit Ihrer und des Herrn von Stamford Bemühung seinen guten Fortgang hat. Hievon wünschte ich nun nähern Bericht. Inzwischen habe ich dem Herrn Sessel geschrieben, er möchte bey 1 Million anfangen und bis auf 2 Millionen fortfahren. Bis so weit getrauetes ich mir noch einen Verleger zu finden.

In seiner Antwort scheint er den Antrag anzunehmen, und will binnen Jahresfrist damit fertig werden. In der That läßt er sich die Sache mit vielem Eifer und selbst mit Ungeduld, sie bald zu Ende zu bringen, recht Ernst seyn.

Wenn nun Euer zc. von des Hrn. von Stamford Aufenthalt Nachricht haben, so bitte ich ergebenst demselben beyliegendes Blatt ebenfalls zu communiciren, und ihn zu ersuchen, mir seinen Entschluß wegen der Fortsetzung der Tafel zu melden. Die Sache muß nothwendig mit Herrn Sessel so eingeleitet werden, daß alles zusammen ein Ganzes mache, und dieses eben nicht doppelt gemacht werde, noch von irgend einer Seite ins Stecken gerathe. \*)

B 5

In

\*) Das Unternehmen des Herrn Sessels wird ausführlicher im folgenden Abschnitt erläutert.

In Erwartung einer gefälligen und ungesäumten Antwort habe ich die Ehre mit wahrer Hochachtung zu seyn.

## IX. Brief.

Rosenthal \*) an Lambert.

Nordhausen, den 6ten Merz 1776.

Der Herr Hauptmann von Stamford hat Datum Halberstadt, den 2ten Febr. an mich geschrieben, mit der Nachricht, daß seine kränklichen Gesundheitsumstände nicht verstateten, die angefangene Faktorenberechnung zu vollenden, und mich befragt, ob ich sie gänzlich auf mich zu nehmen gedächte, so wollte er Euer ic. hiervon benachrichtigen; da ich nun den 14ten Febr. diese Frage mit Ja beantwortet, und mir die benötigten Tabellen bis 143.000 ausgebeten habe: so glaube ich, Dieselben werden, noch ehe Ihnen dieses zu Gesichte kommt, einen Brief vom Herrn Hauptmann erhalten haben.

\*) Herr (Gottfried Erich) Rosenthal unterschrieb sich bey diesem Briefe, als Geometrad der Stadt Nordhausen.

Da wir beiderseits diese Rechnung übernahmen, so entschloß ich mich, die Factores von 725,000 bis 1000,000 zu verfertigen; mit dieser Arbeit bin ich auch bereits so weit fertig, daß wenig ich die mir noch mangelnde Fortsetzung der Tabelle in den Beyträgen bis auf 143,000 erstlich habe, ich sie höchstens in 2 Monaten zu vollenden gedanke.

Ich würde es gerne sehen, wenn meine bis anhero gehabte Mühe nicht vergeblich gewesen wäre, sondern daß sich Herr Sessel entschloße, sie gemeinschaftlich herauszugeben, indem meine Arbeit bereits als vollendet angesehen werden kann.

Vermuthlich werden sich Dieselben eine Maschine vom Herrn Sessel kommen lassen; wollten Euer ic. nicht die Gürtigkeit haben, und mir gleichfalls eine verschreiben? Das ausgelegte Geld werde ich mit vielem Vergnügen erstatten.

## X. Brief.

Lambert an Rosenthal.

Berlin, den 30ten Jul. 1776

Euer ic. werden aus der so eben erhaltenen Beylage sehen, daß Herr Sessel meinen Antrag nur so weit angenommen, als er in seinen Kram dienet. Ich stehe mich daher bemüßiget, seine Briefe

Briefe unbeantwortet zu lassen, und solcher unbeantworteter Briefe habe ich schon drey. Vermuthlich werden noch mehrere folgen. Ich finde nicht die geringste Spur von Zutrauen, Bescheidenheit und Billigkeit darinn. Er bat Anfangs ich möchte seine Arbeit gut heißen, die ich doch nicht gesehen. Er bat ferner, ich möchte ihm Subscribenten verschaffen, da ich noch nicht weiß, ob seine Sache nur Pralerey ist. Inzwischen läßt er durch den Oesterreichschen Legations-Caplan Exemplarien der beyliegenden Nachricht austheilen. Im letzten Schreiben wünscht er, ich möchte den wichtigsten Theil des Vorberichtes zum größern Werke machen, und dennoch sagte er, der Vorbericht werde so ausfallen, daß nichts zu wünschen übrig bleiben werde &c.

Das muß nun die Zeit lehren. Was ich ihm inzwischen melden, oder in Ansehung der Theiler der Zahler durch den Druck bekannt machen würde, ~~das würde er behaupten schon besser gewußt zu haben.~~ Erst muß er seinen Kram auslegen, und dann werden die Leser wohl nicht die Augen schliessen. Seine Absicht scheint dahin zu gehen, daß er künftig sagen könne, ich hätte durch meine Weigerung auf den Ruhm des Werkes Verzicht gethan, da er mich ganz zum Beförderer desselben hätte machen wollen. \*)

Subscri

\*) Alles dies laffe ich stehen, nicht, um Herrn Sittler zu nahe zu treten; sondern weil es zur Kenntniß von Lamberts individuellen Art zu denken und zu beurtheilen gehört. Noch ohnängst ist ein Freund



---

Subscribenten dürfte er wenig erhalten, weil er zu viel rühmt, und gewöhnlich die Subscribenten am übelsten daran sind. Das größere Werk soll nicht leicht über 10 fl. zu stehen kommen. Die gerühmte Unterstützung besteht in einem Vorschuss zu den Kosten des Drucks.

Bei so bewandten Sachen wird es unnöthig, die Berechnung, die Euer zc. übernommen, weiter fortzusetzen. Es wird sich erst, nachdem Herr F. seine 2 Millionen herausgegeben und seine Maschine publicirt hat, zeigen, ob und was zu thun seyn wird; alles Zuvorkommen würde übel angebracht seyn.

Ich werde nicht ermangeln, was ich etwa ferner erfahre, Euer zc. zu berichten, und wünsche durch anderweitige Dienste zeigen zu können, daß ich mit vollkommener Hochachtung bin zc.

Freund, dem Herrn Jekels Ankündigungen und öffentliches Verfahren widrige Eindrücke gegen ihn gegeben hatten, durch seine persönliche Bekanntschaft umgestimmt worden: vermuthlich war es Lambert, wenn er ihn näher kennen gelernt hätte, eben so gegangen.

---

## XI. Brief.

Lambert an Rosenthal.

---

Berlin, den 13ten Aug. 1776.

Guer ic. erhalten hiemit einen neuen Vorfalt, betreffend die Theiler der Zahlen. Herr Magister Zindenburg in Leipzig \*) ist durch das, was er aus der Leipziger Zeitung von Herrn Seltens Unternehmungen erfahren, aufgebracht worden, denselben zu übertreffen, und die Tafel bis auf 5 Millionen auszudehnen, dabey aber doch nur die kleinsten Theiler anzugeben. Unterm 3ten dieses schickte er mir Abdrücke von befliegender Nachricht, welche zwar vom 24ten May ist, aber nur erst dormalen publicirt wird.

Diese Herren wollen, wie es scheint, einander zuvorkommen, anstatt daß unstreitig besser wäre, wenn der eine da anfänge, wo der andere aufhört. Der eine rühmt seine Maschine, der andere seine Methode. Die Zeit muß lehren, was an beiden ist, und was dann ferner zu thun seyn wird.

Noch ist die Frage, ob nicht noch mehrere mit solchen Tafeln hervorrücken werden. Die Sache dürfte künftig in der Geschichte der Mathematik einen ziemlichen Raum einnehmen.

\*) Jetzt Prof. der Philosophie in Leipzig, von dessen Unternehmung der dritte Abschnitt ausführliche Nachricht giebt.

---

Zweiter

## Zweyter Abschnitt.

---

Lamberts und Fekkels Briefe.



---

## I. Brief.

Fessel an Lambert.

---

Wien, den 15ten Juny 1776.

Der 15te und 16te §. der Beyträge zum Gebrauche der Mathematik, auf der 49sten Seite x. berechtiget mich, an Euer zc. zu schreiben; zumalen da ich heut ein Werk vollendet habe, zu dessen schleuniger Ausfertigung diese Absätze die vornehmste Triebfeder waren.

Ich habe mich in die Theiler der Zahlen gewaget, und alle Factoren der durch 2, 3 und 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis 144000 auf 12 gewöhnliche Bögen dergestalt entworfen, daß man solche mit dem ersten Blicke finden kann. Ich halte für dienlich, um die Gestalt und Beschaffenheit meiner Arbeit gewissermaßen zu rechtfertigen, meine Bestimmung zu dieser Unternehmung, und die Art meiner Ausarbeitung etwas umständlich zu beschreiben.

E

Die

Die Untersuchung gewisser mathematischer Wahrheiten \*) machte mir gar leicht den Nutzen bes.

\*) Es hatte mich nämlich eine im I. Theile der vollst. Anl. zur Algebra vom Herrn Euler, auf der 64sten Seite No. 153. Zeile 5.) befindliche Erinnerung auf die Cubiczahlen aufmerksam gemacht; da ich dann eben durch Hilfe der Factoren herausbrachte, daß die Differenz jeder zwe nächst auf einander folgenden Cubiczahlen, der 6fachen Summe aller vorhergehenden Zahlen, nebst der Einheit gleich sey: Wenn also  $p, q, r$  drey nächst auf einander folgende Zahlen sind; so ist  $r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q$ . S.

Mich dünkt, es sollte  $r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q - 6$  oder  $2q^3 - p^3 + 6p$ , herauskommen; denn in der Voraussetzung, daß: die Differenz jeder zwe nächst auf einander folgenden Cubiczahlen, der 6fachen Summe aller vorhergehenden Zahlen, nebst der Einheit, gleich sey, steht meine Rechnung wie folgt:

$$r^3 - q^3 = 6 \cdot \frac{p \cdot q}{2} + 1 = 3pq + 1;$$

$$\text{folglich } q^3 = r^3 - 3pq - 1$$

$$q^3 - p^3 = 6 \frac{((p-1) \cdot p)}{2} + 1 = 3pp - 3p + 1;$$

$$\text{folglich } q^3 = p^3 + 3pp - 3p + 1.$$

Demnach  $2q^3 = r^3 + p^3 + 3pp - 3pq - 3p$ ; weil aber  $p = q - 1$  ist, so wird

$$2q^3 = r^3 + p^3 + 3qq - 6q + 3 = r^3 + p^3 - 6q + 6 - 3qq + 3q - 3q + 3$$

$$\text{und } r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q - 6.$$

B.

begreiflich, welchen ein Werk leisten müßte, in welchem die Factoren der Zahlen gehörig auseinander gesetzt zu finden wären. Unbekümmert, ob ein Werk von dieser Beschaffenheit vorhanden wäre oder nicht, kam mich die Lust an, einen Versuch zu machen. Und da mir weder die etwas höhern Primzahlen, noch andere zu dieser Absicht sonst etwa empfohlene Vortheile bekannt seyn konnten; so sah ich mich in die Nothwendigkeit versetzt, das Zahlengebäude von einer ganz besondern Seite zu betrachten. Diese Betrachtung deckte mir also gleich Mittel auf, mittelst welcher ich in 6 Tagen alle Factoren aller ungraden Zahlen von 1 bis 10000 herstellte: und hieben sah ich zugleich, besonders, wenn ich die Vortheile vervielfältigen konnte, daß mir die Fortsetzung dieser Arbeit bis 100000, oder auch Millionen, nicht unübersteiglich seyn dürfte.

Hierüber zog ich vor allem das Gutachten meines Kollegen, Herrn Baur, eines vorzüglichen Verehrers Ihrer Verdienste, zu Rathe, der mir in der Mathematik das erste Licht angezündet, und noch mein Lehrmeister ist: dieser überzeugte mich alsobald aus der Vorrede des oben angerühmten Tractats, von dem Abgange eines bequemen, aber vollständigen Werkes dieser Art, und von dem ungemein großen Nutzen eines solchen Unternehmens. Dieses war mir indessen genug, obschon mir die Anleitung in Ihrem Vorschlage zu einer bequemern Tabelle nicht durchaus bekannt war. Und da mir es hauptsächlich darum zu thun war, wie ich den schicklichsten Entwurf

mit der leichtesten Art von Berechnung verbände, so suchte ich meine vorhin gebrauchten Vortheile, so viel möglich weiter zu treiben.

Mein Plan fiel auch dergestalt kurz und geschickt aus, daß ich, mit Vergrößerung aller Berechnungsvortheile, auf jeder Seite eines halben Bogens 3000 Zahlen (ben denen nur die durch 2, 3 und 5 theilbaren abgehen) vorstellen konnte; und da diese Zahlen beständig fort einerlei dergestalt bleiben, daß man ferner nur auf den Unterschied der Tausende zu sehen hat; so ließ ich eine solche Seite ohne Anstand 400mal abdrucken, um in allem Falle auch bis Millionen mit einem Vorrathe von Zahlen versehen zu seyn; und hiebei war alles Abtheilen, Linieren und Zubereiten zugleich verrichtet. Zu meiner vollkommenen Beruhigung hat ich mir den II. Theil Ihrer Beyträge von meinem besten Freunde Baur aus; in denen ich zwar einen dem äußerlichen nach etwas verschiedenen Plan antraf. Allein, wegen dergleichen Kürze u. des meinigen, welchen ich bey der Art meiner Berechnung nicht leicht ändern konnte, ward ich in meinem Vorhaben dergestalt gestärkt, daß ich meine Arbeit wenigstens bis 100000, oder, damit ich mehr als alle hätte, bis 144000, ununterbrochen fortzusetzen beschloß.

Meine Rechnung verrichtete ich anfänglich mit einem eigends dazu gefertigten Maassstabe; der sich nach genauer Betrachtung in eine Maschine verwandeln ließ, welche, so einfach sie auch ist, doch diese besondere Bequemlichkeit hat, daß sie, mittelst einer kleinen Bewegung, alle Zahlen,



len, die durch einen gegebenen Factor theilbar sind, so behende, als man will, dergestalt zeigt, daß man nicht nur den vorgenommenen Factor, sondern auch alle seine Mitfactoren bei jeder Zahl mit aller Zuverlässigkeit hinschreiben darf. Und da ich mit allen Factoren, die unter der Quadratwurzel (indessen von 144000) sind, einerley vornehmen mußte, so dienten sie einander wechselseitig zur Probe. Nun aber sehe ich nach Vollendung dieser Arbeit erst, daß das ganze Werk, welches dormalen mich über 2 Monate Zeit gekostet, nebst meinen sonst häufigen Geschäften, gar sühlich in einem Monate hätte bewerkstelliget werden können, wenn ich alle unter wärend der Arbeit entdeckten Vortheile gleich anfangs gewußt hätte. Aber diese bleiben für die Hinkunft unabgefürzt; und ich bin versichert, daß ein einziger Mann im Stande ist, durch deren Hülfe unter Jahr und Tag alle Factoren bis Millionen auf gleiche Art zu vollenden. Und da die Zeit noch mehrere Vortheile anbieten dürfte; so will ich die Hoffnung nicht aufgeben, solche innerhalb mehreren Jahren auch bis 10 Millionen darzustellen. Von welchem Werke man, da es nicht leicht unter 840 Bogen werden kann, zu einem großen Behuf der Mathematiker, etwan nur auszugsweise alle Primzahlen besonders setzen könnte; zumalen, da man bey zusammengesetzten Zahlen die vorerwähnte Maschine, so weit man will, mit vielem Nutzen brauchen, und dieselben nach und nach alle, oder auch nur diejenigen, daran einem gelegen ist, finden kann.

Das Werk enthält nach Ihrem Beispiele und Vorschlage nur die einfachen Factoren zerlegt; weil man aus diesen ohnehin alle zusammengesetzten sogleich findet: welchen Vortheil ein dienlicher Vorbericht Anfängern begreiflich machen wird.

In der Folge dürfte die bequeme Einrichtung dieses Werkes noch manchen Vortheil aufdecken, den man nicht bey jeder andern Verfassung hoffen dürfte, wie sich in einer Vorrede mit mehrerem wird sagen lassen. Darf ich hoffen, daß ein solcher Plan, und die gute Ausführung desselben, den Wünschen der Mathematiker vollkommen entsprechen wird?

Indessen, da ein solches Werk nicht ohne Unterstützung zu Stande kommen kann; so mache ich mit Rechnung auf Dero Großmuth, mit welcher Sie auf ächte Verdienste, und auf die Aufnahme der mathematischen Wissenschaften, bedacht sind. Ihre tieffte Einsicht, mit welcher Sie die mathematischen Disciplinen vermehren, erweitern und ganz Europa beleuchten, und das Ansehen, welches Sie sich dadurch bey der ganzen gelehrten Welt erworben haben, machet, daß die Aufnahme eines solchen Werkes nur von Ihrem Winke abhängt. Verdiené ich demnach durch meine Unternehmung Ihren Beyfall, so kömmt es nur darauf an, daß Euer zc. dieselben den Akademien anzeigen und empfehlen möchten; so ist alles geschehen, was mich zur schleüßigen

Woll-

**Vollbringung und Vollständigmachung antreiben kann.**

Inzwischen bin ich gesonnen, zur Befriedigung der hiesigen Kenner, die bereits fertigen Factoren von 1 bis 144tausend, nachdem ich zuvor Ihr weisestes Gutachten vernommen, und von der Ausfahnte desselben werde versichert seyn, hier auflegen zu lassen:

Sollte aber ja etwan ein anderer Plan erwünschlich seyn; so dürfte sich bey Verbreitung des Werkes und geäußertem Verlangen darnach, gar leicht ein Mann finden, der dem einmahl ausgefertigten Werke bis Millionen oder weiter jede verlangte Gestalt gäbe. Da indessen ich eine solche Umschmelzung weit mühsamer und langwieriger finde, als die Ausfindigmachung aller Factoren bey meiner dormaligen Einrichtung, so will ich auf dieses, als die Hauptsache, mein ganzes Augenmerk richten, und jenes der Zeit und einem andern Liebhaber überlassen.

Die rechtschaffensten Gesinnungen, welche ich an wahren Mathematikern finde, machen, daß ich nicht nur die Vergebung meiner hiedurch genommenen Freiheit, sondern auch jene günstige Aufnahme meines Gesuches baldigst zu vernehmen hoffe, deren mich das ehrfurchtsvolle Bestreben würdig machen wird, mit welchem &c.

N. S. Mit Dero Genehmhaltung bin ich gesonnen, das Werk auf die Art, wie die Bey-

Lage zeigt \*) , bekannt zu machen , um es seiner wahren Bestimmung ehestens näher zu bringen.

Möchte es Ihnen belieben , den dortigen öffentlichen Blättern u. m. a. eine ähnliche Nachricht einverleiben zu lassen , so würde meine Pflicht , mit der ich mich Ihnen ohnehin verbunden zu seyn erkenne , um so größer ; und ich werde mich dafür gehörigmaßen abzufinden nicht verweilen.

Aber zu meinem Leidwesen finde ich bey genauer Erkundigung die Einrichtung unsers Postwesens also bestellet , daß ich weder im Stande bin , Euer zc. von dem beschwerlichen Postporto zu überheben , noch hier für auswärtige Subscribenten einen dieulichen Sammelplatz aufzuschlagen : und da , dergleichen in auswärtigen Staaten zu veranstalten , auf zu lange Zeit angesehen ist ; so will ich es bey den hiesigen Liebhabern , und den auswärtigen bewenden lassen , die es dem Verleger des hiesigen Diariums post- und spesenfrey zuzustellen wissen. Mit 2000 Exemplaren wird man doch hoffentlich keine Gefahr laufen , Vorzüglich aber werde ich die Auflage nach Ihrem Gutachten veranstalten ; und bin einz wie allemal der ganz von Ihrem Wink abhängende Liebhaber der Mathematik.

Nachricht.

\*) Nämlich die hiernächst folgende Nachricht.

## Nachricht.

Der berühmte Größenlehrer und Weltweise, Herr Lambert in Berlin, machte in dem II. Bande seiner Beyträge, i. J. 1770, den Vorschlag sammt einer Anleitung bekannt, die Factoren der Zahlen in eine so vortheilhafte Tabelle zu bringen, dergleichen man bey den trigonometrischen und logarithmischen nebst andern findet. Es ist sonder Zweifel der Wunsch aller Mathematiker von jeher gewesen, Tabellen von allen Factoren bey der Hand zu haben; wenn sie sich auch nur bis auf 100,000 erstreckten: maassen der Nutzen derselben und die Bequemlichkeit bey dem wirklichen Rechnen, sowohl in der reinen als angewandten Mathematik überaus groß ist.

Nun ist der Wunsch dieser Herren erfüllet. Es hat sich in Wien ein Mann gefunden, der auf 12 gewöhnlichen Bogern in folio alle Factoren der Zahlen von 1 bis 144000 darstellt. Die Nutzbarkeit und Kürze empfiehlt das Werk hinlänglich. Für die Richtigkeit desselben kann der Verfasser aus dem Grunde indessen gutstehen, weil jede Zahl durch die Art der Ausarbeitung so oft geprüft ist, als viele Factoren sie hat. Eine sehr einfache Maschine leistete den Dienst, daß man solches, ohne Vervielfältigung der Mühe und Zeit, mit aller Zuverlässigkeit thun konnte.

Jeder Kenner würde es für überflüssig ansehen, und es wäre selbst des Herrn Lamberts Vorschlage zuwider, wenn man sich mit jenen Factoren abgegeben hätte, welche bey dem ersten

Blicke in die Augen fallen: dergleichen 2, 3 und 5 sind; wodurch man, statt der 12 Bogen, derer 45 nöthig gehabt, und das Werk zum Gebrauche weit unbequemer gemacht, den Preis aber ohne Noth ums vierfache erhöht hätte. Es sind demnach in diesen Tabellen die Zahlen, welche durch 2, 3 oder 5 theilbar sind, übergangen, von den übrigen aber alle Factoren ausgehakt worden; dergleichen man noch in keinem Werke geleistet hat. Die Bequemlichkeit im Nachschlagen ist so groß, daß man höchstens in 2 Minuten alle Factoren jeder Zahl, welche nicht über 144000 geht, haben kann. Bey den Zahlen, die durch 2, 3, 5 theilbar sind, geht dieser Vortheil noch viel weiter: maßen sie sich, wenn sie auch 30, oder 300, ja 3000mal ic. größer sind, durch die Division mit den bekannten Factoren sehr oft so weit herunter bringen lassen, daß man ihre übrigen Factoren in der Tabelle finden kann.

Uebrigens erstreckt sich der vorzügliche Nutzen dieses Entwurfs nicht bloß auf die Mathematiker, sondern auch auf jeden Zahlenrechner, der nicht ganz bey der Oberfläche stehen bleibt; wozu eine besondere Anleitung dienen wird. Ein Mechaniker aber, der so oft auf die Zergliederung einer Zahl ansteht, wird zu seinem Zwecke wohl nicht leicht etwas erwünschlicheres gefunden haben. Es ließe sich zur Empfehlung dieses Werks noch vieles sagen, wenn nicht dasjenige, was Herr Lambert, nach dessen Plane und entscheidender Absicht es hauptsächlich eingerichtet ist,

vor:

vorhinein von der Nützbarkeit desselben erwähnt,  
 werflüßig genug wäre.

Indessen wird man die Auflage nach der  
 Menge der Liebhaber, welche sich bis Ende des  
 März dieses Jahres zuörderst melden werden,  
 antragen: und alsdann solches bis Ende des May,  
 auf gutem Schreibpapier zu liefern bedacht seyn.  
 Der Preis desselben wird über einen Gulden nicht  
 steigen. Die Billets werden im Verlage des  
 Wiener Diariums auf der Singerstrasse an-  
 genommen. Die gute Aufnahme dieses ersten  
 Theils wird den Verfasser antreiben, unter Jahr  
 und Tag das ganze Werk bis Million, wozu  
 nebst einem guten Vorrathe das Eis gebrochen,  
 und die Rechnung in ein pures Einschreiben u.  
 verwandelt ist, auf gleiche Art auf 84 Bogen zu  
 liefern.

Es dürfte vielen angenehm seyn, auch die  
 Maschine zu kennen, mit deren Hülfe man ein  
 wegen seiner anscheinenden langwierig- und Bes-  
 schwerlichkeit sonst für unübersteiglich angesehenes  
 Werk innerhalb 4 Wochen darzustellen im Stand  
 ist; und wodurch jeder, auch ohne die Tas-  
 beln, die Factoren der Zahlen, sie mögen ein-  
 fach oder zusammengesetzt, und so groß seyn, als  
 sie immer wollen, geschwind nach einander finden  
 kann. Dieselbe erstreckt sich auch auf die durch  
 2, 3, 5 theilbaren Zahlen, — kurz auf alle; sie  
 stellt auch nicht nur jene Zahlen vor, welche  
 durch einen gegebenen Factor theilbar sind, son-  
 dern auch jene, welche einerley Reste lassen; wor-  
 aus

aus ihre besondere Nutzbarkeit erhellet. Sie wird daher, nebst einer ausführlichen Beschreibung vom Gebrauche derselben, auf zweyerley Art besonders zu haben seyn. Die erste, kleinere, Maschine dienet nur zu den Zahlen, welche durch 2, 3, 5 nicht theilbar sind, und stellet auf jede Bewegung die Factoren von 8 Zahlen vor; die andere dienet für alle Zahlen, und stellet die Factoren von 30 Zahlen auf einmal vor.

## II. Brief.

Felkel an Lambert.

Wien, den 2ten Febr. 1776.

Ich hatte mir schon den 15ten Jänner d. J. die Freyheit genommen, Euer ic. die Ausfertigung aller Factoren von 1 bis 144000 zu benachrichtigen, und meine Veranlassung hiezu, nebst einigen Ursachen des zum Grunde gelegten Plans anzuführen. Da ich aber nicht weiß, ob mein Brief richtig eingelaufen; so habe ich mich heut um eine noch zuverlässigere und für Sie bequemere Gelegenheit beworben, um Ihnen das wesentliche abermal zu berichten. Das Meiste steht in  
bey-



bestehender Nachricht \*): Ich habe natürlich mein Werk von den besten Kennern prüfen lassen, und

- \*) Die vorgehende Nachricht war ein handschriftlicher Entwurf; die jetzt erwähnte ist auf einem Quartblatte abgedruckt, und vom 31. Jan. 1776. datirt, und unterschrieben: Anton Sefkel, Lehrer an der k. k. Normalschule bey der heil. Anna. Die erste Seite betrifft die Factorentafeln; die zweyte hat eine eigene Ueberschrift: Nachricht von der zu Erfindung der Sactoren dienenden Rechenmaschine. Die erstere Nachricht kommt beynahe wörtlich mit dem obigen Entwurf überein: auffer daß sie folgende eingeschobenen Zusätze enthält:

Nach den Worten (oben S. 41. Z. 20.): Für die Nichtigkeit der Ausarbeitung kann der Verfasser — hat Herr Sefkel in einer Parenthese hinzugefügt: „aufferdem, daß sein Plan, „und die gute Ausführung desselben, allen Kennern, die solchen noch in Augenschein genommen und geprüft, vorzüglichem Beyfall gefunden“ — und zur Bekräftigung dieses, sagt er in einer Note: „Man wird hieran um so weniger zweifeln können, da die vornehmsten Kenner, welche Augenzeugen davon sind, sich keine Unehre daraus machen, ihre Namen in dieser Nachricht zu lesen; es sind folgende: der Herr General von Schröder; Herr Obristleutenant von Avrange; Herr Abt von Râsar; Herr Lieutenant Hausser; Herr Baier, Lehrer an der hiesigen Normalschule, u. m. a.“

Erner ist die Stelle, Indessen wird man — liefern, (oben S. 43. Z. 3 bis Z. 17) auf folgende Weise verändert und vermehrt: „Indessen wird man die Auflage nach der Menge „der

und jedem mehr Genüge gethan, als er verlangte.  
Ich darf mich also auf ihr Zeugniß aus eigenem  
An-

„der Liebhaber antragen, die sich bis Ende Aprils  
„d. J. zum Vorhinein melden werden, und so-  
„dann solches bis Ende des Brachmonats auf  
„gutem Schreibpapiere zu liefern bedacht seyn.  
„Die Herren Subscribenten bekommen solches  
„um 1 fl., dahingegen es ausser diesen keinem  
„unter 1 fl. 30 Kr. abgereicht werden wird. Die  
„Billete werden beym Verfasser selbst, beym  
„Stubenthor, der Post gegen über, im Hause  
„Nro. 799. im 1. Stock, wenn solche post- und  
„spesenfrey dahin befördert werden, angenom-  
„men. Die gute Aufnahme des I. Th. wird den  
„Verfasser antreiben, unter Jahr und Tag das  
„Werk vollständig bis Million auf gleiche Art  
„auf 84 Bogen zu liefern: wozu nicht nur alle  
„Vorsehung gemachet, sondern auch ein beträcht-  
„licher neuer Theil bereits ausgearbeitet ist. Die  
„Billete für den zweyten Theil, oder für das  
„ganze Werk von 1 bis Millionen, werden bis  
„letzten Christmonats 1776 angenommen.“

Das übrige des Entwurfs, nämlich von:  
Es dürfte vielen n. f. w. bis zu Ende (oben  
S. 43. Z. 18.) ist in der zweyten Nachricht auf  
dem Verso des Quartblattes etwas mehr umge-  
schmolzen und erweitert worden. Die wesent-  
lichsten Zusätze. sind folgende. Gleich anfangs:  
„mit seiner Maschine sey man im Stande gewe-  
„sen, ein Werk, nämlich die Factoren von 1 bis  
„144000, zu vollenden, welches noch allen so  
„weitläufig, beschwerlich und unübersteiglich zu  
„seyn schien, daß sogar Herr Lambert schier die  
„Hoffnung aufgab, die Factoren von den ersten  
„100000 Zahlen gehörig entworfen zu sehen.  
„Nur

trage-beziehen. Ich mache mir sehr tröstliche  
Hoffnung von der glücklichen Aufnahme und Ver-  
breit

„Nun aber könne man, mittelst dieser Maschine,  
„ohne alle andere Hülfsmittel, und ohne einen  
„Viertelbogen zu rechnen, die Factoren der Zah-  
„len, sie mögen einfach oder zusammengesetzt,  
„und so groß seyn, als sie immer wollen, mit  
„größter Behändigkeit nach einander finden und  
„hinschreiben.“

Von der besondern Nützlichkeit der Maschi-  
ne in so ferne man mit derselben auch alle Zah-  
len, welche durch einen gegebenen Factor dividirt  
einen gegebenen Rest lassen, eben so geschwind  
findet als jene, die ohne Rest durch selbe theilbar  
sind, merkt Herr Sessel, wie in der Nachricht  
(oben S. 42. Z. 24.) an, daß es insonder-  
heit auch den Mechanikern sehr zu statten kom-  
me, eine solche Zahl zu finden, und die über  
dieses entweder aus andern gegebenen Factoren  
zusammengesetzt sey, oder andere zu besonderem  
Absichten dienliche Eigenschaften habe. „Dieses  
„alles, (sagt er) erhält man durch Hülfe dieser  
„Maschine ungemein leicht und geschwind, indem  
„man im Stande ist, in einer Stunde über 300  
„Zahlen, welche alle den gegebenen Rest lassen,  
„durchzumustern; wozu man bey dem wirklichen  
„Rechnen, wenn man nämlich zugleich auf die  
„vorausgesetzten Bedingungen zu sehen hat, wohl  
„40 Stunden nöthig hätte. Wer hat aber die  
„Geduld, eine so beschwerliche und langwierige  
„Rechnung auf gerathewohl zu unternehmen?  
„Man ist also mittelst der Maschine in den Stand  
„gesetzt, viele Aufgaben, deren Auflösung man  
„sonst ihrer Weitläufigkeit wegen liegen lassen  
„musste, sehr bald entweder aufzulösen, oder ihre  
„Unmöglichkeit einzusehen.“

Endlich

breitung dieses Unternehmens; besonders wenn noch mehrere auswärtige Minister es unterstützen, wie es mir zweien freywillig angetragen haben. Euer zc. aber können wegen des unmittelbaren Einflusses, und wegen der Verbindung, in welcher Sie mit allen gelehrten Gesellschaften und Mathematikern stehen, mit einem einzigen Worte mehr thun, als jeder andere und ich mit vieler Mühe und Kosten: um so mehr, da ich an Ihrem Besfalle aus der Ursache

Endlich, nachdem Herr J. zwei Maschinen, eine kleinere und eine grössere, wie in dem Entwurfs, angekündigt hat, füget er diese Zeilen noch bey: „Wem der Preis der Maschinen „samt der Beschreibung a) 1 fl. 30 kr. b) 2 fl. 20 kr. „zu hoch ist, der kann alle erwähnte Vortheile „(freylich weit beschwerlicher und langweittiger) „mit Hülfe eines einzeln dazu eigends verfertig- „ten Maassstabes erhalten, welcher der klein:rn „Maschine, um sie für alle Zahlen brauchbar zu „machen, wird zugegeben werden. Wer eine von „besagten Maschinen verlanget, hat sich bey dem „Erfinder derselben vorhinein zu melden: von „welchem man auch anderer sein Werk betreffens „der Umständen wegen Auskunft erhalten kann.“

So weit der Inhalt der 2 auf einem Quart:blatt gedruckten Nachrichten: kaum aber waren sie gedruckt, so fand Herr Selkel für nöthig, einiges beyzufügen, das auch schon auf dem an Lambert den 3ten Febr. überschickten Exemplar handschriftlich stehet, und zwar 1. zu der Anmerkung oben S. 45. 3. 5. v. u.: „Endlich hat auch „der K. K. Astronom, Herr Abt Zell, dieses „Werk in Erwägung gezogen und geprüfet, und „mehr

Ursache nicht zweifeln kann, weil Sie die stärkste Triebfeder dazu sind. Doch würde mein Eifer zur Fortsetzung um so mehr belebet werden, wenn ich von Ihrer vielvermögenden Hand eine Ermunterung hiezu erhielte. Ich zweifle auch nicht, zugleich von der Unterstützung des ganzen mathematischen Publicums, gelehrter Gesellschaften, und von dem glücklichen Abgange einer beträchtlichen Auflage versichert zu werden. Meine zur  
 vers

„mehr daran gefunden, als man in einem Blatte  
 „davon schreiben kann: anderer sehr ansehnlicher  
 „Kenner nicht zu gedenken, die nach eigener  
 „Gelegenheit ihren gänzlichen Beyfall an Tage  
 „legen werden.“ — 2. Zu Ende, folgende Erinnerung:  
 „Ungeachtet der Sorgfalt, mit welcher  
 „man durch Absonderung der Nachrichten allem  
 „Irrthume zuvor zu kommen glaubte, hat man doch  
 „wahr genommen, daß einige die Maschine zum  
 „Gebrauche der Tabellen nöthig zu seyn erachtet,  
 „und daher theils durch die Kosten, theils durch  
 „die eingebildeten Umwege in Bedenklichkeiten  
 „versehet worden. Es wird demnach hiemit  
 „erinnert, daß die Factorentabellen an sich allein  
 „alles gewähren, und ohne die Maschine vollkommen  
 „brauchbar sind. Doch, da man mittels der  
 „Maschine: a) in 14 Tagen die Richtigkeit des  
 „ganzen Werkes prüfen, b) alle verlangten Reste  
 „finden, c) die Factoren der großen in der  
 „Tabelle nicht befindlichen Zahlen finden kann,  
 „welches zu gewähren man das Werk mehr als  
 „100mal größer hätte machen müssen, so konnte  
 „man nicht unterlassen, sie durch eine besondere  
 „Nachricht bekannt zu machen und, anzupreisen.“

D

---

verlässigen und schnellen Handgriffe, mittelst welcher ich vermögend bin, bey gänzlicher Verwendung, jede 6 Monate eine Million bequem zu vollenden, machen, daß ich die Arbeit nicht aufgeben dürfte, die Factoren auch bis 10 Millionen fortszusetzen.

Ich kann auch versichern, daß in der Beylage bey weitem nicht alle Vortheile enthalten sind, welche man durch die Tabellen bey Verbindung mit der Maschine erhalten kann.

Da ich heute das erstemal die Gnade habe, von einer so edlen Gelegenheit Gebrauch zu machen, und mir es zugleich an Zeit gebricht: so will ich eine ausführlichere Nachricht bis dahin anstehen lassen, da ich das Glück haben werde, zu vernehmen, daß solches angenehm sey, und ich mich mit wahrer Zuversicht nennen dürfe &c.

---

### III. Brief. \*)

Lambert. an Sefkel.

Berlin, den 12ten Febr. 1776.

1. **D**aß sich, der Anfangs geringen Hofnung unerachtet, Liebhaber zu Fortsetzung der Tafel gefunden haben, bis auf 1 Million.
2. Antrag, die Tafel von 1000001 bis 2000000 fortzusetzen; und diese Fortsetzung als einen Beitrag zu liefern.

D 2

.3. Bitte

\*) Ober eigentlich nur der Inhalt der Antwort auf die beiden vorigen, so wie er sich in Lamberts Papiereu vorgefunden. Es scheint, L. habe, ehe er antwortete, des Herrn Sefkels gedruckte Ankündigung dem Herrn de la Grange mitgetheilet und ihm seine Gedanken dabey eröffnet: denn ich finde bey diesem Inhaltsblatte ein vom 11ten Februar datirtes Billet des Herrn de la Grange, von welchem ich die Abschrift beysüße.

J'ai l'honneur de saluer Mr. Lambert & de lui renvoyer avec bien des remerciemens le Programme allemand sur les diviseurs. Je conviens qu'il seroit désagréable à ceux qui ont déjà travaillé sur cette matiere, de se voir ainsi prévenus, & frustrés de l'avantage qu'ils auroient pu se promettre; mais je n'y vois aucun remède, à moins que l'Auteur ne veuille en venir de lui-même à une composition amiable. Peut être aussi qu'il n'est pas en état de tenir tout ce qu'il promet, & que

- 
3. Bitte um schnelle Antwort und Entschluß.
  4. Daß ich mir von seiner Maschine nur noch einen unvollständigen Begriff mache, anbey frey stelle, mehreres davon zu sagen.
  5. Anzeige der Vorrede 3ter Band der Beyträge, wie auch der Zusätze 2c. wo von Theilern der Zahlen ein mehreres vorkömmt.
  6. Daß eine Anzeige von Herrn Sessel's Unternehmung und Maschine in der Spenerschen Zeitung stehe.

que ce n'est que pour prendre les devants & écarter tout concurrent qu'il annonce l'impression de sa table poussée jusqu'à un million pour l'année prochaine. Quoiqu'il en soit, s'il est équitable il se prêtera aux propositions que Mr. Lambert lui fera; si non, il faudra le laisser faire & en attendre le succès. Au reste, quoique je conçoive la possibilité d'une pareille machine, j'ai quelque difficulté à croire qu'elle puisse aisément être employée pour des nombres si grands.

de la Grange.

---



---



---

## IV. Brief.

### Felkel an Lambert.

---

Wien, den 21sten Febr. 1776.

**E**uer 10. theuerste Zuschrift vom 12ten Horn., welche ich erst gestern erhielt, beantworthe ich auf Dero Verlangen unverzüglich. Sie hätte wegen ihres besondern Inhalts, laut dessen ein wichtiger Theil meiner Bemühungen vereitelt zu seyn, und unnütz zu werden scheint, einige Uthlust in mir erwecken können, wenn mich nicht die Ehre, mit andern tapfern Männern diesfalls um die Wette zu arbeiten, mit neuem Eifer beseelet hätte.

Ich nehme den günstigen Antrag willig an, die sämtlichen Factoren aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen bis 2000000 (oder auch noch weiter) herzustellen: der Zeitraum eines Jahres ist mir dazu gar wohl hinlänglich. Ich will aber von dem Tage an rechnen, an welchem mir die Beguehmigung meines heutigen Gesuchs von Ihrer Hand zukommen wird. Ich werde alsdann nicht nur die zweite Million richtig berechnet überliefern; sondern, wenn es so angenehm ist, die erste Million, welche bereits über die Hälfte fertig ist, vollständig berechnet, noch unter dieser Zeit in der Absicht übermachen, damit man durch deren Hülfe jede andere Tabellen ohne alles Nachrechnen

rechnen zuverlässig prüfen könne: doch hätte ich mit dem Abdrucke des ersten Theils bis nach Verlauf eines Jahres noch zu verzögern. Ich habe von der Richtigkeit des bereits fertigen Theils, so wie von der Zuverlässigkeit der ganzen Ausarbeitung so viel Proben und Bürgen, daß ich an einem allgemeinen Beyfalle nicht zweifeln darf.

Ich habe von der Stunde an, da ich Ihren werthesten Brief erhielt, mich um die 2 angezeigten neuen Theile bekümmert, und selbe auch richtig aufgetrieben. Da mir aber die Zeit nicht mehr gestattete, so habe ich nur die letzten 2 Tausend in den Factorentabellen durchgegangen, und fand in denselben, auffer den vom Herrn Wolfram richtig angemerkten Fehlern noch folgende 2: die Primzahl 101161 ist dort als durch 241 theilbar angesehen; hingegen ist 101461 durch 241 theilbar, und irrig als eine Primzahl angegeben. Dem Ansehen nach sind diese 2 Zahlen von dem Abschreiber verwechselt worden.

Meine ganzen Vorthelle, die ich Euer ic. mir für meine wichtige Unternehmung einzuräumen bitte, bestehen darin: daß Dieselben gütigst einleiten möchten, daß ich mit den übrigen Arbeitern einen meinem Beytrage gemäßen Antheil ziehen könne; es bestehen die für sie bestimmten Vorthelle in was sie wollen.

Die Maschine betreffend, so ist ihre Beschreibung bereits im Werke: ich werde nun noch mehr trachten, um Euer ic. ehestens, nach Verlangen,

langen, damit bedienen zu können. Ich kann ein vollkommenes Muster von der Maschine in einen kleinen Brief einschließen.

Da nun meine Sache, laut Beylage \*) , durch alle Klassen der Mathematiker aufs schärfste geprüft, und von aller Ausstellung frey befunden worden; so wäre nur mein Wunsch noch, auch Dieselben wirklich zu überzeugen. Ist es Ihnen gefällig, so wollen wir, bey Ermangelung anderer Wege eine ansehnliche und unpartheyische Mittelperson hiezu wählen. Meines Erachtens wird es unser lieb- und einsichtsvoller Herr Landmann, Tit. Hr. von Jacobi, k. preussischer Resident allhier nicht ausschlagen, Euer zc. nach

D 4

Befund

\*) Diese Beylage bestehet in dem schon bekannten gedruckten Quartblatt vom 31sten Januar; auf diesem neuen Exemplar aber stehen nicht die oben S. 45 = 49. gelieferten handschriftliche Zusätze, sondern folgender, der nicht von des Herrn J. eigener Hand hinzugeschrieben worden: „Nun ist wirklich das ganze Werk von 15 der vornehmsten Mathematiker aufs schärfste geprüft, und durch mündliche sowohl als schriftliche Zeugnisse aufs nachdrücklichste angerühmet, folglich dessen Richtig- und Nutzbarkeit ausser allen Zweifel gesetzt worden. 5 waren vom R. K. Artillerie- und Ingenieurcorps, die 5 ersten von der hiesigen Universität, und 5 andere berühmte Mathematiker deren Namen und Rang in einer neuen französischen Nachricht vom 6ten März werden zu lesen, und bey dem Verfasser umsonst zu haben seyn.“

---

Befund der Sache zu benachrichtigen, wenn ich ihm alle meine Zeugnisse über meine Sache, nebst dem Werke und der Maschine vorlege, und ihm davon selbst augenscheinliche Proben mache.

Der ich, indessen vertrauensvoll der Erfüllung meines Gesuchs, mittels baldiger Antwort, sehnlich entgegen sehe, und mit wahrer Hochachtung verharre ic.

---

N. S. Die laut Beilage auf den 6ten März im Vorsatz gewesene Nachricht \*) bleibe nun ausgesetzt, und hängt von Devo Gutbefinden ab.

Ich habe bereits, nebst andern nützlichen neuen Aufgeben auch gefunden, wie man auf die kürzeste Art die Factoren aller Zahlen finden kann, welche kleiner, als das 31fache von jeden fertigen Tabellen sind: ich kann diesen Vortheil mit weniger Mühe bis aufs 211fache erstrecken; wie ich denn auch überhaupt bey meinem Plane, allen damit verknüpften Vortheilen unbeschadet, neue sehr geschickte Abkürzungsmittel gefunden habe.

\*) S. oben S. 55. die Note zu Ende.

---

---

## V. Brief.

### Lambert an Fellel.

---

Berlin, den ten März 1776.

**E**uer 2c. können sich leicht vorstellen, daß der in meinem vorhergehenden Schreiben geschehene Antrag der eine mögliche war, den ich zum besten der Sache selbst, in allen Absichten betrachtet thun konnte. Desto angenehmer war es mir, aus Dero geehrtesten Antwort vom 21sten Hornung zu vernehmen, daß Sie sich den Antrag gefallen lassen. Ich habe mit einigen Mitgliedern der hiesigen Königl. Akademie der Wissenschaften, die Kenner sind, gesprochen, und sie sehen es mit vielem Vergnügen, wenn Euer 2c. belieben wollen, die Tafel von 1000001 an gerechnet bis auf zwei Millionen fortzusetzen. Inzwischen werde ich meine beiden Correspondenten \*), welche die Arbeit von 500000 bis auf eine Million übernommen, Nachricht geben, und von denselben erfahren, wie weit sie schon gekommen, und ob sie einen Termin setzen können, oder wollen; denn ich habe niemals deswegen pressirt, sondern mich begnügt, von Zeit zu Zeit bey Gelegenheit bes

D 5

kannt

\*) Die Herren von Stamford und Rosenthal: s. den ersten Abschnitt dieses Bandes.

Kannt zu machen, wie weit die Sache ihren Fortgang hat, damit nicht einerley Arbeit doppelt vorgenommen werde. Dieses wird nun nächstens wiederum in einigen gelehrten Zeitungen geschehen, zumal da, wenn Euer *ic.* Dero Maschine bekannt machen, sich Liebhaber finden dürften, die ungesucht sie zur Erweiterung der Tabelle gebrauchen würden.

Ich achte es sehr unnöthig, von Ihnen, in Ansehung der Richtigkeit und Glaubwürdigkeit, Zeugnisse zu verlangen. Die wirkliche Fortsetzung der Tafel, wie ich sie vorgeschlagen, dient statt aller andern Beweise. Und sollten Euer *ic.* selbst in Ihre Erfindung einiges Mißtrauen setzen, so wird es an Proben nicht fehlen, darüber gewiß zu werden:

Die Einrichtung der Tafel, so wie ich sie angegeben, giebt zu solchen Proben einen sehr leichten Anlaß. Denn die Ordnung, wie ein jeder Factor in den Columnen gesetzt ist, lehrt nach einer bestimmten Anzahl von Columnen wieder. So wie *z. E.* wenn der Factor 7 in den Columnen 1 bis 2100 eingetragen worden, so wird er sich in den folgenden Columnen von 2100 bis 4200, von da bis 6300 *ic.* in eben der Ordnung eintragen lassen. Für den Factor 11 findet eben dieses in Ansehung der Columnen 3300, 6600, 9900 *ic.* statt, und für jeden andern Factor  $x$  lehrt die Ordnung nach den Columnen  $300x$ ,  $600x$ ,  $900x$  *ic.* wieder. Sie lehrt eigentlich schon nach  $30x$ ,  $60x$ ,  $90x$  *ic.* wieder.

Es

Es geht aber dabey nicht columnenweise, und fordert daher zum Ausschreiben mehr Aufmerksamkeit. Man kann inzwischen von daher einen andern Vortheil nehmen, der sich darauf gründet, daß die durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen, die einterten Primzahl  $x$  zum Factor haben, nach Differenzen anwachsen, die immer in gleicher Ordnung wiederkehren, und solcher Differenzen sind jedesmal nur 8, nemlich  $6x, 4x, 2x, 4x, 2x, 4x, 6x, 2x$ . Schreibt man sich diese Differenzen für jeden Factor  $x$  auf ein Blättgen Papier, so lassen sich durch bloßes Addiren alle die Zahlen finden, neben welche der Factor einzutragen ist. Dieses macht die Fortsetzung der Tafel sehr leicht. Auch verfiel derjenige Correspondent, der die Tafel bis auf 500000 erweitert hatte, von selbst darauf und berichtete es mir, als er mir die erste Hälfte seiner Fortsetzung zuschickte.

Also fehlt es an Mitteln zu sehr leichten Prüfungen der Tafel nicht; auch zweifelte ich nicht, Sie, m. H. werden dergleichen selbst schon haben und noch ferner finden.

Indessen kann ich mir vorstellen, daß Sie Mühe hatten, sowohl die Richtigkeit, als den Nutzen Dero Arbeit gewissen Leuten begreiflich zu machen und außer Zweifel zu setzen. Sollte es annoch hieran fehlen, so belieben Dieselben nur, mir nähere Auskunft davon, zumal von der Maschine, zu geben. Ich werde sie ohne Verzug meinen Herren Collegen bey der Akademie und sodann der Akademie selbst vorlegen, und alles, was

zu

zu der Anpreisung beitragen kann, ohne Verzug öffentlich bekannt machen, auch nach Befinden eine Uebersetzung ins Französische davon machen, und den *Mémoires* der Akademie, die jährlich herauskommen, einrücken, damit es in allen Ländern den ächten Kennern zu Gesicht komme. Mittel zu leichterer Erfindung der Factoren, sind in der Mathematik von nicht geringem Werthe.

Was nun Dero bisher gefaßten Vorsatz betrifft, inzwischen eine Tafel von 1 bis auf 144000 herauszugeben, so habe ich nichts dagegen. Denn sie wird der künftig herauszugebenden und sich bis auf 2 Millionen erstreckenden Tafel so wenig Eintrag thun, als die Pellische Tafel, die ich in den Zusätzen *cc.* habe bekannt gemacht. Die große Tafel ist ohnehin nur für diejenigen Liebhaber, denen sie nicht zu theuer fällt; allen anderen wird die kleinere willkommen seyn. Es geht mit den logarithmischen Tabellen nicht anders. Wer keine vollständigere haben kann, läßt sich mit Kleinern genügen; daher werden diese mehrmal neu aufgelegt als jene; beide aber finden Abgang.

Mich wundert aber, daß Sie den Subscriptionsweg gewählt haben, der immer sehr weitläufig ist, und woben man gewöhnlich die Herren Buchhändler gegen sich hat: so daß sie, anstatt den Debit befördern zu helfen, denselben eher zu hintertreiben suchen. Doch vielleicht hat sich in Wien kein Verleger dazu wollen verstehen, den Verlag gegen ein ordentliches Honorarium zu übernehmen. Ich glaubte aber, daß des berühmten



rühmten Astronomen Herrn Zell Anpreisung, von guter Wirkung würde gewesen seyn, und selbst ein Buchhändler muß doch in der Rechnung mit Brüchen und der italiänischen Practik so weit erfahren seyn, daß er den Nutzen der Tafel bey Zerfällung der Zahlen einsehen kann.

Was hingegen die Publicirung der Maschine durch Suscription betrifft, so ist dieser Weg dabei allerdings der beste. Es wird aber genug seyn, wenn Anfangs so viele Subscribenten da sind, daß die Kosten ersetzt werden, weil sich auch nachher Liebhaber finden, die lieber die Maschine schon gemacht kaufen, als sie nachzumachen oder nachmachen zu lassen.

Gegen meine Herren Correspondenten, die mir bisher sehr ansehnliche Beiträge zu Tafeln, und ganze weitläufige Tafeln geliefert haben, habe ich mich nie anders geäußert, als daß ich für einen Verleger sorgen, und das, was ich von ihm an Exemplarien und Bezahlung erhalten kann, jedem nach Maafgabe des gelieferten Beitrages, sicher zukommen lassen werde. An mir soll es nicht liegen noch mehr zu thun, und besonders auch auf die Auswirkung der Vortheile Bedacht zu nehmen, die aus dem Ruhme, die Grenzen der Erkenntniß erweitert und nützliche Beiträge geliefert zu haben, fast immer nothwendig fließen.

Wenn demnach Euer zc. bey dem Antrage bleiben, die Beiträge von 1000001 bis 2 Millionen

tionen zu der großen Tafel zu liefern, so wird in Dero gedruckten Nachricht weiter nichts zu ändern seyn, als was am Ende von der Subscription auf den sogenannten zweyten Theil, oder das ganze Werk, gesagt ist. Statt dessen wird es von ihnen abhängen, zu setzen, daß ich die Publicirung der Tafel von 1 bis 144000, so wie auch die Maschine sehr nützlich erachte, daß aber die mit mir genommene Abrede die Ausgabe des größern Werkes und die Subscription darauf suspendire, damit es zu seiner Zeit doppelt vollständiger herauskomme.

## VI. Brief.

Felkel an Lambert.

Wien, den 30sten März 1776.

Das lange Ausbleiben meiner Antwort sollte Euer :c. billig in einen Unwillen gegen mich versehen, wenn nicht die Ursachen davon erheblich wären. Ich habe beide theure Zuschriften meinen hohen Gönnern vorgezeiget: und da dieselben Dero Verdienste, Erfindungen, Vorschläge u. m. a. überaus hochschätzen, so thaten sie es auch

auch in Handhabung Dero bey den Factorentabellen zum Grunde gelegten Planes; und verlangten von mir eine parallele Vergleichung der Plane, und der mit jedem verbundenen Vortheile. Ich zog hiebey alles in Erwägung, was in dem Beyträgen und Zusätzen ic. davon gesagt ist, und zeigte, wie alle diese Vortheile nebst noch vielen andern in meinem Plane beysammen zu finden wären. Ich will die vornehmsten hieher setzen: 1stens gehen in meinem Plane alle Zahlen in ununterbrochener Ordnung vom Kleinern zum größern fort, welches einzige den Stof zur Maschine gab: dabey sind alle Zahlen sehr leicht zu finden und nachzuschlagen; die Ordnung der Factoren aber kehret bey mir bey jedem  $3000x$  scheinbar wieder. Doch habe ich nicht Ursache, auf diese Wiederkehrung Acht zu haben; da 2tens das Verfahren bey allen Factoren, ohne Rücksicht auf etwas Vorhergehendes, ganz einerley Befehle hat: welche Allgemeinheit ungemeine Erleichterungen und Vortheile hervorbringet. Eben dadurch, 3tens, läßt sich jede durch einen gegebenen Factor theilbare Zahl, nebst allen Mitsactoren auf einmal durch die Maschine finden; welches bey einem unterbrochenen Plane große Schwierigkeit hat. Den Vortheil aber, welchen die Differenzen  $2x$ ,  $4x$ ,  $6x$  gewähren, deckte mir mein Plan gleich anfangs auf: ich gebrauchte ihn vor Ausarbeitung der Maschine, für große Zahlen, für die ich dieselbe unbrauchbar hielt; dergleichen hatte mir ein guter Freund durch diesen Grif eine Menge berechnet; ich ließ sie aber bey befundener

allger

allgemeiner Brauchbarkeit der Maschine unbekannt liegen, weil ich hiedurch die Factoren 3mal leichter von neuem finde, als berechnete nur eintrage. Denn, 4tens, ich fertige mit meiner Maschine in jeder Stunde 240 Zahlen ab, von denen ich alle Factoren einschreibe: noch mehrers läßt sich bey größern Factoren leisten, wo die Factoren der zugleich durch kleinere Factoren theilbaren Zahlen schon da stehen: welche hiedurch zugleich probirt werden. Dazu kömmt 5tens der zweite Dienst, den die Maschine in Ansehung der Reste leistet, welcher wegen seiner Nuzbarkeit in verschiedenen Fällen, wo eine andere Art von Auflösung immer langsam und oft sehr beschwerlich ausfällt, eben einen wichtigen Grund für meinen Plan abgiebt: welcher überhaupt ganz nach der Natur gemacht, und alle Vortheile anzunehmen fähig ist. 6tens, die Untersuchung der Richtigkeit geht noch weit schneller, als die Ausarbeitung selbst: maassen man dabey nichts als sehen und wieder sehen darf. 7tens eine große Erleichterung entsteht noch daher, daß ein 10jähriger Knab die Maschine beständig fort zu bewegen, und die Factoren anzuzeigen, oder gar zu dictiren im Stande ist.

Wenn ich vom Versalle reden soll, so ist noch keiner ohne Ueberzeugung davon gegangen, der auch in der Absicht zu widersprechen, das Werk in Augenschein nahm. Ich arbeite also jedesmal mit 12 oder wohl noch mehrern Rechnern diesfalls um die Wette, und könnte immer

so

so viel abfertigen, als der Buchdrucker zu drucken im Stande ist, wenn ich nur die Hälfte meiner Zeit hierauf verwenden dürfte, und die Factoren, ohne sie durch beide Millionen durchzusehen, unterbrechen wollte. Ich habe einen Ueberschlag gemacht, wie viel man längstens Zeit nöthig hätte, die sämtlichen Factoren von 1 bis 2 Millionen abzufertigen, und fand, daß man solches in 2927 Stunden gar wohl leisten kann: davon fällt noch weg a) was bereits fertig ist; b) alle Vielfachen, die unter dem Quadrate einer jeden Primzahl sind, u. m. a. da alle Primzahlen, die größer als die Quadratwurzel von 2000000, d. i. über 1409 steigen, ohnehin ganz wegfallen; c) endlich kann ein Gehülfe, oder auch mehrere, ohne einander zu hindern, mit eben den Vortheilen, wie ich, mit arbeiten, um das Werk zu beschleunigen, wenn sie nicht weit von einander sind.

Dieses alles habe ich den ersten Kennern dergestalt überzeugend dargethan, daß ihr Endespruch einhellig für meinen Plan ausfiel; ja sie wünschen, und sind alles beizutragen bereit, damit meine Tabellen nicht nur unverändert beybehalten, sondern auch ehestens ans Licht treten möchten: und in der That ist es an dem, zu Verträgen zu schreiten, um den Abdruck ehestens anfangen zu können, ohne Rücksicht auf alle Subscribenten. Da aber so ein Werk nicht bloß für Wien gemacht ist; sondern auch auswärtiger Kenner Bestimmung nöthig hat: so mache ich billig bey Ihnen, m. H., den Anfang, als nach  
 E dem

dem sich die übrigen Herren Mathematiker, als einem Leitstern richten. Lassen sich doch Dieselben meine Untersuchung gefallen, und billigen Sie, daß ich in einem Fache, wo ich noch allein kann, ein Ganzes liefere, welches von mehrern Händen zusammen zu tragen noch lange Zeit und große Mühe kosten würde. Denn so viel ich immer noch Schweiß darauf verwenden müßte, so kann es bey weitem nicht die Hälfte von jenem seyn, wofür es dem zu stehen kommen würde, der es einst zusammentragen, den Plan abändern, und für den richtigen Abdruck sorgen wollte: denn ich habe diesfalls so viel Vortheile beyammen, und gleich Anfangs dafür gesorgt, daß ich weit leichter für die Druckrichtigkeit gut stehen kann, als jeder andere: welches alles sammt der Maschine von meinem Plane hergeleitet ist.

Es käme nun aber darauf an, die Collision zu tilgen, die zwischen mir und denen vorgeht, welche die Berechnung bis 1 Million vorgenommen haben. Allein da hiebey mein Verlust allemal größer seyn würde, als der andern, weil sie sich darein theilen, und weil ich als der Bewerksstelliger eines Ganzen favente Natura vorziehe, so sollten mir jene billig weichen; um so mehr, da Euer *rc.* Wege genug haben, sie anderseits zu consoliren; ja Sie können ihnen zur Satisfaction öffentlich Ihre Unzufriedenheit an den Tag legen. Wenn Euer *rc.* übrigens geruhen, für meine Bemühung Rücksicht zu tragen, und meine anfängliche Unwissenheit vorzuschützen, hiebey aber doch

zu thun, was Sie für treue und nützliche Arbeiter zu thun gewohnt sind, so bleibe ich immer unbeschädigt: Est modus . . . .

Sind Sie, m. H., dessen zufrieden, so vertraue ich mir bis Ostern 1777 alle Factoren der durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis 1008000 auf 42 gewöhnlichen Bogen abgedruckt, die aber bis 2016000 druckfertig herzustellen: Ja Sie sollen von Zeit zu Zeit die fertigen Theile mit schicklicher Gelegenheit erhalten.

Von der Maschine ist bereits der letzte Bogen unter der Presse: ich warte nun auf eine gute Gelegenheit, eine fertige Maschine sammt der Beschreibung übermachen zu können. Da indessen solche zu Berechnung der Tabellen nicht mehr notwendig seyn dürfte; so könnte ich zwar durch deren Allgemeinmachung in Gefahr versetzt werden, meine eigene Arbeit dadurch hintertrieben zu sehen: allein ich verlasse mich diesfalls ganz auf Dero liebevolle Vermittelung, und will sie nach dessen Versicherung gar nicht zurückhalten.

In Betreff der bekanntgemachten 144000 wäre es wohl gut, dafür 300000 abdrucken zu lassen, welche dormalen auf  $12\frac{1}{2}$  Bogen Platz haben: es ist mir nämlich daran zu thun, den 7ten Theil von jenem zu haben, was ich berechnen will; und da  $300000 \cdot 7 = 2100000$ , so kann ich alsdann meine Arbeit bequemer unter Gehülffen vertheilen: habe aber davon vor Vernehmung

Ihres Gutachtens noch nichts bekannt machen wollen. Sie würden mich sehr verbinden, und mir vieles erleichtern, wenn Sie auch nach Berlin einige Exemplarien abzunehmen Gelegenheit machten. Es wird daraus zugleich mein Plan ohne viele Beschreibung und Weiräufigkeit einleuchtend werden. Ich will aber ohne eingenommenen Augenschein keinen entscheidenden Ausspruch oder Benfall verlangen, oder erwarten: nur gute Hofnung und . . . Ich hoffe, die Einfachheit wird solchen besonders beliebt machen. Meine Erfindung betreffend, so ist solche überzeugend richtig, und, wie man sagt, a priori demonstrirt; folglich von allen Einwendungen frey. Auf diese meine Anträge und Verheissungen können Euer zc. sicher rechnen, und das Versprochene ohne alle Umwege von meiner Hand erwarten. Ich will nach Verlangen Bürgen stellen; damit aller fernere Anstand gehoben werde.

Wenn ich nun aber solchermaßen dem Wunsche der Herren Mathematiker, in Betreff vollständiger, richtiger und bequemer Factorentabellen zc. gänzlich entspreche: so besorge ich auch von Seiten Euer zc. ganz kein Bedenken; vielmehr geträufte ich mich günstiger Anschläge zu Beförderung dieses gemeinnützigen Werkes. Sollten aber dieselben hiemit gleichwohl nicht zufrieden seyn: so werde ich doch meine Vortheile, die Factorentabellen zu beschleunigen, nicht zurückhalten, und durch Uebermachung der Maschine jeden in den Stand setzen, das Werk zu vollenden;



den; wogegen ich jedoch einige Vortheile hoffen würde. Die Ausarbeitung selbst betreffend; so würde ich solche von daher lieber einem andern überlassen, weil ich nach einem andern Plane beynah 4fache Mühe, Zeit und Kosten nöthig hätte, und hiedurch von meinem Zwecke, in der Mathematik weiter zu kommen, gar weit entfernt würde.

Uebrigens werde ich alles thun, was mir Dero Gewogenheit gewinnen, und mich der in der letzten werthesten Zuschrift gemachten günstigen Anträge gewärtig machen kann: doch aber nichts lieber, als wenn ich auf die oben beschriebene Art alle Weitläufigkeiten, denen die Factorentabellen etwa sonst noch ausgesetzt werden dürften, vermeiden, und mich mit wahrer Zuversicht Dero Gunst erfreuen, und mit vorzüglicher Verehrung nennen darf &c.

N. S. Es versteht sich von selbst, daß in so einem Werke Dero weisestes Gutachten, oder was anders, was dem ersten Beförderer eines solchen gemeinnützigen Unternehmens &c. gebühret, den ersten Platz einnehmen mußte, so gut, als wäre es in Berlin, oder wo immer, aufgelegt.

Uebrigens werde ich mich nicht unterfangen, nach entschiedener Sache Ihre wichtigsten Geschäfte und Untersuchungen durch überflüssiges Schreiben zu unterbrechen; vielmehr werden Derselben mein Stillschweigen als ein Zeichen des ungehinderten Fortganges meiner Arbeit ansehen

Können: da ich gegenwärtig nichts anders bitte, als in Nothfällen mich an Dieselben wenden, und in Zweifelsfällen Rath suchen, auch zuweilen gelegentlich einen Beweis meines Fleisses und Ebnies mit den mindesten Kosten schicken zu dürfen. Hingegen werde ich es mir zur Pflicht rechnen, Euer zc. wenn Sie es gerne sehen, ohne Anstand zu benachrichtigen, so oft im mathematischen Fache etwas merkwürdiges vorgeht; wie denn wirklich meine besten Gönner, Herr General von Schröder, Herr von Käsar, Herr Baur und wenig andere sich durch verschiedene nützliche mathematische Erfindungen, welche ganz über dem . . . gemeinen Schulschlender und die seichte Demonstrationsart erhaben, und ganz neu und unbekannt sind, auszeichnen: Kurz, ich werde alle Kräfte anwenden, um mich nennen zu können zc.

## VII. Brief.

### Felkel an Lambert.

Wien, den 24ten April 1776.

Euer zc. hatte ich vor etlichen Wochen die Ehre von dem Fortgange und der Lage meiner Sache eine vorläufige Nachricht zu geben: ich halte

es um so mehr für meine Pflicht, dieses nach vollkommener Entscheidung zu thun.

Da ich meinen hohen Gönnern hier die Vorzüge meines Planes, so wie alle daraus fließende Berechnungsvorteile u. m. a. deutlich vor Augen legte; so wurden sie dergestalt dafür eingenommen, daß sie sich einhellig für dessen Benbehaltung erklärten, und solchen nach Vermögen zu unterstützen beschloßen.

Das größte, was sie thun konnten, war, daß sie selbst des Kaisers Majestät das ganze Werk anpriesen; welcher, aus Liebe für die mathematischen Wissenschaften, solches durch einen hinlänglichen Vorschuß allergnädigst zu unterstützen geruhet.

Diese allerhöchste Gnade kann ich nicht aus schlagen, sondern muß meinen hohen Gönnern für so thätige Dienste willfahren. In dieser Rücksicht nun steht die Sache nicht mehr in meiner Gewalt: es wird also nach ihrem Antrage die Auflage hier veranstaltet, und der Abdruck nächsten Monat angefangen, und unausgesetzt fortgehen.

Ich hoffe aber, Euer zc. werden mir zu dieser gemeinnützigen Unternehmung die Hand bieten, und mich Ihre weisen Gesinnungen ehestens vernehmen lassen. Die Maschine, welche ich bey erster Gelegenheit sammt der Beschreibung übermachen werde, wird meinen Plan und alle damit verbundenen Vortheile vollkommen einleuchtend machen.

E

Ich

Ich habe meine Berechnungsvortheile bereits so weit getrieben, als man es nur wünschen, und niemals glauben konnte: dieses macht, daß ich ohne Uebereilung, auch ohne Mitarbeiter, mein Wort bey Ausfertigung des Werkes werde halten können. Denn ich arbeite immer so geschwind, als der Buchdrucker folgen kann. Mein vorhin gemachter Uberschlag, in Betref der Zeit, ist nun wirklich um den 4ten Theil vermindert.

Demnach soll mit Ostern künftigen Jahres, will es Gott, nicht nur das ganze Werk bis 2 Millionen fertig, sondern auch, nebst der ersten ganzen, ein guter Theil von der zweyten Million abgedruckt seyn.

Hieraus können Euer zc. leicht ermessen, daß man mit hier nicht ohne wichtige Gründe bengepflichtet, und mir so große Unterstützung ausgwirkt: ich schmeichle mir auch, Euer zc. würden es mit eben dem Nachdrucke gethan haben, wenn Dieselben ein Augenzeug davon seyn könnten. Ich zweifle aber um so weniger an einem desto vollkommenern Beyfalle, wenn ich Ihnen ehrens das ganze auf einmal vor Augen legen werde, was ich nur nach und nach entwickelt, und meinen hohen Gönnern nur stückweise vorzeigen konnte: mit welcher Hofnung ich nächstens durch eine geneigte Antwort zu vernehmen mich geträste, was Dieselben bey Veranstaltung dieses Werkes zu thun für gut befinden, was für Auskunft Sie zum Voraus dafür verlangen, in wie fern man sich auf Dieselben in der neuen Nachricht, so wie  
im

im Werke selbst beziehen, und mit welcher Zuversicht ich mich Zeitlebens nennen dürfe &c.

N. S. Dieser Tage werde ich, wo möglich, mit dem königl. preuß. Herrn Residenten, wegen schicklicher Uebermachung einer Maschine sprechen.

## VIII. Brief.

Felkel an Lambert.

Wien, den 24ten Junii 1776.

Die Unterbleibung einer geneigten Antwort auf meine 2 letzten Schreiben sehe ich gar nicht als ein Zeichen an, daß Euer &c. meine Unternehmung verwerfen. Hätte ich dieses besorgt, und nicht vielmehr geglaubt, allen Kennern einen nicht geringen Dienst zu erweisen, wenn ich ein Werk, welches noch vielen Schicksalen vor seiner vollkommenen Ausfertigung hätte ausgesetzt seyn können, allen Unfällen auf einmal entreisse, und sowohl schön als zweckmäßig eingerichtet darstelle: so hätte ich mir wahrlich die nicht geringen Kosten

£ 5

und

und Mühe, die es mir verursacht, erspart, und dadurch manche Ungelegenheit vermieden. Oder vielleicht sehen Dieselben in meine Worte einiges Mißtrauen: ich leiste aber in der That mehr, als ich noch versprochen, wie es das Werk selbst, und dessen schnelle und richtige Ausfertigung zeigen wird. Ich werde mir es aber besonders angelegen seyn lassen, um alle Absichten, die Euer z. durch Factorentafeln suchen, und noch mehr andere, zu erlangen, und Ihren theuresten Beyfall um so sicherer zu verdienen.

Ich hätte freylich von verschiedenen günstigen Erinnerungen Gebrauch machen können und wollen: allein für diesmal konnte der Druck nicht länger ausgesetzt bleiben, um den ersten längst versprochenen Theil zu liefern, welches nicht 8 Wochen anstehen wird: unter eben dieser Zeit wird die erste Million in Betreff der Rechnung ganz, nebst einem Theile von der zweyten, fertig. Meine Rechnung geht schneller, als daß mir 2 Seker folgen könnten. Das Werk könnte also, wenn ich darauf dringen wollte, in einem Jahre ganz abgedruckt seyn, ohne dabey etwas zu verhudeln. Ich will aber auf den schnellen Abdruck nicht so viel dringen, bis ich, nach Ausfertigung der zweyten Million, der Correctur allein obliegen kann. Will es Gott, so soll mit Ende des 1777sten Jahres nicht leicht etwas übrig bleiben.

Ich bin aber bemüht, den ersten Theil mit einem Vorberichte zu versehen, der nur indessen  
das

das Nöthigste enthält, was den Gebrauch der Tafeln überhaupt betrifft. Das Mehrere muß ich in die Zukunft verschieben. Doch werde ich alles namhaft machen, was ich im großen Werke leisten will. Der Stoff zum größern Vorberichte wird sehr ergiebig seyn, und durch den Plan, den ich zum Grunde gelegt habe, ganz besondere und nützliche Zusätze bekommen, welche bey einem andern Plane schwerlich statt haben dürften.

Ich mache mir aber große Rechnung auf den außerordentlichen Eifer, mit welchem Euer zc. die mathematischen Wissenschaften befördern und täglich erweitern. Daher sehe ich mit vollkommenster Zuversicht der Gewährung meiner Bitte entgegen, die ich in dieser Rücksicht an Dieselben machen werde. Da es mit dem Vorberichte zum ersten Theile höchstens noch 6 Wochen Zeit hat, so habe ich mich wirklich versehen, diesen sowohl, als das Muster von den Tabellen, nebst der Maschine und ihrer Beschreibung zu übermachen, so bald es Dieselben erlauben werden; möchte doch dieses also gleich gefällig seyn! Ich bäte mir hie bey zugleich das weise Gutachten Euer zc. über meine Einrichtung, und beliebige Aenderungen aus, welche höffentlich die Hauptsache nicht betreffen werden. Möchten Sie doch die Güte haben, den wichtigsten Theil des Vorberichts selbst über sich zu nehmen, so würden die Vortheile, welche der wohlgewählte Plan gleichsam verdoppelt, vollkommen einleuchtend, und der Werth dieser Tafeln allgemein erkannt werden.

Das

Das ganze Werk würde hiedurch Ihnen, m. H., so viel als eigen; wie ich denn ohnehin bey aller Gelegenheit an Tag lege, wie sehr ich Dieselben, als die erste Triebfeder hiezu, verehere. Und da ich für die Druckrichtigkeit nach meinen Kräften Sorge: so werden Dieselben durch die Entfernung des Druckes nur einiger Beschwerclichkeiten überhoben, die Ihnen die Gegenwart desselben verursachen würde.

Ich lege indessen eine von den letzten Nachrichten bey, welche ich, nach vollkommener Entscheidung der Sache, meinen Gönnern zu gefallen, also einrichten mußte \*). Was darinn vom Plane

\*) In mehrerer Vollständigkeit dieser Factorengeschichte will ich die erwähnte Nachricht hier mittheilen.

*Pro notitia Mathematicorum.*

Unanimis applausus, quo peritissimi quique *Tabulas Factorum*, seu *divisorum* numerorum, *modumque eas conficiendi* post strictissimum examen exceperunt, Clementissimum Imperatorem ac Regem nostrum permovit, pro innata artes utilissimas promovendi propensione, ad opus hoc quam primum typis vulgandum benignissime succurrere. Summo hoc beneficio omnia, quæ propositum hoc morari potuissent, impedimenta penitus sublata sunt. Muneris hujus magnitudine excitatus auctor omnes vires impendat necesse est, ut hoc opus omni, qua par est, accuratatione atque elegantia perficiatur. Atque id quidem eo minus difficultatis habebit; cum modus conficiendi ad eum facilitatis

ac



Plane und meiner Berechnungsart gesagt worden, ist dergestalt nicht übertrieben, daß der Augenschein nur noch mehrers zeigt.

Da

ae certitudinis gradum deductus sit, ut in hoc genere nec ultra quid sperari, neque optari posse videatur: quod omnes, qui rem oculis usurpant, ultro consentunt. Ob tam celerem confitendi modum typus jam ceptus nunquam interrumpetur.

Dispositio operis tam apta tamque selecta est, ut in una filera (in duobus foliis) omnes factores 24000 numerorum (ommissis tamen per 2, 3, 5 divisibilibus,) commode ac distincte, ordine non interrupto repraesententur. Ex quibus colligere licet, pretium totius operis, vel partis ejusdem, maxime allevari.

Jam quod primam partem, prima Februarii promissam attinet, quae factores numerorum ab unitate usque 144000 exhibet, illa iis, qui hactenus subscripserunt, statuto pretio unius florini ineunte Augusto extradi poterit: Quo tempore etiam illi, qui, antequam magnum opus sibi comparare constituerent, ipsius institutionem ac dispositionem perspicere desiderant, eandem obtinere poterunt. Ceterum in animo est, primam operis partem usque ad 300000 extendere, eamque ante finem Augusti se se insinuantibus 2 florenis extradere.

Neque tamen inde de pretio majoris operis judicium ferre oportet, quod variis de causis pretio respective leviori exhiberi poterit, dabiturque, nec facile 10 florenos excedet.

Illud ad Cl. Lamberti, aliorumque insignium Mathematicorum desiderium explendum ad duas milliones elaborabitur, & ob aptissimam dispositionem,

Da aber durch die Factorentafeln noch nicht alle Hilfsmittel beysammen sind, die man bey mathematischen Untersuchungen mit vielem Vortheil gebrauchen könnte: so kann ich nicht erman-  
geln, Ihnen von einem sehr geschickten Rechen-  
meister

nem, præter locupletissimam utilissimamque præ-  
fationem, 84 fileras, i. e. 168 folia explebit. Elaboratio ante Pascha sequentis 1777mi anni commode absolvetur; typus, quanta celeritate fieri poterit, sequetur: imprimitur autem in char-  
ta scriptitia pulchra & bene firma.

Neque ulla erit difficultas, hoc absoluto ta-  
bulas, quoad libuerit, continuare: neque dubium est, plerosque fore, qui ob facillimam, celerrimam, amœnissimamque factores reperiendi metho-  
dum, hoc negotium sponte ac lusus loco in se suscepturi sint: in quorum gratiam singularis quædam instructio in opere est, minimo pretio exhibenda.

Quod itaque majus opus attinet, pro præ-  
senti rerum statu nulla quidem subscriptione opus est; attamen editio eo major, pretiumque inde levius fiet, quæ plures se tempestive hac de causa insinuaverint. Igitur hi, qui ante finem hujus anni se declaraverint, 12 pro cento lucrum habebunt; bibliopolis vero, aliisque, qui ante hunc terminum exemplarium numerum saltem ad 12 petiverint, adhuc 4 p. C. addentur.

Eo quidem minus de felicissimo operis progressu dubitandum est, cum in prima parte proxime extradenda utilitas, atque selectissimus ordo pluribus ob oculos ponentur.

Accedit simplex *Machina* factores numero-  
rum indicans, ex operis optimo ordine numero-  
rumque natura deducta. Ea duplisis generis est:  
major

meiſter Erwähnung zu thun, welcher die Logarithmen bis auf 10000 in 20 Decimalſtellen ausgearbeitet, und dieſe Mühe gern mit einer andern Berechnung vertauſchen würde, wenn er dabei nur einige Vortheile ſähe. Geben mir doch  
Euer

major exhibet factores omnium numerorum, minor tantum numerorum per 2, 3, 5 non diviſibilem: prima cum deſcriptione ac inſtructione de uſu 3, altera 2 florenis exhibetur, Minus ornate ac commode diſpoſitæ leviori pretio obtineri poſſunt.

His adminiculis factores numerorum adeo certe commodeque reperiuntur, ut ſine ulla computatione ſumma celeritate in locum ſuum inferi poſſint: quod omnes primo intuitu in maximam admirationem rapiat, necesse eſt.

Jure igitur quilibet hujus rei ſtudioſus operæ pepercerit, factores communi computandi methodo inquirere; idque eo magis, cum virorum in computandi arte facile principum judicio comperitum fit, illam ad maximum habitum deductam decies fere plus temporis, laboris, ſumptusque requirere, neque tamen plus certitudinis habere, quam methodum hic memoratam.

Quibus rite perſpectis nemo mirabitur, factores 2 millionum penes plurimos alios labores unius anni ſpatio unica manu ad finem eſſe perductos, quibus alia methodo elucubrandis hominis vita utcunque longa ægre ſufficeret.

Jure igitur ſperandum eſt, has tabulas apud peritos, æquosque rerum æſtimatores tanto majori pretio futuras, quanto quæ natura ex uno tantum corpore & æquabiliter naſci fecit, præferenda ſunt iis, quæ ſola arte, & improbo labore ex diverſis fragmentis ordine interrupto coaluerunt.

Pretium

Euer ic. zu vernehmen, an was für Tafeln es  
dermalen noch gebracht: dieser Mann würde in  
kurzer Zeit damit sehr weit kommen.

N. S. Lassen sich doch Dieselben meinen  
Antrag endlich gefallen; Sie werden davon mit  
Grunde bey aller Gelegenheit die vortheilhafteste  
öffentliche Erwähnung thun können.

Pretium pro machina antecapitur: pro tabu-  
lis sola nominis declaratione opus est. Præstan-  
tur hæc apud auctorem in domo Nro. 799 prope  
portam Stubenthor dictam, in prima contigna-  
tione.

Quod semel pro semper omnibus, quorum  
interest, indicatum sit. Viennæ, die 10. Junii  
1776.

*Antonius Felkel.*

*Exhibetur hæc notitia in Typographia a Ghelenia-  
na, in platea Singerstrasse dicta, in domo  
Nro. 931 in prima contignatione gratis, ubi  
etiam subscriptiones acceptantur.*

---



---

## IX. Brief.

Lambert an Felkel.

---



---

Berlin, den 13ten Aug. 1776.

Der drey Schreiben vom 30sten März, 24sten April und 24sten Junii habe ich seiner Zeit erhalten, und bezeuge für die mir darinn ertheilte Nachrichten meinen verbindlichsten Dank. Ich hätte vielleicht die Antwort noch verschoben. Allein aus besiegender Nachricht \*) erhellet, daß ein unerwarteter Vorfall sie beschleunigen muß. Sie ist zwar vom 24sten May: allein der Berlesger hat sie erst dermalen publiciren lassen. Der Verfasser der darinn versprochenen Tafeln schickte sie mir unterm 3ten dieses zu, mit Bitte, sie weiter bekannt zu machen. Ich möchte ihm gerne schreiben, daß er sich für die ersten zwei Millionen die Mühe ersparen, und bey der 3ten Million anfangen möchte; allein, mein Antrag wegen der ersten Million ist verunglückt, und so dürfte es mir wegen der zweyten auch gehen. Und wer weiß, ob nicht ein Dritter kommt, der den Antrag, bey der 6ten Million anzufangen, aus Liebe zu

\*) Diese Nachricht wird nach dem ersten Briefe des folgenden Abschnittes vorkommen.

zu seiner Methode und wegen der Unsterblichkeit, verwerfen wird.

Dieses ist es, was mir die gegenwärtigen Umstände erlauben zu schreiben. Ich habe die Ehre mit wahrer Hochachtung zu seyn ic.

## X. Brief.

Felsel an Lambert.

Wien, den 10ten Sept. 1776

Guer ic. sage ich für die mir unterm 13ten August zugestellte Nachricht den schuldigsten Dank. Ich erhielt sie eben, da die beiliegende Nachricht \*) unter dem Namen eines Vorberichts ic. schon zur Presse bestimmt war. Ich ward dadurch veranlaßt, nur etwas wenigens zu verändern, und dasjenige, was ich, laut dem ersten

\*) Auch diese obgleich lange und mehrere Wiederholungen des Vorhergegangenen enthaltende Nachricht wird nicht unschicklich angehängt werden, indem solche fliegende Blätter nur auf kurze Zeit sich erhalten, und dieses in dem folgenden Abschnitte auch in Betrachtung kommt.

ersten Brief an Euer zc. bisher noch in petto hatte, ausdrücklich herzusetzen: damit man an dem ernstlichen Fortgange meines Vorhabens nicht mehr zweifeln könne.

Die Hochgnädige Unterstützung, die ich bey dieser Unternehmung von allen Seiten aus keiner andern Absicht habe, als weil die natürliche Schönheit meines Planes zc. allen Kennern überaus gefällt, macht, daß ich mit meiner Sache so weit gehen kann, als ich nur immer will. Nun aber will man mir noch über alles noch eine eigene Zeit einräumen, um dem Werke recht obliegen zu können. Was kann ich also anders thun, als mein Wort halten, und eine so glücklich angefangene Arbeit zum allgemeinen Vergnügen aller Kenner fortsetzen? Ich bin mir aber von der guten Beschaffenheit meiner Sache so gewiß, daß ich von Ihnen selbst noch einst Vorwürfe besorgen würde, wenn ich nicht darüber hielte. Allein, was Herr Crusius verspricht \*), scheint nicht als lediglings sein Ernst seyn zu können: Herr Hindenburg findet die Factoren fast augenblicklich zc. — und dennoch wird gleich Eingangs von dem Mangel einer sichern Regel geredet — ein Individuum ist der Sache nicht gewachsen —

§ 2

einer

\*) S. die vorleszte Note: was Herr F. ferner wider seinen nunmehrigen Antagonisten äußert, lasse ich stehen, um ihm nichts eigenthümliches zu benehmen: nach Durchlesung des folgenden Abschnittes wird sich zeigen, ob seine Vorwürfe gegründet waren.

einer Menge anderer Widersprüche nicht zu denken. Ich habe es diesen Herren in meiner Nachricht hie und da zu schmecken gegeben: doch werde ich mich mit ihnen in weiter nichts einlassen. Ich bin sicher genug, es durch die That zu zeigen, wie gut meine Sache gegen des Herrn Sindenburg steht. Einmal sind meine Nachrichten alle einstimmig: doch aber dergestalt, daß ich in den neuern nur mehr verspreche: und dieses darum, weil meine Vortheile, die die Natur selbst erzeugte, allzeit wachsen, bis sie nun nicht mehr wachsen können: man müßte denn dem menschlichen Körper die Flüchtigkeit der Geister geben können. Also haben sich diese Herren geirret, wenn sie geglaubt haben, von ihren Vortheilen ohne Grund vieles sagen zu können, weil sie geglaubt haben mögen, meine Worte hätten eben so wenig Grund. Allein die Zeit wird es bald aufklären; Euer<sup>re</sup>. werden ehestens die erste Probe sehen, und finden, daß ich Dieselben keinesweges hinters Licht zu führen gesucht, sondern, daß dieses vielmehr von der andern Seite zu besorgen sey. Denn ich könnte allemal mit mindern Umständen und leichtern Bedingungen 20 Millionen versprechen, als wir laut dieser Nachricht 5 gewärtigen können; NB. und da ist nur ein, bey mir alle Factoren ausgesetzt: allein jeder Privat wird bey 10, vielleicht bey 20 berufen.

Das unaussprechliche Bestreben, mit welchem Euer<sup>re</sup>. das Wahre und Beste suchen, und darüber handhalten, macht mir gründliche Hoffnung,



nung, Sie werden sich mit wahren Vergnügen auf alles erinnern, was ich von meiner Rechnung noch schrieb, und alles gern und willig annehmen, und durch eigene weise Anschläge unterstützen, was ich noch schreiben werde; denn ich suche gewiß auch das Wahre und Beste.

## N a c h r i c h t

von einer Tafel, welche alle Factoren aller Zahlen von 1 bis 1 Million, dann einer andern, welche alle Factoren, aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen enthält, von 1 bis 10 Millionen, als ein Vorbericht zur ausführlichen Beschreibung der neuen Factorentafeln und ihrer Berechnungsart.

**U**ngewöhnliche Dinge finden nur selten Glauben. Oft ist dieses Vorurtheil sehr gegründet; das Schicksal menschlicher Dinge bringet es schon mit sich, daß oft der beste Wille seines Zwecks verfehlet; oft sind die vorgegebenen Absichten nicht so rein, als sie die prächtigsten Verheißungen mahlen, und ein leeres Blendwerk kömmt endlich zum Verscheyn, wo sich der wichtigste Nutzen zeigen sollte. Allein worauf sind dergleichen ungewöhnliche Verheißungen gemeinlich gegründet? Auf wahre Ueberzeugung? Gewiß nicht! Die Eigenliebe schmeichelt einem

F 3

oft

oft zu viel, als daß er die Richtigkeit der Sache von allen Seiten genau untersuchen sollte; und die Erfahrung lehret genugsam, wie unsicher es sey, eine neue Erfindung von ausgemachten Vortheilen einem andern anzuvertrauen. Also bleiben die Meisten, die neue und ungewöhnliche Dinge zu leisten versichern, ihre eigenen Zeugen, und dieses müssen sie thun, um ihre Privatvortheile nicht der Gefahr auszusetzen.

Es dürfte mancher hieraus einen Schluß auf dasjenige machen wollen, was zu verschiedenen malen von dem neuen Werke, die Factorentafeln genannt, öffentlich bekannt gemacht worden. Allein diese Verheißungen, so groß und ungewöhnlich sie immer scheinen mögen, sind so weit über diese Gefahren hinaus, als geometrische Gründe über bloße Muthmassungen. Man hatte hiebei so wenig Ursache, auf der alleinigen Ueberzeugung des Erfinders zu beruhen, so wenig man Beispiele hat, daß der Handwerksneid unter ächten Mathematikern Unheil angerichtet. Und da einmal die Sache aus unumstößlichen Gründen hergeleitet war; so war man zugleich des Beyfalls aller wahren Kenner gewiß. Diese bemüheten sich auch so sehr um die Wette, eine Sache von so großem Einfluß und Nutzen im gemeinen Leben, und besonders in der ganzen Mathematik, zu unterstützen, als man in vielen andern Fällen die nützlichsten Unternehmungen aus Neid zu untergraben sich bestrebet. Ich müßte sehr viel von der Billigkeit und dem Diensteyser anrühmen, wenn ich alles sagen wollte, was die vornehmsten Ma-

Mathematiker von verschiedenem Range zur Empfehlung und Unterstützung dieser Unternehmung beygetragen.

Ich will lieber nicht durch Lesung der vortheilhaftesten Zeugnisse, die ich von allen, von denen ich es verlangte, erhalten, ermüden, um mich nicht dadurch dem Verdacht einer Eitelkeit auszusetzen: sondern begnüge mich, nur die Namen derselben hieher zu setzen. Es sind folgende:

### A. Von Seiten des hochsöbl. k. k. Artillerie- und Ingenieurcorps.

1. Der Herr General von Schröder, des k. k. Feld- und Hausartillerie-Hauptzeugamts Präsident.
2. Der Herr von Maurer, Obrister.
3. Der Herr von Unterberger, Major und Lehrer der Mathematik beym k. k. Artilleriecorps.
4. Der Herr von Avrange, Obristlieutenant und Director der k. k. militärischen Ritterakademie.
5. Der Herr Zauser, Oberlieutenant und Lehrer der Mathematik daselbst.

### B. Von Seiten der hiesigen Universität.

6. Der Herr von Nagel, k. k. Hofmathematikus, des k. k. phys. Cabinets Director, und Director der philosophischen Wissenschaften auf der Universität.

7. Der Herr Abt Zell, k. k. Hofastronom, und Mitglied verschiedener gelehrten Gesellschaften.
8. Der Herr Abt Scherfer, Lehrer der höhern Mathematik auf hiesiger Universität.
9. Der Herr Abt von Zerbert, Lehrer der Physik und Mechanik daselbst.
10. Der Herr Abt von Metzberg, Lehrer der Mathematik daselbst.

### C. Andere berühmte Mathematiker.

11. Der Herr Abt Mako, Lehrer der Mathematik im k. k. Theresianum.
12. Der Herr Abt Lischkanik, Hofmathematikus in auswärtigen Unternehmungen.
13. Der Herr Wolf, Director der k. k. Realhandlungsakademie.
14. Der Herr Abt von Käsar.
15. Der Herr Sabian, Priester der frommen Schulen und Director der Physik und Mathematik in der Josephstadt.
16. Der Herr Bauer, Lehrer an der hiesigen Normaltschule.

Ich müßte noch sehr viele anführen, wenn ich alle namhaft machen wollte, denen ich die Zuverlässigkeit meiner Operation vor Augen gelegt habe. Aber jeder wird billig auf dem Zeugnisse der hier benannten beruhen können.

Der Beyfall solcher Kenner mußte mich nöthwendig aneifern, mein Vorhaben fortzusetzen; zumalen da ich an dem glücklichen Fortgange und  
der

der guten Aufnahme desselben nicht zweifeln konnte. Die Richtigkeit des ersten Theils von 1 bis 144000, welcher bereits im Drucke erscheint, ist allen, die Augenzeugen waren, zur Gnüge dargethan worden. Nun ist die Berechnung bis über eine Million schon längst mit der nämlichen Sorgfalt vollendet, und wird in einigen Monaten bis auf zwei Millionen auch dergestalt fertig, daß ich für die Richtigkeit des ganzen Werks mit Grunde gut stehen kann.

Eine Arbeit von einer so kurzen Dauer kann einen arbeitsamen Mann unmöglich zu schwer ankommen, wenn er auf den Nutzen Bedacht nimmt, der für alle wahre Kenner auf ewige Zeiten daraus entspringet: besonders da er sieht, wie viel schon verschiedene sich es Mühe kosten ließen, um nur ein Stück hievon zu Stande zu bringen. Der Muth zu einer solchen Ausarbeitung wird dadurch unglaublich gestärkt, da man überzeugt ist, daß alle zu dieser Berechnung nur immer noch vorgeschlagene und gebrauchte Vortheile mit denen in gar keinem Verhältnisse stehen, die man mittelst der hiezu erforderlichen Rechnungsmaaschine verschafft. Man hat demnach allen oberwähnten Kennern dargethan, und man kann jeden handgreiflich überzeugen, daß man in der oben ausgesetzten Zeit eines Jahres allemal vermögend ist, 2 Millionen bequem und richtig zu vollenden, so weit auch die Rechnung gehen mag, ohne hievon ein eigenes Geschäft zu machen, wenn man täglich nicht mehr als 4 Stunden darauf verwendet.

Dieses hat mich längst zu dem Entschlus gebracht, für die weit berühmte k. k. Hofbibliothek in Wien ein Dank- und Denkmal zu stiften; und alle Factoren aller Zahlen von 1 bis auf eine Million, dann alle Factoren aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen bis 10 Millionen in derselben in ewige Verwahrung zu geben. Der Entschlus ist nun um so mehr festgesetzt, da ich ihn icht der Welt bekannt mache: und zwar mit dem Besatze, daß, wenn die gute Aufnahme der ersten zwei unter Jahr und Tag vom Drucke zu erhaltenden Millionen, oder gewisse Umstände von aussen her, es veranlassen sollten, solche eben nach und nach von 2 zu 2 Millionen jährlich dem mathematischen Publikum öffentlich werden Preis gegeben werden. Wie denn die allerhöchst zugesagte Unterstützung jederzeit erthesen wird. Auch habe ich mir diesfalls auf den Besand des k. k. Hofkriegsraths, des k. k. Feld- und Hausartillerie-Hauptzeugamts, der k. k. Studien- und Schulcommission, der hiesigen Universität, und anderer hoher Stellen also gewiß Rechnung zu machen, als Dieselben höchstgeneigt sind, nützliche Talente und Bemühungen handzuhaben und zu befördern.

Es dürfte mancher durch diesen so ungewöhnlichen Antrag auf den Einfall gerathen, man mache solchen auf Kosten der Nachwelt, oder weit von ferne erwarteter Hülfe; wie denn noch keiner, der auch nicht die Hälfte hievon verspricht, sich solches zu erleben, geschweige solches zu Stande zu bringen getraut: allein hier liegt die richtige  
 Rechnung

Rechnung am Tage, und ist von Kennern geprüft genug, daß 5 Jahre zur Ausfertigung aller Factoren von 1 bis 10 Millionen für eine Hand, die auch andere wichtige Geschäfte zu versehen hat, hinlänglich sind. a) Hiezu kommt noch dieses, daß ich wirklich schon zwey tapfere Rechner an der Seite habe, welche die Ausarbeitung ohne mich besorgen: ich allein habe mir zu aller Sicherheit die Revision oder Prüfung, welche nicht die halbe Zeit, erfordert, vorbehalten. Der Druck geht so schnell, als es 3 Setzer treiben können.

Wer die Maschine nie gesehen, oder ihren Gebrauch nicht kennet, doch aber begreift, daß 10 Millionen, und die erste wenigstens dreysfach gerechnet, 6 ziemliche Folianten anfüllen werden, muß billig den größten Anstand nehmen, so ungewöhnlichen Verheißungen bezuzusplichten. Allein verschiedene große Städte haben durch Erhaltung der Maschine bereits Gelegenheit bekommen, sich hievon zu überzeugen; und in Kürze wird die Möglich- ja Leichtigkeit, dieses Versprechen zu erfüllen, ganzen Ländern begreiflich werden.

Leipzig,

- a) Man darf sich also von der Ausführung dieses Vorhabens, wenn Gott Leben und Gesundheit giebt, sichere Rechnung machen; zumalen da eine solche Ausarbeitung, und sollte sie 2mal weiter getrieben werden, mit den übrigen Geschäften eines Individui, welches auch nicht ganz für die Sache lebt, in keinem so offenbaren Widerspruche steht.
- S.

Leipzig, Stuttgart, Breslau, Genf, Innsbruck, Peterwardein, Braunschweig, der hiesigen und sehr viel anderer ungenannter Kenner nicht zu gedenken, haben solche bereits aufzuweisen.

Da ich mir nun, vermöge des großen Vorsprunges, den ich vor allen andern in allen Absichten betrachtet habe, mit Grunde schmeichle; es werde keiner, der durch diese Erfindung ein so lange für unmöglich gehaltenes Unternehmen möglich werden sieht, im Stande seyn, meine unausgeseht fortgehende Sache im geringsten zu hintertreiben, oder mich einzuholen; und da auch nicht so leicht einer aufstehen dürfte, der die Berechnung über 10 Millionen fortzusetzen für nöthig erachten wird: so bleibt die Maschine zu verschiedentlich anderem Gebrauche, den ich unten bestens auseinandersetzen werde. Und da ihre Anwendbarkeit auf allerley Fälle fast unerschöpflich scheint, so hoffe ich, jeder Liebhaber wird geneigt seyn, mir seine sowohl die Maschine, als die Factoren betreffenden weitern Entdeckungen mitzutheilen.

Inzwischen wird die Beschleunigung der Berechnung nur in so weit meine Sorge seyn, als solche ohne Nachtheil der Richtigkeit statt finden kann. Aber in der That ist die Berechnungsart von der Beschaffenheit, daß man dabei nicht wohl zaudern kann, und doch dabei der Sache so gewiß ist, als wenn man, mittelst der sonst gewöhnlichen Berechnungsvortheile zwanzigfache Mühe, Zeit, und Kosten darauf verwendete.

Die



Die **Stcherheit** hievon jedem vor Augen zu legen, soffen die gegenwärtigen Bogen gewidmet seyn.

Doch will ich auch vorläufig aus einem sichern Grunde zeigen, daß man sich bey dieser Berechnungsart so leicht nicht verstoßen kann: jede Zahl, die mehr als 2 Factoren hat, führet ihre Probe nothwendig selbst mit sich; diejenigen aber, die zwischen solche fallen, sind theils durch den Zusammenhang mit diesen, theils daher probirt, weil die Characteren der Factoren in zusammenhangender Ordnung folgen b); wie man in der Folge sehen wird. Zum Ueberflus ist noch vor dem Abdrucke eine genaue Prüfung im Werke, und wird nach vollendetem Drucke des ersten Theils sowohl, als des ganzen Werks aufs neue mit der größten Sorgfalt unternommen werden: um die Sache von allen Seiten mehrmal zu betrachten, und nichts zu übersehen, was dem menschlichen Auge bey der genauesten Aufmerksamkeit aufs erstemal entgeht. Da man dann für die Richtigkeit des ganzen Werkes mit mehrerem Grunde wird gut stehen können, als bey der gewöhnlichen Rechnungsart, wenn sie auch öfters wiederholt wird. Zumalen da die Zeit, die man zur Prüfung nöthig hat, mit der, die zur Berechnung

- b) Hiedurch wird es unmöglich, einen Fehler zu begehen, der sich nicht sogleich auf der Stelle durch einen Widerspruch verrathen sollte: und dieses folgt daher, weil man alle Factoren aussetzet, deren keiner sich mit einem dazu nicht gehörigen verträgt.

S.

rechnung erfordert wird, in eben dem Verhältnisse steht, als die Lesungszeit eines Bogens mit der Zeit der Abschrift. c)

Diesen Versicherungen muß ich um so gewisser nachkommen, da ich sie solchen Männern mache, deren Verdienste um die Mathematik vor aller Welt bekannt sind; und alle oben benannten sollen dieses mit Rechte von mir fordern.

Vor allem aber müßte ich besorgen, diejenigen aufs ärgste zu beleidigen, welche durch das allgemeine Vertrauen, so ihnen die gründliche Einsicht in die mathematischen Wissenschaften, und die Strenge, geometrische Wahrheiten zu beweisen, zuwege gebracht hat, mein Werk am allerhöchsten Orte zu empfehlen, und die Unterstützung unsers allergnädigsten Landesfürsten auszuwirken, keinen Anstand nahmen.

Es muß jedem höchst angenehm seyn, ihre Namen noch einmal zu lesen. Der erste ist der oben angerühmte Herr General von Schröder, welcher durch seine ausnehmenden Verdienste um die mathematischen Wissenschaften, und seine gemeinnützigen Unternehmungen zu einer so hohen Ehrenstufe gelangt ist, der auch durch seine weisen und glücklichen Anstalten im Bau: Artillerie- und Kriegswesen längst neue Beweise abgelegt hat,

- e) Hiedurch ist jener große Wunsch erfüllt, die Richtigkeit der von Andern gefundenen Zahlen vermittelst einer Revision zu beurtheilen, welche leichter ist, als die Berechnung selbst. S.

hat, wie nützlich und unentbehrlich gründliche Mathematiker in wohleingerichteten Staaten sind.

Dieser ließ sich, seiner wichtigen und sehr häufigen Geschäfte ungeachtet, die Zeit und Mühe nicht gereuen, sich meine Erfindung vom Anfang bis zum Ende vor Augen legen zu lassen. Seine gründlich und vielbedeutende Fragen versetzten mich in die Nothwendigkeit, manche Beweise hervorzufuchen, auf welche ein leichterer Mathematiker nicht so leicht verfallen wird.

Eine fruchtbare Quelle fließt um so reiner, je tiefer sie entspringt; und geometrische Wahrheiten bekommen durch genaue und gründliche Entwicklungen immer größern Glanz und Reiz. Ich verschafte diesem großen Kenner alle Genugthuung, und ward hiedurch für meine Unternehmung um so mehr eingenommen. Dieses nützliche Bestreben deckte mir ein weites Feld von nicht vermutheten Eigenschaften der Zahlen auf, welche ich erst mit der Zeit werde entwickeln können. Die erste Frucht hievon war, daß ich diesen großen Mathematiker in voller Ueberzeugung verließ, und nun kein Hinderniß zu besorgen habe, der Welt ein noch nie gesehenes Werk zu liefern. Das mathematische Publikum wird es diesem großen Manne zu verdanken wissen, wenn es hierdurch einen Wunsch erfüllet sieht, dessen Gewährung wir sonst der spätern Zukunft, und vielen Schicksalen, ohne Hoffnung so häufig und wichtiger damit verbundener Vortheile hätten überlassen müssen.

Ich

Ich würde viel zu schüchtern gewesen seyn, bey diesem großen Menschenfreunde einen freyen Eintritt zu wagen, wenn mir nicht ein Mann von bekannten Verdiensten und geprüfter Rechtschaffenheit den Weg zu demselben geöffnet hätte. Dieser war der Herr Wilhelm Baur, dormaliger Lehrer der Mathematik in der Wienerischen Normalschule, dessen mathematische Wissenschaften, Nächstenliebe, Gefälligkeit, und andere angenehme Eigenschaften ihn bey allen Wohlgesinnten, und besonders gründlich Gelehrten, vorzüglich beliebt machen.

Er war mein Führer in der Mathematik, die ich eben unter seiner Leitung zu erlernen anfieng, unerachtet sich die ersten vom Range um seinen gründlichen Unterricht drängen. Ich überstieg durch seine Anführung, bey der er mich in manchen irrigen Begriffen mit einer seltenen Bescheidenheit zu rechte wies, die für unübersteiglich gehaltenen Elemente sehr bald. Er war auch die erste Triebfeder zu dieser Unternehmung, da er bey verschiedener Gelegenheit sich über den Abgang hinreichender Factorentafeln beklagte, die er bey seinen gemeinnützigen Untersuchungen oft nöthig hätte. Seine klugen Anschläge und Aufmunterung setzten mich in den Stand, meine Erfindung zur Reife zu bringen. Endlich machte er, seiner liebevollen Gewohnheit gemäß, ein eigenes Geschäft daraus, meine ihm vollkommen einleuchtende Erfindung bey aller Gelegenheit auf beste zu empfehlen. Ohne sein Zutun würde es hiemit niemals zu einem so erwünschten Ende gekommen

Kommen seyn. Kenner werden entscheiden, was für so weise, gemeinnützige, aber uneigennützige Bemühungen für Dank gebühret. Sein Antheil an diesem Werke wird dadurch noch weit größer, da er den wichtigsten Theil des zum großen Werke gehörigen Vorberichts ausarbeiten, beym übrigen aber dafür sorgen wird, damit alles der wahren Absicht der Kenner gemäß ausfalle.

Aus diesen Veranstaltungen kann jeder abnehmen, daß der Eifer, den man auf die Ausfertigung dieses Werkes verwendet, nicht dahin zielt, um nur geschwind etwas herabzuschleudern, und etwas neues auf den Markt zu bringen. Es ist in der That der Ernst, etwas Gutes zu stiften, und die Bürgschaft so hoch gepriesener Kenner sowohl, als die allerhöchste Unterstützung zu verdienen. Denn es wäre in der That schier unverantwortlich, wenn man bey so mächtiger Hülfe, durch welche das Werk sein Daseyn erhält, etwas minder nußbares oder minder gerathenes zu Stande zu bringen sich begnüge, als Blak, Byrge, Nepper, Sherwin u. m. a. Mein!

In dieser Absicht werden im Namen aller derjenigen, die an diesem Werke Antheil haben, alle und jede, denen die Verbreitung der mathematischen Wissenschaften am Herzen liegt, aufgefodert, und angelegentlichst ersucht, damit sie bey Erhaltung des ersten Theils, der noch diesen September heraus kömmt, und der gegenwärtig in keiner andern Absicht bekannt gemachten Abhandlung, die Sache aufs strengste prüfen, und was ihnen dabey zu erinnern, anzumerken oder

Ⓞ

nach

nachzuforschen bepfählt, nebst eigenen Zusätzen und Entdeckungen liebreichst einsenden wollen.

Die gemeinnützigen Absichten, die man bey dieser Unternehmung hat, erfordern es, von allem, was zweckmäßig ist, Gebrauch zu machen, und jedem dafür Gerechtigkeit wiederfahren zu lassen.

Der zwar ununterbrochen, aber der Genauigkeit wegen etwas langsam, vor sich gehende Druck macht, daß man von allen zur Sache dienenden, aber keine Hauptveränderungen erfordernden Anmerkungen und Anschlägen, d. i. solchen, welche nur zur Einleitung gehören, bis Ostern des 1777sten Jahres Gebrauch wird machen können. Die günstigen Anträge, welche verschiedene große Kenner schon ist gemacht haben, lassen mich mit Grunde hoffen, diese Nachricht werde von den vortheilhaftesten Folgen seyn, und das Werk werde durch seine so schnelle und glückliche Entstehungsart allen, die daran Theil nehmen, zur Ehre, Kennern aber zum besondern Nutzen und Vergnügen gereichen; auch zugleich Asters mathematiker und ungründliche Tadler, so wie diejenigen, die sich ohne Grund um ein gleiches anmaßen, zum Stillschweigen bringen.

Es wird eine eigene Gelegenheit seyn, Männer, welche Verdienste um dieses Werk haben, pflichtmäßig anzurühmen, wie auch diejenigen, so durch vorläufige Subscription die Auflage bestimmen und den Preis desselben erleichtern helfen, namhaft zu machen.

Für

Für diesmal will ich nur noch die Gegenstände bestimmen, welche den Stoff der gegenwärtigen Abhandlung ausmachen sollen, und dann zur Sache selbst schreiten. Es sind folgende:

1. Beschreibung der zu Erfindung der Factoren dienenden Rechenmaschine, und ihres Gebrauches. Hieraus fließt

2. Der bey den Factorentafeln zum Grunde gelegte Plan, und verschiedene daraus hergeleitete Berechnungsvortheile und dadurch entdeckte Eigenschaften der Zahlen: alles dieses wird aus unumstößlichen Gründen dargethan werden.

3. Verschiedene auf diesen Plan gegründete Aufgaben.

4. Abhandlung von verschiedenen Eigenschaften der Primzahlen, von deren Ursprunge, Fortschreitung und Gesetzen.

5. Von den Vortheilen, die man durch zweckmäßigen Gebrauch der Factorentafeln in verschiedener Rücksicht erhalten kann; und zwar

a. Bey Ausübung der Rechenkunst.

b. — — — — Analysis.

c. — — — — angewandten Mathematik.

6. Beschreibung einer neuen auf den Plan des Werkes gegründeten und zur Erläuterung des Multiplicirens und Dividirens dienenden Rechenmaschine.

7. Von Erfindung verschiedener Zahlengebäude, und ihrem Nutzen.

8. Liebhaber können Anlaß geben, einen Anhang von einigen andern neuentdeckten mit den Factoren aber nicht so nah verwandten Eigenschaften der Zahlen beizufügen.

Diese theils Abhandlungen, theils Anleitungen werden mit nichten in einer Abschrift desjenigen bestehen, was die größten Mathematiker, und vorzüglich Herr Lambert, in verschiedenen Werken hievon sehr umständlich erwähnen. Ja es wäre nicht einmal der Absicht gemäß, indem das meiste, was dort hievon geschrieben wird, verschiedene Gesetze von der vortheilhaftesten Ausfindigmachung der Factoren betrifft. Nun aber, da die Factoren, so weit man sie wünschte, wirklich vorhanden, und über dieses auf eine Art entworfen sind, die vortheilhafter ist, als alle sonst vorgeschlagenen Plane, so hat sich die ganze Gestalt der Sache geändert, und die Abhandlung hievon muß, bis auf einige allgemeine Sätze neu und eigen seyn.

Aber nichts destoweniger wird sie sich durch die Einfachheit, Deutlich- und Leichtigkeit vor vielen Aufsätzen dieser Art auszeichnen, und sogar für Anfänger vollkommen verständlich seyn: maassen hier alle Data klar vor Augen liegen, welche in Fällen, wo die Factoren nicht bekannt sind, durch die allgemeinen und oft zusammengesetzten Formeln für Erstlinge sehr dunkel und unbegreiflich ausfallen.

Indessen verspreche ich hier noch kein so vollkommenes System, weder eine so vollständige Ausarbeitung, als die, so vor dem großen Werke voraus-



vorausgehen soll: dazu gehöret noch viele Zeit, und theils versprochene, theils sonst noch zu hoffende Beyträge. Ich liefere dieses nur in der Absicht, um jeden, der von der Sache nicht mehr zu wissen begierig ist, als man ihm mit dem ersten Theile in die Hände geben kann, auf etwas verweisen, und befriedigen zu können. Ferner auch um deswillen, damit jeder, der die Sache vor dem Kauf kennen will, sich daraus vorläufig belehren könne.

Wer hierüber zu Rathe ziehen will, was **Euklid, Euler, Bernoulli, Karsten, Kästner, Tobias Mayer**, u. m. a. besonders aber, was **Herr Lambert** im 2ten und 3ten Theile seiner Beyträge, dann in seinen Zusätzen zu den trigonometrisch und logarithmischen Tafeln sehr umständlich auseinander gesetzt hat, der wird alles, zu dieser Absicht sehr zuträglich finden, aber dadurch nichts entbehrlich machen, was in gegenwärtigen Blättern gesagt werden soll.

Erst erwähnter **Herr Lambert** hat mich durch seine Abhandlungen dieser Art, und durch seine eigene Zuschriften an mich, in meinem Vorhaben nicht wenig gestärkt; besonders aber ist es die Triebfeder von der zwenten Million *cc. cc.* — Das ganze Werk würde auch unter seiner Aufsicht, folglich in **Berlin**, ans Licht getreten seyn, wenn nicht die Pflichten, die ich meinem Landesfürsten, und der österreichischen Nation schuldig bin, vor andern den Vorzug hätten.

Ich muß hier noch ein paar Umstände beyfügen, welche bey dem demaligen Laufe der Sa-

che nicht ohne Wichtigkeit sind. Herr Lambert hatte durch verschiedene seinen Werken eingeschaltete Aufmunterungen schon längst, ehe ich darauf verfallen konnte, den Fleiß einiger arbeitsamer Männer rege gemacht, welche, da sie i. J. 1770. die Factoren der Zahlen bis über 300000 zusammen brachten, diese Arbeit durch vereinigten Fleiß bis auf eine Million fortzusetzen sich anheischig gemacht. Sie brachten auch ihre Arbeit durch diese 6 Jahre so weit, als es immer durch Vortheile kommen kann, bey denen man des wirklichen Rechnens nicht überhoben ist. Hätte ich dieses anfänglich gewußt, so würde mir ohne Zweifel der Muth, in Kürze es vielen bevor zu thun, gesunken, und ich des weitem Nachdenkens müde geworden seyn.

Aber zum Glücke hatte ich meine Erfindung schon ins Reine, und die dadurch unternommene Arbeit ziemlich weit gebracht, da ich im nächstverstrichenen März vom Herrn Lambert vergewissert wurde, wie es mit dieser Sache stünde, und daß die Berechnung der ersten Million eben noch nicht so nah am Ende wäre. Er trug indessen hauptsächlich auf die zweyte Million an, und machte mir gegen deren glückliche Ueberlieferung die vortheilhaftesten Anerbietungen.

Herr Lambert konnte nichts anders thun, als über seinen so schön eingerichteten Plan handhaben; als nach welchem bereits so ein wichtiger Theil berechnet war: dazu war er so wenig schuldig, den von meinem Plane angepriesenen Vorzügen Glauben bezumessen, als ich damals noch  
Zeit

Zeit und Lust hatte, meine Griffe allgemein bekannt zu machen. Aber um so weniger hatte ich Ursache, von meinem Plane abzugehen, dessen handgreifliche Vorzüge mir jeder Kenner bey Vergleichung unserer Plane feyerlich eingestand: auch konnte ich der Maschine wegen, und der dadurch unglaublich abgekürzten, oder vielmehr ganz aufgehobenen Rechnung halben, keine Veränderung vornehmen: denn in der That will diese Maschine einen ganz natürlichen Plan haben. Es wäre nun darauf angekommen, nach vollendeter Berechnung den Plan abzuändern: allein wer weiß nicht, wie vielen Schwierigkeiten und Fehlern das Umschreiben ausgesetzt ist? Dazu fiel es mir weit leichter, die erste Million nebst der zweyten ganz neu zu berechnen, als eiser davon nach vollendeter Berechnung eine neue Gestalt zu geben.

Wozu aber waren diese weitläufigen Umwege nöthig, da ich bey meiner Grundlage nicht nur alle Factoren jeder Zahl augenblicklich finde, und aufs erstemal in ihre unabänderliche Stelle eintrage, sondern auch durch den ganz nach der Natur gemachten sehr schönen Plan für den Gebrauch der Tafeln weit mehr Bequemlichkeit und Vortheile verschaffe, als sich mit jedem andern Plane nur immer verbinden lassen? Kurz, ich erfülle alles, was andere noch immer ohne Hoffnung wünschen, und bahne den Weg zu neuen niemals vermütheten Vortheilen.

Endlich redet die Sache selbst für mich, da es mir allemal zum Vorwurfe gereichen müßte,

wenn ich aus einem Werke, welches die Natur selbst, als ein Ganzes erzeugen will, muthwillig ein Stückwerk werden, und dasjenige durch die Hände sorgloser Helfer zusammenstoppeln liesse, d) was ein zur Sache gemachter Mann, mittelst meiner Erfindung noch immer zu Stande bringen kann, ohne dabey wichtigere Geschäfte ganz auf die Seite zu setzen. Dieses alles that ich den ersten Kennern aufs gründlichste dar: was dieselben also diesfalls der Sache und mir zu Liebe gethan, ist mit Grund und Ueberzeugung geschehen.

Wenn nun also die so gepriesene Rechenmethode, welche ich, laut allgemeinem Zeugnisse, der **ERSZE** öffentlich bekannt machte, allen das von herausgegebenen Nachrichten gemäß, dergestalt die kürzeste, sicherste und natürlichste ist, daß zu einer gleichen Absicht eine vortheilhaftere zu finden eine offenbare Unmöglichkeit ist; so wird sie sich damals erst am nachdrücklichsten zeigen, wenn der Wetteifer — einige anflammen sollte, dieses Unternehmen mit Hülfe noch  
nie

- d) Es ist in der That für eine jede Unternehmung ein großer Vortheil, wenn nicht ohne Noth zu viele darüber schalten und walten: die Sache wird dadurch mehr schlecht als gut, da sich gemeinlich einer auf den andern verläßt, und dennoch keiner ein Werk leicht so glücklich auszuführen im Stande ist, als der es gut angefangen hat. Daher kommen die häufigen Fehler in manchen Tafeln, und die Schwierigkeit, sie zu verbessern. S.

nie ausgemachter, oder von aussen her entlehnter Rechnungsvortheile, und handwerksmäßiger, folglich unzuverlässiger, Rechner zurücksetzen zu wollen.

Wien, den 1ten Junii \*) 1776.

Der Verfasser.

### Erinnerung.

Die hier versprochenen Stücke werden sowohl einzeln als beisammen hergegeben werden: wie denn die Beschreibung der Maschine sammt dem Ueberzuge bereits fertig, und in der von Ghelenschen Buchdruckerey zu haben ist: das Uebrige wird zu seiner Zeit folgen, und durch öffentliche Blätter angezeigt werden. J.

\*) Dieses Datum den 1ten Junii ist auffallend: denn der Brief ist vom 10ten Sept. und in dem vorhergehenden vom 24ten Junii sagt Herr Sessel noch nichts von diesem Vorbericht: überdies ist der hier wieder abgedruckte Vorbericht sehr wahrscheinlich derselbe, als der vom 1ten Sept. dessen Herr Hindenburg weiter unten in der Note x beyrn V. Briefe erwähnt. Es müssen also von diesem Vorberichte entweder 2 Auflagen, oder was ich eher vermunthe, nur eine mit veränderten Daten, und die sicher erst Anfangs Septembers erschienen ist, vorhanden seyn. B.

---

 XI. Brief.

 Feltel an Lambert.
 

---

Wien, den 2ten Noobr. 1776.

Hiemit führe ich den ersten Theil von meiner Schuld ab, die ich durch meine Nachrichten dem Publikum zu bezaßlen mich verbindlich machte. Euer 2c. sind der erste, dessen Urtheil hierüber von großem Gewicht seyn wird. Allein, was kann ich von billigen Richtern besorgen, da ich alles versprochene, so viel an mir liegt, aufs genaueste erfülle? Der Plan, welcher auch bis 1000 Millionen keine Aenderung nöthig hätte, und zum Gebrauche selbst die wichtigsten Vortheile darbietet, würde für mich reden: wenn man auch auf jene Vortheile keinen Bedacht zu nehmen hätte, die er mir in Rücksicht auf die Berechnung gewähret. Ich habe bereits vor den größten Kennern und Herren vom höchsten Range (auch vor dem Herrn von Jacobi, k. preussischen Residenten 2c.) dargethan, daß mir bey der wirklichen Berechnung in einer Stunde 500 Zahlen mit allen Factoren abzufertigen ein Spiel sey. Bey der Revision, die ich wegen einiger eigenen Zubereitungen erst gestern angefangen, bringe ich es schon gleich im Anfange bis auf 1200, (das ist, die ausgelassenen durch 2, 3, 5 theilbaren mit

mitgerechnet, 4500) und dabey ist weit größere Zuverlässigkeit, als bey dem wirklichen Rechnen, und keine Ermüdung. Ich übergehe noch die Vortheile, die dieser Plan, aus gründlichen Durchmaassungen, ausser den Factoren, durchs ganze Rechnungswesen verbreiten dürfte.

Euer ic. sehen also, daß mich sehr wichtige Gründe über meine Sache zu halten bewegen: und da die ersten vom Range sich freywillig darum annahmen, solche nach genauer Einsicht am allerhöchsten Orte zu empfehlen ic., was war mir anders zu thun übrig, als das angefangene durchzusehen, und jenes allein zu thun, was sonst vielen kaum möglich war.

Was wollen also diejenigen, die Euer ic. zu gefallen das unternahmen, was auch ich zu thun entschlossen war, hieraus für Schwierigkeiten machen? Hätten sie sich das nämliche, oder auch nur so viel zu leisten im Stande befunden, was die Leipziger Nachricht giebt, so hätten wir es schon vor Jahren gelesen. Allein das ganze ist im Dunkeln geschrieben, und sie würden sich niemals über 1 Million hinausgearbeitet haben: von mir aber erhalten sie 10 Millionen und diese geschwinder, als der Druck folgen kann: Sie gewinnen also mit allen Mathematikern weit mehr, als sie verspielen, wenn sie nur billig seyn wollen. Ich verspreche mir also von der weisen Einsicht Euer ic. das Beste, und getröste mich, solches nächstens in einer Zuschrift zu vernehmen.

Bei Ermangelung einer schicklichen Gelegenheit übermache ich indessen, anstatt der Maschine,

schine, nur die Beschreibung sammt dem Ueberszuge zu beiden, da dieselbe ohnehin auf dem Titelblatte verzeichnet ist. Der Kupferstich stellet zwar nur die kleinere vor, und ist von der gegenwärtigen Beschreibung etwas unterschieden. Es kömmt dabey nur darauf an, daß man das untere Querholz, welches den sogenannten Schiebel vorstellt, in jeder Entfernung vom obern anbringen und befestigen, doch aber beide zugleich auf- und abwärts bewegen könne.

Wollen Euer zc. die Güte haben, diese wohlgerathene Bemühung bey der dortigen berühmten Akademie, der ich sonst eigends meine Ehrfurcht bezeigt hätte, zu empfehlen, so werde ich um so lebhafter meinen verehrungsvollen Dank dafür zu entrichten wissen.

Die Sache wird für mich reden, da ich mich um nichts eifriger bestrebe, als durch Erfüllung meines Versprechens mich denjenigen gefällig zu machen, die an der Erweiterung der mathematischen Wissenschaften mit so gutem Erfolge arbeiten.

Ich lege auch eine Beschreibung von einem der vornehmsten hiesigen Kunststücke bey \*). Der Urheber davon ist um so merkwürdiger, da er aus einem Tischlergesellen durch eigenes Nachsinnen ein Meister aller Uhrmacher geworden ist. Er

\*) Dieses ist mir nicht bekannt, aber etwas ähnliches aus Wien, von einem Klostergeistlichen, stehet in dem Recueil pour les Astron. T. II. p. 232. angezeigt.



Er inventirt und erquirt mit gleicher Geschicklichkeit. Er hat noch eine Uhr von den nämlichen Wirkungen für hiesiges bürgerliches Zeughaus erst nach dieser verfertigt, welche weder von außen noch von innen mit dieser etwas ähnliches hat. Ich wünschte, da der Künstler sein Concept nicht herausgeben wollte, daß ein Mathematiker die Beschreibung verfaßt hätte. Er hat über alles dargethan, daß ihn die zu allen Zerfällungen unrichtigen Primzahlen an der genauen Theilung seines Räderwerks nicht hindern.

Er wünscht recht sehr, Euer zc. empfohlen zu seyn; so wie er durch Lesung Ihrer theuren Werke täglich neue Schritte macht. Er würde sich sehr glücklich schätzen, wenn Sie, oder durch Dero Empfehlung, eine berühmte Akademie seine Geschicklichkeit zu wichtigeren Absichten zu benutzen geneigt wäre.

N. S. Es begleiten noch einige Nachrichten zu beliebigem Gebrauche \*). Ich sollte auch der Maschinenüberzüge wegen mehrere Auskunft geben: allein dadurch müßte ich abermal einen Posttag versäumen; werde also das nächstemal nach verlangen bedienen, und beschliesse in Eil.

\*) Vermuthlich waren es mehr Exemplare von denen 2 zuletzt hier abgedruckten: doch sehe man auch im folgenden Abschnitt die Note \*) beyrn Viltens Briefe.

---

## XII. Brief.

### Fessel an Lambert.

---

Wien, den achten Novemb. 1776.

So sehr ich auch beflissen war, durch Verschierung einiger Posttage Euer zc. von dem theuren Porto überheben zu können, so hat mir doch mein Wunsch für diesmal fehl geschlagen: ich übermache also meine Sache auf die mir mögliche Art, um nur mein Wort zu halten. Ich habe inzwischen die Revision beynah zu Ende gebracht, so sehr mich auch andere Geschäfte noch bringen. Es werden also auffer den unten angezeigten Fehlern keine mehr zu finden seyn, es wäre denn in einigen Zahlen, deren kleinster Factor 100 übersteigt; denn die übrigen sind alle genau geprüft. Da die Prüfung auf eine Art geschieht, die von der Berechnung selbst nicht nur der Geschwindigkeit nach, sondern auch sonst völlig unterschieden, und derselben gewissermaassen entgegengesetzt ist; so ist solche um so zuverlässiger. Ich habe auch mittelst dieser Revision neue Wege gefunden, die Correctur merklich zu erleichtern, dergestalt, daß die meisten Fehler, dergleichen in diesem Theile noch übersehen worden, nothwendig in die Augen fallen müssen. Ich habe dadurch zugleich jenes bestätigt gefunden, was die Tafeln,

vers

vermüde ihres vortheilhaften Planes, ohne Rücksicht der Factoren beim Rechnungswesen sonst noch leisten werden; welches ich in dem innerhalb verwahrten Briefe nur noch vermuthungsweise ausdrückte. Das weitere hievon, so wie einige Anmerkungen von Verbesserung zc. der Maschine, giebt die hiesige Realzeitung.

Die in der Nachricht versprochenen Stücke haben den besten Fortgang, unter der Obsorge einiger eben daselbst benannter sehr geschickter Mathematiker: mein Antheil nimmt auch, nebst der Fortsetzung der Tafeln, täglich zu.

Sind wohl Euer zc. ist geneigt, zur Einleitung des großen Werks etwas beizutragen? Meine Freunde werden sich Ihrem gegründeten Urtheile in allem willig unterziehen.

Es ist noch etwas, was ich nicht unangerzeigt lassen kann: Der Mann, den ich schon in einem vorhergehenden Schreiben anrühmte, hat sich, von Freuden über mein Werk eingenommen, entschlossen, die Logarithmen aller Primzahlen bis auf eine Million auf 15 Decimalstellen zu berechnen. Seine ausserordentliche Fertigkeit, die er in diesem Fache hat, und sein unausgesetzter Eifer, sein nicht hohes Alter und Gesundheit, lassen nicht zweifeln, daß er die Sache in Kürze sehr weit bringen werde: besonders wenn ihm auch von andern Seiten hiezu Muth gemacht würde.

Ich komme auf die Druckfehler, welche, in Rücksicht auf die Weitläufigkeit und Gestalt des Werkes

Wertes, von keiner Erheblichkeit sind, auch niemals mehr, als einen Factor bey den zusammengesetzten Zahlen betreffen, folglich auch, ohne angezeigt zu seyn, dem Gebrauch nicht so sehr nachtheilig seyn würden: vorausgesetzt, daß einer sich gefallen ließ, die Richtigkeit der bey Zahlen, die er braucht, ausgesetzten Factoren zu untersuchen. Nun aber wird solches überflüssig: Es sind folgende: Ich setze sie, wie ich solche gefunden, ohne Ordnung der Seiten.

Seite.	Kolonne.	Zeile.	Fehler.	Verbesserung.
3.	<i>h.</i>	64.	$e\alpha K$	$e\gamma K.$
6.	<i>g.</i>	57.	$c^2 at$	$e^2 at.$
10.	<i>c.</i>	66.	$nkD$	$exD.$
17.	<i>b.</i>	54.	$e\gamma l$	$e^2 \gamma l.$
23.	<i>h.</i>	54.	$il\alpha x$	$e\lambda\alpha x.$
16.	<i>a.</i>	6.	$b\eta d$	$h\eta d.$
16.	<i>d.</i>	78.	$ilq$	$ilq.$
18.	<i>f.</i>	68.	$K\zeta q$	$k\zeta q.$
12.	<i>a.</i>	26.	$fkz$	$fhz.$
18.	<i>g.</i>	48.	$f\gamma O$	$f\lambda O.$
22.	<i>a.</i>	61.	$fkq$	$f^2 kq.$
18.	<i>b.</i>	15.	$g\mathfrak{B}$	$g\mathfrak{B}.$
23.	<i>f.</i>	91.	$gpD$	$gpD.$
21.	<i>b.</i>	70.	$kpp$	$hpp.$
13.	<i>b.</i>	76.	$k\theta Y$	$k\delta Y.$
23.	<i>c.</i>	96.	$kxc$	$hxc.$
6.	<i>h.</i>	61.	$la\mathfrak{E}$	$la\mathfrak{E}.$
18.	<i>b.</i>	18.	$m\theta Q$	$m\delta Q.$
—	<i>a.</i>	43.	$m\theta V$	$m\delta V.$
—	<i>a.</i>	74.	$m\theta Z$	$m\delta Z.$

Seite.

Seite.	Spalte.	Zeile.	Fehler.	Verbesserung.
23.	f.	91.	gpD	gpD.
13.	b.	43.	e6d	r6d.
8.	h.	95.	3ar	3ar.
16.	e.	24.	t6m	r6m.
4.	c.	27.	ekp	ikp.
19.	e.	9.	u6r	v6r.

*In numeris primis.*

2.	e.	87.	697	597.
2.	f.	99.	956	959.
6.	g.	30.	883	893.
—	e.	100.	983	987.
9.	e.	80.	337	387.
15.	b.	71.	108	107.
21.	g.	99.	659	959.

*In Characteribus.*

6.	d.	8.	U	U.
—	g.	99.	n	u.
11.	f.	31.	p	q.
12.	e.	48.	e	r.
13.	f.	84.	a	q.
16.	e.	48.	i.	i.
18.	d.	48.	M	M.
—	a.	71.	K	k.
22.	am Rande.		v)	X)

Verschiedene dieser Fehler sind nur in einigen Exemplaren abgedruckt, da inzwischen die Revision von einigen scharfsichtigen Augen noch fortgesetzt und benutzt wurde; einige von den letz-

tern werden in den gegenwärtigen Theil gar keinen Einfluß haben: ich liefere indessen alles, wie ich bisher auf verschiedenen Zetteln aufgemerkt habe: doch bitte ich solche den Leipziguern nicht anzuzeigen. Sie sollen ihre Stärke hieran selbst versuchen. Die übrigen, so sich ja noch einige wider Vermuthen vorfinden sollten, werde ich bey nächster Gelegenheit übermachen.

Dieses alles zum Beweise meiner vorzüglichen Hochachtung, mit der ich bin &c.

NB. Im Vorberichte muß es auf der 3ten Seite, 2 Zeilen über II, anstatt ersten Zeile unter D heißen e. Alles in dringender Eil.

## XII. Brief.

Lambert an Felsel.

Berlin, den 12ten Dec. 1776.

Guer &c. geehrteste Schreiben vom 8ten und 22sten Novemb. sind mir, nebst den Beylagen, richtig und wohlbestellt angekommen \*).

Ich

\*) Da Lambert des Briefes vom 10 Sept. nicht erwähnt: so ist zu vermuthen, daß er diesen beantwortet.

Ich habe alles, so viel mir die Zeit erlaubt hat, durchgesehen, und werde nun eben das sagen, was ich gleich Anfangs würde gesagt haben, wenn es Euer *rc.* beliebt hätte, nähere Auskunft zu geben. Vor allem danke ich ergebenst für die geneigte Mittheilung.

Die Anordnung der Tafel nach den 8 Columnen 30n + 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, woben n auf jeder Seite bis auf 100 anwächst, ist sehr gut getroffen, weil dadurch 8 einander ganz ähnliche arithmetische Progressionen erhalten werden, deren jede für sich betrachtet werden kann. Auch finde ich viel sinnreiches in der Combination der Buchstaben und deren Gebrauch. Die Absicht davon ist übrigens nur die Ersparung des Raumes. Ich finde aber, daß ohne mehrern Raum zu gebrauchen, die Factoren mit wirklichen Zahlen hätten angefügt werden können; freysich oft mit kleinerer Schrift, die in einigen Fällen dazu hätte besonders gegossen werden müssen. Dazu hätte der Umstand der Endziffern pag. B. viel beygetragen. So aber werden viele Leser sich nicht gern bequemen, die Factoren erst mittelst der Buchstaben zu finden. Wenigstens würden sie den kleinsten Factor gern in Zahlen angefügt sehen. Auch sehe ich nun, ohne errathen zu müssen, ganz wohl ein, daß eben dieser Gebrauch der Buchstaben zwischen Euer *rc.* Arbeit und derjen-

S 2

gen,

antwortet hatte: von welcher Antwort aber keine Abschrift vorhanden ist.

gen, so ich veranlaßt hatte, eine solche Scheidewand setzt, daß eine dieser Arbeiten der andern nichts helfen konnte. Meine Tafel würde in weniger Zeit unmittelbar vollständig gemacht werden können, als wenn aus Ihrer Tafel für jede Zahl die Buchstaben nachgeschlagen werden müßten. So sinnreich der Gebrauch der Buchstaben ist, würde ich mich mit der bloßen Anzeige von seiner Möglichkeit begnügt haben, weil er in andern Fällen statt finden und Nutzen schaffen kann. Aber in diesem Fall wäre immer der Gebrauch der Zahlen selbst besser gewesen.

Die Maschine ist ebenfalls gut ausgedacht. Für mich ist sie übrigens nicht ganz neu. Stäbe, Circul, Cylinder, Räderwerk &c. waren mir dabey längst schon, wiewohl nur überhaupt, in Sinn gekommen. Ungeachtet ich sahe, daß dadurch die Arbeit abgekürzt wird, so fand ich immer die Abkürzung nicht so, daß ich mich dabey hätte verweilen mögen. Eigentlich kommt alles auf das Problem an: 1°. die Tafeln am schicklichsten zu ordnen; 2°. auf die kürzeste mögliche Art die Stellen zu finden, wo jeder Factor einzutragen. Hiezu lassen sich auf mehrere Arten sehr einfache Formeln finden. Herr Wolfram, der von dem, was zu Wien und Leipzig vorgeht, noch nichts weiß, schickte mir einige solcher Formeln ganz neulich. \*)

Aus dem Vorberichte sehe ich, daß in dem größern Werke meist alles vorkommen wird, was den Gebrauch der Tafel betrifft. Der

\*) S. den IV. B. a. d. 521 u. 526. S.



Gebrauch in der *Analysis* ist zwar nur mit diesen Worten angezeigt. Ich kann daher anstehen, ob auf alles wird Rücksicht genommen werden. Es kommt darauf an, sich genau aller Anlässe zu erinnern, wo man nöthig hätte die Theiler von Zahlen zu suchen: Z. E. das letzte Glied einer Gleichung ist das Factum aus den Wurzeln. Wenn man das Gesetz des Fortganges einer unendlichen Reihe finden will, deren Coefficienten gegeben sind, da müssen oft Nenner und Zähler in ihre Factores aufgelöst werden. Bey Diophantischen Aufgaben, die in ganzen Zahlen aufzulösen sind, kommt die Frage von den Theilern der Zahlen oft vor. Selbst mehrere davon lassen sich nicht anders auflösen, als durch die Erfindung der Theiler.

Herr M. Zindenburg in Leipzig hat nun auch mit seiner Arbeit den Anfang gemacht, und ein Tractätgen herausgegeben:

„Beschreibung einer ganz neuen Art, nach  
 „einem bekannten Gesetze fortgehende Zah-  
 „len durch Abzählen und Abmessen bequem  
 „und sicher zu finden, nebst Anwendung auf  
 „verschiedene Zahlen, besonders auf eine  
 „darnach zu fertigende Factorentafel.“

Seine Art zu verfahren ist von der Ibrigen sehr verschieden; er wendet sie auch bey Dignitäten, Quadrat- und Cubictafeln, figurirten Zahlen u. an, und bringt in dieser Absicht viel theoretisches mit an, das zu fernerm Nachdenken Anlaß geben kann. Ich führe dieses nur kurz an, wie-

wohl auch bald Exemplarien nach Wien kommen werden. Seine Absicht schien wohl gleich Anfangs weiter, als bloß auf die Factoren der Zahlen zu gehen, wenn gleich diese ihm den ersten Anlaß mögen gegeben haben.

Euer zc. erlauben nun übrigens, daß ich einige Begriffe berichtige, die Sie sich von den Verfassern des bey mir liegenden Manuscriptes machen. Ich sage demnach, daß weder Herr Wolfram noch Herr Zindenburg daran Theil genommen. Beide wurden mir viel zu spät bekannt, und besonders letzterer erst durch sein Avertissement. Ferner hat derjenige, der die Tafel bis auf 500000 berechnet hat, ohne mein Wissen daran angefangen, und ohne Rücksicht auf einige Hofnung. Ich meldete ihm auch, daß solche Mühe schlecht belohnt werde. Dessen unerachtet würde er ohne die vorgefallene Aenderung seiner Umstände, die ihm weniger Zeit lassen, mit der vollen Million längst schon fertig seyn. Zur Zeit, da er aufhörte, ließ ich einen andern, der eine vergebliche Arbeit mit einer bereits schon bey mir fertig liegenden Tafel vornahm, wissen, er könne sich die Mühe sparen, und lieber andere noch nicht vorhandene Tafeln rechnen. Ich schlug ihm auf sein Verlangen einige vor, und er wählte die Fortsetzung der Factorentafel, auch ohne Rücksicht auf große Vortheile. Seine kränklichen Umstände verspätigten die Arbeit, so daß er einen Theil einem seiner Bekannten auftrug. Dieser war fleißiger. Und so waren die Sachen mit Anfang dieses Jahres. Ich habe dabey nie profitirt.

Daß

Daß nun nichts dabey gethan wird ist sehr begreiflich. Das Manuscript mag, so weit es geht, liegen bleiben. Indessen wird die Zeit lehren, wie die Arbeit von Euer zc. so wie die von Herrn Zindenburg wird angenommen werden. Mir deucht noch immer, daß die meisten Leser zwar einsehen, daß solche Tafeln nützlich sind, daß aber die wenigsten glauben werden, sie seyen ihnen nothwendig, weil sie theils wenig mit großen Zahlen rechnen, theils auch ihnen wenige Fälle vorkommen, wo sie nöthig erachteten, Zahlen in ihre Factores zu zerfallen. Dieses ist eine Antwort, die mir bereits jemand gegeben hat, von dem ich sie nicht erwartete.

Was den Anschlag von Berechnung der Logarithmen betrifft, so ist es ganz gut, wenn wiederum einmal Tafeln von größeren Logarithmen im Drucke erscheinen. Denn die Folianten aus dem vorigen Jahrhundert sind nicht mehr leicht zu haben. Was aber solche Tafeln vor andern anpreiset, ist, wenn sie fehlerfrey sind. Dieses wird noch nothwendiger, wenn nur von Primzahlen die Logarithmen geliefert werden. Es würde gut seyn, wenigstens von 990000 bis 1000000 alle Logarithmen, nebst ihren Differenzen mitzunehmen.

Die astronomische Uhr wurde mir gleich, nachdem sie herauskam, bekannt, und zeigt, daß der Künstler weiter denkt, als gemeine Uhrmacher. Nur Schade, daß wenig Liebhaber sind. Uebrigens sind wir freylich nicht mehr in den Zeiten,

wo die berühmte Straßburger Uhr verfertigt worden. Seit Huygens Zeiten kann die Eintheilung der Räderwerke für jede beliebige Periode ganz methodisch gefunden werden, und die Kunst, Räder von jeder beliebigen Zahl von Zähnen zu verfertigen ist auch viel weiter getrieben. Vermuthlich gebe ich in dem 4ten Bande unserer Ephemeriden die Beschreibung einer Uhr, die dem Verfertiger der astronomischen Uhr nicht gleichgültig seyn wird. Der Aufsatz ist schon fertig.

R. S. Da dieses Schreiben erst morgen abgeht, so war ich heute noch in Zeit Dero Werk der Akademie vorzuzeigen und umständlichen Bericht davon abzustatten \*). Die 10 Millionen machten

\*) Den Tag zuvor erhielt Lambert besonders des Herrn de la Grange Gutachten von diesem Werke in folgendem Handbillet vom 1 ten Dec.

J'ai l'honneur de renvoyer à Mr. Lambert la table des facteurs, de M. Felkel, en y joignant tous mes remerciemens de la complaisance qu'il a eue de me la communiquer. On souhaiteroit peut-être un meilleur arrangement dans cette table; mais l'essentiel y est, & pourvu qu'il n'y ait pas beaucoup de fautes elle pourra toujours servir dans l'état où elle est. J'ai lu la description de sa Machine ou plutôt de ses bâtons arithmétiques: j'en conçois l'usage pour trouver immédiatement tous les nombres divisibles par un nombre donné; mais ce que je ne conçois pas encore, c'est qu'il faille aussi peu de travail qu'il le dit pour dresser

machten den dieser Zahl angemessenen Eindruck. Denn so wird es unstreitig ein Werk für alle große Bibliotheken. Der Herzogl. Württemberg'sche Gesandte war zugegen.

## Anhang des Herausgebers.

Man wird sich wundern, daß man in diesem sonst genug wortreichen Lambert: Sellkelschen Briefwechsel, so wenig Auskunft von der eigentlichen Beschaffenheit der Sellkelschen Erfindung, von Herrn Sellkels Verfahren, und von dem Inhalt der beiden Werke (die Factorentafeln bis 144000 und die Beschreibung seiner

§ 5                      Rechen-

dresser par ce moyen une table complete des diviseurs. Il me semble que le simple arrangement des bâtons pour chaque diviseur proposé demande assez de tems; Mr. F. donne la mesure de ses bâtons, dont la longueur est de 28 pouces, mais il ne dit pas combien il en a employés; s'il en faut plus de 30, alors il faut aussi plus d'une table, puisqu'il n'en dispose que 30 sur son *Hauptbrett*; & dans ce cas il me semble que le passage d'une table à l'autre peut être sujet à quelques difficultés. Je serai charmé d'entendre le rapport que Mr. Lambert se propose d'en faire à l'Académie; j'espère qu'il m'en donnera une idée plus nette que la description même de l'Auteur. Je suis &c.

*de la Grange.*

Rechenmaschine) die er vor dem Schlusse dieses Briefwechsels schon herausgegeben hatte, angetroffen hat. Ich war willens, diesem Mangel hier noch abzuhelfen, und von diesen Schriften, zumal da sie, wie die mehresten östreichischen Producte im nördlichen Deutschland selten sind, eine Recension zu liefern; allein ich finde, daß der gleichfolgende Lambert-Zindenburgsche Briefwechsel diese Bemühung überflüssig macht; als in welchem, besonders in dem IXten und XIten Briefe und in den 2 Beylagen zu letzterem, die bis dahin bekanntgewordenen Arbeiten des Herrn Selkels in der Sache, von welcher die Rede ist, ziemlich ausführlich beschrieben und beurtheilet werden. Mehr läßt sich davon nicht sagen, ohne undeutlich zu werden, oder der Leser habe zugleich die Selkelschen Tabellen bey der Hand. Es wäre zu wünschen, daß Herr Selkel selbst, in den Vorberichten und Anweisungen zum Gebrauch seiner Erfindungen verschiedenes deutlicher auseinander gesetzt hätte; im Gegentheil aber, hat er sie einige Jahre hindurch fast ganz in Vergessenheit gerathen lassen, und nur erst seit letztem Herbst, da von diesem Briefwechsel schon etwas abgedruckt war, hat Herr Selkel neuen Muth und Trieb zur Ausführung seines Werkes zu erkennen gegeben. Er that eine Reise nach Leipzig, Berlin (wo ich aber, Abwesenheit halber, das Vergnügen nicht hatte, seine Bekanntschaft zu machen) Halle u. a. D. und bewarb sich um guten Rath bey Kennern, um Unterstützung bey Bemittelten, und vorzüglich um einen Berleger, den er aber nicht so glücklich

gewesen ist, ausfindig zu machen. Daher ließ Herr S. zu Halle bey dem Universitätsbuchdrucker Täubel, auf 4 Seiten gr. 4°. eine Nachricht abdrucken, in welcher er eine neue Subscription auf sein Werk eröffnet, und von einer neuen bequemerem Einrichtung desselben, mittelst zwey Tabellen einen Begriff giebt. Ich mache mir zur Pflicht, auch diese Nachricht, und ohne die Tabellen davon auszuschließen, hier abdrucken zu lassen: einmal, in der Hoffnung das nützliche und mühsame Unternehmen des Herrn Sellkels durch mehrere Bekanntmachung zu befördern, zweytens, um die Leser, durch den Unterricht, den Ihnen diese Tabellen und die Beispiele, die der Herr Verfasser anführet, gewähren, für die magere Kost, die sie in dem Briefwechsel bey steter Erwartung einer nahrhaftern genossen haben, schadlos zu halten. Hier folget also diese

## N a c h r i c h t

von den wiedererhebenden Sellkelschen Factorentafeln ;  
den Abdruck der ersten Million u. s. und die Fortsetzung der Berechnung (von 2016001 an) bis 10 Millionen, betreffend.

Schon seit acht Jahren, da dieses ungeheure, von Kennern theils bewunderte, theils bezweifelte Werk, innerhalb 18 Monaten, aus einem Nichts, bis über die Grenzen zweyer Millionen erwuchs, dessen Abdruck aber durch Kriegstrouben, Los-

des

Beisfälle, und andere Schicksale gesperrt, mit 408000 ausgefüllt, und gleichsam ein Opfer der Zernichtung werden mußte; hat es an Gelegenheit nie gemangelt, das Urtheil der Kenner darüber weit und breit einzuholen, und sich von dessen günstiger Aufnahme zu versichern; wie nicht minder sich alle Wünsche und Ausstellungen von Wichtigkeit zu Nuße zu machen.

Man hätte zwar gewünscht, beim Abdrucke jenen Plan unverändert beybehalten zu können, der nicht nur zum Uebergewichte der beliebten Rechnungsmethode das Meiste bestrug; sondern selbst zur Uebersicht periodischer Geseze und natürlicher Schönheiten vorzüglich diente; allein, wo man bloße Factoren sucht, und sie aufs baldeste anzutreffen wünscht, ist man minder um Geseze und Schönheiten bekümmert, die sich aufs Ganze beziehen, und dem Grundforscher ohnehin alle Augenblicke zu Befehle stehen. Eben so wenig ist man um die Vortheile der Berechnung besorgt, wo man nun Früchte des Gebrauchs ärzten will. Da nun die zur ersten Absicht vortreflich gewählte Bezeichnung der Factoren durch Buchstaben und andere einfache Charakteren manchen beim Gebrauche selbst etwas räthselhaft und unbequem fiel; hat man sich ganz nach den Wünschen der Liebhaber bequemt, und bey jeder zusammengesetzten Zahl den kleinsten Factor in Ziffern übersetzt. Um aber dennoch bey einem engen Raume; den Vortheil aller ausgefüllten Factoren nicht aufzugeben, hat man die übrigen, bis auf den größten jeder Zahl, in Buchstaben  
bey:



benbehalten; da letzterer ohnehin durch die Division mit allen kleinern gefunden ist.

Wer den Vortheil der größten Oekonomie mit jenem einer möglichen Vollständigkeit abwägt, wird eingestehen, daß man, um allen zu willfahren, und der eigenen Ueberzeugung nicht zu entsagen, durch keine andere Wege der Schwierigkeit ausweichen konnte, theils den Umfang und Kaufpreis der Tafeln, mit Abschreckung mancher Käufer, zu verdoppeln, theils ihre Ausgabe bis etwa in die Zeiten der Urenkel hinaus zu setzen; welches erfolgen mußte, wenn man entweder alle Factoren in Zahlen ausgesetzt, oder eine andere gleich vollständige Anordnung gewählt hätte. Diese ganze Ungelegenheit verschwindet, mit der Nähe des wiederholten Nachschlagens, dadurch, daß man etwa die ersten 80 Primzahlen, die noch alle nur durch einzelne Buchstaben bezeichnet sind, auf einem Blättchen zur Hand habe; wofür durch die Einleitung gesorgt werden wird.

Eine kurze Erläuterung begehender zwei Tafeln, welche das Format des auf dem besten Schreibpapier (mittelt ganz neu gegossener Lettern und anderer Zubereitung) noch schöner und zweckmäßiger abdruckenden Werkes darstellen, wird alle Anstände heben:

Die Tafel A enthält ein für allemal die 3 Endziffern aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen; wenn man ihnen die Tausende, als Anfangsziffern, wie sie jede Seite der Tafeln, hier B, am Rande darsteller, vorsezet. Die hier gewählte Tafel B ist, ihrem Inhalte gemäß, die letzte Seite  
der

der für dertmal zum Druck bestimmten Tafeln mithin kann sie für eine der weitläufigen und beschwerlichsten, beim Abdrucke, gehalten werden. Die Buchstaben der Oberzeile: *abcdefgh*, zeigen links und rechts die Kolonnen an, in deren Durchschnitte mit dem Zeilenzeiger, der jede Seite senkrecht halbirer, die Zahlen in A, und die Factoren in den Tafeln, hier in B vorkommen, z. B.

- a. Man solle die Factoren der Zahl 1006513 auffuchen. Die Tausende 1006 kommen hier bey \* vor, mithin die dazu gehörigen Endziffern 513, in der ersten Zeile rechts, unter *d*; welches, da in B, anstatt aller Zahlen, hier (—N) vorkommt, eine Primzahl ist, deren in eine gesetzmäßige Ordnung gebrachte Charakteren, (hier ( $\mu.N$ ) wegen zulänglichem Raume für alle Primzahlen des ganzen Wertes ununterbrochen, doch nicht ohne angezeigten Nutzen, beybehalten werden.
- b. Man suche die Factoren der Zahl 1005803, welche links, Kolonne *g*, 27. Zeile, vorkommt, und an deren Stelle, in B. der Factor 19, welcher, da er allein steht, anzeigt, daß der Quotient  $\frac{1005803}{19} = 52937$  eine Primzahl ist.
- c. Zur Zahl 1006273, links bey \* unter *d*, Zeile 43, ... steht 23. u: zu jener 1007539 rechts bey \*\* aber 13. hq: zum Ersehen, daß die erste, ausser 23, noch zween, letztere, ausser 13, noch drey Theiler habe; welche in Beyseyn der Tafeln, entweder nach dem langen Wege, durch wiederholtes Nachschlagen, oder



aque 1008000

	a	b	c	d	e	f	g	h
1005†	3. z	-M	11. n	- N	179	17	-7. r	823
(a)	- O	7	67. y	- P	-Q	23. b	17	- R
	9. t	71	331	787	11. g	7	- S	- T
	41	73	19. m	13	7 <sup>2</sup>	- U	- V	29. c
	. fh	439	283	- W	- X	19	11	17
	- Y	241	- Z	7. m	101	257	41. p	89
	3. r	11. k <sup>2</sup>	7	47	79	677	661	11. v
	- 2	59. f	- 2	17	373	127	7. g <sup>2</sup> k	- 6
	199	7	- D	11. i	17	13. p	97 <sup>2</sup> .	- 6
	457	139	- 5	- 6	31. q	7	29. l	- 5
	541	37	13	137	7	11	281	19 <sup>2</sup>
	7	13. o	11 <sup>2</sup> . r	167	- 3	31	- 8	7. h
	- 8	19. b	13	7. y	- 2	- 2	- D	13. w
	- 2	- 2	7 <sup>2</sup>	181	11. C	29	289	41 <sup>2</sup>
	313	17. t	43	- 2	- 6	443	7. iu	- 3
	11	7. a	17	23	13. l	- u	11. m	- 2
	19	- 2	- 3	13. v	131	7 <sup>2</sup> *	379	23
	641	11. p	- 2	- 3	7. G	17. n*	173	11. y
	. N	(v a	- b	53	19	- c	17	7. q
	3 <sup>2</sup> . s	67	- d	7. f <sup>2</sup> l	137	- e	521	- f
	23	449	7	619	- g	- h	13	- i
	17	- k	29	191	23	11. g	7	31. r
	- l	7	11. it	- m	37. o	- n	257	43. s
(c)	107	283	13	- o	563	7. i	89	773
	31	13	- p	17. r	7. fc	23	- q	- r
	7. n	29. q	197	251	17. u	- s	101	7. g
	11	977	223	7 <sup>2</sup> . t	- r	- u	11	- v
	509	- w	7. m	19	73	41. x	139	- x
	847	11	47	- y	13	- z	7	11. h
	3. y	7. k	- a	13	- b	149	853	19. n
	- c	31	41	11	- b	7. v	23	- e
	29	17. i	- f	103	7. p	277	421	- 8
*	7. g	- 6	17	37. w	53	11. u	- i	7 <sup>2</sup> .
1006	127	- f	11	7. o	593	503	- i	- l
	131	- m	7. m	43	61. y	13. hq	59	- n
	19 <sup>2</sup>	- o	23. v	349	11 <sup>3</sup>	89	7. h	- p

1006  
(a)

1007  
(v)

aber nach dem kurzen, mit Hülfe einer kleinen hier-Endes begehenden Primliste, zu erforschen sind.

Diese Einrichtung ist den ersten Kennern zu Wien, Prag, Leipzig, Halle, Berlin, Göttingen &c. zur Einsicht vorgelegt, und durch alleseitigen Beyfall zur unabänderlichen Richtschnur angenommen worden.

Nur hat der Verfasser, welcher aus dargezhanen Gründen, und weil die fortgesetzte Berechnung selbst zu einer neuen Probe und zur Berichtigung alles vorhergehenden dient, für die vollkommenste Verlässigkeit seiner neu abzudruckenden Tafeln haften kann und wird, an das mathematische Publicum folgendes zu erinnern:

1. Daß er ein so kostspieliges Unternehmen auf eigene Gefahr nicht wagen kann; und
2. Da er den Bedenklichkeiten der Vorauszahlung für andere gleichfalls ausweichen will, schlägt er, zur Beschleunigung des Abdrucks, den Subscriptionsweg vor, und ersuchet alle Kenner und Beförderer mathematischer Kenntnisse, Buchhändler, Mechaniker und Bibliothekaire, um zur Bekanntmachung und Aufnahme dieses weitaussehenden Werkes beizutragen.
3. Liefert nur Deutschland, durch dieses Blatt aufgefordert, ehestens 120 Subscribenten, so ist von dem Erfasse der Kosten kein Zweifel übrig; und der Abdruck, zu dem schon alles  
vor

vorgefchrieben ist, nimmt sogleich seinen Anfang, und geht unausgesezt fort.

4. Die ganze erste Million, mit aller Zugehör, wird auf 50 Bogen den Borgemerkten um den leichten Preis von 5 fl. Kaiserminze, außer der Subscription nicht unter 8 fl. ausgesetzt; mit dem Besatze, daß bey hinlänglicher Zahl derselben, ohne Erhöhung des Subscriptionspreises, die Primzahl-Liste der ganzen 2ten Million zugeschossen werden soll.
5. Das Ganze wird nach und nach in 5 Theilen à 1 fl. — ausgefolget, und man hoffet vierteljährig einen Theil mit den Factoren von 200000 Zahlen, zu liefern.
6. Auf einzelne Theile wird gar kein Antrag gemacht, sondern jeder geht wehigstens auf die erste Million ein.
7. Auf Verlangen, oder bey nur erschner Thunlichkeit, wird mit dem Abdrucke, über die erste Million, bis zu jeder beliebigen Gränze, fortgefahren.
8. Die Vormerkung wird angenommen:
  - in Wien, in der v. Ghelenschen Buchhandlung;
  - in Prag, bey dem Verfasser;
  - in Berlin, bey Tit. Herrn Secker, Director der Kön. Realschule;
  - in Göttingen, bey dem Director und Bibliothekar, Tit. Herrn Zyring;
  - in Leipzig, bey Herrn K. F. Ködicke Liebhaber der Grössenlehre, an der Seite des Tit. Herrn Prof. Borz.

9. Uebrigens schmeichelt man sich, Größenlehrer und andere, denen an Beförderung so ausgiebiger Erleichterungsmittel nicht wenig gelegen ist, werden selbst gefällige Subscriptionsplätze errichten, und die Liste der Borgezmerkten an den Verfasser der Factorentafeln (im gräßl. Thunischen obern Hause in Prag) einsenden; denen für die Mühe der Einsammlung jedes 11te ganz, und jedes 7te Exemplar zur Hälfte, gratis ausgefolget werden soll.
10. Zu aller Sicherheit wird der Abdruck dieser Tafeln unter der Aufsicht der ersten Kenner von Seiten einer hohen Schule, und zwar vermuthlich jener in Prag, die hiemit schon vorläufig einverstanden ist, veranstaltet werden, ohne deren prüfenden Einsicht — kein Abdruck gelten soll.
11. Zum Besten der Ausländer wird die Einleitung in verschiedenen Sprachen abgedruckt werden.

Um endlich die Vorzüge der oft gerühmten mechanischen Kunstgriffe, und die Vortheile einer durch langes Nachdenken und Übung aufs höchste getriebenen Fertigkeit, zum größten möglichen Nutzen der Größenlehrer zu verewigen, ist zur Berechnung des Ueberrestes, von 2016001 an, bis 10000000, der Antrag und alle Zubereitung gemacht; und steht zu hoffen, dieses in seiner Art einzige ungeheure Werk, um so sicherer in den Nebenstunden dreyer Jahre zu Stande zu bring-

gen, als der obgenannte Herr Rödike als ein gemeinschaftlicher Mitarbeiter auftritt.

Wozu nun aber ein so ungeheures mühsames Werk? Ein einziges Problem, dessen Auflösung durch ein solches, niegehabtes, Hülfsmittel möglich, oder nur erleichtert wird, wird oft für ganze Gesellschaften wichtig —

Wenn nun dadurch mit der Zeit sehr viele Vieles gewinnen können; wird es wohl in der Folge gleichgültig seyn, an eines Spieles Statt gerechnet zu haben; wenn ja die beste Mitwelt vergessen sollte, dafür, in etwas — erkenntlich zu seyn?

Mehrers braucht es nicht, um den Segen einer durch Proben stattlicher Vorzüge ausgezeichneten Berechnungsart, und das durch die erste Bekanntmachung vom 10ten Jänner 1776. gleichsam erworbene und bey siebenjähriger Ruhe unbenommene Prioritätsrecht zu behaupten. Dieses erinnert, um nicht in künftigen Intelligenzblättern, dergleichen im Leipziger 1783. den 1ten Nov. geschah, fernern Mißdeutungen seiner unabänderlichen Gesinnungen ausgesetzt zu seyn, ein für allemal

Der Verfasser der osterwähnter Tafeln.

Halle, den 9ten Octob. 1784.

Karakteren



Karakteren sammt den ihnen zugehörigen Primzahlen; so weit solche bis auf 10,000000 erforscht werden, wenn der größte Faktor wegbleibt.

a = 1	a = 97	A = 229	X = 379
b = 2	b = 101	B = 233	Y = 383
c = 3	c = 103	C = 239	Z = 389
d = 5	d = 107	D = 241	AA = 397
e = 7	e = 109	E = 251	BB = 401
f = 11	f = 113	F = 257	CC = 409
g = 13	g = 127	G = 263	DD = 419
h = 17	h = 131	H = 269	EE = 421
i = 19	i = 137	I = 271	FF = 431
k = 23	k = 139	K = 277	GG = 433
l = 29	l = 149	L = 281	HH = 439
m = 31	m = 151	M = 283	II = 443
n = 37	n = 157	N = 293	JJ = 449
o = 41	o = 163	O = 307	KK = 457
p = 43	p = 167	P = 311	LL = 461
q = 47	q = 173	Q = 313	MM = 463
r = 53	r = 179	R = 317	NN = 467
s = 59	s = 181	S = 331	OO = 479
t = 61	t = 191	T = 337	PP = 487
u = 67	u = 193	U = 347	QQ = 491
v = 71	v = 197	V = 349	RR = 499
w = 73	w = 199	W = 353	SS = 503
x = 79	x = 211	X = 359	TT = 509
y = 83	y = 223	Y = 367	UU = 521
z = 89	z = 227	Z = 373	VV = 523



\* \* \*

Vor und seit der Herausgabe der obigen Nachricht, bin ich selbst auch mit ein paar Briefen von Herrn Sefkel beehret worden. In dem ersten, vom 9. Sept. 1784, den er in meiner Wohnung hinterlassen hat, erfreuet er sich des Beyfalls, den die hiesige Königliche Akademie der Wissenschaften über die Proben seiner mechanischen Factorenberechnung bezeugt habe, und meldet, er habe bey der Akademie eine Rechenmaschine sammt Beschreibung, wie auch eine schriftliche Nachricht von dem vorhabenden neuen Abdrucke seiner Tafeln bis über 1,000,000 und noch weiter zurückgelassen. In dem zweyten Briefe, dat. Prag \*) den 24sten Januar 1785, ist das wesentlichste, was die Factorentafeln betrifft, folgendes:

„ — — Ich muß gestehen, daß mich Ihre freundschaftliche Versicherung von den besten „Gefinnungen für meine Factorentafeln von „Seiten dortiger erleuchten Akademie der Wissenschaften in etwas neugierig gemacht hat: worin „wohl diese ungewöhnliche Unterstützung bestehen möge \*\*). Meinerseits ist alles zum Worthalten

\*) Herr Sefkel ist nunmehr Director der Schul- und Armenanstalten auf den gräf. Thunischen Herrschaften in Böhmen; daher hält er sich jetzt mehrentheils in Prag auf.

\*\*) Hr. Sefkel hätte nämlich durch seine Gegenwart und seinen leidenschaftlichen Eifer für sein Factorenwerk die Gemüther verschiedener Mitglieder der

„halten so reif, daß es nur eine äußerliche Unmög-  
 „lichkeit, nämlich der Mangel hinlänglicher Subs-  
 „scribenten, oder eines Verlegers, in die Län-  
 „ge verschieben, nie aber meine Gedanken von  
 „dessen Bewerkstelligung entfernen wird.  
 „So sparsam es indessen mit den Subscribenten  
 „zugeht: so ist doch zur Fortsetzung bis 10 Mil-  
 „lionen alle Vorbereitung gemacht, und dazu ein  
 „Werkzeug hergerichtet, das noch einfacher ist,  
 „als das bey der dortigen hohen Gesellschaft der  
 „Wissenschaften zurückgelassene: es bestehet in  
 „einer Scheibe, die auf einer sehr kleinen Basis  
 „ruht, die Uebersicht des Ganzen erleichtert, und  
 „den bey dortiger — (der vorigen) — Einrich-  
 „tung fast nöthigen Gehülfsen entbehrlich macht.  
 „Beschreibung und Riß davon übermache ich auf  
 „Verlangen, und schlesse für diesmal meine  
 „Nachricht von den Factoren, bis ich vielleicht.  
 „3 3 „mein

der Akademie so eingenommen, daß einige Zeit  
 nach seiner Abreise beschloffen worden, auf eine  
 nicht unbeträchtliche Anzahl Exemplare seiner  
 Factorentafeln zu subscribiren — was wirklich  
 von der Verfassung der Akademie nicht zu erwar-  
 ten war. Möchte doch um so mehr dies Bey-  
 spiel andere gelehrte Gesellschaften und jeden  
 nicht unbemittelten Mann, der Mathematik  
 schätzt, oder wichtige Hülfsmittel aus dem Zah-  
 lengebäude braucht, ermuntern, dem von wel-  
 chem die Rede ist, an das Tageslicht zu verhel-  
 fen, und den, bey so großer, bisher fruchtlosen  
 Mühe, zu beklagenden funreichen Urheber thätig  
 zu unterstützen.

„mein letztes Wort hierüber im Druck heraus-  
 „gebe. Uebrigens zweifle ich nicht, durch ein-  
 „sichtsvoller Gönner geneigte Mitwirkung es  
 „noch endlich dahin zu bringen, daß meine zum  
 „Druck bestimmte zwei Millionen über kurz oder  
 „lang doch endlich gewiß durchgesetzt werden.“

Aus eben dem Briefe sehe ich, daß Herr  
 Selkel sich schon lange und viel mit den periodis-  
 schen Decimalbrüchen abgegeben und insonders  
 seit dem Anfang dieses Jahres ganz neue und  
 brauchbare Entdeckungen in dieser Materie ge-  
 macht hat: da er aber mit der Hauptsache und  
 seinem Geheimniß vor der Hand noch hinterm  
 Berge hält, (ich bediene mich seiner eigenen  
 Ausdrücke): so will ich hier aus der sonst weitläu-  
 figen Nachricht von seinen Beschäftigungen mit  
 diesen Zahlensystemen nichts weiter anführen, ob-  
 schon der Ort schicklich genug wäre, weil in dem  
 gleich folgenden Briefwechsel viel über diesen Ge-  
 genstand vorkommen wird. B.

## Dritter Abschnitt.

---

Lamberts und Hindenburgs  
Briefe.



---

## I. Brief.

Hindenburg an Lambert.

---

Leipzig, den 3ten Aug. 1776.

Benfolgende gedruckte Nachricht <sup>a)</sup>, die ich mir die Ehre gebe, Euer zc. zu überschieken, wird Ihnen, wie ich hoffe, nicht ganz gleichgültig seyn, weil die Ausführung des darinn Versprochenen, einem von Euer zc. ehemals in den Zusätzen zu den logar. und trigon. Tabellen (S. 9, 10) geäußerten Wunsche nicht allein vollkommen entspricht, sondern auch denselben, des weiten Umfangs wegen, noch zu übertreffen scheint. Die Nachricht selbst ist schon, wie das Datum zeigt, vor einiger Zeit gefertigt worden; aber der Buchhändler und Verleger, Herr Crusius, hat solche nicht eher ausgeben und öffentlich bekannt machen

J 5

- a) Die Nachricht von einer Tafel u. s. w. die in der Beilage mitgetheilt wird: diese Nachricht stehet auch in den Leipz. neuen Zeitungen von gel. Sachen, No. LXIV. v. J. 1776. Einen Zusatz dazu, als eine Ergänzung findet man ebendas. No. LXV. S. 530.

machen wollen, als bis er zugleich den Preis eines Exemplars mit anzeigen könnte, welches, ohne vorgängigen genauen Ueberschlag der Kosten, nicht möglich ist. Allein ein neuerliches, in den Leipziger politischen Zeitungen b) von dieser Woche gestandenes, vom Herrn Prof. Anton Sessel in Wien eingesendetes Avertissement dieselbe Sache betreffend, hat ihn zu dem Entschluß gebracht, gedachte Nachricht ohne weitem Verzug dem Publico vorzulegen.

In dem kurzen Avertissement der Leipziger politischen Zeitung, das Euer ic. gewiß auch schon gelesen haben werden, wird einer Maschine gedacht, die Herr Prof. Wilhelm Bauer bey der Normalschule in Wien erfunden und durch die freygebige Unterstützung Sr. Kayserl. Majestät zu Stande gebracht hat. So große Kosten haben meine Veranstellungen bey weitem nicht erfordert, und ich getraue mir zu behaupten, daß meine Erfindung, die ich, wenn es nöthig wäre, leicht auf eine Maschine bringen könnte, die Factoren der zusammengesetzten Zahlen noch geschwinder geben müsse, als jene Maschine. Diese kann, so viel ich, ohne sie gesehen zu haben, vermuthen, doch  
nur

- b) 147 St. vom 29sten Jul. 1776, und etwas ausführlicher in der Leipz. neuen Zeitung von gel. Sachen, No. LXIII. vom 5ten Aug. 1776. Im ersten wird Herr Prof. Wilhelm Bauer, als Erfinder der Maschine angegeben; in beiden wird die Ausgabe einer Factorentafel von 1 bis 2 Millionen versprochen.



nur immer einen oder nur wenige Factoren auf einmal geben, da sich hingegen bey mir vormitstelt gewisser Patronen, und der in ihnen befindlichen offenen Fächer, mit einer Operation sehr viele Factoren auf einmal vor Augen legen: den Vortheil nicht zu gedenken, daß sich meine Methode auf viele andere, ja auf mehrere Arten und Classen von Zahlen erstreckt, die mit gleicher Leichtigkeit gesucht und gefunden werden können.

Ich habe aus dem sehr kurz abgefaßten Avertissement nicht deutlich abnehmen können, ob Herr Sessel in seiner Tabelle nur den kleinsten Factor einer Zahl, oder alle Factoren derselben liefern will c). Das letztere hätte ich durch meine Methode leicht bewirken können; ich bin aber von diesem Vorsatze abgegangen, größtentheils weil ich aus der Vorrede zu dem dritten Theile Dero vor trefflichen Beyträge wußte, daß Sie durch den rühmlichen Fleiß eines Ungenannten schon viel Vortath hierzu gesammelt hatten, und auch nachher aus Ihrem an den Herrn von Schönberg abgelassenen Schreiben d), mit Vergnügen ersehen habe, daß bereits alle Factoren der einzelnen zusammengesetzten Zahlen bis auf 500000 in Ihren Händen sind und zum Abdrucke bereit liegen

c) Der nachher ausgegebene Anfang der Tafel zeigt, daß er sie alle geliefert hat, nicht bloß die kleinsten.

d) S. Deutsch. gel. Briefw. II. B. S. 312. no. 3.

gen e); theils aber auch, weil ich glaubte, daß es den mathematischen Wissenschaften ungleich vortheilhafter seyn würde, die Tafel lieber, durch Auffuchung des kleinsten Factors, auf sehr entfernte Gränzen zu erweitern, als bey mehrerm Zeitaufwande für alle Factoren, diese Gränzen zu verengen. Hierbey habe ich mir vorgesezt, jederzeit

- e) Der Anfang bis auf 260000 war bereits im Semner 1771, und bald darauf im Jahre 1772, die Fortsetzung bis 339000, Herrn L. zugeschickt worden. Die Stelle des (in d) angeführten Briefes zeigt, daß im Jahre 1775 (und vielleicht noch eher) die Tafel schon bis auf 500000 zum Abdrucke parat gelegen, und bis auf 1 Million sich hat erstrecken sollen. Sie geht eigentlich bis auf 504000, und hat den Churf. Sächs. Finanz-Oberbuchhalter, Herrn Oberreit in Dresden, zum Verfasser, dessen gründliche Kenntnisse und unermüdeter Fleiß aus mehreren Proben schon rühmlichst bekannt sind. Hrn. Oberreits Arbeit ist also vor Hrn. Seltkels und der meinigen, ohne Widerrede prioritätisch. Sonst ist auch Herrn Wolframs schriftlicher Aufsatz, von Zergliederung der Zahlen bis auf 300000, wo aber nur der kleinste Factor über 5 angegeben worden, aus L. obgedachter Vorrede bekannt. Daz hin gehört auch Herrn Prof. Schenmarks in Lund noch ungedruckte Tafel, die, wie mir aus schriftlichen Nachrichten bekannt ist, bis auf eine Million sich erstreckt, und von Hrn Prof. Lexell bey seiner letztern Reise über Lund nach Petersburg gebracht und der Kais. Akademie der Wissensch. vorgelegt worden ist. Man sehe auch deutsch. gel. Briefwechsel, I. B. S. 367, 368.

zeit eine ganze Million auf einmal zu liefern, damit Niemand, wer auch nur an diese Zahlen seinen Fleiß verwendet haben mag, bey der Herausgabe kleinerer Theile des Ganzen, sagen könne: so etwas hätte ich vorlängst selbst liefern können.

Die bengelegten Nachrichten werden Euer ic. die Gewogenheit haben, nach Gefallen, und so wie es die Gelegenheit giebt, an die Herren de la Grange, Bernoulli, Marsson, Schulze, Bode ic. zu vertheilen; wobey ich zugleich an Dieselben eine Bitte von eben der Art beynfüge, wie Sie ehemals an das Publicum gethan haben, diese Nachricht, so viel möglich ist, bekannter zu machen, auch das Unternehmen, wenn solches Ihren ganzen Beyfall, wie ich nicht zweifele, erhalten sollte, durch Ihr vielgeltendes Vorwort öffentlich zu empfehlen.

Allerdings war in der Rechnung des Herrn von Schönbergs *f)* die Ziffermenge der Wurzeln, Quadrat- und Cubiczahlen beträchtlich falsch ausgefallen, wovon ich jedoch die Ursache nicht einsehen kann. Die Berechnung ist indessen von neuem vorgenommen und die ihnek angegebene Zahl, bis auf etwas wenig sehr unbeträchtliches, gefunden worden. Dieses wird Herr von Schönberg selbst mit nächstem in einem Briefe an Euer ic. nebst andern Dingen schreiben.

Die

*f)* Deutsch. gel. Briefw. II. B. S. 309 und 311.

Die angekündigten astronomischen Tafeln g) erwartet die Welt von der Akademie und Lambert, mit eben dem sehnlichen Verlangen, als ehemals die Rudolphinischen von Kepler.

## N a c h r i c h t

von einer Tafel der kleinsten Theiler aller durch 2, 3, 5 nicht theilbaren, zwischen 1 und 5 Millionen fallenden zusammengesetzten Zahlen, nebst beugefügter Printafel auf so weit.

Eine Tafel, in welcher man, bey einer bequemen Einrichtung, die Primzahlen, so wie die Theiler der zusammengesetzten Zahlen, bis auf eine sehr entfernte Gränze, durch bloßes Ausschlagen finden kann, ist unstreitig ein für das gemeine Leben sowohl, als auch, und vorzüglich, für den Mathematikverständigen, brauchbares Geschenk, so lange es noch an einer sichern Regel fehlt, die einfachen Zahlen von den zusammengesetzten, leicht zu unterscheiden, und die Theiler der letztern auf eine bequeme Art zu finden. In dieser  
Rück-

- g) Sammlung astronomischer Tafeln (und franz. Recueil de Tables astronomiques &c.) unter Aufsicht der Königl. Preuß. Akademie der Wiss. 3 Bände, Berlin 1776, an deren Einrichtung und Herausgabe Herr L. vorzüglichem Antheil hatte.

**S**tückicht hat bereits im Jahre 1770 Herr Prof. Lambert, dessen Verdienste um die erhabensten Wissenschaften Jedermann bekannt sind, die Pellische Tafel der Theiler aller zusammengesetzten Zahlen aus dem ersten Hunderttausend, in seinen schätzbaren Zusätzen zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen, nicht nur verbessert und bis auf 102000 erweitert, wieder abdrucken lassen, sondern hat auch öffentlich dabey den Wunsch geäußert, daß Jemand diese Tafel, zum ausnehmenden Nutzen der mathematischen Wissenschaften, weiter fortsetzen, und, wo möglich, bis auf eine Million und drüber erstrecken möchte.

Ob nun gleich Herr Lambert, vermuthlich zu mehrerer Aufmunterung, und wirksamere Anstrengung der Kräfte, der Ausführung eines Unternehmens von so weitläufigem Umfange, eben die Unsterblichkeit versprach, welche die Neperischen, Briggschen, Vlacquischen, Gardinerischen &c. Arbeiten sich mit so vielem Rechte erworben haben: so scheint doch dieser Wunsch noch immer (auch bey der Nachricht, die er nachher in der Vorrede zu dem dritten Theile seiner Beyträge, von Herrn Wolframs und eines andern Ungenannten dahingehörtigen Bemühungen, gegeben hat) von seiner Erfüllung weit entfernt zu seyn; und man wird nicht irren, wenn man zu den ersten Ursachen auch diese mitrechnet, daß überhaupt das Leben eines einzelnen Menschen, bey pflichtmäßiger Abwartung seiner übrigen nothwendigern Geschäfte, nicht hinreichend

reichend zu seyn scheint, diese Zahlen, nach bekanntlich vorgeschlagenen, selbst vortheilhaften, Methoden nur bis auf eine Million zu berechnen.

Um so mehr glaube ich, wird es den Kennern und Liebhabern solcher Tafeln erfreulich seyn, ihnen gegenwärtig Hoffnung dazu, und zwar auf mehrere Millionen, geben zu können.

Es ist nämlich Herr Magister Zindenburg allhier, der seit geraumer Zeit darauf gedacht hatte, wie er die dabey vorkommenden Schwierigkeiten, wenigstens zum beträchtlichsten Theile, erleichtern möchte, so glücklich gewesen, auf einen Vortheil zu kommen, durch welchen er diese Schwierigkeiten, so weit es die Natur der Sache zuläßt, ganz aufhebt.

Dieser Vortheil ist größtentheils das Resultat einer sehr sorgfältigen Untersuchung des Decimalzahlengebäudes, und ist in seiner Art so beträchtlich, daß es alles übertrifft, was man nur wünschen und hoffen konnte, indem er das mühsame Auffuchen der Theiler, in ein fast augenblickliches Finden verwandelt, und selbst die Primzahlen, in ihrer natürlichen Ordnung, nach einander, ohne sie zu suchen, und also ohne allen Zeitverlust, giebt. Das Verfahren hierbey ist, wie man leicht vermuthen wird, ganz mechanisch, und so zuverlässig, daß es unmöglich wird einen Fehler zu begehen, der sich nicht sogleich auf der Stelle durch einen Widerspruch verrathen sollte: ein Umstand, der das gewöhnliche, bey einer so großen Menge Zahlen,

ten, ganz unvermeidliche Verrechnen nicht besürchten läßt, und in so fern der Richtigkeit der daraus entstehenden Tafeln zur vorzüglichen Empfehlung dienen kann. Die Methode ist übrigens an sich so allgemein, daß man durch sie auch alle Factoren einer zusammengesetzten Zahl, nicht nur den Kleinsten, finden kann, und ihre Anwendung, besonders in dem letztern Falle, so leicht, daß, um einen Begriff davon zu geben, es genug seyn wird, hier anzuzeigen, daß die Berechnung der bis auf 102000 erweiterten Pellischen Tafel, nicht volle vierzehn Tage Zeit erfordert hat, welche man dieser Arbeit zusammhängend und ununterbrochen gewidmet hatte. Diese Tafel enthält, nach der von Herrn Lambert getroffenen bequemen Einrichtung, 27200 Zahlstellen (nicht Zahlzeichen) welche, mutatis mutandis, mit 17433 Factoren und 9767 Primzahlen besetzt sind. Von diesen braucht Herr S. ben seiner Einrichtung, nicht mehr als 11427 Factoren zu suchen; und so wird die Wahrheit dessen, was hier gesagt worden, um so mehr greiflich.

• Auf einem solchen Wege und bey solchen Mitteln scheint es nun freylich nicht schwer zu seyn, eine Tafel, deren Umfang sich auf zehnen und mehrere Millionen erstreckt, in sehr kurzer Zeit auszuarbeiten. Man muß aber hiebey bemerken:

1) Daß die Arbeit, bey jedem Schritte, in recht eigentlichem Verstande, nach dem Gesetze der Stetigkeit, um ein Etwas zunimmt, das sich

sich aber gleichwohl für jede einzelne, etwas größere, Theile derselben, z. E. für jede 50 oder 100 Tausende, sehr genau schätzen läßt, so daß man den Fortgang der Schwierigkeiten, bis an eine festgesetzte Gränze, auf das schärfste in verhältnismäßigen Zahlen anzugeben, und folglich aus der berechneten Zeit, die man, eine einzelne davon zu überwinden, aufwenden muß, mit Sicherheit auf die Zeit, welche die Beendigung des Ganzen erfordert, zu schliessen im Stande ist; und so steht denn das Resultat aus dieser Rechnung auf so weit, mit den übrigen Geschäften jedes Individui, das nicht ganz für die Sache lebt, in offenbarem Widerspruche. Hiernächst ist zu erinnern:

2) Daß Herr S. ausser dem Nutzen, den das Publicum von einer solchen Unternehmung zu erwarten hat, den Vortheil der Methode weiter nicht, als in Rücksicht auf ihre Erfindung, schätzt; übrigens aber die Ausführung derselben, bey seiner, durch zweckmäßigere, weit mehr unterhaltende Beschäftigungen, beschränkten Zeit, nicht ausserordentlich beschleunigen kann, und solche sehr gern, den geschäftigern Händen handwerksmäßiger Rechner anvertrauen wollte, wenn es, ohne beträchtliche Kosten (denn mit diesen kann man noch viel weiter gehen) möglich wäre, ein Mittel ausfindig zu machen, die Richtigkeit der von Andern gefundenen Zahlen (und hierauf kommt doch eigentlich alles an) vermittelst einer Revision zu beurtheilen, welche leichter



ter wäre, als die Auffuchung der Factoren an sich selbst ist.

Die Veranstaltung wird indessen zur Berechnung von 5 Millionen schon seit einiger Zeit getroffen, und wird man selbige, nicht wie man anfänglich Willens war, zu zwey und zwey mal Hunderttausenden, sondern lieber Millionenweise herausgeben. Die erste Million kann, wegen vieler, von aussen her, zur Sache nicht gehörigen, vorgefallenen Hindernisse, vor Ostern des 1777sten Jahres nicht abgedruckt werden; und so wird man, so wie es Zeit und Umstände verstatten, und, (welches eine noch wesentlichere Bedingung ist) wenn der erste Versuch vorzüglichem Beyfall bey Kennern und Liebhabern finden sollte, mit den übrigen Millionen fortfahren. Die Zahlen selbst werden nach der von Herrn Lambert zuerst gebrauchten vortheilhaften Einrichtung geordnet, jedoch mit einigen Abweichungen, wodurch man nicht allein das Setzen vieler Zahlen erspart, sondern auch auf den Raum eines nicht viel grössern Blattes, zwey Fünftel mehr Ziffern zu bringen im Stande ist, als in den Zusätzen auf zwey einander gegenüber stehenden Seiten beständlich sind.

● Diese von fünf zu fünf Tausenden fortschreitende Einrichtung, läßt sich mit größter Leichtigkeit auf ein gegebenes Format abändern, und fällt hier das Maximum der Ersparniß der Bogenzahl auf das Folio. Dennoch aber hat man, um diesen Theil der Oekonomie mit den

übrigen Forderungen in Harmonie zu bringen, dem geschmeidigern, aber etwas großen Octavformat, verglichen ungefähr das Sberwinische ist, den Vorzug gegeben, indem solches, nach dem einstimmigen Zeugnisse aller Kenner, zum Gebrauche ungleich bequemer ist, als jedes andre. Jeder einzelne Bogen wird von 40000 Zahlen, in Beziehung auf ihre Theilbarkeit oder Untheilbarkeit, Rechenschaft geben, und so kommen 25 Octavbogen auf eine Million; die Primzahlen ungerechnet, die man nach ihrer Ordnung hintereinander, und dennoch aufs möglichste verkürzt, nebst einer bequem eingerichteten Multiplicirtabelle aller in der Theilertafel vorkommenden Factoren, in einigen wenigen Bogen beifügen wird.

Den Tafeln wird eine, ihre Absicht und ihren Gebrauch, zum Theil auch für gemeine Rechner, erläuternde Einleitung vorgesetzt, in welcher man viel Brauchbares, die Natur und Eigenschaft dieser Zahlen betreffend, so weit man selbige gegenwärtig kennt, beybringen wird. Zu diesem Werke soll durchgehends ein gutes, weißes und hinlänglich starkes Schreibpapier genommen werden, und wird man sowohl an der vorzüglichern innern Richtigkeit, als an der, angenehm in die Augen fallenden, äußerlichen Sauberkeit des Druckes, zu welchem ganz neu gegossene Zahlen von verschiedener Größe be-  
nimmt sind, nichts ermangeln lassen. Den Preis eines Exemplars wird man gehörig vorher in den  
Zeitungs

Zeitungen bekannt machen, und sich auch hierinn der möglichsten Billigkeit befeisigen.

Zum Beschlusse ist noch anzumerken, daß vorerwähnte Methode, sich auch zu Auffuchung anderer Zahlen, z. E. der figurlichen, derer von der Form  $2^n$ .  $3^m$ .  $5^p$ .  $7^q$ . (Lamb. Zus. Taf. 17) der Potenzzahlen, u. s. w. leicht modificiren und anwenden läßt. Auch würde man vielleicht einmal in der Folge, in Absicht auf die Cubiczahlen Gebrauch davon gemacht haben, wenn nicht bereits ein jünger Cavalier, der schon durch Schriften zu seinem Vortheile bekannt ist, sich einen andern, aber gleich vortheilhaften Weg zu den Quadrat- und Cubiczahlen gebahnt hätte. Hier kann, wegen der äusserst leichten, aus der Natur dieser Zahlen hergeleiteten Revision, alles durch fremde Hände summiret, und die Arbeit vermittelst zweener, aber mehrere male abgedruckter Bogen, für beyderley Zahlen, zu jeder verlangten Gränze getrieben werden. Besonders aber ist hierbey die so beträchtlich verkürzte, der Bequemlichkeit des Gebrauches dennoch nicht nachtheilige, Einrichtung der daraus fließenden Tafel merkwürdig. Die Ziffermenge der Wurzeln von 0 bis 10000, nebst ihren Quadrat- und Cubiczahlen, beträgt nicht viel unter 3 Millionen. Von dieser können bey den Abdrucke ungefähr die Hälfte erspart werden (eine Ersparniß, die zu gleicher Zeit die Kosten und die Richtigkeit des Druckes erleichtert) und so wird ungefähr die Möglichkeit begreiflich, wie man

man auf zwei einander gegenüberstehenden Octavseiten von dem Sherwinischen Formate, die Wurzeln von 500 Zahlen, mit den ihnen zugehörigen Quadrat- und Cubiczahlen, ordnen, und eine Tafel von gedachten Potenzzahlen, bis auf die Wurzel 100000, in die sehr verengerten Gränzen von 25 Bogen, einschränken kann; obgleich die Ludolphischen, viel kleineren Quadratzahlen auf so weit (die mehrerer Verbesserungen bedürfen als man insgemein glaubt) schon allein, einen ungefähr gleichen, aber doch etwas größern Raum, von 52, aber kleinern, Bogen ausfüllen.

Die Zeit, wenn diese Tafeln herauskommen können, läßt sich vorist noch nicht bestimmen angeben.

Leipzig, den 24sten May 1776.

Siegfried Leberecht Crusius,  
Buchhändler und Verleger eingangsgedachter  
Tafeln.

N. S. Den, S. 137. Z. 2 von unten, erwähnten Zusatz findet man unten in dem Nachtrage.  
B.

## II. Brief.

Lambert an Hindenburg.

Berlin, den 13ten Aug. 1776.

Aus beyliegendem Blatt *h*) werden Euer zc. näher ersehen, was es mit Herrn Selkels Anschlag für eine Beschaffenheit hat. Ich hatte ihm bereits letzten Winter darauf geantwortet, er könne sich die Mühe ersparen, seine Tafel von 1 bis 1 Million zu berechnen, weil dieses schon geschehen, und dagegen könnte er von 1 bis 2 Millionen fortrechnen. Er änderte daraufhin seinen Entschluß so, daß er die erste Tafel bis auf 300000 erweitern, und dann auch die Fortsetzung bis auf 2 Millionen durch den Druck bekannt machen werde. Auch meldete er, daß S. Kaiserl. Majestät zu den Druckkosten Vorschuß geben werden. Noch bat er mich, daß ich sein Verfahren gut heißen und anpreisen, auch den wichtigsten Theil der Vorrede zu dem größern Werke

K 4

schreiben

- h*) Herrn Selkels Nachricht, seine Rechenmaschine und die Ausgabe seiner Factorentafel (von 1 bis 1 Million) betreffend; Wien, den 31sten Jänner 1776. Sie steht auch in der Beilage zu Nr. 123. der Hamb. neuen Zeit. vom 2ten Aug. 1776. — (u. oben S. 41 — 44. u. 45 — 49. B.)

schreiben möchte, und zwar ohne daß er im geringsten sagt, worinn seine neuen Kunstgriffe und Maschine bestehen. Ich habe daher seine drey letzten Briefe bisher unbeantwortet gelassen. Dermalen aber kann ich nicht umhin, ihm ein Exemplar von Ihrer gedruckten Nachricht zuzuschicken, mit Bedeuten, daß ich Euer zc. gern bitten möchte, bey der 3ten Million anzufangen, es sey mir aber ein solcher Antrag schon wegen der 2ten Million verunglückt, und vielleicht dürste noch ein dritter kommen, der selbst den Antrag, bey der 6ten Million anzufangen, nicht Gehör geben würde.

Ich erwarte hierauf keine andere Antwort, als daß Herr Sessel selbst dieser Dritte seyn werde. Denn in einer neuen gedruckten Nachricht hat er bereits von 10 Millionen <sup>1)</sup> gesprochen. Er ist so voller Triumph, daß die Ersparung von Zeit und unnöthiger Mühe gar keinen Eindruck auf ihn macht, und daß er sich auch nicht besinnt, daß eigentlich mehr seine Methode und Maschine, als ein unnöthiger Gebrauch derselben ihn besühmt machen können.

Allein

- 1) Einer mir zugekommenen lateinischen Nachricht, Wienz d. 10. Jun. 1776. (s. oben S. 76 — 80) hatte Herr Sessel beygeschrieben: *Tabularum continuantur usque ad 10 Millions; & præterea primæ Millionis omnes factores singillatim exponuntur.* Noch ausdrücklicher hat er davon, in einer sehr umständlichen deutschen Nachricht, Wien, den 1ten Sept. 1776, gesprochen. — (s. oben S. 85 — 105.)

Allein Wien soll die Ehre haben, das Werk so vollständig und ausgedehnt, als immer möglich ist, in seinen Mauern berechnet und gedruckt zu sehen. Die Zeit muß lehren, was denn endlich an der Sache seyn wird. Bis dahin habe ich keine fernere Schritte mehr zu thun. Auch werde ich mich hüten, bis dahin etwas über die Theiler der Zahlen bekannt zu machen. Denn bey so sehr gerühmten Kenntnissen, möchte es Herrn Seltel in Sinn kommen zu sagen, daß er alles schon längst besser gewußt habe.

So wenig läßt sich also noch dermalen in Deutschland gesellschaftlich arbeiten.

Es ist übrigens dieses nicht der erste Fall, wo einerley Arbeit an mehreren Orten vorgenommen wird. Bey Uebersetzungen ausländischer Werke ist es schon oft geschehen.

Herr Seltel läßt sich mit 5 Millionen nicht abschrecken. Auch hat er schon Gehülfsen gefunden. Inzwischen da er gegen meinen sehr billigen und ihm Zeit und Mühe sparenden Antrag taub ist, so mag ich es ganz gerne sehen, wenn Euer ic. Dero Arbeit fortsetzen. Ein Verleger, der zumal in Leipzig Buchhändler ist, hat vor einem bisher unbekanntem Gelehrten in Wien, der auf Subscription drucken läßt, sehr viel voraus.

Den Herren de la Grange und Bernoulli habe ich sogleich ein Exemplar von Ihrer Nachricht zugeschickt, auch die übrigen Exemplare werde ich an Kenner gelangen lassen. Nur zweifle ich, ob sich viele wegen des Ankaufs melden werden. Das beste würde wohl seyn, wenn'der

Verleger sogleich den Druck anstenge. Den Nutzen des Werkes erkennen alle, die die Rechnung mit Brüchen gelernt haben, und deren sind doch sehr viele.

An unsern astronomischen Tafeln sind nur noch wenige Bogen zu drucken. Sie erfüllen einen Wunsch, den jeder Astronom schon längst muß gehabt, und wo nicht deutlich gedacht, doch wenigstens confus empfunden haben: nemlich, daß er nicht genöthigt seyn möchte, die erforderlichen Tafeln, mittelst Anschaffung vieler und kostbarer Werke, zusammenzubringen, dergleichen die von Hevel, Flamsteed, Bradley, de la Caille in Absicht auf die Fixsterne, die von Halley in Ansehung der Planeten, die Mayerschen und Waragentinschen für Mond und Jupiterstrabanten, sind. Bey unserm Fixsternverzeichniß kommen Flamsteeds, Hevels u. Rechen- Schreib- Druck- und Beobachtungsfehler sämmtlich zum Vorschein, und zugleich giebt dieses Stoff zu fernern Beobachtungen. Wenn die besten astronomischen Tafeln von denen, die wir nicht selbst gebraucht haben, sollten verlohren gehen, so würden sie aus unserer Sammlung wieder hergestellt werden können. Was in dem Folianten des Lubienierky eigentlich astronomisch ist, kommt in dieser Sammlung ganz vor. Auch für die Zeitrechnung ist gesorgt, und ganz vorzüglich für die mathematische Geographie und Berichtigung der Landcharten Stoff geliefert worden.



## III. Brief.

Hindenburg an Lambert.

Leipzig, den 17ten Aug. 1776.

Ich erkenne die Gewogenheit mit ausnehmendem Danke, die Euer ic. mir durch die so geschwinde Beantwortung meines Schreibens erzeigt haben.

Es ist gewiß, daß Herr Sessel aus der Factorienmaschine weit mehr macht, als es vielleicht die Sache verdient; und es ist mehr als wahrscheinlich, daß meine Zahlenbogen und diese Maschine auf eins hinauslaufen *k*), wie ich aus verschiedenen von ihm angezeigten Nebenwirkungen seines Werkzeuges schliessen kann. Nur glaube ich, daß ihn die Form der Maschine vieler Specialvorthelle beraubt hat, die ich bey meiner Anordnung und Operation in reichem Maaße genieße: so daß ich nicht zweifelte, ich werde selbst bey mehrerer Bequemlichkeit, noch geschwinder als er arbeiten können *l*); nicht zu gedenken, daß die Einrich-

*k*) Die Folge hat diese Vermuthung vollkommen bestätigt. Beide kommen im Wesentlichen mit einander überein, und sind bloß in der Anordnung und dem Gebrauche verschieden.

*l*) So haben auch nachher die einsichtsvollsten Kenner, als competente Richter in der Sache, Kästner,

richtung der Maschine so gar kaiserlichen Vor-  
schuß erfordert hat *m*), ohne welchem die Sache  
vielleicht immer ungethan geblieben seyn würde;  
Dahingegen ich und mein Verleger, als Privat-  
personen, den Aufwand noch bis jetzt ohne unsere  
Unbequemlichkeit haben tragen und bestreiten  
können.

Auch bin ich gewiß länger in dem Besitze  
der Erfindung, da ich das hierzu Nöthige bereits  
im August 1774 *n*) habe drucken lassen, und nur  
durch Krankheit und andere Umstände von der  
Ausarbeitung bis hierher bin abgehalten worden.

Von

ner, Lambert, v. Segner, Bernoulli, Lereil,  
Fuss u. a. von meiner Einrichtung, theils öffent-  
lich, theils schriftlich, geurtheilt. Worauf die  
Specialvorthelle derselben ausser dem Abmessen  
und den Patronen, beruhen, habe ich in meiner  
Beschreibung — von Abmessung der Zah-  
len *ic.* S. 28. kürzlich angezeigt. Daß aber ein-  
zelne gedruckte Bogen viel bequemer zu behan-  
deln sind, als eine hölzerne Maschine, die, wenn  
sie die gehörige Genauigkeit in den Abmessungen  
haben und auch in der Folge erhalten soll, we-  
nigstens so groß, als ein mittelmäßig großes  
Tou-Madame-Spiel (so ist sie ungefähr gestat-  
tet) seyn muß, versteht sich von selbst und ist kei-  
nem Zweifel unterworfen.

- m*) Eine Berichtigung des hier Gesagten kommt in  
L. folgendem Briefe vor.
- n*) Hr. Prof. Felkel hat, nach seiner eigenen Aus-  
sage (im Vorber. zum 1. Th. seiner Factorentafel,  
Col. 2.) seine Arbeit zuerst im Nov. 1775. an-  
gefangen.

Von dem Datum der ersten Ausführung meines Erfindung, (wovon ich auf erforderlichem Fall legale Zeugnisse vorzeigen könnte) bitte ich jedoch Niemanden weiter etwas wissen zu lassen. —

Es wundert mich, wie Herr Selkel hat verfangen können, daß Euer u. sein Verfahren gut heißen, seine Methode und Maschine anpreisen, auch den wichtigsten Theil der Vorrede schreiben möchten, ohne im geringsten zu sagen, worin seine neuen Kunstgriffe bestehen und wie seine Maschine eingerichtet sey; obschon er mehrere Briefe in der Angelegenheit an Euer u. geschrieben hat. Mein; so geheimnißvoll bin ich nicht, besonders gegen einen Mann, von so weltbekannten Verdiensten, wie Sie, dem man schon, bey seinen viel wichtigern Erfindungen, die der Welt vor Augen liegen, eine weniger beträchtliche Entdeckung ohne alle Gefahr anvertrauen kann; eine Entdeckung, die mehr ein glücklicher Gedanke, als eine tief sinnige Speculation ist o). Die forts eilende

- o) Ungleich wichtiger hingegen und alle Vortheile mechanischer Erfindung der Zahlen weit überwiegend ist die, durch letztere gewissermaßen veranlaßte, ohnlängst von mir bekannt gemachte neue Theorie: *Novi systematis Permutationum, Combinationum ac Variationum primae lineae &c.* Lipsiae 1781. und ihre ausgedehnteste Anwendung auf die Analysis, besonders auf die Reihen und deren verwickelte Fälle, die nur immer vorkommen können. Einige Gründe dieser Methode mit brauchbaren Tafeln zur Berechnung, enthalten meine *Infinitorum Dignitatum Exp. in det.* Histo-

eilende Post erlaubt mir jetzt nicht, Euer 2c. meisten ganzen Plan nebst den dabey gebrauchten Vortheilen, zur Beurtheilung vorzulegen. Es soll aber gewiß mit nächstem geschehen —

Aus dem mir von Euer 2c. zugeschickten Advertissement sehe ich, daß man durch Herrn Selskels Tafel doch nur einen Factor nach dem andern, mittelst des Nachschlagens, mit einem Zeitverluste von höchstens zwey Minuten findet p). So weit komme ich bey meiner Einrichtung auch, und gewinne vielleicht dabey noch etwas an der Zeit. Es scheint inzwischen nicht, daß Herr S. sich der von Euer 2c. zuerst in den Zusätzen gebrauchte

Historia, Leges ac Formulae &c. Gottingae 1779. Das ist also die S. 116. meiner Beschreibung von Abmessung der Zahlen 2c. (unten Not. y) versprochene Erweiterung. Daß die Factoren der zusammengesetzten Zahlen, wie ich solche durch meine Methode nach der Reihe fand, nichts anders, als gut geordnete Complexionen aus Primzahlen wären, fiel mir sogleich auf: daß aber die weitere Analyse dieser Bemerkung und deren Anwendung auf allgemeine Größen, Gelegenheit zu solchen Aufschlüssen geben würde, als ich nachher gefunden habe, das habe ich nicht voraussehen, selbst nicht vermuthen oder erwarten können.

p) Nämlich den Werth, oder die Bedeutung, der für die Zahlenfactoren gebrauchten Zeichen, die man erst in einer andern Tafel nachschlagen muß; denn die Factoren selbst, oder ihre Zeichen stehen allemal bey der Zahl, zu der sie gehören, nebeneinander.

brauchten, oder einer ähnlichen Anordnung der Zahlen, bey seiner Tafel bedienen werde. Vielleicht hat er eine ganz andere Anordnung gewählt, die in ihrer Art auch sehr gut seyn kann, und die sich durch die Methode, die Zahlen zu suchen, von selbst anzubieten scheint. Mein nächster Brief soll auch dieses Phänomen, nebst allem übrigen, Ihren bekannten tiefen Einsichten vorlegen; die Sache scheint von nicht geringer Erheblichkeit zu seyn.

Ich würde mich sehr gern zu einer gemeinschaftlichen Arbeit entschliessen, wenn ich dabei, so wie mein Verleger, zu den Kosten bald wieder gelangen, auch letzterer einen Antheil an dem Drucke behalten könnte, auf welchen er sich mit großem Aufwande vorbereitet hat *r*). Jedoch so wie es jetzt steht, ist hierinn von Herrn Sessel nichts zu erwarten, auch möchte ich lieber unter Ihrer Anordnung, an dem Ganzen theilnehmen und arbeiten. Freylich ist die Bearbeitung der ersten Millionen ohne Vergleich die leichteste; doch kann man auch schon dem gemeinen Besten zu Gefallen etwas aufopfern.

### Sollten

- q) Herr Sessel hat bey seiner Tafel die von Herrn Euler (Nov. Comm. Ac. Petr. Tom. XIX.) vorgeschlagene Anordnung zum Grunde gelegt, hat aber bey seinem größern Format der Tafel, eine viermal größere Menge Zahlen auf jede Seite gesetzt, als Herr Euler bey seiner gegebenen Probe hatte sehn können.
- r) Durch Anschaffung neuer Typen, neu gegossener messingener Linien und Leisten u. s. w.

Sollten Euer ic. nicht weiter Willens seyn, von Ihrer Factorentafel selbst etwas herauszugeben: so würde ich, wenn Sie mir den kleinsten Factor daraus mittheilen wollten, das Werk, auf so weit es jetzt geht, für Ihre oder Ihres Freundes Arbeit, die noch vor der meinigen bis dahin präexistirer, mit Vergnügen öffentlich anerkennen, meine bisherige Arbeit aber bloß als Prüfung der Richtigkeit dieser Zahlen ansehen, und das Folgende nach der Ordnung von meiner Berechnung beifügen. Hierzu würde ich mir alsdann, eine von Ihnen gefertigte Einleitung ausbitten, die dem Werke gewiß, zur vorzüglichen Zierde und Empfehlung dienen würde. Von des Verlegers billiger Denkart und reellen Erkenntlichkeit für diese Bemühung kann ich Ihnen im Voraus Versicherung geben. Doch genug hiervon; Euer ic. müssen erst meine Methode selbst näher kennen lernen und in Augenschein nehmen.

Ich habe dem Herrn von Schönberg zum Zeitvertreibe aufgegeben, meine gedruckte Einrichtung in eine Maschine zu verwandeln. Es kann solches vermittelst eines Cylinders, einer Scheibe und auf andere mehrere Arten geschehen. Eine Maschine ist aber doch zu ernstlichen Absichten nicht so bequem; das sehe ich sehr deutlich ein).

- 2) So urtheilte unter andern gelehrten Kennern auch Herr v. Segner in einem seiner Briefe an mich, vom 18ten August 1776: meine gedruckte Einrichtung sey einer Maschine, so künstlich und brauchbar sie auch übrigens an sich seyn möchte, allemal weit vorzuziehen.

## IV. Brief.

Lambert an Hindenburg.

Berlin, den 24ten Aug. 1776.

Auf Ihr Schreiben, m. H., vom 17ten dieses habe in Absicht auf Herrn Sessel zu antworten, daß in der Zeitung wohl ein Mißverständniß seyn könne. Der kaiserl. Vorschuß geht auf die Kosten des Verlags des Werkes, und vielleicht auch auf die Anfertigung einer großen Anzahl von Maschinen, da Herr Sessel diese künstlich anbietet. Von solchen Maschinen lassen sich mehrere Sorten gedenken. Ich verlange aber niemand zuvor zu kommen.

Herr Sessel spricht allerdings von Factoren, wo er nothwendig von Factis sprechen müßte, wenn er den Werth der Sache nicht durch Zweydeutigkeit erhöheth zeigen wollte 1). Der Erfolg wird

1) Lambert hat also diesen Punkt in Herrn Sessels Nachricht eben so, wie ich, verstanden: daß weitere Nachschlagen als ein Finden der Factoren angesehen, daß, wie die Folge ausgewiesen, nur ein Interpretiren derselben ist. Aber freylich kostet hier das letzte in den meisten Fällen so viel Zeit, als bey einer andern guten Einrichtung das erste erfordern würde.

wird aber alles auf den wahren Werth heruntersetzen.

Herr Sessel hat mir übrigens allerdings angetragen, daß er mir in einem Briefe ein vollständiges Model seiner Maschine, auch die kleinere Tafel schicken wolle, wenn ich sie verlange und in seine übrige Bitten einwillige. Er konnte aber wohl voraussehen, daß ich nichts verlangen würde. Der wichtigste Theil des Vorberichts muß natürlicher Weise seine neue Entdeckung enthalten, von welcher er behauptet, daß er schneller rechnen könne, als daß ihm zween Seher nachfolgen sollten u). Wie dieses zugehe, das wird am besten von ihm selbst beschrieben. Vielleicht hat er aber einen Wiener oder andern Mathematiker an der Hand, der ihm den wichtigsten Theil liefert. Das wird die Zeit lehren.

Ich habe ihm nichts geschrieben, als was ich Euer ic. bereits gemeldet habe. Eigentlich schickte ich ihm nur das von Ihnen bekannt gemachte Avertissement, damit er nicht causam ignorantiae vorschütze, wie er in Ansehung des 3ten Theiles der Beyträge und der Zusätze ic. bereits gethan.

Die

u) Die Wirkung der Maschine ist hier unstreitig zu geringe angegeben. Ohne sie jemals selbst gebraucht zu haben, behauptete ich, daß man mit ihr noch schneller müsse arbeiten können, wenigstens bey den ersten Hunderttausenden.



Die Tafel der Factoren für die ersten 50000 Zahlen habe ich von einem Freunde <sup>v)</sup> erhalten, dem es nachgehends nur an Zeit fehlte; sonst würde alles schon gedruckt seyn. Es fand sich sogleich ein anderer, der aber durch Unpäßlichkeit verhindert einen dritten aufmunterte, die Arbeit mit ihm zu theilen \*). Ich wollte nicht auf die Vollendung dringen; denn sonst hätte ich auch wohl hier und auswärts Mitarbeiter gefunden.

Auf die Ehre eines Herausgebers halte ich mit gar nichts zu gute, auch erhielt ich das Manuscript ungesucht und unerwartet, und mit dem Manuscripte verschiedene Abkürzungen, die sich bey der Verrfertigung von selbst angeboten haben, z. B. daß das Multipliciren in ein bloßes Addiren verwandelt wird, weil die Facta nach den Differenzen der in den ersten Columnen stehenden Endzahlen anwachsen, und dieser Differenzen immer nur 8 sind ic.

Auf den Antrag, Ihnen die kleinsten Theiler ausschreiben zu lassen und zuzuschicken, muß ich wegen Kürze der Zeit Verzicht thun, um so mehr, da es zu nichts als zur Prüfung dienen soll, ob meine Correspondenten richtig gerechnet haben. Ich hab' überdies nur eine Abschrift behalten, und das Original, bis zur Zeit; da es vollständig gedruckt werden könnte, wieder zurück geschickt,

2 2

damit

v) Den oben (Note o). genannten Oberfinanzbuchhalter, Herrn Oberreit.

\*) Die Herren von Stamford und Rosenthal. s. den ersten Abschnitt dieses Bandes.

damit es inzwischen wenigstens seinem Verfasser brauchbar seyn könne.

Ob nun das Manuscript schon beynabe vollständig oder nicht, daran ist bey den dormaligen Umständen wenig gelegen, sonst würde es ein leichtes seyn, alles gefeßlich attestiren zu lassen. Von mehr als einer Million habe ich nie gesprochen. Und wenn auch diese fertig und bereits gedruckt wäre, so würde wohl kein Privilegium exclusivum dabey seyn, und das Recht, etwas vollständigeres zu liefern, würde immer bleiben. Gegen meine Correspondenten bin ich dadurch, daß ich ihr Vorhaben schon längst publicirt habe, gerechtfertiget. Herr Selkel war zeitig genug benachrichtiget. Euer zc. sehe ich für berechtigt an, ihm zuvor zu kommen und weiter zu gehen.

Zu einem gemeinschaftlichen Werke hätte ich ganz gern Beiträge geliefert. Dermalen will es sich nicht schicken. Indessen wird es ganz von Euer zc. abhängen, Dero Methode näher zu erkennen oder es zu verschieben. Ich kann nicht sagen, ob es mich freuen oder gereuen wird, sie, ehe sie publicirt wird, gesehen zu haben. Nicht alle sehen einerley Sache mit einerley Augen an. Das Gute daran werde ich immer erkennen, und wenn ich auch selbst viel davon sollte voraus gewußt haben, so glaube ich an Erfindungen so arm nicht zu seyn, daß ich auf die eine oder die andere geißen sollte. Das Weitergehen liegt mir etwas mehr an. Dieses habe ich bereits jemand geantwortet, der eben so denken sollte, und der an der Sache weiter keinen Antheil hat.

Noch

Noch kann ich Ihnen sagen, daß Herr Euler, in den Commentariis der Petersburgschen Akademie, neulich einen Anschlag gegeben, die Tafeln von den Theilern der Zahlen zu erweitern. Es ist mir zur Zeit davon nur bekannt, was in dem Journal encyclopédique steht. Die durch 2, 3, 5 theilbaren Zahlen bleiben weg. Es sind 8 Columnen für die Endzahlen 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, und vorne herunter stehen die Zahlen 30, 60, 90 etc. : : : : 1500, 1530 etc. Das möchte bey einem trigesimalen Zahlengebäude gut seyn. Mehr habe ich aus dem, was das Journal sagt, nicht geschlossen w).

§ 3

V,

- w) Die hieher gehörige Stelle aus diesem Journal, die zugleich Herrn Eulers vorgeschlagene Anordnung einer solchen Tafel etwas näher zeigt, ist folgende: — On a exclu de cette table tous les nombres, dont les diviseurs se manifestent d'eux-mêmes, & tels sont, outre les nombres pairs, ceux que l'on peut diviser par 3 & par 5. Ainsi l'on ne fait entrer dans cette table, que les nombres, dont les diviseurs sont, ou 7, ou 11, ou 13, ou tels autres grands nombres premiers, dont on trouve huit jusqu'à trente. Ainsi, les nombres compris dans cette table peuvent être représentés par cette formule générale:  $30q + r$ , où  $q$  désigne un nombre quelconque, &  $r$  ne peut recevoir que les huit valeurs suivantes 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Si l'on veut construire une semblable table dans la forme in 4to, cinquante valeurs de la lettre  $q$  pourront trouver place dans la première colonne verticale de chaque page; & à cette colonne il faut en joindre huit latérales, qui
- répond-

## V. Brief.

Hindenburg an Lambert.

Leipzig, den 27ten Sept. 1776.

**N**aum hatte ich meinen letzten Brief an Euer. ac. auf die Post gegeben, als ich mich niedersetzte, eine kurze Beschreibung meiner Methode für Sie und Herrn Hofrath Kästner zu entwerfen. Inzwischen erhielt ich Ihr zweytes mir sehr werthgeschätztes Schreiben. Dieses hofte ich sogleich beantworten, und meinen Entwurf beylegen zu können; aber in kurzem nahm alles eine andere Wendung. Ich ward durch Umstände, die ich nicht voraus wissen konnte, genöthiget, in größter

Ges

répondent à huit valeurs de la lettre *r*. Or chaque page contenant 50 valeurs de la lettre *q*, & chaque *q* valant 30, il en résulte, que chaque page contient 1500 nombres, y compris ceux, qui ne paroissent pas dans la table. Cette dernière, poussée jusqu'à un Million, auroit donc 666 pages; ce qui ne fait pas un trop grand volume. (*Journ. Enc.* 1. Juin 1776. T. IV. Part. II.)  
 Herrn Eulers Aufsatz steht: Nov. Comm. Ac. Sc. Petr. T. XIX. 1775. Vermuthlich ist Herrn Prof. Schenmarks Tafel (Not. e) ganz nach diesem Plane gearbeitet. Eine andere Anordnung hat Herr Beguelin (*Nouv. Mém. de l'Ac.*  
 des

Geschwindigkeit eine etwas umständlichere auch für gemeine Leser verständliche Beschreibung, auszuarbeiten, weil man von Dresden aus geschrieben hätte, man würde mir vielleicht die erste Erfindung in der Sache streitig zu machen suchen.

Es ist auch wirklich seit ein paar Tagen eine anderweitige gedruckte Nachricht von Herrn Sessel x) hier bekannt geworden, die ganz gegen mich gerichtet ist, dergestalt, daß in den Anmerkungen sogar die eigenen Worte meiner Nachricht mit

4

des Sc. Berlin, Année 1775.) vorgeschlagen \*); noch eine andere hat mir Herr von Segner schriftlich zugesandt, die ich, weil sie auch sehr gut ist, bey einer andern Gelegenheit bekannt machen werde.

\*) Er hat auch im Jahrgang 1777 wiederum davon gehandelt. Der sehr geschickte und unermüdete Mathematiker, Herr Graf von Schafgotsch, K. K. Kammerherr zu Prag, unternahm nach Herrn Bessel's Vorschrift, die Pellschen Tafeln fortzusetzen; er hat aber diese Arbeit, ob er gleich schon weit damit gekommen war, wieder liegen lassen, nachdem ihm versichert worden, daß die Lindenburg'schen Tafeln zu Stande kommen würden. Unter der Arbeit aber hat er ein neues Gesetz zur Fortsetzung jener Tafeln entdeckt, und es in dem IV. B. der Abhandlungen einer Böhmischen Privatgesellschaft bekannt gemacht. B.

x) Wien, den 1sten Sept. 1776; einen Bogen stark. (s. oben S. 85 — 105.) Am Ende sagt Herr Sessel ausdrücklich, er habe die so gepriesene Rechenmethode zuerst öffentlich bekannt gemacht. bekannt gemacht? — Das kann seyn.

mit vorkommen; ein Beweis, daß Herr Settel mein Avertissement richtig erhalten hat. Ich habe seine Nachricht hier mit beigelegt, weil Euer ic. darinn zu Ihrem Antheile auch bedacht sind. —

Um so lieber ist mirs nun, daß meine Sache bereits im Gange ist. Es hielt äusserst schwer, noch vor der Messe, da alle Pressen so sehr besetzt sind, damit anzukommen. Endlich entschloß sich noch Herr Sommer dazu, setzte eine andere Arbeit auf die Seite, und druckte befolgende 5 Tafeln, nebst 2 Bogen Text y) — die übrigen Bogen fehlen noch, und es ist eine Frage, wenn sie gesetzt werden können. Der Mann ward schon während der Arbeit krank, erst am Gonagra, und nun — das Schlimmste für einen Setzer — hat er das Ehiragra. Sollte er auch morgen gesund werden: so kann er doch nicht gleich weiter daran fortarbeiten, weil er die zukünftige Woche

- y) Beschreibung einer ganz neuen Art — Zahlen durch Abzählen oder Abmessen bequem oder sicher zu finden ic. nebst 3 Kupfertafeln und 5 Beilagen, Leipzig 1776. Diese Beschreibung enthält unter mehrern Anwendungen, auch die Methode, der zusammengesetzten Zahlen Factoren mechanisch, ohne alle Rechnung zu finden, so wie andere die Zahlenberechnung überhaupt betreffende Anmerkungen. Die beigelegten Tafeln stellen, in besondere Fächer, nach dekadischer Fortschreitung, geordnete Zahlenelemente dar, so wie auch ganz leere Fächer, zu unzählig vielen besondern Absichten, durch den Druck ein für allemal vorbereitet und bequem eingerichtet.

beständig in seiner Niederlage bey seinen Verlagsbüchern stehen, und die ganze Messe hindurch seine Käufer und andere Kunden abwarten muß. —

Indessen habe ich diese Zwischenzeit, die mir mehrere Muße verschafte, nicht wollen vorbeystreichen lassen, ohne Ihnen meine Methode selbst vorzulegen. Die befolgenden 5 Tabellen sind vollständig, und die zweyen Bogen Text enthalten doch wenigstens das, was die Auffuchung der Factoren betrifft, ganz; so daß nur noch die Anwendung der Methode auf Zahlen anderer Art ermangelt. Ich hätte gewünscht, alles dieses Euer ic. eher mittheilen zu können: das war aber, wegen Kürze der Zeit, und weil ich niemals etwas davon aufgeschrieben hatte, nicht möglich. Sollte ich auch dabey noch einen und andern Vortheil anzubringen übersehen haben, so würde doch der Nachtheil daraus vorzüglich nur mich, den Sucher der Factoren treffen; wiewohl fernerweit beyzubringende Erinnerungen hierüber auch noch jetzt für mich und meine Arbeit nicht zu spät kommen würden.

Das Wichtigste von der Anwendung meiner Methode, und was das Publikum am meisten interessiren kann, ist gleichwohl noch zurück.

Noch muß ich Euer ic. ausgebreitete Einsichten, bey der Anordnung und dem Vortrage meiner Factorentafel für das Einschreiben der Factoren und Primzahlen zu Rathe ziehen und anfragen, ob noch etwas daran zu verbessern sey? Der Plan dazu, der nach der beysiegenden

Probe z) nicht bequemer seitwärts nach 5000 fortschreitet, ist eigentlich der von Ihnen in den Zusätzen zuerst gebrauchte, aber etwas verkehrte. Ich habe nämlich die Parallelogramme auf die Seite gelegt, und daraus für die Einer und Zehner einen Perioden von 3 Bogen gefunden, so daß jede 3 Bogen unmittelbar aneinander passen. Bei diesem Perioden gehen die Hunderter und Tausender in jedem einzelnen Bogen auf einerley Art fort; die Zehntausender und Hunderttausender aber dürfen nur jedem einzelnen Rectangel ein für allemal vorgefetzt werden.

Ich

- z) Als Probe der künftigen Darstellung meiner Factorentafel waren hier drey durch eingedruckte Linien in besondere Fächer abgetheilte Bogen beigelegt, (worauf sich das bezieht, was S. 119. meiner Beschr. steht) mit eingeschriebenen kleinsten Factoren und deren Coefficienten für die zusammengesetzten Zahlen, nebst angemerkten Primzahlen. Diese drey Bogen bestimmten die Form der ganzen Tafel, nach einem Perioden von 30000, von welchem jede 3wo nebeneinander aufgeschlagene Seiten 5000 enthielten. Diese Bogen, nebst noch einem andern, mit Zahlen und Buchstaben besetzten, gleichfalls in abgesonderte Fächer eingetheilten und zu mechanischer Auffuchung der Factoren eingerichteten Bogen (dem nachher 1776 von mir bekanntgemachten Factorenbogen Co im Wesentlichen ganz gleich und ähnlich) sind es eben, die ich bereits im August 1774, in der Krausischen Hofbuchdruckerey zu Dresden, laut gerichtlichen Attestats, habe abdrucken und vervielfältigen lassen.



Ich habe durch meine Einrichtung, wie die Probe zeigt, im Grunde alle Factoren, vielleicht auf eine noch kürzere und brauchbarere Art, als sie Herr Sessel haben wird; indem ich, bey jeder theilbaren Zahl ihren kleinsten Factor, und mit ihm zugleich das Product oder die Primzahl, die, mit jenem multiplicirt, die zusammengesetzte Zahl giebt, einschreibe. Dieses Product finde ich ohne Mühe, indem ich nur jedesmal die Ordnungszahl, die immer eine neben dem abzuzählenden Factor in ununterbrochener Reihe fortlaufende ungerade Zahl ist, mit anmerke und aus dem Kopfe beschreibe. Nicht selten kommt hier in die Stelle dieses Products eine Primzahl; desto besser. Wo das nicht ist, darf man nur das Product weiter fort in der Tafel nachsuchen und auflösen: so findet man ohne weitere Rechnung alle Factoren, und braucht dabey selten über eine halbe Minute Zeit, wo Herr Sessel bey seiner Einrichtung von 2 Minuten spricht. Ich halte das gewissermaassen noch für besser, als wenn man wirklich alle einzelne Factoren nebeneinander aussetzt. Die Theile des Ganzen werden so einander gleicher und ähnlicher. Gleichwohl macht mir das immer ein beträchtliches Theil Mühe mehr als Anfangs. Durch eben diese Ordnungszahl könnte ich auch alle Factoren sogleich finden und angeben.

Euer ic. werden die Gemogenheit haben, den hier vorgelegten Plan, und dessen beschlossene Ausführung aufs genaueste zu prüfen, nach Befinden zu bessern, und alles, was zu seiner Voll-

vollkommenung erreichen kann, daran zu thun. Sie nehmen sich auf solche Art gewissermaassen Ihres Eigenthums an; und ich wünschte daher, daß Sie, ein Mann von so großen trefflichen Einsichten, bald Gelegenheit haben möchten, meiner Einrichtung, sowohl was die mechanische Aufsuchung der Factoren, als auch ihre Darstellung in einer Tafel anbetrifft, mit Beyfall öffentlich Erwähnung zu thun, damit man in Wien, wie in Herrn Sakkels letzter Nachricht liest, nicht fernerhin sagen möge, ich wäre mein eigener Zeuge. Ich glaube, daß ich Euer ic. mit Zutrauen um eine solche Gefälligkeit bitten darf, da ich Ihnen nunmehr alles, ohne Zurückhaltung vorgelegt habe.

Möchten doch diese ersten beiden Bogen meiner Beschreibung der mechanischen Factorenfindung Ihren ganzen Beyfall verdienen! so würden ihn die nachfolgenden um so gewisser auch erhalten, da sie, meinen Gedanken nach, noch wichtigere Anmerkungen als die ersten vortragen werden. Freylich ist es schwer, Männern, von Lamberts Geiste und Scharfsinn, genug zu thun; gleichwohl — doch nein! Euer ic. sollen selbst das Urtheil fällen. Noch eins bitte ich ergebenst: von allem diesem, besonders was das Einschreiben betrifft, vor der Hand Niemanden etwas zu sagen. In einer gedruckten Nachricht steht, Herrn Sakkels Maschine wäre nun in Leipzig; noch aber ist sie hter nirgends als in dieser Nachricht zu finden.

M. S.

N. S. ... Das letzt gemeldete Phänomen \*) be-  
 trifft, den Perioden, den jede Primzahl nach so  
 viel Hunderten giebt, als sie Einheiten hat: die  
 7 bey sieben; die 11 bey elf; die 23 bey drey-  
 zehnhundertten u. s. w. Setzte man, also die Mul-  
 tiplic dieser Factoren nach ihren Perioden: so wirtz  
 de Darans, ein vortheilhaftes Arrangement für die  
 Factoren folgen. Meine Tafeln legen dergleichen  
 Perioden klar und deutlich vor Augen. Noch,  
 aber habe ich darans nichts Bessers, als ich schon  
 habe, finden können. Vielleicht wird Herrn Sels-  
 fels Plan auf Vorlegung solcher Perioden be-  
 ruhen  $\alpha$ ).

## VI. Brief.

Hindenburg an Lambert.

Leipzig, den 2ten Octob. 1776.

Guer ic. werden gütigst erlauben, daß ich meis-  
 nem nächstvorhergehenden Briefe noch einen  
 kleinen Nachtrag beynfüge.

Man

\*) Oben S. 159. 3. 7.

\*) Diese Vermuthung ist nicht eingetroffen. Man  
 sehe die Noten  $q$  und  $w$ .

Man könnte den Titel auch so machen  $\beta$ ), wie ich solchen einem hier beigelegten Blatte, der schon vorhin übersendeten Bogen vorgesetzt habe, bey denen ich nur noch kürzlich erinnern will, daß die beiden ersten Parallelogramme durchgehends 17 waagerechte Zahlenreihen; das dritte aber immer nur 16 enthält. Auch fängt jede Zahl der folgenden Seiten in dem ersten Fache der ersten waagerechten Reihe im ersten Parallelogramme an, so wie die Zahlen immer auf jeder Seite in dem letzten Fache der letzten Horizontalreihe des mittleren Parallelogramms sich endigen. Hierin kommen alle aufgeschlagene Seiten der drei Bogen mit einander überein; nur sind sie in der Abtheilung der Verticalreihen von einander unterschieden.

Wegen des befolgenden großen Segments  $\gamma$ ) habe ich noch zu erinnern, daß in selbigem, was den Perioden von 3. 7. 11 oder 231 Hunderten anbetrifft, zu dem es gehört, die 7 durchgehends in allen Columnen in einerley Fächern, aber nicht

so

- $\alpha$ ) *Tabula Factorum simplicium et ex simplicibus Productorum; Ad Numerorum Compositorum, per 2, 3, 5 non divisibilium ab 1 — 5000000. Factores omnes facillime reperiundos accommodata. Tomus I;* comprehensens Numeros ab 1 — 1000000, per 2, 3, 5 non divisibiles.
- $\gamma$ ) Eine große, noch über 32 pariser Duodecimalzoll lange, mit Zahlen und Buchstaben besetzte, in gleich große Fächer abgetheilte Colonne, deren auf einem großen Bogen 11, nebst noch einem gleich großen, aber ganz leeren Reche stehen. Dieser

so die 11 und die auf einigen Bogen eingefetzte 13 vorkommt. Diese Bogen mit 11 dergleichen langen Segmenten und einem Rehe mit leeren Fächern, sind von dem allergrößten Landchartensformate; aber eben dadurch ist es möglich geworden, daß man für jede Million auf 60000 Factoren aufzusuchen ersparen kann, indem solche bereits ein für allemal in der Tafel eingedruckt stehen. Einen solchen Vortheil hat gewiß Herr Sells Maschine nicht; ihre Einrichtung mag auch seyn welche sie wolle. Auch glaube ich, ist das Benutzen des Coefficientens zu dem kleinsten Factor, so wie das Eintragen der Potenzen der einfachen Factoren, von großem Gewichte, und giebt der Tafel eine Vollkommenheit, die, von vielen Seiten her betrachtet, groß ist; zumal, wenn ich noch hinzusehe, daß dieser Coefficient, oder Mitfactor, wenn er eine zusammengesetzte Zahl ist, leicht durch den Druck einer Cursivziffer u. dergl. unterschieden werden kann. Das ist beynabe eben so gut, und in gewisser Rücksicht noch

Dieser Vorrichtung ist schon in meiner Beschreibung (Note 7) S. 28, 29. gedacht, aber davon nicht ausführlich gesprochen worden. Die im Voraus in die gehörigen Stellen oder Fächer eingefetzten 7 und 11, nebst dem für einige Bogen auch schon ein für allemal berichtigten Factor 13, ersparen nicht allein für diese Factoren, die am häufigsten vorkommen, alle Mühe des Abzählens oder Abmessens, sondern wehren auch allen dabey zu begehenden Versehen auf's kräftigste ab.

noch besser, als wenn ich alle Factoren ausgefehlt hätte. Die Tafel wird einförmiger, man braucht weniger Raum, hat oft alle Factoren schon durch den kleinsten und seinen Mitfactor, oder ihre Potenzen, und wo man sie nicht hat, zeigen solches die Cursziffern an, nach welchen man den zusammengesetzten Factor augenblicklich durch weiteres Nachschlagen analysiren kann (2).

Ich

2) Etwas ausführlicher habe ich von der hier getroffenen Einrichtung am Ende meiner Beschreibung v. Abm. der Zahlen. S. 120. in einem Anagramm gesprochen, folgenden Inhalts:

„Die Factoren und ihre Potenzen, von der  
 „höchsten anfangend, werden nach ihrer Ord-  
 „nung eingeschrieben, und zugleich jedesmal die  
 „Ordnungszahl mit beygefügt. Es kommen  
 „also immer zwei Zahlen in ein Fach: der kleinste  
 „Factor oder seine Potenz, und, so zu sagen, der  
 „Coefficient, aus dessen Multiplication mit dem  
 „kleinsten Factor oder dessen Potenz, die Zahl des  
 „Faches erwächst. Ist dieser Coefficient eine  
 „Primzahl: so hat man alle Factoren auf ein-  
 „mal; ist er eine zusammengesetzte theilbare Zahl:  
 „so findet man die übrigen durch weiteres Nach-  
 „schlagen des Coefficienten, der auf den Fall bes-  
 „onders kenntlich gedruckt ist.

„Die Anordnung der Zahlen in der abzu-  
 „druckenden Tafel, ist in der Beschreibung hin-  
 „länglich charakterisirt. Auf jeden zwei neben  
 „einander liegenden Seiten stehen drey Paralle-  
 „logrammen. An ihrer Seite liegen die Hun-  
 „deter, Tausender &c. unter einander, oben  
 „darüber die Zehner und Einer. Die Zahlen  
 „gehen auf jedem Blatte von 5000 zu 5000 fort,  
 „und

Ich werde meine Tabellen nach dem Formate der Avignonner logar. Tafeln drucken lassen d): da kann ich die größten schönsten Ziffern beybehalten und bekomme noch ansehnliche Ränder.

Wenn auch gleich bey dem Excerptiren in die Lagen, wie solche in die Druckerrey gegeben werden, sich hier und da ein Fehler einschleichen sollte,

„und so geben acht Blätter von 40000 Zahlen, in Absicht auf ihre Theilbarkeit oder Untheilbarkeit Rechenhaft. Nach jedem sechs Blättern ist die Ordnung und Eintheilung der Parallelogrammen, nebst den überschriebenen Zehnern und Einern dieselbe.“

d) Das würde geschehen seyn, wenn die Tafel nach der hier beschriebenen Einrichtung wäre vollendet worden. Die Ausfertigung aller Factoren aber, die nun bey ihr vorkommen, und wozu Herr Lambert sehr ernstlich gerathen, fast darauf gedrungen hatte (durch seine Briefe und Andere) erfordereten breitere Columnen oder Parallelogrammen, und führten auf das Folio, bey welchem ich nun, mit Beybehaltung der ganzen vorher (in der Note z) beschriebenen Anordnung, dem Wesentlichen nach, seitenweise von 10000 zu 10000, (wie bey dem niedrigeren Quartformate von 5000 zu 5000) habe fortgehen können. Diesem gemäß ist auch das Werk vor einiger Zeit in dem allgemeinen Leipziger Messverzeichnisse unter folgendem Titel angekündigt worden: Factorentafel, in welcher alle Primzahlen und alle einfache Theiler der zusammengesetzten, durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 — 1000000 in bequemen, auf der

so hat das doch nichts auf sich, indem ich in der Folge alle gedruckte Bogen aus meinem sehr sorgfältig behandelten, und menschlicher Weise davon zu reden, ganz fehlerfreyen Manuale corrigiren werde, und dadurch die Fehler wieder zurückbesetzen kann e). —

Ich werde meine Tafel, so viel möglich, durch wesentliche Vortheile nützlich und brauchbar zu machen suchen; und das wird um so mehr geschehen; wenn Sie die Gewogenheit haben, den vorgelegten Plan genau zu überdenken und mir Ihre wichtigen Erinnerungen darüber, nebst andern dabei etwa noch anzubringenden Vortheilen und Verbesserungen gütigst mitzutheilen. —

Aus

Stelle verständlichen Zeichen, ausgesetzt, befindlich sind; auf 100 großen Folioseiten, nebst einer Einleitung. Herausgegeben von C. J. Hindenburg. Leipzig, bey S. C. Crusius.

- \*) Auch hierbey ist, Zeit und Kosten zu ersparen, selbst zum Behuf eines noch correctern Druckes, eine Aenderung vorgenommen worden. Das Abschreiben der Factoren aus dem Manuale in die Fächer der durch den Druck ein für allemal eingerichteten Bogen (eben die, welche hier mit übersendet worden sind) hatte bloß die Schonung des Manuals (auf welchem die Factoren durch Abmessung selbst gesucht waren) als Manuscripts zur Absicht, das bey dem Abschreiben weit weniger leidet, als bey dem Absetzen. Ist werden alle Bogen unmittelbar aus dem Manual abgesetzt, und auch daraus corrigirt.



Angenehm wird es mir seyn, wenn die vorgelegte Einrichtung Ihren höchstschätzbaren Beyfall erhält. Man sucht Verdacht wider mich zu erregen, als ob ich mich nicht getrauet, meine Sache einem Manne von Einsicht vorzulegen; es möchte wohl alles nur ein Blendwerk, ein Selbstbetrug seyn.

Ich will Euer ic. selbst urtheilen lassen. Sie können es nunmehr am besten, da Sie alle Data dazu haben. —

## VII. Brief.

Lambert an Hindenburg.

Berlin, den 5ten Octob. 1776.

Von Herrn Sessel habe ich vor etwa 14 Tagen eine Antwort erhalten, worinn er sich für die zugeschickte von Euer ic. bekannt gemachte Nachricht bedankt, und sagt, daß sie ihm gedienet habe, in seiner bereits zum Druck fertigen neuen Nachricht  $\text{D}$  einige Aenderung vorzunehmen.

$\text{D}$  Die in der Note \* bereits angeführte, vom 1ten Sept. 1776.

men. Zugleich schickte er mir ein Exemplar dieser neuen Nachricht. Auf sein Schreiben habe ich ihm nichts zu antworten, und erwarte schlechthin, ob er nochmals schreiben wird. In seiner Nachricht sucht er sich rein zu waschen, so gut er kann. Da er noch immer solche Nachrichten \*) drucken läßt, und anstatt der Sache selbst, bloß Zeugnisse zum Beweise ihrer Güte anführt, so scheint es, die Sache wolle nicht recht fortrücken und finde in Wien den erwarteten Zulauf nicht.

Ihre zween ersten Bogen der Beschreibung von Abmessung der Zahlen habe ich mit Bedacht durchgelesen, und die zugehörigen Tabellen damit verglichen. Es ist unstreitig, daß wenn es im Ernst darauf abgesehen ist, die Tafel auf Millionen zu erweitern, so daß die Stellen, wo jeder Factor hinzuschreiben, nicht erst durch fortgesetztes Addiren gefunden werden müssen, der Gedanke, diese Stellen durch Abmessen, durch Patronen 2c. zu finden, einer der ungezwungensten und brauchbarsten ist.

Ob

- \*) Außer denen, in den Notizen b, h, i, x citirten deutschen und lateinischen Nachrichten, in einzelnen Blättern, politischen und gelehrten Zeitungen, ist mir auch eine deutsche ohne Datum und eine französische vom 1ten Julii 1776 zu Gesichte gekommen. Der Nachricht, von welcher hier gesprochen wird, ist ein langes Namenverzeichnis von Kennern, die Herrn S. Sache gebilligt und angepriesen haben, eingedruckt, worauf sich L. hier bezieht.

Ob es nicht vielsicher gewesen wäre, in der  
Tafel Cc nur 5 Columnen zu nehmen?

01 03 05 07 09

11 13 15 17 19

21 23 25 27 29

κ.

κ.

Die Einrichtung der Tafel, so wie sie (nach erhaltenener Probe) gedruckt werden soll, geht gut an. Sie giebt für jede Zahl den kleinsten Factor, oder dessen Dignität, und dann noch, so zu sagen, den Coefficienten an, aus dessen Multiplication mit dem kleinsten Factor oder dessen Dignität, die Zahl erwächst. Dadurch wird dem Leser, der die übrigen Factoren auffuchen will, das bey der Pellsehen Tafel nöthige Dividiren erspart. Es würde daher auch gut seyn, diesem Coefficienten, wenn er eine Primzahl ist, ein Zeichen \* beizusetzen, um den Leser sogleich zu erinnern, daß er des fernern Nachschlagens überhoben seyn kann.

Dieser Coefficient ist zuweilen eine Zahl von 4, 5, 6 Ziffern, und dieses fordert breite Columnen. Schrift und Format wird also dazu eingerichtet werden müssen. Indessen werden doch die Columnen weniger breit, als wenn alle Factoren angesetzt würden. Z. E.

$$3556553 = 7 \cdot 508079 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19.$$

Euer κ. können wegen der verlangten Berschwiegenheit in völliger Sicherheit seyn. Bey Dero Methode soll es weniger oder gar nicht weiltäuftiger seyn, alle Factoren aus den klein-

sten und dessen Coefficienten zu finden. Denn eine jede Primzahl muß doch durchgearbeitet werden, um die Zahlen zu finden, bey denen sie der kleinste Factor ist; mit gleicher Procedur finden sich eben so gut auch die Zahlen, wo sie nicht der kleinste ist <sup>9)</sup>. Also dürfte die Ersparung des Raums

- <sup>9)</sup> Nicht nur mit gleicher Procedur, sondern, welches noch mehr sagen will, mit ebenderselben und auf eben dem Wege, worauf man den kleinsten Factor und seinen Mitfactor oder Coefficienten findet, kann man alle Factoren haben und aussetzen, wenn man folgende Theile der Tafel aus vorhergehenden herleitet. Der einfache Factor  $p$ , wenn alle vorhergehenden bereits durchgearbeitet sind, wird zuerst in das Fach  $p^2$ , das ist  $p.p$ , eingetragen, bis wohin bereits alle Fächer berichtet sind. (Beschr. S. 17.) Man nehme also das vorhergehende (d. h. gleichfalls schon berichtigte) Stück der Tafel, in welcher die  $p+2$ ,  $p+4$ ,  $p+6$ ,  $p+8$  ic. in ununterbrochener Ordnung mit ihren Factoren, neben einander liegen, als Hülfsmittel zur Hand. Zählt man nun, von dem Fache  $pp$  an, immer  $p$  Fächer nach einander ab, so bestimmen sich die Mitfactoren  $p+2$ ,  $p+4$ ,  $p+6$ ,  $p+8$  ic. als so viele ungerade Ordnungszahlen von selbst, deren Factoren man, wenn sie dergleichen haben, aus der Hülfstafel sogleich in die abgezählten Fächer, zu dem kleinsten Factor  $p$  setzen, und so in der That auf einem sehr leichten Wege, alle Factoren finden kann. In die mit Buchstaben besetzten Fächer (deren Zahlen durch 3 und 5 theilbar sind) wird nichts eingeschrieben; auch nichts in solche, wo man schon etwas eingeschrieben findet, die also durch vorhergegangene Kleinere Factor

Raums der einige Grund seyn, der Euer zc. zurückhält, in der Tafel alle Factoren anzusehen. Dieses würde aber doch immer ein Vorzug seyn, den ich nicht gern vermissen.

Die Kürze der Zeit erlaubt mir nicht umständlicher zu seyn, theils ist es unnöthig. Es war mir indessen sehr angenehm, von Ihren Progressen den Anfang zu sehen. Ich wünsche, daß die Fortsetzung bald nachfolge, und habe die Ehre zc.

Factoren, als  $p$  ist, schon berichtet sind, d. i. solche, in welchen  $p$  nicht der kleinste Factor ist, wie  $L$ . sich hier ausdrückt. Alle Factoren zu schaffen, ist also in der That nicht schwerer, als den kleinsten und seinen Mitfactor; hält aber, bey der Menge der durchzuzählenden oder abzumessenden Fächer, im Ganzen beträchtlich mehr (fast noch einmal so lange) auf, weil man zu dem kleinsten Factor  $p$ , in dem einen Falle, die Mitfactoren als Ordnungszahlen sogleich aus dem Kopfe beyschreiben, im andern Falle aber, ihre Factoren in der Hülfstafel erst nachsehen, auch sehr genau ansehen muß, um verschiedene, aber gleichlautende Buchstaben (die hier statt der Ziffern stehen) bey dem Excerptiren nicht mit einander zu verwechseln. Nicht also bloß Raum- Ersparniß war es, die mich anfänglich determinirte bloß den kleinsten und seinen Mitfactor anzusehen.

---

 VIII. Brief.

 Hindenburg an Lambert.
 

---

Leipzig, den 7ten Decembr. 1776.

Der Beyfall, den Euer zc. den ersten Heiden Bogen meiner kleinen Schrift, von Abmessung der Zahlen, geschenkt haben, die ich mit die Ehre gebe, Ihnen gegenwärtig ganz vollständig zu übersenden, läßt mich hoffen, daß auch die übrigen Bogen eine gleich gute Aufnahme finden werden; sonst würde ich, wenn ich abergläubisch wäre, die vielfache Verzögerung, welche die Herausgabe dieser Abhandlung, selbst durch den unerwarteten Tod meines Vaters getroffen hat, als eine üble Vorbedeutung ansehen müssen. Vielleicht habe ich hier und da einige vortheilhafte Aussichten für die tabellarische Zahlenberechnung eröffnet <sup>1)</sup>. Euer zc. können das am besten entscheiden,

- 1) Hieher gehören: Erstreckung der Abmessungsmethode auf allerley Arten von Zahlen; der Potenzzahlen Entstehung und Anordnung nach Figur; geometrischer und arithmetischer Snomon; Gesetze für Quadrate nach der Ordnung und sprungweise; der Quadrat=Pronic=Triangular=zc. Zahlen Abmessung; ingleichen der Reste; Endzifferformen und Perioden; Darstellung der Quadratzahlen nach und ausser der Ordnung aus freyer

scheidet, da Ihnen das Urtheil hierüber, bey so ausgebreiteten Kenntnissen in diesem Fache vorzüglich zustehet.

Vor andern will ich jetzt nur der S. 113, 115 gegebenen Tariffe gedenken, und gelegentlich Ihren Ausspruch erwarten, ob es nicht vortheilhafter wäre, statt der von Herrn Bernoulli in den Verk. *Mémoires* der Akademie vom Jahre 1771. S. 299. zu liefern angefangenen Tafel einzelner Decimalbrüche aus den Primzahlen Nennern, lieber dergleichen Primzahlentariffe herauszugeben? die nicht nur für diese Brüche, sondern überhaupt für jede Division durch diese Zahlen, also auch für andere, deren Elemente sie sind, allgemein nützlich seyn würden, und zu mancherley Anmerkungen über die Zahlen sichtbarlich Gelegenheit geben; indem man die Deci-

M 5

mal

freyer Hand; Gesetze für Cubiczahlen; ihre Gnomons und deren Abmessung; Versezungen und Verbindungen; verschiedene Zahlengebäude in und um einander; Rechenrifs und Rechnungs auf Linien; Rhabdologische Rechnungen; Addition- und Subtractionsscalen; Segmente von durchscheinendem Papiere; Abmessung für gebrochene Zahlen, gemeine, Decimal, Sexagesimal- und andere Brüche; mechanische Division aus Tariffen der möglichen Dividenden, Quotienten und Reste: Kunstgriffe, die jeder in seiner Art sehr wirksam, zum Theil nicht bekannt genug, größtentheils aber ganz neu sind, wenigstens es damals waren, als ich sie zuerst bekannt machte.

maljiffen aus ihnen vorwärts und rückwärts, nach jeder verlangten Ordnung, für jeden Zähler ohne alle Mühe mit Sicherheit, und ohne alle Gefahr, sich dabei zu versehen, auf der Stelle haben kann. Das Geschäft der Division verwandelt sich dabei in ein bloßes Anweisen und Abschreiben; und so hätten die vom Herrn Bernoulli S. 128—138, des zweiten Theils der Berlin. Ephemeriden für das Jahr 1778 gegebenen Tafeln, aus den Tariffen der Zahlen 360 oder auch nur 36, so wie der Zahlen 365, 24 u. nicht berechnet \*), sondern aus dieser Zahlen Tariffen nur abgeschrieben werden dürfen: so wie auch z. E. die Tafel der Grade in Decimaltheilen des Kreises, Ebendas. S. 128, 129, 130 auf eine einzige Seite bequem und mit Vortheil gebracht werden kann, wenn man dabei das, was ich in meiner Abhandlung von den Zahlenperioden und ihrem Gebrauche bey Anordnung der Zahlen gesagt habe, in Betrachtung zieht \*).

Ich

- \*) Es ist aber anzumerken, daß ich diese Tafeln gar nicht Zahl für Zahl, sondern durch eine mir eigene, in dem ersten Band meines Recueil pour les Astronomes beschriebene Methode berechnet habe, die so wie die Hindenburgschen Tariffe viel Erleichterungen gewähret und von großem Umfange in der Anwendung ist. B.
- \*) Exempel zur Erläuterung des Gesagten hier zu geben wäre zu weitläufig. Gewiß ist es, daß diese Tariffe bey großen Rechnungen von sehr erheblichem und ausgebreitetem Nutzen sind. Noch habe ich das Verfahren mit ihnen, keinem Kenner



Ich habe die Tariffe der Primzahlen aus dem ersten Tausende fast ganz fertig, und ich bin Willens, sie durch den Druck bekannt zu machen, wenn Euer *ic.* glauben, daß eine solche Arbeit ihres Nutzens wegen Beyfall finden sollte. Die Verfertigung dieser Tariffe ist äusserst leicht: man kann ihre Zahlen halb wachend, halb träumend nach der Ordnung hinschreiben  $\lambda$ ). Ihr Nutzen ist aber gleichwohl bey wirklichen Berechnungen sehr erheblich. Man kann ihnen hier eine bequeme Einrichtung geben, und noch einige Verbesserungen dabey anbringen.

Da mich der Tod meines Vaters auf einige Zeit von Leipzig abrief, so ist dadurch auch meine Arbeit an der Factorentafel etwas zurück gesetzt worden.

Euer *ic.* haben in Ihrem letztern geehrten Schreiben die Meynung geäußert, auf die Art, wie ich den kleinsten Factor mit seinem Coefficienten finde, könne ich auch mit nicht viel mehrerer Mühe alle Factoren ansehen. Ich habe den Ueberschlag genau gemacht, und die Arbeit fast doppelt so groß gefunden  $\mu$ ).

Das

Kemner gezeigt, der nicht ihre Wirkung, und die so schnelle Operation damit, bewundert hätte.

a) Wenn man dabey die Vorschriften (S. 114. der Beschr.) befolgt, nicht aber den Weg (S. 106. bis 110) geht, auf welchem sie zuerst sind gefunden worden.

$\mu$ ) Man sehe die Anmerkung  $\theta$ .

Das vörl. Jhnen vorgeschlagene Arrangement  
 I, 01, 03, 05, 07, 09  
 II, 13, 15, 17, 19  
 III, 21, 23, 25, 27, 29  
 IV, 31, 33, 35, 37, 39

Ist auch gut; ich habe aber das Fortschreiten der einzelnen untereinanderliegenden Fächer von zehn zu zehn, wegen der großen Bequemlichkeit bey Bearbeitung der Tafel, nicht verlassen dürfen; Aberdies würden die dafür eingerichteten Distanzen-Instrumente. (Beschr. S. 23 — 25) auf die Colonnen der übrigen Tafeln nicht gepaßt haben.

## IX. Brief.

Lambert an Hindenburg.

Berlin, den 10ten Dec. 1776.

Ihr letzteres Schreiben, m. H., vom 2ten Oct. erhielt ich, nachdem ich bereits das nächst vorhergehende (vom 27sten Sept.) beantwortet hatte. Ich hatte daher eine nochmalige Antwort ausgesetzt. Vor einigen Tagen schickte mir nun Herr Sessel den Abdruck seiner Tafel bis auf  
 144000

144000 v), nebst verschiedenen andern Dingen.  
Es ist mir lieb, daß ich sie gesehen habe. Denn  
nunmehr kann ich ihm darüber meine Meinung  
sagen.

Er hat einen eigenen Weg genommen  $\zeta$ .  
Seine Tafel besteht aus 8 Columnen nach der  
Ordnung  $30n + 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$ ;  
wo

1) Tafel aller einfachen Factoren der durch 2,  
3, 5 nicht theilbaren Zahlen von 1 bis  
1000000. Entworfen von Anton Selkel,  
Lehrer an der k. k. Normalschule, I. Theil;  
enthaltend die Factoren von 1 bis 144000,

— *Uici certans, geometrae vera sequuntur, Bella  
odi, Pacem diligo, vera sequor.* Wien, mit von  
Ghelenschen Schriften gedruckt. 1776. Auf  
6 Bogen in Großfolio, nebst zweyen Hülfstafeln:  
A) zu Erklärung der in der Tafel statt der Zif-  
fern für die Factoren gebrauchten Zeichen; B) für  
die auf jeder Seite der Tafel in einerley Ord-  
nung wiederkehrenden drey letzten oder Endzif-  
fern. Hiebey ein Vorbericht, in welchem Herr  
Selkel sich ausdrücklich erklärt, seine Absicht bey  
der Herausgabe dieser Bogen sey nur, „nicht  
„so viel ein Werk zu liefern, als Kennern durch  
„gegenwärtige wenige Bogen eine Probe, nebst  
„einer ganz entscheidenden Nachricht hinauszu-  
„geben.“

2) Was nämlich die Bezeichnung der Factoren an-  
betrifft, und das angegeben wird, die wie vielste  
jede Primzahl in ihrer Ordnung ist. Der übrige  
Vortrag der Tafel, in Ansehung der Ord-  
nung und Stellung der Zahlen, ist ganz nach  
Herrn Eulers Plan. Man sehe die Anmerkun-  
gen q und w.

wo  $n$  auf jeder Seite bis auf 100 anwächst. Diese 8 Columnen kommen aber auf jeder Seite doppelt vor. Und damit begreift jede Seite 1600 Stellen, und die Seiten gehen von 6000 zu 6000 fort.

Bei den durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen sind die drey letzten Ziffern auf 800 Arten verschieden. Diese 800 Endungen sind auf einem besondern Blatt B abgedruckt, damit sie nicht auf jeder Seite 2mal wiederholt werden dürfen. Jede Zahl  $n$ , so in der Tafel vorkommt, durch 3000 getheilt, hat einen Ueberrest, der kleiner als 1000, oder als 2000, oder als 3000 ist.

Dieser dreyfache Unterschied giebt die Richtung an, wo die Zahl muß aufgesucht werden. Schlägt man sie nach, nemlich ihre Stelle, so findet man darinn nicht die Factoren, sondern einige Buchstaben. Diese Buchstaben dienen, um in einer besondern Tafel A die Primzahlen zu finden, welche die verlangten Factores sind. Kommt eine Dignität vor, so hat der Buchstaben den Exponenten über sich. Dadurch konnte etwas am Raume erspart werden. Es ist aber wirklich nicht viel. Ich verkenne das Sinnreiche in seiner Combination der Buchstaben nicht. Es ist aber auch nicht das einzige Mögliche, und würde bey andern Anlässen weniger auffallend seyn, als hier, wo er sich in seinem Vorberichte gegen den Vorwurf des Allzugestülten im Voraus ver-

verteidiget o). Ich schreibe ihm, daß er wenigstens den kleinsten Factor in wirklichen Zahlen hätte ansehen können w).

Seine Maschine besteht aus Stäben, die kleinere aus 8, die größere aus 30 e). Den  
Unters

- e) Nicht nur ist die Einrichtung des Ganzen zu gekünstelt, sondern sie wird auch, wegen nöthiger vorgängiger Division der Zahlen und ihrer Vergleichung mit Endesziffern, Buchstaben und Ordnungszahlen, bloß um dieser Zahlen Stelle zu finden; wegen Auffuchung der Werthe für die in besondern Zeichen ausgedruckten Factoren in diesen Stellen; kurz, wegen des Transports von einer Tafel auf die andere, beim Gebrauche selbst beschwerlich: Diese so gekünstelte Einrichtung (von welcher gleichwohl Herr Selpel behauptet, daß sie allein es möglich mache, daß dergleichen Tafeln auf so weit, als er sie erstrecken wolle, vorhanden seyn können) hat ihr die näher liegenden, weit einfacheren und ungekünstelten, sich gewissermaassen selbst aufdringenden Vortheile, übersehen lassen. Freylich ist sie nicht das Einzige Mögliche; auch eben so wenig, ja bey weitem nicht, das Beste.
- f) Diesem Vorschlage kann ich nicht beypflichten. Der Vortheil, daß dieser Factor (gerade der kleinste) für sich, ohne weitere Interpretation, kennlich wäre, würde nicht gar zu groß seyn, die Tafel selbst aber an Kürze und Einförmigkeit des Vortrags, verloren haben.
- g) Jene für eine Factorentafel der Zahlen von der Form  $2 \cdot 3 \cdot 5n \pm [1 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13]$ ; diese für eine Factorentafel aller Zahlen in natürlicher Ordnung.

Unterschied in der Einrichtung der Tafel abgetechnet, erhält er dadurch, was Euler zc. durch Paratronen erhalten; es würden sich eben so auch Circul und Cylindrer gebrauchen lassen. Selbst auch Uhr- oder Räderwerke würden sich dazu einrichten lassen. Die Arbeit wird aber immer länger wenn die Millionen steigen. Ich sehe nun ohne Mühe ein, daß Herr Sessel von seinem Plan hätte abgehen müssen, wenn er meinen Vortrag, bey 1000000 anzufangen, angenommen hätte. Hätte er mir gleich Anfangs mehr Auskunft gegeben, so würden mehrere seiner Briefe unnöthig geworden seyn, weil ich ihm sogleich meine Meinung gesagt und seinen Willen gelassen hätte.

Es wird wohl etwa auch ein Exemplar von Herrn Sessels Arbeit nach Leipzig kommen, wenigstens

nung. Herrn Sessels Einrichtung seiner Maschine ist also rhabdologisch, und in so fern nicht ganz neu. Von ihr kann man nachlesen: Beschreibung der zu Erfindung der Factoren dienenden Rechenmaschine, nebst Anleitung zum Gebrauch derselben; 3 Bogen in Folio, mit eingedructen Zahlencolumnen; die man, wenn man so will, selbst auf Stäbe leimen kann. Sonst hat auch Herr Sessel ganz fertige kleine und große Maschinen, mit den zugehörigen Riesen und Stäbelein, beleistetem Hauptbrett und Querbrettlein, Zeigerbrett und Schiebelein versehen, den Liebhabern zum Verkauf anbieten lassen. Das Urtheil in der Note I, über diese Maschine und ihre äußerliche Gestalt, kann deren Abbildung auf der großen Titelvignette der Factorentafel bestätigen.

nigstens mit der Ostermesse. Inzwischen gedenke ich, daß diese kurze Anzeige Ihnen willkommen seyn wird. Wer sich künftig die Mühe nehmen wollte, Herrn Sellkels Buchstaben in Zahlen zu verwandeln, würde viel kürzer die Rechnung von neuem machen. Es kommt schlechtbin nur darauf an, auf die kürzeste Art die Stellen zu finden, wo jeder Factor hinzuschreiben ist  $\circ$ ). Herr Wolfram, der von allen diesen Vorfällen noch nichts weiß, schrieb mir neulich einen sehr sinnreichen Einfall, die periodische Wiederkehr zu finden.

N. S. Diesen Brief wollte ich schon zu Regeln, als mir die heutige Bosphische Zeitung, und darinn die Anzeige von Ihrem nunmehr fertig gewordenen Werke vorkam. Ich ließ es sogleich holen und durchgieng es in Zeit von 2 Stunden, demnach sehr flüchtig, und nur in der Absicht, zu sehen, ob etwas darinn vorkomme, davon ich sogleich noch Erwähnung zu thun hätte. Da ich den Voratz, daß Euer  $\alpha$ . die Tafeln bald in Druck zu geben gedenken, bestätigt finde, so ist

- $\circ$ ) Auch (wenn man alle Factoren ansehen will) wie man am geschwindesten, die übrigen zu den Kleinsten finden könne; wovon in der Note D gehandelt worden. Die Stellen für die kleinsten Factoren finde ich durch fortgesetztes Abzählen oder Abmessen der Fächer, durch Patronen  $\alpha$ . Herr Sellkel sucht sie nach gehöriger Verschiebung und Zusammenstellung seiner Stäbe mit dem Schiebel u. s. f.

N

ist es mir desto lieber, von Herrn Feltels Arbeit vorstehendes zu melden. Herrn von Schönsbergs Einfall, (Beschr. S. 49.) wegen der Fortmirung der Quadratzahlen, mittelst der Quadratzahlen selbst, und einer sehr leichten arithmetischen Progression, ist sehr glücklich und sinnreich, und veranlaßt, so wie mehr andere Stellen des Werkes, ferneres Nachdenken.

## X. Brief.

Lambert an Hindenburg.

Berlin, den 14ten Dec. 1776.

Mein letzteres Schreiben war schon auf der Post, als ich das von Euer ic. erhielt, und dadurch mit noch einem Exemplare von Dero schätzbaren Abhandlung durch Ihre mit Dank zu erkennende Geneigtheit-versehen wurde. Ich schickte also ohne allen Zeitverlust mein erstes Exemplar an Herrn de la Grange, mit Bemerkungen, daß Stellen darinn vorkommen, die Aufmerksamkeit verdienen; zugleich schickte ich ihm auch das Feltelsche Werk zum Besehen. Der Unterschied fiel ihm sehr in die Augen.

In



In der That ist er auch nicht geringe, da so wohl der Titel, als die Abhandlung selbst, anzeigt, daß Euler ic. sich auf das allgemeinste vorgefetzt haben, aus der, zumal rectangulären, Anordnung der Zahlen  $\tau$ ) Vortheile zu ziehen.

Ungeachtet mir die Zeit noch nicht zugelassen, alles zu durchgehen, so werde ich doch inzwischen zwei Stellen berühren. Die erste ist, die sich S. 113, 115 befindet, und worüber Euler ic. mein Gutachten verlangen.

Dieses besteht in folgendem:

1. Der Gebrauch der daselbst gewiesenen Anordnung ist für des Herrn Bernoulli Absicht zu allgemein. Denn  $\frac{1}{41}$ .

$$\frac{1}{41} = 0,02439024390 \text{ u. s. w.}$$

gibt eine Periode, die nur 5 Glieder hat. Euler ic. bringen aber 40 Reste und eben so viele Quotienten heraus. Dieses dient überhaupt für alle Werthe

$$\frac{a}{41}, \text{ wo } a < 41 \text{ ist.}$$

2. Des Herrn Bernoulli Absicht hingegen bezieht sich, oder kann wenigstens auf den §. 52 f. meiner Zusätze ic. bezogen werden, wenn im

N 2

§. 51

$\tau$ ) Vorzüglich der rectangulären, zuweilen aber auch der triangulären Form oder Anordnung, z. B. S. 41, 44, 54, 95.

§. 51,  $b = 10$  gesetzt wird. Die Frage ist daselbst, auf die kürzeste mögliche Art die Länge der Periode zu finden.

3. Die bereits fertigen Tariffe für die Primzahlen aus dem ersten Tausend wollte ich anrathen, nicht besonders, sondern entweder zugleich mit der Factorentafel, oder mit andern kleinen Aufsätzen herauszugeben  $\phi$ ).

4. Ungeachtet diese Tariffe, so wie andere Betrachtungen, Folgen von der rechteckigen Stellung

$\phi$ ) Da durch Aussetzung aller Factoren diese Tariffe nun weiter in keiner nothwendigen Verbindung mit einer Factorentafel stehen, so werden sie nächstens mit den gehörigen Erläuterungen und einem mannigfaltigen Gebrauchsunterrichte versehen, besonders abgedruckt erscheinen. Mit der Factorentafel könnten auch und darften sie, wegen des großen Folioformats, nicht verbunden werden. Factoren zusammengesetzter Zahlen sucht man immer für einzeln vorkommende Fälle, und so empfindet man die Unbequemlichkeit größerer Bogen fast gar nicht. Anders verhält es sich mit diesen Tariffen, die in ihrer Art, ungefähr so wie Logarithmen, zu Abkürzung der Rechnungen, gebraucht werden. Mit diesen muß man, so viel immer möglich, nicht über das Octavformat hinausgehen. Andern Abhandlungen können sie theils ihres Umfangs, theils ihres zweckmäßigen Gebrauchs wegen, nicht beygefügt werden. Am schicklichsten machen sie als allgemeine Divisionstafeln ein eignes Werk aus.

Stellung der Zahlen sind, so sind sie eigentlich dadurch nur veranlaßt worden. Dieses würde aber nicht hindern, sie sodann auf andere Arten auch zu finden. So z. E. liegt bey den Tariffen der Saß zum Grunde, daß  $100 + 10b$  durch  $a$  getheilt, eben den Rest läßt, den man findet, wenn man von  $\frac{100}{a}$  und  $\frac{10b}{a}$  die Reste addirt, und wo es nöthig ist,  $a$  von der Summe abzieht. Im letzten Fall wird die Summe der Quotienten um 1 größer.  $\frac{10b}{a}$  giebt für jede Columne den ersten Quotienten,  $\frac{100}{a}$  aber giebt das Gesetz des Fortganges.

Die zweite Anmerkung betrifft S. 49. 86 D. 87. Wenn ich mir das Wesentliche in des Herrn von Schönberg Erfindung richtig vorstelle, so lautet die Aufgabe folgendermaßen:

Mitteltst der ersten 10 Quadratzahlen alle folgenden mit Huziehung einer leichten arithmetischen Progression zu finden; Die Auflösung ist schlechtthin

$$(a+10)^2 = a^2 + (20a + 100).$$

Für Cubizahlen werden die ersten 20 vorausgesetzt, weil der Cubus von  $a+10$  nicht so einfach ist, sondern das Quadrat  $30a^2$  daraus hergestellt werden muß. Ich mache demnach

$$A = (a+10)^3 = a^3 + 30a^2 + 300a + 1000$$

$$B = (a-10)^3 = a^3 - 30a^2 + 300a - 1000$$

N 3

und

und erhalte hieraus

$$A = 2a^3 + 600a - B.$$

Hier giebt  $600a$  die arithmetische Progression.  
Die Rechnung steht folgendermaassen:

$B$	1	8	27	64	u. f. w.
$a^3$	1331	1728	2197	2744	
$a^3$	1331	1728	2197	2744	
$600a$	6600	7200	7800	8400	
$A$	9261	10648	12167	13824	

Wiederum

$B$	1331	1728	u. f. w.
$a^3$	9261	10648	
$a^3$	9261	10648	
$600a$	12600	13200	
$A$	29791	32768	

Woben es unnöthig ist, das  $a^3$  doppelt zu schreiben, da man es im Zusammenrechnen ohne Mühe verdoppeln kann.

Nach ähnlicher Anleitung finde ich auch

$$(a+30)^3 = a^3 - 3(a+10)^3 + 3(a+20)^3 + 6000.$$

und ebenfalls

$$(a+20)^2 = -a^2 + 2(a+10)^2 + 200.$$

Hier bleibt die arithmetische Progression weg. Statt derselben hat man nebst einer beständigen Grösse einen Cubus oder ein Quadrat mehr. Soll die beständige Grösse auch wegbleiben, so wird

wird noch ein Cubus oder noch ein Quadrat erfordert. Z. E. für Quadrate ist

$$(a+30)^2 = a^2 - 3(a+10)^2 + 3(a+20)^2.$$

Hier wird also ein Quadrat aus Quadraten gefunden. Setzt man 1, 2, 3 anstatt 10, 20, 30; so folgen die Quadrate unmittelbar auf einander.

Auch folgt daraus, daß allemal

$$a^2 - 3(a+b)^2 + 3(a+2b)^2 - (a+3b)^2 = 0$$

ist, welches auf allgemeine Betrachtungen führt, die vielleicht schon bekannt sind.

Ich habe die Ehre u. s. w.

## XI. Brief.

Hindenburg an Lambert.

Leipzig, den 22sten Dec. 1776.

Ich habe zween Briefe von Euer zc. kurz hinter einander erhalten, eben da ich im Begriffe war, eine ausführliche Anzeige des nun heraus gekommenen sogenannten ersten Theils der Selskelischen Factorentafel zu vollenden und an Euer zc. abgehen zu lassen, um Ihnen von dem

R 4

Werke

Werke selbst und dessen Ausführung einen vollständigen Begriff zu geben, im Fall etwa davon noch kein Exemplar nach Berlin gekommen seyn sollte. Wie ich aber aus Ihrem Briefe vom 10ten Dec. sehe, ist diese meine Arbeit in Ansehung Ihrer nun überflüssig, da Sie das Werk selbst haben, und in ähnlicher Absicht mir eine kurze Nachricht davon mittheilen. Ich halte also meine umständlichere Anzeige a) zurück, die ich schon bey einer andern Gelegenheit, vielleicht als Recension fürs Publicum in die gelehrten Zeitungen, gebrauchen und benutzen kann.

Wenn Euer rc. sagen, Herr Sessel habe einen eigenen Weg genommen: so scheinen Sie nicht daran gedacht zu haben, daß Herr Euler bereits zu Anordnung einer Factorentafel die Formel  $30n + 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$  in Vorschlag gebracht und ihren Gebrauch durch ein ziemlich ausführliches Beyspiel erläutert hat b). Herr S. folgt hierinn Herrn Eulers Vorschläge pünktlich nach, nur daß er (wegen seines größern For:

a) Das Nöthige davon habe ich den Lesern, die mit der Einrichtung dieser Tafel nicht bekannt sind, sie vielleicht nie gesehen haben, in der ersten Beylage zu diesem Briefe aus den Leipz. Zeit. v. gel. Sachen, vom 8ten May 1777. mitgetheilt, in welche ich nachher den Aufsatz als Recension hatte einrücken lassen.

b) Nov. Comment. Ac. Sc. Petr. Tom. XIX. Man sehe die in der Note w aus dem Journ. Encycl. auszugsweise angeführte Stelle.

Formats) wo dieser auf seinen kleinem Seiten 50 Werthe für  $\pi$  setzt, deren 100 nimmt, und jeder Seite nicht einmal, sondern zweymal 8 Columnen giebt, so daß hier zu einer Million 1664 Seiten erfordert werden, die nun von 6000 zu 6000 fortgehen.

Ich sehe nicht ein, wie Herr S. die Anordnung seiner Factorentafel, noch viel weniger aber seine Bezeichnung der Factoren, als die einzige natürliche und einfachste hat anrühmen können, da sie doch, besonders die letzte, so gekünstelt, und eben daher zum Gebrauche beschwerlich ist. Die Factoren einer zusammengesetzten Zahl zu erfahren, muß man also 1) die gegebene Zahl mit 3000 dividiren, 2) den dreyziffrigen Rest in einem besondern Blatte der Ordnungen für die auf jeder Seite wiederkehrenden Endesziffern auffuchen, um dadurch 3) die Seite und das Fach zu bestimmen, in welchem die Zahl liegt, deren Factoren man dennoch nicht darinn auf der Stelle verständlich gezeichnet antrifft; sondern erst 4) noch in einer eignen Prinktahlentafel zusammenlesen und interpretiren muß; in einer Primzahlentafel, die mit jedm Hunderttausend sich erweitert, und eben dadurch zum Nachschlagen dieser Factoren immer mehr und mehr, bey so vielen neu hinzukommenden Zeichen behaarter und beklammerter Alphabete, unbesquem wird. Ich zweiffe nicht, Herr Selkel wird in der Folge diese Unbequemlichkeit seiner so ganz willkürlichen, gar nicht wissenschaftlich behandelten Bezeichnung selbst empfinden, und

mittelbar vornehm, und sie auf der Stelle in die leeren offenen Fächer der Patronen eintrage. Nicht so Herr S., der die Tausender nach der Ordnung auf seiner Maschine, für jeden Factor besonders, zur Seite anmerken muß; und so auch seinem Journale (deren einzelne Seiten die drey Endesziffern der darauf vorkommenden Zahlen nach einerley Ordnung wiederholen) die höhern Einheiten in seinen Zeichen zur Seite beygefüget. Aber Maschine und Journal bleiben bey ihm immer getrennt, werden nie, wie bey mir, unmittelbar miteinander verbunden. Daher wird die Arbeit, die ein einziger geschwinde und sicherer ganz verrichten könnte, zwischen zwey Personen getheilt; und so ist auch Herr Selskel genöthiget gewesen, sich der Beyhülfe eines seiner Schüler zu bedienen, der ihm die mittelst der Maschine gefundenen Factoren in die Seder dictirte, mit Bemerkung etlicher Proben zahlen, um solche in die zugehörigen Stellen des Journals eintragen zu können.

Ich will hier meine und Herrn Selskels Arbeit, mit den daraus fließenden Folgen und Ausichten, nicht weiter in Vergleichung stellen; ich begnüge mich mit dem Urtheile, das Euler ic. und Herr de la Grange zu meinem Vortheile gefällt haben: Der Unterschied sey nicht geringe und falle sehr in die Augen. Nicht nur habe ich mir auf das allgemeinste vorgesezt, aus der (besonders) rechteckigen Anordnung der Zahlen Vortheile zu ziehen, sondern man kann auch, aus den von mir gelieferten Zahlentafeln, immer so gleich



gleich denjenigen auszuwählen, der zu mechanischer Auffassung gewisser Zahlen bequem ist, und so die Arbeit gleich anfangen, zu welcher man, nach Herrn Salkels Einrichtung erst eine neue Maschine für diese Zahlen haben, und noch überdies ein neues Journal sich vorrichten muß. Eben so können auch Versuche aller Art mit meinen Bogen aus diesen und jenen ganzen und gebrochenen Zahlen angestellt werden, um das Gesetz des Fortgangs dieser Zahlen untereinander sichtbar darzustellen; welche Versuche man gewiß um so mehr unterlassen wird, wenn man das Nöthige dafür nicht zur Hand hat, sondern sich erst durch Umwege, durch Zeit- und Geld-Aufwand schaffen und einrichten muß.

Herr Wolfram muß doch an einem Orte leben, wo wenig Neuigkeiten hinkommen, da er noch nichts von diesen Unternehmungen gehört hat, die ihn doch so sehr interessiren, als einen Mann, der in dem Fache selbst gearbeitet hat, und noch arbeitet. Er ist vor einiger Zeit in Danzig bey Herrn v. Davisson gewesen, der seine ungemeyne Geschicklichkeit und Fertigkeit im Rechnen, in einem Briefe vorzüglich rühmt, den er unlängst an den Herrn Prof. Borz geschrieben hat, einen Mann von den ausgebreitetsten Kenntnissen in allen Fächern der Mathematik, besonders der Analysis, der alten sowohl als der neuen, unsern (Herrn v. Davisson und meinen) gemeinschaftlichen Lehrer und Freund. Herrn Wolframs Einfall, die periodische Wiederkehr zu finden, wovon Euler ic. schreiben, kann sinnreich  
seyn,

seyn, doch sollte ich fast nicht vermuthen, daß er sie auf eine leichtere Art anweisen könnte, als ich sie in meiner letzten Abhandlung, für mehrere Zahlen, am umständlichsten für die Quadratzahlen  $D$ ), zu suchen gezeigt habe, wenn man sie findet ohne einmal die Zahlen selbst zu berechnen.

Was Euler ic. von meinen Tariffen schreiben, daß sie, so wie andere Betrachtungen, zwar Folgen von Zahlen sind, aber auch auf andere Art sich finden lassen, zeigt deutlich, daß es, wie in andern Fällen, also auch hier, mehr als einen Weg (oft sehr viele und verschiedene) giebt, welche zum Ziele führen. Doch was schadet das; genug, daß diese meine Anordnung, in welcher alles aufs deutlichste vor Augen liegt, viele und mancherley Vortheile gewährt hat und noch weiter gewähren wird; denn es ist klar, daß das, was ich von den Tariffen in meiner Abhandlung von Abmessung der Zahlen gesagt und hergebracht habe, bey weitem nicht alles ist, was sich daraus ableiten läßt.

Iht

- d) Die Betrachtung der periodischen Wiederkehr für diese Zahlen, und wie bey ihnen steigende und fallende Endziffern die so regelmäßige Erhöhung der Ziffern in den höhern Classen bestimmen, zeigte mir eben den Vortheil, wie man die Quadratzahlen, ohne alle Berechnung, ohne Abzählung oder Abmessung, aus freyer Hand, ganz mechanisch fortschreiben, und die Bemerkung auch für andere, Pronik: Triangular: u. s. w. Zahlen nützen und erstrecken könne. Beschr. v. Abm. d. Zahlen, S. 67—79.

Ist nur noch ein Wort von der bequemsten Construction dieser Tariffe, die ich nun nicht mehr auf dem weitläufigern Wege, durch die Parallelogrammen meines Bogens  $D$  e), sondern wie ich bereits in obiger Schrift S. 114 kurz angezeigt habe, vermittelst eines Zahlenbogens  $A$  verrichte, und dadurch die wagrechten Reihen, die ich anfangs zu Auffuchung der Quotienten und Reste brauchte, in eben so viele einzelne Sächer verwandele. Das Verfahren bey dieser Erleichterung und Verkürzung der Arbeit zeigt der hier bengelegte Tarif für 41 f). Ich betrachte nämlich die Ordnungszahlen 0, 1, 3, 4 . . . . 10, 11, 12 . . . . 20, 21 u. s. w. des Bogens  $A$ , als ob sie 00, 10, 20, 30, 40 . . . 100, 110, 120 . . . 200, 210 u. s. w. oder die möglichen Dividenden wären, welche kommen, wenn man zu dem jedesmaligen Reste aus der Division, um weiter zu gehen, eine Null hinzusetzt, und finde, da ich hier der Ordnung der Zahlen nachgehe, die zusammengehörigen Dividen-

- e) Der fünften Beilage zu der Beschr. v. Abm. d. Zahlen, die, so wie die andern, A, B, C, Cc auch einzeln verkauft wird.
- f) Diesen Tarif hat man hier zum Verständniß des folgenden nicht nöthig. Man darf nur den S. 113. meiner Beschr. eingerückten Tarif für 47 vor Augen nehmen. Ist fange ich meine Tariffe mit dem Dividend 0 oder 00 an, und endige sie mit dem Dividend  $p-1$ ; welches im Grunde auf eins hinaus kommt.

videnden, Quotienten und Reste, ohne alle Mühe, und ohne einmal die Division vorzunehmen, wie groß auch die Dividenden werden mögen, ganz mechanisch hintereinander, noch leichter, als man sie durch Ihre Formeln,  $\frac{100}{a}$ ,

$\frac{10b}{a}$  finden würde.

Daß 00, durch die Primzahl  $p$  getheilt, den Quotienten 0 und auch den Rest 0 giebt, ist für sich klar. Ich erhöhe also diesen und folgende Reste, mit Beybehaltung des Quotienten 0, um 10  $g$ ) so lange, als die so erhöhten Reste die

- g) Eigentlich: um den Rest, den  $10^i$  dividirt durch  $p$  läßt; um den Ausdruck für Tariffe nach dem Decimalsystem, sogleich auf Tariffe für das Centesimal; Millenarische und andere dergleichen Systeme (von denen in der Folge etwas erwähnt wird) anwenden zu können: für die letzteren müßte man die Reste aus  $\frac{10^2}{p}$ ,  $\frac{10^3}{p}$

u. s. w. in Betrachtung ziehen. Hieraus erhellet, warum in den Tariffen nach dem Centesimalsystem, der Fortgang der Quotienten und Reste, für Kleinere Zahlen als 100, anders als für größere (ein Beyspiel stehet S. 115, wo die Quotienten immer um 2, die Reste um 6 wachsen) ausfällt, und eben so auch in den millenarischen für Kleinere Zahlen als 1000 anders als für größere u. s. w. Der Fortgang der Glieder ist nämlich bey mehrern solchen Zahlen verschieden, anders bey dieser Zahl, anders bey einer andern,

die Zahl  $p$  nicht übersteigen, und schreibe die zusammengehörigen Quotienten und Reste in die Fächer der Tafel  $A$ , wie sie von  $\infty$  an in der Ordnung auf einander folgen. So wie der successive erhöhte Rest zuerst einmal größer wird, als die Zahl  $p$ , erhöhe ich auch den bisherigen Quotienten um eine Einheit (setze für  $0$  nun  $1$ ) und nehme dazu, den Ueberschuß des größern Restes über die Zahl  $p$ , als einen neuen Rest in das nächste Fach der Tafel  $A$ , den ich in der Folge immer wieder um  $10$  erhöhe und zu demselben Quotienten in die folgenden Fächer einschreibe, so lange er die Zahl  $p$  noch nicht übersteigt u. s. w. bis ich endlich auf das Fach für die Zahl  $p - 1$  der Tafel  $A$  gekommen bin, in welches ich die Zahlen  $9$  und  $p - 10$  als zusammengehörige beständige Quotienten und Reste einschreibe.

Hier endigt sich der Tarif für  $\frac{m}{p}$ , welcher nun, auf die von mir gezeigte Art, alle einzelne Ziffern des

ändern, also veränderlich so lange, bis die Zahl, für welche der Tarif entworfen wird, die Basis des Systems erreicht oder überschreitet. Für solche gehen alsdenn die Quotienten nach einem allen gemeinschaftlichen Gesetze fort, und so auch die Reste nach der Reihe, bis dahin wo sie größer werden als  $p$ , wo ein neuer Anfangsrest und Quotient bestimmt wird, die aber beide wieder sogleich nach eben dem Gesetze fortgehen. Hieraus versteht man zugleich das, was S. 116 meiner Beschr. nur angezeigt, aber nicht weiter aus einander gesetzt ist.

Q

des verlangten Quotienten nach der Ordnung mit größter Leichtigkeit verschafft, indem er die Division in ein bloßes Anweisen und Abschreiben verwandelt.

So schafft man sich die Tariffe für das Decimalzahlensystem, durch bloßes Schreiben der Zahlen nach der Ordnung, für die Quotienten und Dividenden (für letztere hat man die Zahlen schon gedruckt vor sich) und sprungweise nach der Differenz 10 für die Reste, ohne alle Mühe; daher ich auch, zu Fertigung solcher Tariffe, einen Knaben von 9 Jahren habe anstellen können. Tariffe für ein Centesimalzahlensystem zu fertigen, oder, zwei Decimalziffern des Quotienten  $\frac{m}{p}$  auf einmal zu finden, betrachte ich die gedruckten Ordnungszahlen 0, 1, 2, 3 . . . 10, 11, 12 u. s. w. der Tafel A, als mögliche Dividenden 000, 100, 200, 300 . . . . 1000, 1100, 1200 u. s. w. und verfähre damit auf eine ähnliche Art, wie vorher, mit gehöriger Erhöhung der Quotienten und Reste in arithmetischer Progression, der letztern, für die Differenz, wie solche der Rest aus der Division der Zahl 100 durch  $p$  bestimmt, bis der Rest zunächst einmal größer, und dadurch die Progression unterbrochen, aber von da an sogleich wieder von neuem auf eben die Art fortgesetzt wird. Für ein millenarisches oder chiliadisches System, würden die gedruckten Zahlen 0, 1, 2, 3 . . . 10, 11 u. s. w. als 0000, 1000, 2000, 3000 . . . u. s. w. für ein myrias

myriadisches System, die Zahlen 0, 1, 2 . . . 10, 11 u. s. w. als 00000, 10000, 20000 . . . 100000, 110000 u. s. w. angesehen und auf ähnliche Art behandelt; so daß man durch dergleichen Tariffe so viel Decimalziffern des Quotienten, als man will und verlangt, (die, zusammen genommen immer als ein einfaches Grundzeichen des höhern Systems angesehen werden) auf einmal schaffen kann.

Euer ic. haben Recht. Ich habe Herrn Bernoulli's Abhandlung nicht von der Seite, wie ich sollte, angesehen, und nach der Absicht beurtheilt, die er dabei gehabt hat. Diese geht eigentlich und vornemlich nur auf die Länge des Perioden der in dem Quotienten verwickeltesten Primzahl-nennerbrüche sich wiederholenden Ziffern, und ist folglich an sich nicht so allgemein, als bey meinen Tariffen. Herrn Bernoulli's Tafel dieser Brüche in Decimalziffern, als Pertinenzstück und Beleg zu der vorhergehenden Abhandlung angesehen, entspricht ihrem Endzweck vollkommen. h) Als Gegenstand aber allgemeiner Betrachtungen, und daraus zu ziehender Resultate über diese Quotienten; als Anfang einer Tafel, vermittelt welcher man den Quotienten jedes

D 2

Bruchs

h) S. die in dem IV. B. dieses Briefwechsels auf der 534 S. angezeigten Abhandlungen, wo der erste Aufsatz zugleich auszugsweise enthält, was Wallis, Euler, Robertson davon geschrieben haben.

Brüche für jeden Zähler  $m$ , auf die leichteste Art schaffen kann; in dieser Rücksicht sind ihr wohl die Tariffe vorzuziehen, welche durch Zusammenstellung der möglichen Dividenden, Quotienten und Reste, diese Brüche gleichsam in ihre Elemente aufgelöst und dadurch zugleich alle Ziffern des gesuchten Quotienten, für alle Zähler, auf einmal darstellen, die jene Tafel immer nur für den Werth 1 des Zählers angiebt, und für andere Werthe, durch Multiplication erst schaffen muß, die alsdann freylich, wenn der Zähler,  $m$  eine große Zahl ist, nicht anders als beschwerlich seyn kann i). Das war aber auch eigent-

- i) Diese Tariffe thun auch noch andern Bedingungen Gnüge, deren Bequemlichkeit Herr Bernoulli rühmt; Art. VI. S. 297. der eben angeführten Mémoires. Sie können vollkommen in die Stelle der Papiere substituirt werden, worauf Herr B. seine Division für  $\frac{1}{D}$  verrichtet, und die er zu andern Absichten (vornehmlich wegen der Ordnung der Reste) sich aufgehoben hat; auch geben sie Auskunft für solche Fälle, die auf eine Zahl verweisen, dergleichen unter den Resten mancher Quotienten  $\frac{1}{D}$  gar nicht vorkommt, selbst für größere Zahlen als  $D$ , die schlechters dings als Reste durch die Division durch  $D$ , in keinem Quotienten  $\frac{1}{D}$  vorkommen können. Einem Rechnungsvortheil, nach welchem man, aus anfänglich durch gewöhnliche Division gefundenen



eigentlich nicht die Hauptabsicht, weswegen Herr Bernoulli seine Tafel ausfertigte.

Euer 20. schränken den Gebrauch meiner Tariffe ein, wenn Sie behaupten, daß z. E. der Tariff

für 41 für alle Werthe  $\frac{a}{41}$  gelte, so lange

$a < 41$ , und überhaupt: so lange der Zähler kleiner als der Nenner ist. Sie gelten allgemein

für alle Brüche  $\frac{m}{p}$ , wie groß auch der Zähler  $m$

gegen den Nenner  $p$  seyn mag. Auf den Fall

nämlich, daß  $m > p$ , wird man immer eine oder

mehrere der höchsten Ziffern von  $m$  zusammen in

dem Tariffe, als einen Dividenden angesetzt, und

daneben den zugehörigen Quotienten und Rest

angemerkt finden. Zu diesem Reste (und so auch

zu den folgenden) addirt man die nächstfolgende

Ziffer des Zählers  $m$ , und siehet diese Summe

als ein neues Dividend an, für welches man

den zugehörigen Quotienten in dem Tariffe findet,

zu dem Reste aber wieder eine neue Ziffer von  $m$

hinzusetzen, und so auf die Art fortfahren kann,

so lange noch Ziffern von  $m$  vorhanden sind, so,

D 3

daß

nen  $n$  Ziffern des Quotienten  $\frac{1}{D}$ , durch Multi-

plication nun  $2n$  Ziffern, und aus diesen weiter

$4n$ , und daraus  $5n$  u. s. w. Ziffern findet, hat

Colson; beygebracht; Method of Fluxions and

Infinite Series, p. 162.

daß nach hinzugesetzter letzten Ziffer von  $m$ , das weitere Auffuchen der Decimalziffern, wie gewöhnlich, fortgehet.

So z. B. die Zahl 1234567 durch 47 zu dividiren, verfabre ich folgendergestalt: Das Dividend 12 aus den ersten beiden Ziffern (das höchste Dividend, das man aus der Zahl in dem Tariffe für 47  $\text{E}$ ) auf einmal nehmen kann) giebt den Quotienten 2, den Rest 26; hierzu 3 addirt, giebt das neue Dividend 29, wozu 6 als Quotient, 8 als Rest gehört; 8 und 4 giebt das Dividend 12, den Quotienten 2, den Rest 26; 26 und 5 ist 31; woben 6 als Quotient, 28 als Rest steht; 6 zu 28 giebt 34, und dieses hat 7 zum Quotienten, 11 zum Rest; endlich giebt das Dividend 11 + 7 oder 18, den Quotienten 3, den Rest 39. Führt man fort, diesen und alle folgenden Reste, als neue Dividenden in der Tafel aufzusuchen, wo man nun weiter nichts zu den Resten addiren kann, weil keine Ziffer mehr in dem Hauptdividend vorhanden ist: so findet man

$$\begin{array}{r} 2234567 \\ 47 \end{array} =$$

$$26267,382978723404255319148 \dots$$

$$\text{Eben so kommt } 34217:41 = 834,56097, \text{ aus}$$

\*) Die zusammengehörigen Zahlen des Tariffs für 47, findet man in der Beschr. v. Abm. d. 3. S. 113 für das dekadische, und S. 125 für das hekatontadische System.

aus benliegendem Tariffe für 41. Auch hier fängt man bey 34, als dem höchsten Dividend, an, das man im Tariffe findet. Hieraus erhellet, daß eine Sammlung solcher Tariffe der Primzahlen; zugleich die Stelle allgemeiner Divisions-tafeln für diese Zahlen vertritt, und so auch für alle übrige, aus ihnen zusammengesetzte Zahlen. Von dem Nutzen einer solchen Sammlung, selbst da, wo auch die größten logarithmischen Tafeln, den Gebrauch der Logarithmen einschränken, und das gesuchte Resultat nicht scharf genug geben, brauche ich Euer ic. nichts zu erwähnen.

Ich habe Herrn Bernoulli verschiedene abgerissene Anmerkungen, diese meine Tariffe betreffend, neuerlich überschrieben, die ich hier nicht ausführlich wiederholen will. Nicht nur lassen sich aus ihnen die Perioden sehr schnell entwickeln, sondern man kann auch sogar ihre Ziffern, wenn man so will, rückwärts finden, so, daß man von einer Periode nur eine oder ein Paar ihrer Ziffern (aus der Mitte) wissen darf, um alle übrige vor und rückwärts, so weit man will, sogleich hinzu setzen zu können. Man sieht mit einem Blicke, welche Ziffern in die Periode (ohne sie erst zu entwickeln) doppelt, dreysach, viersach ic. unmittelbar neben einander stehen können, und bey welchen das nicht angehet; ingleichen, welche Ziffern sich ohne Ende wiederholen, und wenn das geschieht, u. s. w. Hier ist also wohl ohne Zweifel einmal der so seltene Fall, daß eine solche Anordnung das Einige Mögliche ist,

Das für alle diese Absichten zusammen statt finden muß. Noch eine nützliche Beobachtung, worauf mich die Tariffe geleitet haben, ist folgende: Bey Brüchen von Primnennern  $p$ , deren Period  $p - 1$  Ziffern hat, kann man aus der ersten Hälfte des Perioden, sogleich die zweite von selbst, ohne sie erst aus dem Tariffe weiter zu entwickeln, schreiben, weil ihre Ziffern schlechtthin nur die Complementary der einzelnen Ziffern in der ersten Hälfte der Perioden, nach ihrer Ordnung, zu 9 sind. So sind für  $\frac{1}{7} = 0,142857$ , des Perioden letztere Ziffern 857 nach ihrer Ordnung, der erstern Ziffern 142 Complementary zu 9. Setzt man diese Complementary zusammen  $= c$ , so braucht man immer nur die Hälfte des Perioden anzugeben. Auf den Fall schreibe man

$$\frac{1}{7} = 0,142 + c;$$

$$\frac{1}{39} = 0,03448275862068 + c;$$

$$\frac{1}{47} = 0,02127659574468085106382 + c;$$

Der Period steigt nämlich für dergleichen Nenner, so zu sagen, bis zu einer gewissen Höhe hinauf, von da er durch die Complementary wieder herab sinkt. Diese Bemerkung giebt Gelegenheit, die Natur der andern Primnennnerbrüche, deren Period aus weniger als  $p - 1$  Ziffern besteht, näher zu untersuchen und das für sie geltende Gesetz auszuforschen 1). Alle Perioden aus Primnennern ohne  
Aus:

1) Diese Bemerkung führt auf eine Verkürzung des Vortrags, und der Darstellung der Tariffe selbst,

Ausnahme haben die Eigenschaft, daß das Collect ihrer Ziffern in 9 aufgeht. Diesen Satz kann man nicht allgemein umkehren; unterdessen kann man ihn doch als ein bequemes Revisionsmittel für dergleichen entwickelte Primnennenbrüche gebrauchen.

Euer ic. Formeln, nach denen man folgende Quadrat- und Cubiczahlen aus vorhergehenden, mit Zuziehung einer leicht fortzusehenden arithmetischen Progression, bequem finden kann, hat mir zu weitem Betrachtungen über diese Zahlen Anlaß gegeben. Herr von Schönbergs Einrichtung hat die Ausgabe einer Quadrat- und Cubiczahlen-Tafel m) zur Absicht, und so geben Ihre Formeln Vorschriften, wie man diese Zahlen, noch auf mehrere ähnliche Arten finden könne, als Herr von S. sie gesucht hat. Da man für eine solche Tafel Wurzeln, Quadrat- und Cubiczahlen ansetzen muß, so können folgende Anordnungen A, B, C,

D 5

A

selbst, die man noch weiter simplificiren kann, wenn man dabei entgegengesetzte Zeichen gebrauchen will. Die Ausführung dieses Vortheils würde aber für eine Anmerkung zu weitläufig werden.

- m) Die Berechnung derselben ist vorlängst, bis auf etwas wenig, vollendet, aber die Ausgabe durch andere Umstände bisher verzögert worden.

A			B			C		
q	r	c						
1	1	1	1; q	1; r	1; q	1	1	1
4	2	8	1; c		1; r	1	1	1
9	3	27	4; q	2; r	4; q	4	2	8
16	4	64	8; c		8; c	2	3	27
25	5	125	9; q	3; r	9; q	8	4	64
36	6	216	27; c		27; c	3	5	125
			16; q	4; r	16; q	9	6	216
			64; c		64; c	3		
			25; q	5; r	25; q	27		
			125; c		125; c	16		
			36	6	36	4		
						64		
						25		
						5		
						125		
						36	6	216

mit ihren Erklärungen, zeigen, wie man sich dieser Zahlen, und nur ihrer allein (ohne irgend eine fremde Hilfsprogression, die nicht weiter zur Tafel gehört, dazu zu nehmen) bedienen könne, folgende Zahlen aus vorhergehenden durch eine leichte Addition zu finden, wie nachstehende Zerlegung der Potenzen in ihre zu dieser Absicht bequeme Theile sogleich zeigt:

$$\text{Weil } n^2 + n + (n+1) = (n+1)^2$$

$$\text{und } 2n^2 + n + n^3 + (n+1)^2 = (n+1)^3, n)$$

so

n) Mehrere solche Zerlegungen mit ihrer Ausführung stehen in der Beschr. n. S. 80, 81, 84, 86; For

so ist auch (in den hier gebrauchten Zeichen  $r, q, c$ ) wenn  $r, r'$  zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Wurzeln  $n, n+1$ ; und  $q, q'$  dieser Wurzeln Quadrate  $n^2, (n+1)^2$ ; und  $c, c'$  eben derselben Wurzeln Cubiczahlen  $n^3, (n+1)^3$  bedeuten) durchgängig

$q+r+r'=q'$ ; und  $2q+r+c+q'=c'$ ; so daß man, aus denen im Voraus nach ihrer Ordnung eingeschriebenen Wurzeln 1, 2, 3...  $r$ , dem Quadrate 1 und dem Würfel 1, alle folgende  $q'$  und mit deren Beyhülfe auch alle folgende  $c'$  durch bloße Addition der immer vorher bestimmten Zahlen in seiner Gewalt hat. Das doppelte von  $q$  (wie Euler ic. bey einer ähnlichen Gelegenheit erinnern) kann man sehr leicht und ohne Mühe bey dem Addiren der einzelnen Ziffern zusammennehmen. Da gewiß keine der vorhandenen Quadrat- und Cubictafeln auf diesem Wege berechnet worden ist, so giebt diese Regel zugleich ein sehr bequemes Mittel an die Hand, die Wichtigkeit jeder Zahl, die man aus einer solchen Tafel braucht, augenblicklich auf eine sehr leichte Probe zu stellen: dergleichen Proben eine große Menge Zahlen der Wolffischen, weit weniger aber der Büchnerischen Tafel, nicht aushalten werden.

In  $A$  stehen die Potenzen  $q, c$  und dazwischen die Wurzeln  $r$ ; also zusammengehörige Zahlen, wie in der Büchnerischen und andern Tafeln

Formeln der Potenzen aus Potenzen oder Gnomonibus. S. 44—49

feln, nebeneinander. In B stehen  $q$  und  $c$  untereinander und die zugehörigen  $r$  daneben zur Seite. In C stehen  $q, r, c$  untereinander; welches unstreitig zur unmittelbaren Berechnung unter diesen dreien die bequemste Anordnung ist. Ich sage zur Berechnung, denn eine Tafel so geordnet, würde erstaunend viel Raum erfordern. Unter den möglichen Anordnungen einer Quadrat- und Cubictafel ist ohne Zweifel die noch befolgende Probe, wovon, denke ich, Herr von Schönberg bereits Erwähnung gethan o), die beste. Ich glaube nicht, daß irgend eine andere Einrichtung, bey aller nur möglichen Bequemlichkeit zum Aufschlagen, mehr Ziffern werde ersparen können.

Weil ich einmal bey diesen Zahlen bin, so will ich noch einer gemeinschaftlichen Eigenschaft aller Potenzzahlen gedenken, die ich nebenher gefunden habe, und von der ich nicht weiß, ob sie schon von Jemanden ist angemerkt worden. Daß die Quadratzahlen  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2 \dots$  und eben so auch die Cubiczahlen  $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 \dots$  aus eins, zwey, drey, vier, fünf ic. ungeraden Zahlen nach der Reihe (nur daß der Anfang für beiderley Potenzen immer verschieden ist) sich addiren lassen, und Summen von so viel un-

o) In seinem Briefe an Lambert, im Deutsch. gel. Briefw. 2ter B. S. 309. Die Probe ist hier, wegen des dafür erforderlichen viel größern Octavformats abgedruckt unterlassen worden.



ungeraden Zahlen sind, als die Wurzel Einheiten hat, ist bekannt. Aber der Satz ist auch allgemein wahr, und man kann alle Potenzen  $n^m$  als Summen von Progressionen aus  $n$  ungeraden Zahlen nach der Ordnung ansehen, von denen  $n^{m-1} - n + 1$  die erste, und  $n^{m-1} - n + (2n - 1)$  die letzte ist; denn dieser beiden äussern Glieder Summe  $2n^{m-1}$  in  $\frac{n}{2}$ , die halbe Zahl der Glieder, multiplicirt, giebt:  $2n^{m-1} \cdot \frac{n}{2} = n^m$ , die verlangte Potenz.

Für  $5^7$  z. B. wäre  $n = 5$  und  $m = 7$ , also  $n^{m-1} - n + 1 = 5^6 - 5 + 1 = 15621$  und  $5^7 = 15621 + 15623 + 15625 + 15627 + 15629 = 78125$ .

Ich werde in einigen Tagen nach Dresden, und von da ins Gebirge, auf des Herrn von Schönbergs Güter, reisen, wo wir uns einige Zeit aufhalten werden. Dadurch wird die Arbeit an meiner Tafel wieder auf so lange unterbrochen, weil ich die Bogen nicht bequem mit mir nehmen, und so gut und ungestört, als in Leipzig, bearbeiten kann.

Ich habe die Ehre u.

Erste

---

## Erste Beylage.

### Herrn Seltkels Probe einer Factorentafel betreffend.

---

**V**on Herrn Seltkels Tafel aller einfachen  
 Factoren der durch 2, 3, 5 nicht theil-  
 baren Zahlen von 1 bis 10 000 000, ist vor  
 Kurzem in der von Ghelenschen Buchhandlung  
 zu Wien der erste Theil herausgekommen, enthal-  
 tend die Factoren von 1 bis 144000, mit Vorber-  
 richt  $8\frac{1}{2}$  Bogen gr. Fol. nebst Titellupfervignette,  
 mit überstehendem Motto: — *o tici certant, geo-  
 metrae vera sequuntur, bella odi, pacem diligo,  
 vera sequor.* Die Absicht des Kupferinhaltes,  
 so wie der Ueberschrift, läßt sich nicht leicht erklä-  
 ren, ausser daß jener durch die berühmte Büchers-  
 schacht von Jonathan Swift, so wie diese  
 durch den bekannten Ausgang des horazischen  
 Verses — *et adhuc sub iudice lis est,* scheint  
 veranlaßt worden zu seyn \*). Der Zusatz zu dem  
 Haupt

\*) Ich glaube, des Herr Seltkels Absicht bey diesem  
 Titellupfer läßt sich nicht anders erklären, als  
 daß er damit seinen eigenthümlichen Geschmack  
 habe anzeigen, und zu verstehen geben wollen,  
 wie er, als der Mathematik ergeben, nur genaue  
 Wissenschaften schätze, und andere, besonders  
 Critik

**Haupttitel:** *Erster Theil*, enthaltend die Factoren von 1 bis 144000, ist vermuthlich ein Druckfehler; denn wenn die übrigen Theile nach diesem proportionirt werden sollten, so würde das Werk auf nicht weniger, als 70 Theile, anwachsen. Auch erklärt Herr Selkel in dem Vorberichte ausdrücklich: seine gegenwärtige Absicht sey nur, nicht so viel ein Werk zu liefern, als Kennern durch gegenwärtige Bogen eine Probe, nebst einer ganz entscheidenden Nachricht, hinauszugeben.

Bei dieser Probe nun hat man zu bemerken, 1) die Tafel selbst, in welcher die Factoren geordnet stehen; 2) eine Tafel A der Primzahlen von 1 bis 20353; und 3) eine Tafel B aller auf jeder Seite der Factorentafel wiederkehrenden dreyn letzten oder Endesziffern. Herr Selkel gedenkt in dem

Critik und Polemik, verachte. Mit unwilliger Miene zeigt er mit der einen Hand auf die hinter ihm in größter Unordnung zerstreuten Schriften von Alvarez; Ovidius; Commenius (Q. P.); Gottsched; Batteur; Basedow; Curtius; Cellarius; Sarganech; Zacharias; Popowitsch; dagegen andere Bücher mit den Uberschriften, Euclides; Euler; Bernoulli; Archimedes; Pappus Alex.; Apollonius Perg.; Jugenius; Simson; Kästner; Karsten; Boscowich; Segner; Neuton; Maclaurin, schön rangiret vor ihm über seinem Schreibtische stehen: Lambert hält er in seiner auf den Tisch gestützten linken Hand. An den Tisch ist seine Rechenmaschine angelehnet. B.

dem Vorberichte verschiedener Entwürfe, die Zahlen darzustellen, und unter diesen namentlich des Entwurfs von dem verstorbenen Tob. Mayer (in s. mathem. Atlas, Tab. I.), vom Herrn L. Euler (in einer bes. Abhandl. im XIX Tom. der *Nouv. Comment. Ac. Sc. Petr.* für das J. 1775), vom Herrn Lambert (in s. *Beyträgen und Zusätzen* u.) welchem letztern er auch den Vorzug vor den beiden ersten einräumt, jedoch mit dem Vorbehalt, daß auch dieser dem seinigen weit nachstehen müsse, weil, wenn er die Vortrefflichkeit des Lambertischen Plans eher gekannt, und wahrscheinlicher Weise, so wie andere, dabey beruhet hätte, alle sein Nachdenken, alle dadurch ausgedachte Berechnungsvorthelle, folglich auch die ganze Unternehmung, ein Ende, oder vielmehr gar keinen Anfang gehabt haben würde. Ueber diese Aeußerung hat Recensent, welchem Herrn Lamberts Plan keineswegs eine so gefährliche Sirene zu seyn scheint, sich nicht genug verwundern können; weil er überzeugt ist, daß Herr Selkel den Lambertischen Entwurf, der auch in der Leipziger Factorentafel mit einiger Veränderung zum Grunde gelegt worden, dem Eulerischen nicht vorziehen könne, ohne nicht jenem zugleich den Vorzug über den seinigen mit einzugestehen; indem Herrn Selkels Plan, die Zahlen zu stellen, mit Herrn Eulers Vorschlage *totidem verbis et syllabis*, wo nicht *totidem litteris* übereinkömmt. Herr Euler hat nämlich die Anordnung der Zahlen auf die Form  $30q + r$  gegründet (wo  $q$  jede ganze Zahl, von 0 an nach der

Ords

Ordnung,  $r$  aber nur eine bis an 30 hinan, durch 2, 3, 5, nicht theilbare Zahl, also keine andere, als eine von den Zahlen 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 seyn kann), und'dadurch 8 verschiedene Zahlenreihen, der Länge nach nebeneinander, erhalten, in welchen die nächst untereinander stehenden Zahlen in jeder einzelnen Reihe, von den nur genannten ersten Zahlen an, um 30, dem Producte 2. 3. 5, regelmäßig anwachsen, und dadurch den Vortheil verschaffen, daß jede einzelne Reihe, wenn man den Anfang weiß, wo ein gegebener Factor zuerst ein Divisor ist, für sich, und ohne Rücksicht auf die andern daneben stehenden Reihen, in die Berechnung genommen werden kann. Jede Verticalreihe enthält bey Herrn Zulersn 50 Zahlen untereinander, und so begreift man sehr leicht, daß hier die Zahlen für dergleichen achtreihige Columnen, deren jede sich auf eine große Octav- oder kleine Quartseite bequem setzen läßt, auf diesen Seiten, von 1500 zu 1500, mit Ausschließung der durch 2, 3 und 5 theilbaren Zahlen, fortschreiten. Herrn Salkels Anordnung und Fortgang der Zahlen kommt nun mit Herrn Zulers Vortrage vollkommen überein, ausser daß Herr Salkel in jeder einzelnen Verticalreihe der achtreihigen Columnen, 100 Zahlen statt 50, und durchgehends 300 Columnen statt einer, auf jeder Seite gesetzt, also eine viermal größere Menge Zahlen auf einen viermal größern Raum verpflanzt hat; so daß bey ihm die Seiten nach 4. 1500, d. i. von 6000 zu 6000, gleichfalls mit Ausfluß der durch 2, 3 und 5 theilbaren

D

Zahlen

Zahlen fortgehen. Eine vorgegebene Zahl solcher Art aufzuschlagen, dividirt Herr Euler diese Zahl zuvor durch 30; der Rest ist immer eine von den ersten 8 Primzahlen 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29; die daher auch über jeder einzelnen Reihe der Colonnen, auf jeder Seite, nach ihrer Folge, besonders gedruckt stehen; den Quotienten findet er unter denen, zur linken Hand, den einzelnen Horizontalreihen der Colonnen in fortlaufender Ordnung, von 0 an, vorgedruckt natürlichen Zahlen; so wie aus beider Zahlen Zusammenlauf, in der Colonne, das Fach, in welchem der kleinste Factor der gegebenen Zahl, wenn solche theilbar, angemerkt befindlich ist. Diese Reste und Quotienten hat nun Herr Selkel weggelassen und dafür die einzelnen Verticalreihen der Colonnen durch die überschriebenen Buchstaben *a, b, c, d, e, f, g, h*, so wie ihre Horizontalreihen durch die von 1 bis 100, zwischen beiden Colonnen fortlaufenden natürlichen Zahlen, bezeichnet und gezählt; dadurch aber das Aufschlagen (wenigstens nach den von ihm dazu gegebenen Vorschriften) nicht erleichtert, sondern merklich erschweret. Auf jeder Seite der Tafel wiederholen sich nemlich die drey letzten Ziffern der Zahlen in beiden Colonnen nach einerley Ordnung. Diese Endungen mit den überstehenden Buchstaben *a, b, c, d, e, f, g, h*, und den herunterlaufenden Zahlen von 1 bis 100, sind nun in der Tafel B, als einem Vertinenzstücke der Haupttafel, besonders abgedruckt, und der Anfang jedes neuen Tausends am Ende der Colonnen sowohl, als bey den Endungen

gen selbst, durch ein Zeichen angemerkt worden. Eine durch 2, 3, 5 nicht theilbare Zahl, nach diesem Plane aufzuschlagen, dividirt Herr Selkel dieselbe zuvor durch 6000, d. i. er schneidet ihre drei Endziffern in Gedanken ab; das übrige, durch 6 getheilt, kann nur die Reste 0, 1, 2, oder 3, 4, 5, jene für die einzelnen Drittel der ersten; diese für die einzelnen Drittel der zweiten Colonne lassen; und so findet er, durch Hülfe dieser Reste, der getheilten, und der Endziffern der ungetheilten Zahl den zugehörigen Buchstaben *a, b, c, d, e, f, g, oder h*, und die Ordnungszahl in der Tafel *B*, und durch beider Vergleichung mit den correspondirenden Buchstaben und Ordnungszahlen, der durch die gegebene Zahl schon vorher bestimmten Seite der Haupttafel — also allemal, so sehr sich auch Herr Selkel dagen vertheidiget, durch Umwege, die noch dazu nicht einmal nöthig waren — die Gegend und die Stelle, welche der Zahl selbst in der Haupttafel zugehöret. In dieser Stelle trifft man nun, wenn die gegebene Zahl keine Primzahl ist, nicht nur den Kleinsten, sondern alle einfache Factoren derselben, wie solche, ihrer Größe nach, auf einander folgen, mit ihren Potenzen, wo dergleichen vorkommen, nicht in Ziffern, sondern in Buchstaben ausgedruckt, an, deren Bedeutung man in einer besondern Tafel *A*, aller Primzahlen von 1 bis 20353 weiter nachschlagen muß. Da Herr Selkel in die vor ihm gewählte Bezeichnung der Factoren das größte Verdienst seiner Tafel setzt; da er sie, nächst der Berechnungsart der letztern, zur einzigen Ur-

sache der Möglichkeit angeht, daß dergleichen Tafeln, auf so weit, als er sie zu erstrecken gedenset, vorhanden seyn können: so wird es um so mehr nöthig seyn, noch ein paar Worte davon zu sagen. Herr Sessel hat nämlich dem ersten Hundert der Primzahlen, die nach ihrer Folge in der Tafel A untereinander stehen, die vier Alphabete,  $\alpha$ ,  $\alpha$ , A, A, nach der Ordnung vorgelegt, und so den Werth jedes einzelnen Buchstaben derselben, aus der daneben stehenden Zahl bestimmt. Eben diese Alphabete werden aber auch zu Bezeichnung der übrigen Primzahlen, die gleichfalls hundertweise in schmalen Colonnen nebeneinander geordnet stehen, jedoch mit Vorsehung eines neuen Zeichens für jede neue Centurie, gebraucht. Hierzu sind beide griechische Alphabete  $\alpha$ , A, gewählt, und die einzelnen Buchstaben derselben, nach der Reihe, über alle nach der ersten folgende Centurien von Primzahlen gesetzt worden, so daß man nur den griechischen Buchstaben mit einem aus den zur linken Seite der Länge nach herunterstehenden, lateinischen, oder deutschen Buchstaben der ersten vier Alphabete, verbinden und ihm vorsehen darf, um die diesen beiden Buchstaben, (die aber nur als ein Zeichen betrachtet werden) in der Tafel A gegenüberstehende Primzahl dadurch auszudrücken. Auf solche Art gehören Z,  $\alpha$ Z,  $\delta$ Z, als Zeichen der 75sten, 175sten, 475sten Primzahlen, den Zahlen, 373, 1033, 3361 in der Tafel B zu, und diese sechs Alphabete sind hinreichend, 4900 Primzahlen, nach ihrer Ordnung

anz



anzuzeigen. Eben so, wenn man den griechischen Buchstaben neue Zeichen zur Seite setzt, zu welchem hier Haken und Klammern ( ) gewählt worden sind, kann man auch noch mehrere Primzahlen ausdrücken; und so dienen nachstehende, verschiedentlich modificirte, vorläufig angegebene zehn griechische Alphabete,  $\alpha$ ; A; ( $\alpha$ ; (A;  $\alpha$ ); A); [ $\alpha$ ; [A;  $\alpha$ ]; A]; in Verbindung mit den ersten vier Alphabeten  $\alpha$ ,  $\alpha$ , A, A, überhaupt 24 100 Primzahlen nach der Reihe anzuzeigen: und so auch mehrere, wenn man die Anzahl der griechischen Alphabete, durch Benetzung neuer Zeichen, Doppelhaken, dreifacher u. Klammern, noch weiter vervielfältiget. In diesen Characteren, (die eigentlich nicht sowohl die Primzahlen selbst als Zahlen, sondern vielmehr ihre Mengen und ihren Abstand von einander ausdrücken, welche anzeigen, die wievielte jede Primzahl in ihrer Ordnung sey, und folglich auch, ohne benetzte Zahlen für sich niemals verständlich seyn und werden können,) sind auch, weil es die getroffene Einrichtung notwendig machte, die Primzahlen selbst, in den Stellen, wo solche in der Factorentafel ihrer drey Endeziffern (welche, mit den neben den Coloumen zur Seite angemerkten Tausendern; die Zahl selbst geben) bengefügt worden; welches um so leichter geschehen konnte, da hier die beständige Wiederholung der ersten vier Alphabete jeden neuen 100 Primzahlen, die Benetzung verschafte, daß in die von Factoren leer gebliebene Stellen nur die Buchstaben dieser Alphabete, nach der Ordnung, von den Endeziffern

der Zahlen durch einen Queerstrich abgesondert, eingeschrieben, das griechische Unterscheidungszeichen der Centurie aber, ein: für allemal am Rande beygesetzt werden durfte. So steht, z. E. die 8656ste Primzahl, deren Character  $CE\bar{F}$  ist, in der Factorentafel auf folgende Art: 371 —  $F$  [das am Rande befindliche Zeichen  $CE\bar{F}$  muß in Gedanken vor  $F$  gesetzt werden] und gehört mit den Tausendern 89 . . . zur Seite, zu der Zahl 89371. Daß auf solche Weise große vielziffrige Primzahlen sich mit wenig Zeichen ausdrücken lassen, und daß dadurch die Arbeit selbst, bey Auffuchung der Factoren, in ihrem Fortgange gefördert wird, wird niemand in Zweifel ziehen, der das Gesagte recht versteht und überdenkt. Dieses, nebst dem, was sonst noch aus der gewählten Ordnung und Wiederholung der Buchstaben folgt, glaubt Herr Sessel, berechtige ihn zu dem Ausspruche: daß nichts mehr zu wünschen übrig bleibe, wodurch die Factorentafel schöner, ordentlicher und bequemer hätte eingerichtet werden können. Allein, die gewählte Charakteristik der Factoren, so wie die Anordnung der Zahlen überhaupt, ist keinesweges die Beste; auch erstere sogar bey weitem nicht die Beste. Denn diese Bezeichnung ist 1) auf die zum Grunde gelegte Anordnung der Zahlen, auf den Plan des Werkes, gar nicht gegründet; 2) durchaus willkürlich; daher denn auch 3) die Zeichen auf der Stelle, wo solche als Factoren der theilbaren Zahlen vorkommen, nicht verständig sind, sondern erst 4) durch Nachschlagen

gen weiter aufgelöst werden müssen; welches bey so vielen, durch Haken, Klammern u. s. w. modificirten griechischen Alphabeten, in Verbindung mit den lateinischen und deutschen kleinern oder größern Buchstaben, immer beschwerlich, und mancherley Irrungen ausgesetzt bleibt; man mag nun die Zeichen entweder in einer auf mehrere Seiten erweiterten Primzahlentafel *A*, oder in der Factorentafel selbst, nach der Ordnung der griechischen Buchstaben zur Seite, aussuchen, die aber nicht in allen Bogen gleichförmig fortgehen, auch wegen der Unregelmäßigkeit der Primzahlen nicht fortgehen können. In diesem Betracht, und da das Aufschlagen gegebener Zahlen, selbst nach Herrn Selkels Vorschrift, durch Umwege geschieht, überhaupt aber der Erfolg die große Hoffnung, das Einzige Beste von ihm zu erhalten, wie mehrmalen versichert worden, nicht bestätigt hat: so dürfte doch wohl das Verlangen nach einer andern Einrichtung nicht so ganz ungegründet seyn. —

## Zweyte Beplage.

Herrn Selskels Methode betreffend, die Factoren zusammengesetzter Zahlen durch eine Maschine zu finden.

Statt Circul, Cylinder, Rectangel, Patrosnen u. s. w. gebraucht Herr Selskel Stäbe. Es sind deren, wenn man alle vielfachen von allen Zahlen finden will, 30, hingegen nur 8, wenn man nur auf solche Vielfache sieht, die durch 2, 3, 5 nicht theilbar sind. Die Stäbe haben die Länge eines Bogens. Auch hat der Verfasser die Zahlen dazu auf einen Bogen in 30 Columnen, wovon 8 roth sind, abdrucken lassen. Die Zahlen in jeder Columne nehmen der Ordnung nach immer um 30 zu, z. E. der 7te Stab hat die Zahlen 7, 37, 67, 97 . . . bis 2977. Die Tausender werden aber weggelassen, und beim Gebrauch im Sinne behalten. Die Anfangszahlen sind auf jeder Columne verschieden und gehen von 1 bis 30. Jede Columne hat 100 Zahlen. Man leimt den Bogen auf Pappe und schneidet die Columne ab, so hat man die Stäbe. Nun sind die durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Zahlen alle von der Form  $30m + 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$ . Will man demnach nur die

die

die 8 rothen Stäbe gebrauchen, und z. E. die durch 2, 3, 5 nicht theilbaren Vielfachen der Zahl 47 finden, so nimmt man erst den Stab, wo im obersten Drittel 47 steht. Sodann multiplicirt man 47 mit 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, und erhält die Producte 329, 517, 611, 799, 893, 1081, 1363; für die 5 ersten dieser Producte, da sie nicht über 1000 gehen, nimmt man die Stäbe, worauf sie im ersten Drittel vorkommen, und legt sie in eben der Ordnung neben den ersten Stab, so daß die Zahlen, 47, 329 . . . 893, in einer querdurchgehenden Reihe nebeneinander zu liegen kommen. Die 2 letzten Producte gehen über 1000. Man behält die 1000 im Sinne, oder zeichnet sie auf; die andern Ziffern 81 und 363, sucht man auf dem mittlern Drittel auf, und legt die zweien Stäbe neben die übrigen, so daß die Zahlen 81, 363 in gleiche Querreihe mit den vorigen 47 . . . 893 kommen. Die Stäbe werden auf ein Brettchen gelegt, und bleiben nun so liegen. An die bemeldte Querreihe wird ein Schieber geschoben. Nun ist das nächste Vielfache  $47 \cdot 31 = 1457$ . Man behält hier die Tausend im Sinne, und findet auf dem ersten Stabe die 457, in dem zweyten Drittel. Daran wird ein anderer Schieber gezogen, und dieser wird in der Querreihe die Endigungsjahren 457, 739, 927, 021, 029, 303, 491, 773, der Producte angeben, die durch die Multiplication der Zahl 47, mit  $30 + 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$ , entstehen. Wir zeigen hier die Anzahl der Tausender durch • an. Wenn

man in gleicher Tiefe unter der 2ten Queerreihe noch einen dritten Schieber ansetzt, so findet sich im gegenwärtigen Fall, daß derselbe nur auf dem ersten Stabe die Zahl  $\cdot\cdot 867$  abschneidet, die andern Stäbe liegen zu viel aufwärts. Man darf aber nur zu der Zahl, so der 2te Schieber auf dem 2ten Stabe anzeigt,  $30 \text{ mal } 47 = 1410$  addiren, und die Summe  $\cdot\cdot\cdot 149$  oder die Endzahlen, im ersten Drittel des zweenen Stabes aufsuchen, und den ersten Schieber daran legen, so wird derselbe auf dem zweenen und folgenden Stäben, die Endzahlen der Producte  $47 \cdot (60 + 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29)$  angeben. In gleicher Tiefe unter dem Schieber legt man den 2ten an, und findet die Endzahlen der Producte  $47 \cdot (90 + 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,)$ . Auf diese Art gehet es immer fort. Man muß nur Acht haben, daß man die Tausender richtig fortzählt. Wenn man alle Vielfache von 47 haben wollte, so müßte man alle Stäbe gebrauchen, und sie nach den Endzahlen der ersten 30 Vielfachen, nämlich  $47, 94, 147$  u. nebeneinander legen. Wir haben uns umständlich bey diesem Beispiele aufgehalten, weil wir versichert sind, daß diese Erklärung vielen Lesern des Werkes deutlicher seyn wird, als was der B. auf zwey Foliosseiten (in einer besonders herausgegebenen Beschreibung seiner Maschine) davon sagt. —

D.

Nachtrag

## Nachtrag des Herausgebers.

### 1. Zusatz zu S. 105.

**M**eine in der Note geäußerte Vermuthung, daß Herrn Feltels Nachricht vom 1 Jun. 1776. keine andere sey, als die vom 1 Sept., hat sich bestätigt. Ich habe aus Leipzig 2 Exemplare erhalten, die nicht nur vollkommen gleichlautend, sondern auch gewiß von einem Druckfabe sind, und doch die beiden verschiedenen Daten haben.

### 2. Zusatz zu S. 109 und 180.

Auch die 2 Feltelschen Avertissemens, wegen welcher in der Note S. 109 auf die Note n (S. 180) verwiesen wird, sind mir nun mitgetheilt worden. Das deutsche ohne Datum, auf einem doppelten Octavblatt, scheint im May 1776 herausgegeben zu seyn, und das lateinische vom 10 Jun., welches ich oben S. 76—80 habe abdrucken lassen, ist eine freye, um etwas wenigere vermehrte Uebersetzung desselben. Das französische vom 1 Jul. ist gleichfalls auf einem doppelten fl. Octavblatt abgedruckt, und enthält  
nur

nur im Auszug einen Theil der so eben erwähnten  
 lateinischen; hingegen rühmt Herr Seltel darinn  
 die Hülfe und Empfehlung, die ihm der Herr Ge-  
 neral Schröder und der Herr Prof. Baur geleis-  
 tet haben. Doch giebt er gar nicht zu verstehen,  
 daß Herr Baur der eigentliche Erfinder der  
 Maschine sey; obschon es unter demselbigem  
 Datum vom 1 Jul. 1776, in der Leipziger  
 Zeitung vom 29 Jul. S. 708, ganz deutlich mit  
 diesen Worten gesagt wird: „Man hat diese Tas-  
 „belle vermittelst einer sehr einfachen Maschine zu  
 „Stande gebracht, welche bis dahin unbekannt  
 „war, daher sich die Mathematici ihrer nicht zu  
 „einer so notwendigen Absicht bedienen konnten.  
 „Der Urheber dieser nützlichen Erfindung ist Herr  
 „Wilh. Baur, Prof. an der Normalschule,  
 „welcher dieselbe nunmehr allgemein bekannt ma-  
 „chen und sie mit einer Einleitung versehen will,  
 „welche den Kennern hoffentlich ein Genüge thun  
 „wird.“ Bey alle dem, und obschon auch diese  
 Nachricht von Herrn Seltel unterschrieben ist,  
 glaube ich nicht, daß ihm etwas könne zur Last ge-  
 legt werden: denn eben in Betracht der Identi-  
 tät des Datums wollte ich fast eine Bette einge-  
 hen, daß Herr S. wegen eines Auszuges aus sei-  
 nem Avis aux Mathématiciens, für die Leipz.  
 Zeitung sich auf jemand andern verlassen, und  
 dieser unachtsame Redactor folgende Stelle des  
 französischen Avis unrichtig ausgelegt hat. Du  
 grand nombre de ces Connoisseurs habiles je ne  
 citerai que deux à qui le Public est redevable de  
 l'existence de cet ouvrage... *Mr. Guillaume Baur,*  
 Pro-



Prof. de l'École Normale, qui par ses profondes connoissances ainsi que par son zèle infatigable pour les progrès des mathématiques, s'est rendu cher à tous ceux qui savent apprécier les sciences réelles, n'ayant connu personne plus porté à favoriser les mathématiques par ses propres lumières, que Mr. le Général *Schræder*, Président du Département de l'artillerie impériale & royale, il a cru devoir lui communiquer tous les détails de cette découverte. Comme dans les entreprises les plus importantes & les plus utiles ce Général a toujours choisi les moyens les plus propres à leurs succès, il a su conduire de même avec tant de sagesse un travail qui intéresse si fort les mathématiques, qu'il fut bientôt appuïé de la protection du Souverain &c. Eben so gut also, hätte auch der Herr General Schröder zum Erfinder der Maschine können gemacht werden; und wenn Herr Baur es wäre, warum sollte Herr Seltel, der in seinen Briefen an Lambert, und in so vielen getruckten Nachrichten, die Ehrfurcht und Dankvollste Liebe gegen Herrn Baur an Tag legt, nur in einem Leipziger Zeitungsavertissement ihm sein eigenthümliches Erfindungsrecht an diesem so wesentlichen Werkzeug der Factorentafel zugestanden haben? Dies ist nicht wahrscheinlich. Man hat S. 138 gesehen, daß Hr. Lindenburg die verschiedene Angabe des eigentlichen Erfinders ebenfalls aufgefallen ist: um so mehr schien es mir der Mühe werth zu seyn, meine Vermuthung etwas ausführlich und mit Belegen vorzutragen, da die Sache einen in der Materie,

serie, die uns ~~ist~~ beschäftigt, und für Herrn Sals  
Fels Ruhm so wichtigen Gegenstand betrifft:  
suum cuique.

### 3. Zusatz zu S. 137 und 150.

Da ich des Herrn Crusius Ankündigung der  
Hindenburgschen Factorentafeln, S. 140—150,  
ganz eingerückt habe; so war natürlich auch den  
S. 137 in der Note erwähnten Zusatz aus der  
neuen Leipz. Zeitung von gel. Sachen, 1776.  
St. LXV. beizufügen: ich habe ihn aber nicht  
frühe genug erhalten, und kann ihn erst ~~ist~~ in die-  
sem Nachtrage mittheilen; hier ist er:

Ergänzung zu der Nachricht in dem vorhergehenden  
Stücke vom 8ten August.

„Der enge Raum dieser Zeitungen verstattete  
nicht, vorgedachter Nachricht noch eine Erinne-  
rung beizufügen, ohne welche die Anzeige: daß  
die Leipziger Factorentafel nur jedesmal den klein-  
sten Divisor der Zahl angeben werde, leicht un-  
recht verstanden werden kann. Man hat daher,  
für nöthig erachtet, um allen Irrungen zuvor zu  
kommen, sich zu erklären, wie man auf eine be-  
scheidene Art mehr zu liefern sich vorgesezt, als  
man versprochen hatte; indem dieser kleinste  
Factor, bey der übrigen bequemen Einrichtung  
der Tafel, unter gewissen Umständen mit solchem  
Nachdrucke, als ihm nur immer eine gute Cultur  
hat geben können, im Publico erscheinen wird,  
so, daß er durch seine Stellung und Lage gegen  
die

die anderen Zahlen, nicht selten alle seine Brüder, oder die meisten, auf der Stelle, und ohne weiteres Nachforschen, zu erkennen geben wird. Für andere Fälle werden leicht anzuwendende Rechnungs- und Vergleichungsvortheile in der Tafel zu haben seyn, wodurch man, mit sehr wenigem Zeitverlust die übrigen Factoren leicht wird finden können. Der dahin gehörigen, bequem eingerichteten, Multiplivirtabelle, ist bereits in der Nachricht selbst gedacht worden. Das, was in der Folge, dieser Tafeln wegen, weiter bekannt zu machen nöthig seyn wird, wird man zunächst in diesen Blättern anzeigen."

Siegfried Leberecht Crusius.

4. Zusatz : S. 156. 157.

Hier ist die Rede von der Priorität der Erfindung einer mechanischen Einrichtung zur Bestimmung der Factoren von zusammengesetzten Zahlen. Ich finde zwar nirgends (oder ich müßt es übersehen haben), daß Herr Sellkel sich für den ersten Erfinder irgend einer solchen Einrichtung ausgiebt; wohl aber, und an mehr als einem Orte, für den Erfinder seiner Maschine, und für den ersten Bekanntmacher irgend einer solchen Einrichtung: dies zusammengenommen kann nun freylich in der Folge der Zeit, oder auch schon jetzt bey Lesern, die nicht jedes Wort erwägen, und mit dieser Geschichte nicht ganz bekannt sind, so viel gelten, als ob Herr Sellkel der erste Erfinder irgend einer solchen Einrichtung sey.

179. Hiervor nun protestiret Herr Zindenburg a. a. O. und da er mir neulich auf meine Bitte, die etwa von ihm gesammelten, zu dieser Factoren-geschichte dienenden Papiere gefälligst mittheilte, so ist mir lieb, daß er mir zugleich die authentischen Belege, die seine Priorität einer solchen Erfindung bezeugen, anvertrauet hat. Sie bestehen in zwey, mit gehörigen Stempeln, Siegeln, Unterschriften und Belegen versehenen Attestaten, vom 8ten May 1778: in dem ersten bezeuget Herr Meinhold, Buchdrucker und Factor der Hofbuchdruckerey zu Dresden, daß „im August des 1774sten Jahres Herr Mag. Zindenburg die beiden angeschlossenen mathematischen Tabellen zu Erfindung und Einschreibung der theilbaren, untheilbaren, so wie vieler andern Zahlen, zusammen an 4 Bogen, an die Churfürstl. Hofbuchdruckerey zum Drucken übergeben habe, und daß in ermelderem Monate und Jahre von diesen Tabellen wirklich Exemplaria abgedruckt worden u. s. w.“ Das zweyte Attestat dienet zur Beglaubigung des erstern, und ist mit allen Curialibus von dem Notarius, Herrn Aug. Gottlob Stockhardt, mit Zuziehung zweyer Zeugen, der Buchdruckergesellen Seller und Engelthal, ausgefertigt.

Es ergibt sich also hieraus deutlich und unteugbar, zu welcher Zeit schon so etwas von Herrn Zindenburg ist gedruckt worden, und zwar etwas, das er doch gewiß schon eine Zeit vorher muß gefunden haben. Daher ihm eine Priorität von anderthalb Jahren oder mehr, zur

Er.

Erfindung irgend einer mechanischen Einrichtung quæstionis, ohnstreitig vor Herrn Seltel zugesichert ist. — Noch einen andern Beweis für ihn finde ich in Herrn von Schönbergs Briefe vom 2ten Decemb. 1775, (in diesem Briefwechf. Iter B. a. d. 310 S.) wo ausdrücklich steht: „auf ähnliche Vorthelle ist mein Hofmeister gefah-  
 „len, wie er denn gegenwärtig in dem Besitze ei-  
 „ner Methode ist, die Prim- und zusammengesetz-  
 „ten Zahlen zu finden, mit ihren Divisoren, auf  
 „dem möglichst kürzesten Wege; wenn man einen  
 „solchen Weg so nennen kann, auf welchem man  
 „diese Zahlen, auf eine mechanische Art, fast  
 „augenblicklich findet &c.“

5. Zusatz zu S. 191.

Lambert schrieb Herrn Seltel: „er möchte, um seine Tafel verständlicher und ungekünstelter vorzutragen, wenigstens den Kleinsten Factor in Zahlen ansetzen: diesem Rath ist Herr S., wie man auf der 124 S. gesehen hat, in seinen wieder auflebenden Tafeln gefolget; ich kann aber nicht umhin, des Hrn. Zindenburgs Meynung in der Note  $\pi$  S. 191. beizutreten.“

6. Zusatz zu S. 277. 278.

Hrn. Zindenburgs Anmerkungen sind schon über 2 Jahr alt, und es werden gerade 3 Jahr seyn, seitdem sein Werk in dem allgem. Leipz. Messverzeichniß angekündigt worden. Man wird sich nur um so mehr über die lange Verzögerung desselben verwundern. Sie hat eigentlich zwei Epochen: die erste bis 1782. In dieser machte Lamberts Anforderung, daß alle Factoren sollten angezeigt werden, die Sache einige Zeit ins Strecken gerathen,  
 D. weil

weil die Tafel schon weit berechnet war, als L. diese Anforderung that, und Hr. S. sich nicht sogleich entschließen konnte eine Aenderung vorzunehmen, die so viel schon geschenees vereitelte; Lambert starb; Hr. Zindenburg bekam andere Hindernisse; auch verursachte der Verlag, wegen des Aufwandes einige Schwierigkeit. Endlich war Anfangs 1782 alles im besten Gange, und es ist sehr schade, daß abermalige Hindernisse eine neue und lange Verzögerung verursacht haben; zumal da das Manuscript der ganzen ersten Million mit allen Factoren der zusammengesetzten Zahlen und allen Primzahlen schon lange vollendet ist: denn so habe ich es im Sept. 1784, als ich mich einige Tage in Leipzig aufhielt, besunden; so wie ich auch den Anfang auf groß Regalfolio sehr schön und deutlich abgedruckt gesehen habe. Ich muß gestehen, daß mir die ganze Einrichtung für die Auffuchung der Factoren zusammengesetzter Zahlen ungemein wohl gefallen hat; sie ist weit mehr, als ich erwartete, einfach; ich habe mich davon aus mehreren Proben überzeugt; ganz schnell und augenblicklich kann man die Zeichen der Factoren auf der Stelle, und ohne ein Blatt umzuschlagen, in verständliche Ziffern umsetzen.

Hr. Zindenburg hatte mir schon zuvor, auf mein Ansuchen, zu einem ausführlichen hier anzuhängenden Schreiben, sein Factorenwerk und andere in seinem Briefwechsel mit Lambert berührte Punkte betreffend, Hofnung gemacht: ich bedaure sehr, daß viele Collegia und andere Amtsgeschäfte ihn abgehalten haben, diesen lehrreichen Aufsatz auszuarbeiten, hoffe aber, er werde uns für den folgenden Theil dieses Bandes vorbehalten seyn.

B.

**Joh. Heinrich Lamberts**  
ehemaligen Königl. Preussl. Oberbaurathes und ordentl.  
Mitgliedes der Königl. Academie der Wissenschaften  
zu Berlin 2c.

deutscher gelehrter  
**Briefwechsel.**

---

---

Herausgegeben

von

**Joh. Bernoulli**

der nämlichen Academie der Wissenschaften ordentliches und  
mehr andern aufferordentliches Mitglied.

---

Des funften Bandes zwoenter Theil.  
Zusätze und Berichtigungen zu dem ganzen  
Briefwechsel.

Mit 4 Kupfertafeln.

---

Preis: 20 Gr. Sächs. conv. Selb.

---

---

Berlin, bey dem Herausgeber und bey Franz  
de la Garde.

Leipzig, bey G. E. Beer.

1787.





---

## V o r b e r i c h t.

Mit diesem Theile, wegen dessen später  
Erscheinung ich diejenigen, die ihn  
früher gewünschet und erwartet haben, um  
Bergebung bitte, wird nun des unvergeß-  
lichen Lamberts deutscher gelehrter  
Briefwechsel geschlossen. Der zwente und  
letzte Band seiner logischen und philoso-  
phischen Abhandlungen hat, mit merk-  
würdigen Betrachtungen über Lamberts  
Leben, Schriften und Character, von den  
Herren Professoren Eberhard und Müller,  
begleitet, vor wenigen Wochen endlich eben-  
falls die Presse verlassen. Hinterlassene aus-  
gesuchte Abhandlungen des grossen Mannes,  
über mathematische, astronomische und phy-  
sicalische Gegenstände, habe ich in diesen lezt  
vergangenen Jahren, in die Mémoires de  
l'Acad. des Sc. & B. L. de Berlin, in die  
Acta Helvetica Tom. IX. und in das Leip-  
ziger

---

ziger Magazin der Mathematik, ic. einrücken lassen. Nun wäre zwar noch vorzüglich der Briefwechsel in andern Sprachen (meist französisch) zu drucken übrig, und etwa ein Band vermischter Aufsätze über Materien die schönen Wissenschaften, Philosophie, gemeine Naturlehre ic. betreffend; welchem man Lamberts geführtes Monatsbuch mit dem dabey erforderlichen Commentar, beyfügen könnte. Ich muß aber für jetzt der Bekanntmachung dieser Schriften entsagen, und mich auf den Wunsch einschränken, gelegentlich zu vernehmen, welchen von Lamberts Verehrern mit einer solchen Fortsetzung seiner hinterlassenen Schriften gedienet wäre, um sodann vielleicht unter günstigeren Umständen und mit gehöriger Musse, meine Maassregeln zu ihrer Befriedigung nehmen zu können. Berlin, im Nov. 1787.

Joh. Bernoulli.

---

Inhalt.

---

---

# Inhalt

des

## fünften Bandes, zweyten Theiles.

---

### Zusätze zu dem I. Bande.

- A. Des Herausgebers kurze Bemerkung, den Briefwechsel mit Holland und Karsten betreffend. S. 251
- B. C. Zu S. 304 — 319. Ueber das Problem: zu drey gegebenen Circeln einen vierten zu finden, der jene drey berühre; von den Herren Tessanet und Oberreit; nebst einer andern Aufgabe, von dem letztern 252
- D. Nachricht von den Lebensumständen des verstorbenen Professor Tönnies (zu S. 408). 256

### Zusätze zu dem II. Bande.

- E. Schreiben des Herrn D. und Prof. Reccard über dasjenige, was vom Hrn. Prof. Müller, in meiner Vorrede zu diesem Iten Bande, von Lamberts Religion gesagt wird. (NB. Eine Antwort auf dieses Schreiben, vom Herrn Prof. Müller, siehe in dem 1ten Bande der log. und phil. Abhandlungen, a. d. 372 — 382. S.) 260
- F. Kurzer Nachtrag zu der Geschichte von Lamberts Schriften. 263
- G. Ueber Lamberts Religion; von Hrn. Nicolai. 264
- H. Schreiben des Hrn. Chorherrn Gessner in Zürich, über Lamberts und Orts meteorologische Abhandlungen 266

- I.** Fernere Nachrichten vom Herrn Prof. Jezler in Schafhausen, und a. Brief desselben an den Hrn. ausgeber. 30. Apr. 1782. S. 267
- b. Brief von Lambert an Jezler, d. 29. Apr. 1765. 271
- c. Desgl. vom 30. Sept. 1765. 273
- d. Desgl. vom 19. May 1766. 279
- (Es sind die Antworten auf Hrn. Jezlers Briefe, II. 202 — 222.)
- K.** Hrn. Prof. Grillo, in Berlin, Nachricht von dem verstorb. Kaufmann Good. 281
- L.** a. Hrn. Ludw. Oberreits Zusatz zu seinem Briefe II. 366; von Berechnung der Stundenwinkel auf abweichenden Vertical-Sonnenuhren 282
- b. Derselbe über Lamberts Aufgabe II. 372. und über ein paar Aufgaben in Lamberts Beyträgen zur practischen Geometrie 294
- c. Dessen Nachtrag zu seinem Auffatze von der Reihe für die Quadratwurzel, im Leipz. Mag. 1784. 309
- d. Ders. über eine Stelle von Lamberts freyen Perspective. 320
- e. Ders. Berichtigung einer Stelle in Lamberts Briefe an ihn, II. B. 381. 323
- M.** Noch ein paar Fragmente aus Lamberts Briefen an Oberreit, (mit Anmerkungen von Herrn O.)
1. Von Zeichnung der Kegelschnitte 326
2. Vom Gebrauch des hyperbolischen Sectors. 330
- N.** Kleine litterarische Nachlese zu dem II. Bande. 338

### Zusätze zu dem III. Bande.

- O.** L. Oberreits Anmerkung zu S. 277. wie die absolute Zahl 1,2589 des Log. 0,1000000 zu finden. 340.

### Zusätze zu dem IV. Bande.

- P.** Hr. L. Oberreit über des Frhrn. v. Paccassi neuerfundene Integral-Rechnung 344
- a. Dessel:

- G.** Desselben Anmerkung zu Lamberts Brief an Wolfram IV. 474. u. ff. von sehr convergirenden Formeln zur Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel. S. 353
- R.** Supplemente zu den Briefen von Wolfram an Lambert, IV. 436—536. 364
1. Zu S. 491. Tafel zum Nivelliren. 366
  2. Zu S. 500. Eine Tafel von 9402 Rakettensätzen mit Erläuterungen. 368
  3. Zu S. 503. Verzeichniß der Prim- und durch Primzahlen theilbaren Zahlen, welche unter 1000<sup>2</sup>. 380
  4. Zu S. 508. Drey Proben von Wolframs Weise die hyperbolischen Logarithmen zu berechnen.
 

Erste Probe: durch die Formeln:  $\text{Log. } \frac{1+n}{1}$ ;  
 $\text{Log. } \frac{1}{1-n}$ , und  $\text{Log. } \frac{1+n}{1-n}$  383

Zweite Probe: oder von den Zahlen, deren Logarithmen man aus den Dignitäten der Zahl  $a$  mit Vortheil finden kann. 392

Dritte Probe: Eine Tafel von den Dignitäten von  $\frac{1}{2}$  oder von 5<sup>1</sup>; und wie daraus von verschiedener Zahlen die Logarithmen zu finden 410
  5. Zu S. 517. Verschiedene Wege den Logarithmen von der Primzahl 3343 zu finden, wenn die vorhergehenden kleinern Logarithmen bekannt sind. 428
  6. Zu S. 521. Wolframs Abriss seiner Zergliederung der Zahlen. 438
  7. Zu S. 523. Beispiele von seiner Berechnung der Sinus und Cosinus. 443
  8. Zu S. 529. Dessen Versuch von den Perioden der Decimalzahlen. 448
  9. Zu S. 530. Beweis daß die unendliche Reihe  $\frac{2}{3} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{9.11}$  &c. durch keinen Irrational-Bruch genau ausgedrückt werden könne. 456
  10. Zu S. 533. Drey Beylagen
    - a. 2 Tabellen, welche zeigen, wie viel Primzahlen man bis 10,000, bis 20,000, bis 300,000 und weiter zählen könne. 459
    - b. Tafel,

- 
- b. Tafel, welche von 27 absol. Zahlen, die weitere Ausführung der hyperb. Logarithmen enthält. 460
- c. Zwey weiter ausgeführte Tafeln, die Logarithmen zu verwandeln 461
- II. Auszug eines Briefes von Hrn. Wolfram an den Hrn. S. R. N. Davisson, seine Arbeiten und Briefwechsel mit Lambert betreffend. 461
- S. Hrn. L. Oberreits Betrachtungen über die periodischen Decimal-Reihen, zu IV. 734. 464

### Zusätze zu des V. Bandes I. Theil.

- T. Ein Schreiben des Herrn Hauptmanns v. Stamford, an den Herausgeber um eine Stelle S. 16. zu widerrufen. 482
- V. Der Herren Nic. Fuß und Dan. Bernoulli Berichtigungen meiner Anmerkung, a. d. 34. S. 483
- W. Ant. Fekels abgedr. Rechtfertigung über einige im Vten Bande des Lambertischen Briefwechsels ihm unrecht zur Last gelegte, oder sonst mißverständene Umstände. Nebst Zusätzen des Herausgebers. 486
-

Des fünften Bandes  
Zweiter Theil.

---

Zusätze zu Lamberts deutschem gelehrten  
Briefwechsel.

303 441271 4

441271 4

-----

441271

441271 4



---

---

## Zusätze zu dem I. Bande.

---

---

### A.

Den Anfang dieses gelehrten Briefwechsels machen die zwischen Lambert und dem Herrn von Holland, gewechselten Briefe; sie nehmen den größten Theil des ersten Bandes ein, und werden von Kennern vorzüglich geschätzt. Es ist bekannt, daß der Herr von Holland bald nach der Herausgabe dieser Briefe, die von ihm selbst zum Drucke revidiret und mit Anmerkungen versehen worden, viel zu frühe für die gelehrte Welt, in seinen besten Jahren verstorben ist. Daher mag es zum Theil rühren, daß ich für diesen Band wenig beizufügen habe.

Zu den Stellen S. 15. 107. 116. 117. 151 und 160. welche die früheren Schriften des Herrn Hofrath Karsten's betreffen, hat dieser berühmte Gelehrte an welchem die mathematischen Wissenschaften ganz neulich wiederum einen grossen Verlust durch den Tod erlitten haben, Erinnerungen gemacht die ich bereits in dem IV. Bande S. 348—353 habe abdrucken lassen.

## B.

Bei dem XXXIII. Briefe und den zwey folgenden S. 304—319, kann wegen des darinn untersuchten Problems: zu drey gegebenen Circeln einen vierten zu finden, der jene drey berühre, kann meine Vorrede p. XIX—XXII. und in dem IV. Bande ein Brief von Lambert S. 424—426 nachgelesen werden. Ich muß aber hier noch beyfügen, was der in der Vorrede S. XXII. angeführte berühmte Mathematiker Herr Prof. Tessaneck in Prag, in Absicht auf Newtons Beleuchtung dieser Aufgabe mir am 20. April 1782 überschrieben hat.

In Tomo I. *Epistolarum Cl. Lamberti* videtur Problema de describendo circulo, qui tangat tres circulos positione & magnitudine datos. Existimo autem, unum casum alio difficiliorem non esse & *Newtonum* in Lemmate XVI. Libri Imit (*Quamvis ibi de Problemate Mo trium circulorum ne quidem cogitaverit*) Problema istud pro omni casu resolvisse. Locus enim centrorum circulorum datos duos circulos externe tangentiū est hyperbola; & centrum circuli describendi, qui tangat externe datos tres circulos, est intersectio hyperbolarum, communem focum habentium. Hanc intersectionem *Newtonus* ope Geometriæ communis determinat. Axis autem hyperbolæ unius, & alterius est differentia radiorum circulorum datorum, qui bini combinantur. Describendus jam fit circulus, qui interne tangat datos tres circulos; & eadem est solutio respective.

Descri-

Describendus sit circulus qui unum datorum tangat interne, duos externe. Dico, locum centrorum circularum, qui unum datorum tangant interne, alterum externe, hyperbolam esse, cujus axis æqualis est summæ radiorum circularum datorum. Ergo in omni casu axis hyperbolæ unius, & alterius est vel summa, vel differentia radiorum duorum circularum, qui bini combinantur. Solvitur ergo Problema in omni casu interfectione duarum hyperbolarum, communem focum habentium. Quam interfectionem cum Newtonus in Lemmate citato ope Geometriæ planæ determinaverit, existimo, eum Problema trium circularum citato loco pro omni casu solviffe. Determinatio enim axium hyperbolarum in diversis casibus facillima est; ut adeo tota difficultas consistat in determinanda interfectione duarum hyperbolarum, communem focum habentium. Opinor etiam non esse quærendam solutionem casuum omnium generalem; sed quot sunt casus, tot esse Problemata, quæ singula seorsim sunt pertractanda. Videtur id bene illustrari sequenti facillimo exemplo:

Ducenda sit linea recta, quæ tangat duos circulos datos.

Fig. 1. Sia  $AB = x$ ,  $BD = a$ ,  $BC = r$ ,  $DE = R$ ; erit

$$x:r = x+a:R; \quad x:r = a:R-r; \quad x = \frac{ar}{R-r}$$

autem possunt 4 tangentes; quarum una est FG. Suntque casus duo: unus, si punctum A cadat ultra D & B; alter, si inter B & D. Arbitror au-

tem, non esse quærendam solutionem Problematis generalem, quæ utrumque casum complectatur; obtinetur enim pro casu utroque seorsim æquatio gradus primi. Et hanc ob rem non quærerem æquationem gradus secundi, multo minus (licet 4 tangentes duci possint) æquationem gradus quarti.

Idem sentio de Problemate trium circulorum. Quod proinde citato loco a Newtono adæquate solutum esse existimo.

## C.

Ueber dasselbe Problem, von dem Churfürstl. Sächs. Ober-Finanzbuchhalter Herrn Ludwig Oberreit in Dresden. \*)

a. S. 314. des Briefwechsels sagt L. von dem Problem einen Cirkel zu finden, der drey andere gegebene und zugleich sich selbst berührende Cirkel ebenfalls berühren soll, habe er in einer Dissertation eine algebraische Auflösung gesehen, die nicht kurz gewesen sey. — Ich habe, ohne eine Auflösung vorher gesehen zu haben, vor mehreren Jahren mich ebenfalls an dieses Problem gemacht, und das Resultat meiner Auflösung, wie ich glaube, so geschmeidig gefunden, als man es verlangen kann. Denn sind die Halbmesser der gegebenen Cirkel =  $p$ ,  $q$  und  $r$ : so ist der Halbmesser des  
- gesucht

\*) Aus 2 Briefen an mich vom 18. Januar und 2. März 1782. B.

gesuchten der jene innen oder außen berühren wird,  $= pqr : [2\sqrt{pqr} \cdot \sqrt{(p+q+r) \pm (pq+pr+qr)}]$ . Dies führe ich nur als eine Anmerkung zu jener Stelle an.

Kürzlich ist mir eine Aufgabe vorgelegt worden, die mir ebenfalls einige Aufmerksamkeit zu verdienen schien.

Fig. 2. Von einem Triangel nämlich der mit einer aus einem Winkel gezogenen Linie getheilt ist, sind gegeben die Winkel  $m$  und  $n$ , desgleichen die entgegen gesetzten Grundlinien  $a$  und  $b$ . Man soll daraus die übrigen Seiten und Winkel finden. — Ich habe eine Auflösung gefunden, die zu einer ganz leichten und einfachen Construction Anleitung giebt: nämlich  $\text{Cot. } p = (b \cdot \text{Cot. } n - a \cdot \text{Cot. } m) : (a + b)$ .

$b$ . — Wegen der letztbemeldten Auflösung des Problems von den drey Eirkeln, achte ich für dienlich, zu Vermeidung etwaniger Mißdeutung hier noch anzumerken, daß jene nur für einen besondern Fall dienet. Die allgemeine Formel aber ist eigentlich folgende, die allerdings auch weitläufig ist. — Die Seiten des Triangels, den die Distanzen der Mittelpuncte der gegebenen Eirkel formiren, seyen  $= a, b, c$ ; die den Seiten gegen überstehenden Halbmesser derselben Eirkel  $= p, q, r$ ; der Halbmesser des gesuchten, alle drey berührenden Eirkels  $= x$ ; und die gesuchte Gleichung sey  $Ax = \pm \sqrt{B - C}$ ; so ist, wenn man Kürze halber, den vierten Theil des Flächen-Inhalts des Triangels, oder

$\sqrt{[a^2 - (b - c)^2]} \cdot \sqrt{[(b + c)^2 - a^2]} = S$   
 setzt:

$$A = 4$$

$$A = S^2$$

$$\begin{aligned}
 A &= S^2 - 4a^2 \cdot (p-q) \cdot (p-r) \\
 &\quad - 4b^2 \cdot (q-p) \cdot (q-r) \\
 &\quad - 4c^2 \cdot (r-q) \cdot (r-p).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= S^2 \cdot [a^2 b^2 c^2 - a^2 \cdot (p-q)^2 \cdot [b^2 - (p-r)^2] \\
 &\quad - b^2 \cdot (q-r)^2 \cdot [c^2 - (q-p)^2] \\
 &\quad - c^2 \cdot (r-p)^2 \cdot [a^2 - (r-q)^2] \\
 &\quad - [p^2 \cdot (r-q) + q^2 \cdot (p-r) + r^2 \cdot (q-p)]^2. ]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -C &= a^2 p + b^2 q + c^2 r - a^2 b^2 (p+q) - a^2 c^2 (p+r) - b^2 c^2 (q+r) \\
 &\quad + a^2 \cdot (p-q) \cdot (p-r) \cdot (2p+q+r) \\
 &\quad + b^2 \cdot (q-r) \cdot (q-p) \cdot (2q+p+r) \\
 &\quad + c^2 \cdot (r-p) \cdot (r-q) \cdot (2r+p+q).
 \end{aligned}$$

Man sieht hieraus, daß, ungeachtet der starren und weitläufigen Verwickelung, doch eine gewisse Regelmäßigkeit der Combinationen sich zeigt. — Am kürzesten wird der Ausdruck, wenn  $p=q=r$

ist; denn da wird  $x = \frac{abc}{+S} - p$ .

#### D.

Von den Gelehrten, welche an den übrigen Abschnitten des I. Bandes Theil haben, sind ferner auch einige verstorben: Bodmer, Savichorst, Plouquet und Cönnies; von dem letztern, als dem wenigst bekannten und auf den jedoch Lambert, wie man aus seinem Briefe S. 408—414 sieht, viel gehalten hat, wird eine kurze Nachricht von seinen Lebensumständen nicht unangenehm seyn. In Meusels gel. Deutschland, 4te Ausgabe

Ausgabe, 4ter Band (1784) liest man: „**Joh. Heinr. Tönnies** geb. zu Elze im Hildesheimischen, am 10. Aug. 1725, war bis 1769 Professor der Philos. zu Kiel, hierauf 1771. Prediger zu **Dehmen** im Mecklenburgischen bis 1773, da er abgedankt wurde. Seitdem hält er sich bald zu **Lüneburg**, bald zu **Wandsbeck** auf.“ Aber in eben dem Jahre da dies gedruckt wurde, starb **Tönnies** zu **Wandsbeck** (bey Hamburg) zufolge der **Gothaischen** gel. Zeitung vom 25. Sept. 1784. \*) Folgenden Auszug eines Briefes den ich im März 1782, von einem Freunde erhielt, kann demnach nunmehr nicht anders als unschädlich seyn.

„— Zur Verbesserung der Umstände des **Hrn. Prof. Tönnies**, oder zum Absatze seiner Schriften, wird die Nachricht in dem **Lambertschen** Briefwechsel wohl nichts beitragen können. Er ist ein viel zu sonderlicher Mann. Um das zu beweisen, will ich Ihnen ein paar Anekdoten die wohl gewiß sind erzählen. Wie er im **Mecklenburgischen** Prediger geworden, unterließ er, theils bey der **Taufe**, theils bey der öffentlichen Sprechung des **Segens**, ein **Kreuz** zu machen, welches vor-

A 5

„ten

\*) S. 408. in der Anmerk. hatte ich **Tönnies** schon für verstorben gehalten, und mich auf **Hrn. Neusel** berufen; dies war aber auf Glauben der 2ten Ausg. des gel. Deutschlands. In dem Nachtrage zu dieser Ausgabe wurde **T.** wiederum unter die Lebenden gesetzt.

„ten Gebrauch ist. Die Gemeinde wird darauf  
 „aufmerksam; sie fragen ob er, das mit Fleiß thue;  
 „er erwidert ja, und werde sich nie dazu verstehen,  
 „ein Kreuz zu machen. Sie klagen also beim Her-  
 „zog, Er wird gefordert; der Herzog unterredet  
 „sich selbst mit ihm, fragt warum er kein Kreuz  
 „machen wolle, und erhält zur Antwort, das sey,  
 „das Zeichen des Thieres, wovon in der Offenb.  
 „Joh. 13. v. 16. 17. und Cap. 14, 9—11. stünde,  
 „und denen die es machten oder annähmen, die  
 „Verdammniß gedrohet würde. Der Herzog fährt  
 „fort: das ist doch wohl so ganz ausgemacht noch  
 „nicht; und wenn es das wäre, so möchte er seine  
 „Gemeine davon unterrichten und überzeugen, bis  
 „dahin aber sich zu ihrer Schwachheit herablassen.  
 „Da dies aber Alles nichts helfen, und die Gemeinde  
 „durchaus ihn nicht zum Prediger behalten will: so  
 „bestimmt er seinen Abschied.“

„Darauf kam er nach Hamburg, mietete  
 „sich in einem Bauernhause vor Hamburg eine  
 „elende Stube, und behalf sich sehr kümmerlich.  
 „Ich habe ihn in diesem Zustand ein paar Mal  
 „nicht ohne Mitleiden gesprochen, weil er kaum sich  
 „sättigen konnte. Dies bewog verschiedene Freunde,  
 „die am Mellenburgischen Hofe bekannt waren, zu  
 „bitten, ob der Herzog ihm nicht eine Pension aller-  
 „gnädigst möchten zufließen lassen. Ihm wurden  
 „gleich 200 Thaler bewilliget, wenn er nur darum  
 „ansuchen wollte. Was! ich ansuchen? Schul-  
 „digkeit des Herzogs ist es; alles will ich drucken  
 „lassen, alles noch so geheimes. Das war die  
 „Antwort, welche er seinen Freunden gab. Er  
 „wusste



„wußte freylich, da er auf Ludwigslust über Jahr  
 „und Tag gewesen, manche geistliche Betrügeren,  
 „wormit scheinheilige —, den wirklich frommen  
 „Herzog hintergangen und ihren Vorthell erhascht  
 „hatten. \*) Seine Freunde wendeten sich also von  
 „neuem an den Herzog und baten in seinem Namen  
 „um eine Pension. Sie wird ihm jährlich von  
 „200 Thlr. bewilliget. Nun soll er einen Em-  
 „pfangschein schreiben: daß mir die allergnädigst  
 „bewilligte Pension u. s. w. ausgezahlt. Das  
 „will er schlechterdings nicht. Er besuchte mich  
 „eben damals und erzählte mir den Vorfall: den-  
 „ken Sie, sagte er mit großer Heftigkeit, ich soll  
 „um eine läppische Pension schreiben, allergnäd-  
 „digst bewilligte. Schuldigkeit ist es; mehr  
 „als das kann ich verlangen. Der Herzog hat sich  
 „endlich so herab gelassen, daß er dem Postsecretair  
 „in Hamburg Ordre gegeben, die Pension halbjäh-  
 „rig ihm auszuzahlen, und sich nur einen Post-  
 „schein darüber von Herrn Prof. Tönnies unter-  
 „schreiben zu lassen. Davon lebt er denn nun!“

\*) Daß von der vorigen Regierung die Rede ist,  
 muß ich, war' es auch nur um eines Lesers wila-  
 len, erinnern.

B.

## Zusätze zu dem II. Bande.

### E.

Ueber die zwey ersten Bände von Lamberts Briefwechsel überhaupt und insbesondere über den in meine Vorrede zu dem zweyten Bande eingerückten Aufsatz des Hrn. Prof. Müllers, hat mein würdiger Freund, der gelehrte und berühmte Herr Doctor Reccard, Consistorialrath und Professor der G. G. in Königsberg, am 9. Julii 1782, folgendes an mich geschrieben: ich hoffe es werde ihm nicht zuwider seyn, wenn ich es hier abdrucken lasse.

Lamberts Briefwechsel hat mich sehr vergnügt, zumal da ich nicht nur verschiedene von denen, mit welchen er correspondirte, persönlich kenne, sondern er mir auch selbst einige von den Briefen, die ich hier gedruckt finde, ehemals gezeigt und darüber vieles mit mir gesprochen. Eben dieses gilt von seinen Religionsmeynungen, in deren Rücksicht ich nicht weiß, was ich von Hrn. Müllers Nachrichten darüber denken soll. Lambert würde in den ersten Tagen nach seiner Ankunft in Berlin zufälliger Weise mit mir bekannt, und war bis zu meinem Abzuge mein vertrautester Freund. Er kam gewöhnlicher Weise alle Freytag zu mir, und brachte den ganzen Nachmittage mit mir zu. Ich habe oft und viel vom Christenthume

„hume mit ihm geredet, aber von dem Commu-  
 „nionbüchlein weiß ich nichts. \*) Er war gewiß  
 „ein frommer Mann, aber eben so sehr aus Ein-  
 „sicht als in der That. Ihn als einen Sectirer sich  
 „vorzustellen, würde eben sowohl Beleidigung für  
 „ihn als Unwahrheit seyn, ob er gleich sein Reli-  
 „gionsystem, welches er wohl durchgedacht hatte,  
 „auch sehr eifrig gegen Widersprecher zu vertheid-  
 „gen pflegte. So lange ich ihn gekannt habe, hat  
 „er nie etwas darin geändert, und an den Geheim-  
 „nissen des Christenthums nie einen Anstoß genom-  
 „men. Er pflegte zu sagen, daß er an dem Chri-  
 „stenthume zweifeln würde, wenn es keine Ge-  
 „heimnisse hätte, und daß es ein elender Grundsatz  
 „sey, nichts glauben zu wollen, als was man be-  
 „greifen könne, welches man doch in so viel andern  
 „Dingen täglich thun müsse. Die damals anfan-  
 „genden Neuerungen in der Religion waren ihm  
 „anstoßig, und er unterhielt mich oft mit sehr  
 „gründlichen Widerlegungen einiger herauskom-  
 „menden Schriften. Es war ihm freylich etwas  
 „leichtes, Trugschlüsse zu entdecken, durch welche  
 „sich vielleicht hundert andere verführen ließen. Ich  
 „weiße daher noch sehr daran, daß er nachher an-  
 „deres

\*) Herrn Prof. Müllers angenehm geschriebener  
 Aufsatz mag wohl einige Einschränkung leiden;  
 aber mit dem Communionbüchlein hat es seine  
 Wichtigkeit; ich frequentirte damals eben die fran-  
 zösische Kirche, an die Lambert sich hielte. Herr  
 Beccard wird nicht Gelegenheit gehabt haben ihn  
 bey der Communion zu beobachten. B.

„beres Sinnes sollte geworden seyn, und wüßte  
 „auch nicht aus welchen Gründen dieses geschehen  
 „seyn sollte. \*) Ihr versprechen alles was Sie  
 „unter seinen Schriften auch von Aufsätzen welche  
 „die Religion betreffen, finden, drucken zu lassen,  
 „wird zu meinem und vielleicht mehrerer Vergnü-  
 „gen in der Erfüllung dienen. \*\*) Denn wer wird  
 „nicht wünschen, er mag nun eine geoffenbarte Re-  
 „ligion glauben oder nicht, doch zu wissen, was  
 „Lambert darüber gedacht hat. Sollte er, wel-  
 „ches ein immer möglicher Fall ist, in einigen Stü-  
 „cken auch geirret haben, so sind doch eines so groß-  
 „sen Mannes Irrthümer es wohl werth, bekannt  
 „gemacht zu werden. Was mich betrifft, so er-  
 „warte ich in diesen Aufsätzen viel Wahrheit, wel-  
 „che vielleicht noch nie so gut von Theologen als  
 „von Lambert gesagt ist, und wenigstens von ihm  
 „gesagt, mehr Eindruck macht.“

\*) Wie dies vielleicht ohne eigentliche Gründe, nach  
 und nach kann geschehen seyn, nachdem Herr D.  
 Neccard, schon 1765 oder 1766 Berlin verlas-  
 sen hatte, findet man in der mehrerwähnten Vor-  
 rede von Herrn Müller, und weiter unten in  
 dem Zusatze G. von Herrn Nicolai angezeigt.

B.

\*\*) Ich weiß nicht, was ich hierzu sagen soll: ich  
 habe leider schon viel versprochen, welches durch  
 die Gleichgültigkeit des Publicums und andere  
 Umstände in der Erfüllung unmöglich geworden:  
 zum Glück sind solche litterarische nicht voraus-  
 bezahlte Versprechen keine Wechselbriefe. B.

F.

## F.

Zu dem Briefe an Haufen, II. S. 56—60.

Von den Wegen die Lambert in seinen philosophischen und mathematischen Untersuchungen, und der Ausfertigung seiner Schriften genommen, findet man lehrreiche Nachrichten und auffallende Spuren in dem ist auch unter der Presse befindlichen 2ten Bande seiner logischen und philosophischen Abhandlungen (oder Fragmente), und in dem schätzbaren demselben bengefügtten Beytrage zu Lamberts Biographie, den der berühmte Philosoph Herr Professor Eberhard in Halle, der Pyrometrie vorgefekt hat.

In der Note S. 58. 59. habe ich etwas von ein paar unvollendeten Uebersetzungen der cosmologischen Briefe, und in dem Inhalte S. XXV. von Hrn. Merian's gedruckten französischen meisterhaften Auszuge dieses Werkes gesagt. Hier kann ich noch beyfügen, daß der geschickte Astronom Herr Darquier zu Toulouse, die cosmologischen Briefe ganz in das Französische überfekt hat; sein Manuscript wurde im verwichenen Jahre dem Herrn de la Lande in Paris überschickt, um es baselbst dem Druck zu übergeben.

G.

Zu dem Briefe an J. A. Urlsperger,  
II. S. 123—126.

Eine Anmerkung in Herrn Nicolai's Beschreibung seiner Reise durch Deutschland und die Schweiz, VIII. B. a. b. 107. 108. S. kann ich hier um so weniger aus der Acht lassen, als sie sich ganz eigentlich auf diesen Brief (vom 18. März 1775) beziehet, und zugleich Herrn Doctor Reccard auf seine Zweifel (oben Zus. E.) zur Antwort und Aufklärung dienet.

„Ich habe, schreibt Herr Nicolai, über die „sogenannte deutsche Gesellschaft zur Beförderung reiner Lehre im VII. Bande S. 91. ff. „frenmüthig meine Meinung gesagt. Herr Urlsperger vertheidigt sich darüber in einem Buche: „(Zeugnisse der Wahrheit wichtig und ma- „cherley, 1786. 4.) das ich so eben erhalte.“ — Dann setzt Herr N. in einer Note folgendes hinzu:

„Herr U. hat in dieser Schrift auch viel mit „seiner jetzt längst vergessenen neu seyn sollenden „Erklärung der Dreieinigkeit zu thun, und ist übel „zufrieden, daß sie ehemals einem Recensenten in „der A. d. B. nicht hat einleuchten wollen; wie er „denn allenthalben ganz sanftmüthig auf die Neologen schilt, ohne zu bedeuten, daß seine eigene „Erklärung ja auch neu seyn sollte. S. 44. führt „er ein Kompliment an, das ihm der seel. Lam- „bert

„bert 1775 über seine Dreieinigkeitslehre in  
 „seinem Briefe geschrieben hat. Lambert, (der  
 „vom VII. Bande an, ein beständiger sehr fleißi-  
 „ger Mitarbeiter an der allgem. deutschen Bibl.  
 „war) versichert hier Herrn Urlsperger, daß er  
 „die theologischen Recensionen in der A. d. B. größ-  
 „tentheils nicht lese. Hätte Herr Urlsperger  
 „nicht also ein Zweifel einfallen können, Lambert  
 „würde auch wohl Hrn. Urlspergers neue Drey-  
 „einigkeitserklärung, die in der That etwas lang  
 „gerathen ist, nebst den Recensionen derselben, nicht  
 „gelesen haben. Es könnte leicht seyn! Was Lam-  
 „bert S. 40. von seinen damaligen Gesprächen mit  
 „mir erzählt, ist vollkommen richtig. Aber nach meh-  
 „reren Gesprächen dieser Art, in welchen ich meine  
 „Gründe auch vortrug, und worin Lambert ge-  
 „stand: Er habe theologische Materien nicht  
 „untersucht, und möge sie nicht untersuchen,  
 „ging es etwas anders. Eben weil er nicht theolo-  
 „gische Gegenstände untersuchen mochte, hatte  
 „dieser scharfsinnige Philosoph bis dahin die theo-  
 „logischen Sätze in seinem Kopfe ruhen lassen,  
 „wie er sie in seiner Jugend mechanisch gelernt  
 „hatte. Unsere wiederholten Gespräche gaben aber  
 „Anlaß, daß er nachher die theologischen Recensio-  
 „nen in der A. d. B. sehr fleißig zu lesen anfing.  
 „Er philosophirte nun sehr oft in meiner Gegen-  
 „wart darüber, und ich hatte das Vergnügen zu  
 „sehen, wie sich fast jeden Monat seine Ideen auf-  
 „klärten, und wie sie, obgleich auf einem ihm ganz  
 „eigenen Wege, den Ideen der theologischen Re-  
 „censenten in der A. d. B. immer näher kamen.

B

„Ich

„Ich zweifle sehr, daß Lambert im Jahr 1777  
 „einen solchen Brief an Herrn Urlsperger würde  
 „geschrieben haben, als im Jahre 1775.

## H.

Zu dem Briefe von L. an Ott. S. 198. 199.

**U**eber meine Anfrage wegen Lamberts und Ottes  
 ungedruckt gebliebenen meteorologischen Ab-  
 handlungen und der darzu gehörenden Zeichnung,  
 hat der verehrenswürdige Herr Chorherr Gessner  
 mich mit einem sehr rührenden und gefälligen  
 Schreiben beehret, von welchem ich ungerne nur  
 das hieher gehörende eintücke.

— — — „Sie können also leicht vermuthen,  
 „wie willkommen mir der beygefügte Lambert-  
 „sche Briefwechsel bey dessen Empfang müsse ge-  
 „wesen seyn, da er mich — des vortreflichen Lam-  
 „berts und mit ihm geflogenen Umganges erin-  
 „nert. Ich ermangelte nicht alsobald in den  
 „Schriften unserer physicalischen Gesellschaft nach-  
 „sehen zu lassen, was von des sel. Lamberts an  
 „Herrn Ott abgegebenen Schriften vorhanden sey,  
 „um es Ihnen ungefümt zu übersenden. Aber zu  
 „meiner Bestürzung hat sich von den über des sel.  
 „Herrn Otten von Herrn Lambert gemachten  
 „und mit größtem Fleiße verzeichneten thermometri-  
 „schen und meteorologischen Beobachtungen kein  
 „einiger Buchstaben oder Zeichnung gefunden. Und  
 „ist vermuthlich in des unglücklichen Pfarrer W.  
 „dem



„denn diese Manuskripte anvertraut wurden, hinter-  
 „lassen Schriften geblieben, die nun alle unter  
 „hochobrigkeitlichem Siegel verwahrt liegen. Auch  
 „selbst mangelte bey unserer Gesellschaft Herrn  
 „Otten Auffatz, sonst wäre derselbe wirklich von  
 „der Gesellschaft nebst Lamberts Anmerkungen  
 „in Druck gegeben worden. Ich machte mir von  
 „beiden, da Herr Ott noch lebte, einen kurzen Aus-  
 „zug, und eine Copie von Herrn Lamberts Zeich-  
 „nung, welche ich Ihnen zusende; jedoch finden Sie  
 „diese Zeichnung accurater und vollständiger in  
 „Lamberts Pyrometrie.“ \*)

## I.

Zu Zeklers Briefen an L. II. Band.

S. 200—222.

(S. 202.)

Mein Verlangen nach Lamberts Briefen an  
 den Herrn Professor und Rathsherrn Zer-  
 ler in Schaffhausen konnte bey einem so gefälli-  
 gen und für die Wissenschaften mit brennendem Ei-  
 fer

B 2

\*) S. Tab. VII. Fig. 39. Im Texte beziehen sich  
 auch die 4 od. 5 letzten Seiten 356 bis 360 auf  
 Otts Beobachtungen: es wäre aber noch wohl  
 der Mühe werth, die gedachten Abhandlungen  
 vollständiger bekannt zu machen: nur kann ich  
 mich meines theils ist nicht dazu verbinden.

B.

fer befezten Manne nicht ohne Wirkung bleiben; und da er jedem der ihn auch nur aus Lamberts Briefwechsel oder aus den in meiner Anmerkung S. 200. angezeigten Schriften kennet, merkwürdig und achtungswürth seyn muß, so wird man gerne auch einen Theil des Briefes lesen den Herr Fetzler bey Uebersendung der Lambertschen an mich abgelassen hat.

## a. Fetzler an Bernoulli.

Schaffhausen den 30. April 1782.

Ihro werthestes Schreiben machte mir ein übersaus großes Vergnügen durch die Gelegenheit, so er mir gab, Euer — ein unendlich kleines Zeichen zu geben von der aufrichtigen Bereitwilligkeit Ihnen mit meinen schwachen Kräften aufzuwarten. Sie empfangen also hier die Abschriften der drey Briefe, die ich von Herrn Lambert erhalten. Mehrere bekam ich von diesem großen Manne nicht; wenigstens finde ich unter meinen Briefen sonst keine. Mein nach Anno 1766 gehabter Beruf hinderte, ja brachte mich sehr von der Mathematik weg. Die Briefe hab ich getreulich mot à mot abgeschrieben. Ob Sie sie nun ganz drucken, oder einiges Besondere weglassen wollen, steht ganz bey Ihnen. Von meinen meteorologischen Beobachtungen, die ich auf einigen Schweizerbergen gemacht, ist nichts gedruckt, als was im 3ten Theil der Abhandlungen der physikal. Gesellschaft in Zürich stehet.

Euer

Euer — thun den Liebhabern der Mathematik und Philosophie einen wichtigen Dienst, die Posthuma und den Briefwechsel des Herrn Lamberts, dessen Schriften alle so interessant sind, ihnen in die Hände zu schaffen. Seiner Zeit werde ich sie auch gebrauchen, und wie ich nicht zweifle, vielen Vortheil daraus ziehen. Dermalen darf ich an keine Lektur gedenken. Euer — werden wohl von Hrre Spleiß\*) gehrdet haben, daß ich ikt mit Erbauung und Einrichtung eines Waisenhauses beschäftiget bin, welches mir so viele Zeit wegnimmt, und so viele Arbeit und Mue verursacht, daß ich schlechterdings an eine Erweiterung meiner schwachen Kenntnise, so sehr sie mir auch am Herzen liegt, nicht denken darf. Meine gewöhnlichen Fortgeschfte muß ich daneben besorgen, und die, ob schon sehr wenig bedeutende Lektionen der ersten Anfänge der Mathematik und Physik auch geben; welches alles so viel Zeit wegnimmt, daß ich meist außer Stand gesetzt werde, auch nur die mir zukommenden Briefe zu beantworten. An meinem Waisen-Unternehmen ist mir alles gelegen, und ich muß es, wenn ich zum Zweck kommen will, desto eifriger betreiben, und mir desto mehr angelegen seyn lassen, weil diese Sache hier ziemlich gleichgültig angesehen wird, und fast niemand an diesem

\*) Ein sehr geschickter würdiger Schatzhausseer, Nette des verstorbenen Prof. Spleiß (s. II. B. S. 201. die Note). Er hat sich als Hofmeister junger Grafen von Goloffin aus Holland lange in Berlin und Petersburg aufgehalten. B.

270

unthigen Theil nimmt. Wäre ich nicht des Werths dieser Sache so sehr überzeugt; hätte ich nicht für alle Mühe und Arbeit, ja Haß und Meid, in jenem Leben eine Belohnung zu gewarten, und wäre es nicht weit das Beste, so ich in meiner Prüfungs- und Bestimmungszeit thun kann, so würde ich es nicht unternehmen, wenigstens wegen täglichen und gewissermaßen unaufhörlichen Verdrußlichkeiten schon lang wieder haben liegen lassen. Wie angenehm, wie süß würde mir dagegen die Mathematik und Physik schmecken! Wie herrlich und schätzbar wäre mir, die physische Astronomie mit den vortreflichen Erweiterungen der Neuern täglich besser zu verstehen! Ja wie erwünscht wäre mir, meine Tage in Berlin zuzubringen, wo ich so viele Gelegenheit hätte in verschiedener großen Leute Umgang täglich zu lernen! Ach, theuerster Herr Professor! tausendmal kümmert es mich, daß ich nicht mehr weiß, und daß meine Kräfte und Umstände meiner Wissensbegierde nicht entsprechen.

Euer — haben Dero Herrn Onkel, und die mathematische Physik ihren größten Mann verloren. Ach! daß ich doch auch Etwas von dem Geiste dieses großen Mannes hätte erben können! Er war wohl der größte Liebling der Natur; Ihm entdeckte sie Geheimnisse, wenn andere große Männer sich im Reiche des bloß Möglichen vertieften, und oft mit Hypothesen sich abgaben, wenn Er die Wahrheit berechnete.

b. Lam-

## b. Lambert an Fezler.

Berlin den 29. April 1765.

Ich hab es bis zur Leipziger Messe verschoben, auf Dero wertheste Zuschrift vom 6. Januari \*) zu antworten, inzwischen aber von Thur aus längst schon Antwort erhalten. Von Augsburg und Geneve zwar noch nicht. Es hat aber auch nichts zu sagen. Indessen erstatte Euer — für die übernommene Mühe den schuldigsten Dank, und erbiete jede Gegengefälligkeiten um so ehender, da mich meine einmal bestimmtere Umstände an solche Erbietungen denken lassen. Ich habe das Vergnügen, hier bey vielen guten Freunden zu bleiben, einem ungleich einträglicheren Vorschlag von Petersburg aus vorgezogen, wo man mir die beiden Stellen eines Direktors der mathematischen Classe und des Secretärs der Academie nebst den damit verknüpften Einkünften angeboten, welches so viel sagen wollte, als ich solle anders und mehr begehren. Für alles dieses habe ich freilich hier das Aequivalent noch nicht. Indessen wurde versprochen mehr zu thun, unter dem Grunde oder Vorwande einer anfänglichen Probe.

Inzwischen bekam ich alle Hände voll zu thun. Es wurde eine Commission ernannt, die academischen Sachen wieder in besseren Gang zu bringen. Dabey waren nun alle Stücke und Rechnungen zu

B 4

durchs

\*) Dieser Brief hat sich unter Lamberts Nachlaß nicht gefunden.

durchgehen; das Kalender- und Landchartenwesen, den botanischen Garten etc. in bessern Stand zu setzen. Bey allem diesen hatte ich meinen guten Theil Arbeit, und sie ist noch lange nicht zu Ende. Es ist mir aber im geringsten nicht zuwider.

Vor wenigen Wochen erhielt ich einen Brief aus Augsburg, woraus ich abnehmen konnte, man wolle zu München auch wieder anfangen; worauf ich nachgeschrieben: man möchte daselbst nur ein Mittel finden, was mir pränumerationsweise zugesagt war, wirklich zu pränumeriren, und sodann die Punkten anzuzeigen, die sie von mir verlangen.

Ich weiß nicht, ob Euer — die Tafel von den Finsternissen bey mir gesehen haben. Sie wird nun nebst der Beschreibung und einer sehr leichten Berechnung der Finsternisse gedruckt, und verhoffentlich auf der Messe erscheinen. Dieses ist das Einige, was ich seit Dero Abreise von hier in mathematischen Sachen gethan habe, nebst einer Abhandlung von den Bomben, wovon ich bereits zweyen Theile der Academie, nicht vorgelesen, sondern den Inhalt erzählt habe, weil die Academici besser darauf acht haben konnten. Ich bin damit noch nicht fertig. Es kommt aber dabey die Theorie vom Widerstande der Luft ganz ordentlich in Richtigkeit, und ich habe endlich Mittel gefunden, die Bahn der Bomben durch eine sehr convergente Reihe zu bestimmen. Es zeigt sich auch, daß Herr Euler in seinen vormaligen Abhandlungen dars über die Mühe und Schwierigkeiten vergrößert hat, weil das Quadrat der Geschwindigkeit ausreicht.

Die

Die Bestimmung von der Gewalt des Pulvers welche dem Herrn Euler so sehr fehlgeschlagen, scheint allerdings noch merkliche Schwierigkeiten zu haben. Ich habe aber noch nicht Zeit gehabt, darüber nachzudenken. Vielleicht wenn man mehr Erfahrungen darüber anstellt, läßt sich etwas Brauchbares finden. Die Gravenitzischen Tabellen habe ich merklich abkürzen können, und vielleicht bringe ich die ganze Sache auf einen Calliberstab, welches für die Officiere das beste ist. Sie rechnen nicht gern.

N. S. Meine Empfehlung an Herrn Pfister, den ich zu Pfeffers mit Vergnügen kennen gelernt, und an Herrn Prof. Spleiß, bey welchem ich Anno 1759 die Globos gesehen. — Herr Prof. Spleiß hatte mir damals sehr gute Charten genennt, die er dazu gebraucht hatte, den Globum terrestrem zu zeichnen. Allein ich hab es vergessen. Ersuchen Sie ihn doch, ob er mir es anzeigen wollte oder Ihnen sagen.

### c. Lambert an Zehler.

Berlin den 30. Sept. 1765.

Eine Gelegenheit diesen Brief bis nach Zürich zu bringen, macht, daß ich Dero werthbestes Schreiben vom 6ten April \*) zu beantworten nicht versäumen solle. Es ist mir dasselbe nebst dem schönen Stücke Schweizer Käse von Herrn Prof. Sulzer, wie auch der Bayr. Kalender von diesem

B 5

Jahr

\*) II. B. S. 200. 201.

Jahr richtig zugestellt worden. Für Alles dieses bleibe ich Ihr Schuldner, und werde Anlässe finden, dafür meinen Dank werththätig zu zeigen.

Die Langsamkeit der Buchhändler und Drucker allhier machte, daß ich meine beiden Traktätchen erst 3 Wochen nach der Leipziger Messe fertig erhalten habe, und die Uebersetzung des einen wird kaum auf die Herbstmesse fertig. Sonst hätte ich Ihnen gerne im Frühling mit einem Exemplar der Beyträge aufgewartet. Da Sie dieselben nun aber vermuthlich schon haben, so werde nur erwähnen, daß in beiden merklich viele Druckfehler und einige *Errores calculi* sind: damit Sie sich nicht etwan daran stoßen.

Der Herr Inspector Keccard wird als Prædiger und Professor nach Königsberg abgehen.

Sonst ist hier weiter nichts neues vorgefallen. Das academische Kalenderwesen ist verpachtet worden. Es hat mir, nebst einigen anderen Geschäften die Zeit zu arbeiten, ziemlich unterbrochen. Vergangenen Sommer war ich ganz allein bey den Artillerie-Experimenten, weil ich nur die Zeit und Schußweiten für verschiedene Ladung brauchte. Was ich über diese Materie gefunden, habe ich schon einigemal bey der Academie vorgelesen. Und nun kommt die Reihe an die Salzproben, welche ich seitdem anzustellen hatte. Nach und nach denke ich auch wiederum an die Pyrometrie.

d. Sam-



## d. Lambert an Fessler.

Berlin den 19. May 1766.

Ihre beide wertheste Schreiben vom 12. September und 29. März, habe ich ganz richtig erhalten, \*) und zwar ersteres einige Zeit nachdem ich Ihnen unter dem 30. September bereits geschrieben hatte. —

Um demnach nun ohne Verzug auf beide zu antworten, so erstatte für die durch Herrn Sulzer mir zugestellte barometrische Observationen den verbindlichsten Dank, und bitte auch den werthesten Herrn Pfister, meiner schuldigsten Erkenntlichkeit für den ducrestischen Prospect der Alpengebirge zu versichern, dessen Empfang mir sehr lieb gewesen. Wenn die darin verzeichnete Gletscher zu Narburg in der That mit Gewißheit kenntlich sind, so kann dieser Prospect zur Berichtigung der Landkarte von der Schwelz dienen. Zur Bestimmung der Höhe dieser Berge dient derselbe nicht, weil man die Distanzen genauer kennen, und zur Observation genauere Instrumente haben müßte.

In Ansehung Ihrer barometrischen Observationen im Appenzeller Land und auf dem Gottard hätte ich gewünscht, daß Sie durchaus correspondirende Observationen von Zürich gehabt hätten. Es werden dergleichen zu Zürich gemacht, und monatlich gedruckt, so wie auch zu Bern und zu Basel dergleichen angestellt und durch den Druck bekannt gemacht werden. Man erhält sie aber nur spät.

\*) S. 202. 204.

spät. Ich habe inzwischen Ihre Observationen mit den hier von Herrn Reccard angestellten verglichen; ich sehe aber daraus, daß der Barometer hier zuweilen früher, zuweilen später gestiegen und gefallen ist, als in der Schweiz.

Da Euer — diesen Sommer ebenfalls solche Beobachtungen anzustellen gedenken, so wünschte ich, 1°. daß Sie an solchen Orten auch observirten, wo bereits Scheuchzer observirt hatte, weil an Scheuchzers Observationen verschiedenes zu bemerken ist, 2°. daß Sie besonders zu Pfeffers das Barometer oben auf den Felsen brächten, welcher auf der Ostseite der Taminne als eine Wand von 766 Zürcher Fuß oder 709½ Pariser Fuß über der Taminne steht. Das Barometer müßte gleichfalls bis unten an die Taminne gebracht werden, und vor und nach der Observation oben auf den Felsen. Scheuchzer hat in dieser Gegend zu Ragaz, Vettis, im Bad, auf dem Felsen, im Kloster Pfeffers am Fuß des grauen Zarnen, auf Gungels, zu Richenau, zu Thur u. observirt. 3°. daß während allen solchen Observationen zu Schafhausen oder Zürich u. correspondirende gemacht würden, damit man den Unterschied der Höhe des  $\bar{z}$  haben könne, so wie sie zur Zeit einer jeden Observation war. 4°. daß Sie nebst dem Barometer und Thermometer auch das Wetter und den Wind aufzeichnen möchten. Ich wende mich nun zur Beantwortung der analytischen Fragen, die Sie mir vorlegen.

Die

Die Formel  $(a+p)^n = a^n \cdot \frac{2a+(n+1)p}{2a+(1-n)p}$   
 findet sich aus der Binomialreihe

$$z = (a+p)^n = a^n + n \cdot a^{n-1} p + n \cdot \frac{n-1}{2} a^{n-2} p^2 \text{ \&c.}$$

Wenn man diese mit  $1+k \cdot p/a$  multiplicirt,  
 und in dem Product

$$z \left(1 + \frac{kp}{a}\right) = a^n + n \cdot a^{n-1} p + n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot a^{n-2} p^2 \text{ \&c.} \\
 + k a^{n-1} p + n \cdot a^{n-2} p^2 \text{ \&c.}$$

das dritte Glied  $= 0$  setzt. Dadurch erhält  
 man  $-k = \frac{n-1}{2}$ . Wird nun dieser Werth von

$k$  in dem Producte gesetzt, so ist

$$z \left(1 - \frac{(n-1)}{2a} p\right) = a^n + \frac{n+1}{2} \cdot a^{n-1} p + * + \text{\&c.}$$

und folglich

$$z = \frac{a^n(2a+(1+n)p)}{2a+(1-n)p} + * + \text{\&c.}$$

Die auf \* folgende Glieder kann man, wenn  
 $p$  viel kleiner als  $a$  ist, mehrentheils weglassen.

Man hätte eben so  $z$  mit  $\left(1 + \frac{kp}{a} + \frac{lp^2}{a^2} + \text{\&c.}\right)$

multipliciren, und so viel Glieder des Productes  
 $= 0$  setzen können, als Coefficienten  $k, l, m, \text{\&c.}$   
 zu bestimmen sind. Erw. — sehen auch ohne Mühe,  
 daß man jede Reihe auf diese Art tractiren, und  
 sie

ſie dadurch in Brüche verwandeln kann, die pro-  
xime eben den Werth geben.

Die andere Formel  $v = \frac{3 \sin v}{2 + \cos v}$  wird leicht  
conſtruir. Es ſey (Fig. 3) AP auf den Diameter AB  
ſenkrecht.  $AC = CB = BD = 1$ , und  $AM = v$ ; ſo  
iſt  $AD = 3$ ,  $QD = 2 + \cos v$ ,  $QM = \sin v$ .  
Demnach

$$AP = \frac{QM \cdot AD}{QD} = \frac{3 \sin v}{2 + \cos v}$$

Sezen Sie nun

$$\sin v = v - \frac{1}{2 \cdot 3} v^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} v^5 - \&c.$$

$$\cos v = 1 - \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} v^4 - \&c.$$

ſo dürfen Sie nur die Diviſion vornehmen um zu  
finden, daß AP von AM ſehr wenig differirt.

Die dritte Formel müſſen Sie anders verſte-  
hen. Sie iſt folgende: Wenn der Coſinus des  
dem Radio gleichen Bogens  $= \frac{1}{2}(a + b)$ , und der  
Sinus  $= \frac{1}{2}(a - b)\sqrt{-1}$ ; ſo iſt eines jeden Bo-  
gens  $v$  ſein Sinus  $= \frac{1}{2}(a^v - b^v)\sqrt{-1}$ , und  $ab = 1$ .  
Dabey wird Kürze halber der Sinus negativ ge-  
nommen, weil man ſonſt durch  $\sqrt{-1}$  dividiren  
müßte.

Pag. 270: haben Sie ganz richtig differentirt.  
Und ſo werden Sie auch pag. 82. die unterſte For-  
mel beim Nachrechnen ändern können. Auf For-  
meln

meist fast deren ich kürzere Mittel angebe, verwende ich im Rechnen nicht immer alle Sorgfalt. So rechnen Sie pag. 421. 423 auch richtig, wo Sie — in + ändern.

Pag. 389. folgt die 24te Formel aus der 23ten. Ferner folgt die 23te aus der 15ten componendo.

Denn aus  $\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} ; \operatorname{tg} \frac{a-b}{2} = (\sin a + \sin b) :$

$(\sin a - \sin b)$  wird  $\left( \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} + \operatorname{tg} \frac{a-b}{2} \right) :$

$\left( \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} - \operatorname{tg} \frac{a-b}{2} \right) = 2 \sin a : 2 \sin b =$

$\sin a : \sin b ;$  folglich  $(\operatorname{tg} y + \operatorname{tg} z) : (\operatorname{tg} y - \operatorname{tg} z)$   
 $= \sin (y+z) : \sin (y-z).$

Die 24te und 25te folgt aus  $\operatorname{tg} y = 1 : \cot y :$

Denn da ist  $\operatorname{tg} y : \operatorname{tg} z = \cot z : \cot y ;$  demnach

$(\operatorname{tg} y \pm \operatorname{tg} z) : \operatorname{tg} y = (\cot z \pm \cot y) : \cot z ;$  oder

$(\operatorname{tg} y \pm \operatorname{tg} z) : (\cot z \pm \cot y) = \operatorname{tg} y : \cot z =$

$\sin y \cdot \sin z : \cos y \cdot \cos z.$

Die in der Wisirkunst vorkommenden Exempel bey wirklich gemessenen Fässern hat Herr Brandt in Augsburg mir mitgetheilt. Ovale Fässer können auf gar vielerley Art oval seyn. Ausser kleinen Essigfäschen und den Saumlägeln, welche man den Pferden aufbindet, um sie über die Berge zu tragen, habe ich noch keine gesehen. Letztere waren eher polyedra als oval. Sollten zu Schafhausen grosse ovale Fässer verfertigt werden, so würden Ew. — mir einen Gefallen erweisen, wenn Sie

Sie von dem Kieffer erfragen wollten, wie die ovalen Böden gezeichnet werden. Und so würde ich auch, um das Maasß der Länge eines solchen ovalen Bodens, oder um die nach einem kleinen Maasßstabe gezeichnete Figur derselben bitten. Ich vermuche wohl, daß da die Böttcher von Ellipsen nichts wissen, sie eine ovale aus Circulbögen zusammensetzen werden. Die Kübler machen auch ovale Büetten, welche aber mehrentheils flache Dauben haben, und in so ferne conisch sind. Da man auch Kornhausen visirt, woben noch leichter Irregularitäten vorkommen, so sehe ich sehr wohl, daß zu der Wiskunst runder Fässer noch etliche andere Theile hinzukommen können.

Es wird mir ein Vergnügen seyn zu vernehmen, wie es mit dem Bauamte ergangen. Es sollte Ew. — billig angetragen werden, denn das Anhalten reimt sich mit dem Meritiren nicht; und Aemter nach Verdienste austheilen, ist eine Pflicht, um die man sich nicht soll erst bitten lassen &c. Doch in der Welt geht es mehrentheils anders, weil, wer weniger meritirt, den Mangel durchs Bitten und andere Künste zu ersetzen, und öfters auch zu verdecken sucht.

Zu der vorhabenden Reise wünsche ich viel Vergnügen und guten Erfolg.

## K

Zu den Briefen von und an Good,  
S. 232 u. ff.

Ueber die Briefe, oder vielmehr Beschlüsse von Good an Lambert und von L. an G. oder eigentlich über meine Anmerkungen S. 232 und 239 hat mir der gelehrte Herr Grillo, Professor bey dem Königl. Cadetten: Corps in Berlin, folgende Erläuterung schriftlich zustellen lassen.

„Das Billet von Good an Lambert, und des letztern Antwort (deutsch. Briefw. II. B. S. 232 u. ff.) sind durch Einschluß an mich her und zurückgesandt worden. Beide gehören ungefähr in das Jahr, in welchem sie stehen, und zwar in den September. Von der Nachricht die Lambert bereits 1765 an Good gegeben haben will, weiß ich nichts. Ich glaube daß er irret.“

„Good war aus der Schweiz, ein Kaufmann, der sich in Wettin im Saalkreise niedergelassen hatte. Er war ein merkwürdiger und seltener Mann, der durch sich selbst, mitten in der Provinz, an einem dunkeln Orte, sich ausgebreitete mathematische und physikalische Kenntnisse erworben, und eine schöne und ansehnliche Bibliothek gesammelt hatte. Besonders aber hatte er viele Einsichten in der Marktscheidkunst, in der er, so wie in der Mathematik viele Schüler gezogen hat, die theils bey den Königl. Bergwerken,

C

„theils

„theils in andern Posten, mit Ruhm und Ehre stehen. Er ist vor ein paar Jahren gestorben.“  
 „Der Auftrag an Lambert, wegen der Farnpyramide, war eigentlich in meinem Briefe.“

## L.

a. Oberreits Zusatz zu seinem Briefe, II. B.  
 S. 366—368. \*)

Lamberten brauchte ich wohl keine Figur vorzuzeichnen, als ich ihm meine Art, die Stundenwinkel auf abweichenden Vertical-Sonnenuhren zu berechnen, in meinem Schreiben vom 14. August 1770. zur Beurtheilung vorlegte. Ihm war's ein leichtes, solche Sachen, so zu sagen, aufs halbe Wort zu verstehen. Nun aber, da mein Brief publici juris geworden ist: so möchte manchen Lesern, die dieses Problem interessiren mag, zu dessen besserem Verständniß doch wohl eine Figur nöthig oder dienlich seyn; zumal da die Figur, so in Kästners Anfangsgründen der Mathematik (Gnomonik S. 52.) hiezu dienen könnte, so schlecht gerathen ist, daß man die Einbildungskraft gewaltig strapaziren muß, wenn man sich einen deutlichen Begriff davon soll machen können.

Es

\*) Die hier folgenden Zusätze L. M. sind wörtlich von des eben so gefälligen als gelehrten und gründlichen Mathematikers Hrn. Ober-Finanzbuchhalters Oberreit handschriftlichen Aufsätzen abgedruckt.



Es sey SHZ (Tab. II.) die Horizontalfläche, TVQ, die auf dem Horizont senkrechte Verticalfläche, und SAQ, die Fläche, die den Aequator vorstellt: so ist CHV die Polhöhe  $= p$ , und SCT die Abweichung der Verticalfläche  $= d$ , (hier von Mittag gegen Ober-.) In QC trifft die Aequatorsfläche mit der Verticalfläche zusammen, und in ZC diese letztere mit dem Horizonte. Man ziehe HZ senkrecht auf CZ: so sind HZV, QAV, CQV, TCV und ZCV rechte Winkel. CVQ und CAQ sind die Substylarwinkel, jener  $= v$  auf der Verticalfläche, dieser  $= a$  auf der Fläche des Aequators. Auf der Substylarlinie VQ senkrecht kömmt der Zeiger QVA zu stehen; und QVA ist also die Zeigerhöhe  $= s$ . Nun ist, wenn man HC für den Radius annimmt,  $CZ = \sin d$ ,  $CV = \tan p$ . Und man hat

$$1) VC : CZ = \sin. \text{ tot.} : \text{Tang. CVZ.}$$

$$\text{Oder } \tan p : \sin. d = 1 : \tan. v.$$

$$\text{Also } \tan. v = \sin. d. \cot. p.$$

$$2) \sin. VQC : VC = \sin. CVQ : CQ.$$

$$\text{Oder } 1 : \tan. p = \sin. v : \tan. p. \sin. v.$$

$$3) \sin. VQC : VC = \sin. VCQ : VQ.$$

$$1 : \tan. p = \cos. v : \tan. p. \cos. v.$$

$$4) \sin. VAQ : VQ = \sin. AVQ : AQ.$$

$$1 : \tan. p \cos. v = \sin. s : \tan. p. \cos. v \sin. s.$$

$$5) AQ : CQ = \sin. \text{ tot.} : \text{tang. CAQ.}$$

$$\tan p. \cos v \sin s : \tan p. \sin v = 1 : \frac{\tan v}{\sin s} = 1 : \tan a$$

$$6) \text{ HV} : \text{fin. HZV} = \text{HZ} : \text{fin. ZVH} (= \text{fin. s.}) \\ \text{sec. p} : 1 = \text{cos. d} : \text{cos. p. cos. d.}$$

Demnach ist für  $\text{CVQ} = v$ , den Substylarwinkel auf der Verticalfläche

$$\text{tang. } v = \frac{\text{fin. d}}{\text{tang. p.}}$$

Ferner für  $\text{CAQ} = a$ , den Substylarwinkel auf der Aequatorsfläche,

$$\text{tang. } a = \frac{\text{tang. } v}{\text{fin. s}} = \frac{\text{fin. d. cot. p}}{\text{cos. d. cos. p}} = \frac{\text{tang. d}}{\text{fin. p.}}$$

Und für  $\text{AVQ} = s$ , die Zeitgerhöhe,

$$\text{fin. } s = \frac{\text{tang. } v}{\text{tang. } a}$$

Nun sey  $\text{QAS} = h$ , ein Stundenwinkel im Aequator. Wird die Linie AS verlängert: so schneidet sie die verlängerte Linie ZCD in D; und QVD wird der Stundenwinkel auf der Verticalfläche seyn,  $= a \pm h$ , oder, wenn  $h > a$ ,  $= h \pm a$ . Gleichwie nun bey der Horizontalfläche  $\text{HC} = 1$ ,  $\text{AC} = \text{fin. p}$ , und, für den Horizontal Stundenwinkel  $t$ ,  $\text{AC} ; \text{CS} = \text{fin. tot.} : \text{tang. CAS}$ ,

$$\text{oder fin. p} : \text{tang. } t = 1 : \text{tang. } h$$

gemacht wird, so daß man  $\text{tang. } t = \text{fin. p. tang. } h$  bestmmt: eben also ist auch auf der abweichenden Verticalfläche  $\text{VQ} = 1$ ,  $\text{AQ} = \text{fin. s}$ ; und man hat

$$\text{AQ} : \text{QD} = \text{fin. tot.} : \text{tang. QAD}; \\ \text{oder fin. s} : \text{tang. } H = 1 : \text{tang. } (a \pm h).$$

Folgt

Folglich die Tangente des Stundenwinkels auf der Verticalfläche mit der Substylarlinie, oder

$$\text{Tang. } H = \sin. s. \text{ tang. } (a \pm h).$$

Will man nun aber die Stundenwinkel von der Mittagslinie VC an rechnen: so sind solche innerhalb dem Substylarwinkel  $= v - H$ , und außerhalb demselben  $= H - v$ .

### Exempel.

Die Polhöhe sey  $= 51^\circ. 6'$ . Die Abweichung einer Mauer von Mittag gegen Abend  $40^\circ$ . Man verlangt die Stundenwinkel für 11 Uhr Vormittags und 1 Uhr Nachmittags.

Westl. Abw.  $40^\circ$ . o'. l. sin. 9,80807  
Polhöhe 51. 6. l. tg. 10,09318.

l. tang. 9,92387  
l. sin 9,89112—

Subst. W. v.  $27^\circ. 25'$ . l. tg. 9,71489

$a = 47^\circ$ . 9'. l. tg. 10,03269—  
 $v = 27. 25'$ . l. tg. 9,71489

Zeigerhöhe  $s = 28^\circ. 45'$  l. sin. 9,68220

Substyl. Winkel im Aequat.  $CAQ = 47^\circ. 9'$   
1 Stunde vor u. nach Mittage  $CAD = 15. 0.$

11 Uhr im Aequator  $QAD = 62. 9 = a + h$ .  
1 Uhr  $32. 9 = a - h$ .

Substituirt Polhöhe s,  
 $28^\circ. 45'$ . l. sin. 9,68220.

$28^\circ. 45'$ . l. sin. 9,68220

11 Uhr im Aequat.

62. 9. l. tg. 10,27707. 1 Uhr im Aeq. 32. 9. l. tg. 9,79838

Stundenw. m. d. Subst. Sims.

42. 19. l. tg. 9,95927.

26. 49. l. tg. 9,48052

Subst. Winkel  $v =$

27. 25.

$v = 27. 25.$

Stundenw. m. d. Mittagsl.

$24^\circ. 54'$ . um 11 Uhr, und um 1 Uhr  $= 10^\circ. 35'$ .

Wenn nun aber mein Problem einer Figur zur Erläuterung bedurft hat: so wird's noch weit mehr die Kurze, aber vielfassende Antwort unsers Lamberts über die Anwendung dieser Methode auf geneigte Flächen bedürfen. Und weil, wie er meynete, trigonometrische Formeln hierüber immer noch neu seyn würden: so wollen wir zugleich einen Versuch machen, dergleichen aufzufinden. Ich werde jedoch, um mehrerer Deutlichkeit willen, diese Formeln nur aus der Betrachtung ebener Flächen herleiten, ob sie wohl aus der Betrachtung der Erdsphäre, nach Lamberts Anleitung, eben nicht schwerer herzuleiten wären.

Vorerst nun muß ich erinnern, daß eine jede abweichende und zugleich geneigte Fläche auch auf eine bloß abweichende Verticalfläche, unter einer neuen Polhöhe und einer neuen Abweichung, sich reduciren läßt. Dabey fällt aber die Mittagslinie ausserhalb der Vertical-Linie, und macht mit derselben einen gewissen Winkel.

Wir wollen zum Beispiel eine Fläche  $GVQ$  (Tab. III.) annehmen, die von Süden gegen Westen wieder um  $BCr = 40^\circ = d$  abweiche, zugleich aber von der Verticalfläche um  $16^\circ = r$ , oder um den Winkel  $RBD = EFG$  reclinire oder rückwärts geneigt sey. Die Polhöhe  $CRV$  mag wiederum  $51^\circ.6' = p$  seyn. Nun ist hier, wenn  $CR$  der Radius ist,  $Rr$  wieder der Sinus der Abweichung  $= \sin. d$ ; so wie  $RB = \sec. d$ , und  $BC = \tan. d$  ist. Und  $RCD = q$  ist der Zusatz zur Polhöhe, so daß  $CHDq$  die der geneigten Fläche zugehörige neue

neue Horizontalfäche ist, und die neue Polhöhe  $CHV = p + q$  wird. DRB, DCB, CrB, Bqr, HZC, AQC sind hiebei rechte Winkel. Es ist aber

$$RB : RD = \sin. \text{tot.} : \text{tang. RBD},$$

$$\text{oder } \sec. d : \text{tang. } q = 1 : \text{tang. } r.$$

Demnach ist für  $RD = q$ , oder die Erhöhung der Polhöhe,

$$\text{tang. } q = \text{tang. } r : \text{cof. } d,$$

so daß dadurch DCV ein rechter Winkel wird.

Ferner haben wir

$$\sin. RBD : RD = \sin. BRD : BD;$$

$$\text{das ist: } \sin. r : \frac{\text{tang. } r}{\text{cof. } d} = 1 : \frac{1}{\text{cof. } d, \text{ cof. } r}$$

$$\text{Und } BD : \sin. BCD = CD : \sin. CBD = BC : \sin. BDC;$$

oder

$$\frac{1}{\text{cof. } d, \text{ cof. } r} : 1 = \frac{1}{\text{cof. } q} : \frac{\text{cof. } d \text{ cof. } r}{\text{cof. } q} = \text{tg. } d ; \sin. d, \text{ cof. } r.$$

Folglich für die neue Abweichung CDB oder  $CDq = CHZ = d$ , die der geneigten Fläche, als Verticalfläche betrachtet, zukömmt,

$$\sin. d' = \sin. d, \text{ cof. } r.$$

Endlich ist

$$1) \sin. CrB : BC = \sin. BCr : Br;$$

$$1 : \text{tang. } d = \sin. d : \text{tang. } d, \text{ sin. } d.$$

$$2) \sin. Bqr : Br = \sin. rBq : rq;$$

$$1 : \text{tang. } d, \text{ sin. } d = \sin. r ; \text{tg. } d, \text{ sin. } d, \text{ sin. } r.$$

$$3) Cr : r q = \sin. \text{ tot.} : \text{ tang. } r C q ;$$

$$\sin. d. : \text{ tg. } d. \sin. d. \sin. r = 1 : \text{ tg. } d. \sin. r,$$

Und  $r C q = M C V = m$  ist der Winkel, den die Mittagslinie  $CV$  mit der Vertical-Linie  $CM$  macht, dessen Tangente demnach  $= \text{ tang. } d. \sin. r$  ist.

Wird nun aus  $H$  die Linie  $HZ$  parallel mit  $DB$  oder  $Dq$  gezogen: so findet sich das Uebrige folgendermaßen, nämlich:

1) Für den Substylarwinkel mit der Mittagslinie  $CVQ = v$ :

$$\sin. CHR : CR = \sin. CRH : CH ;$$

$$\sin. (p+q) : 1 = \sin. p : \frac{\sin. p}{f. (p+q)}$$

$$\sin. CZH : CH = \sin. CHZ : CZ ;$$

$$1 : \frac{\sin. p}{f. (p+q)} = \sin. d. \cos. r : \frac{f. p. f. d. c. r}{\sin. (p+q)}$$

$$\sin. \text{ tot.} : \text{ tg. } CHV = CH : CV$$

$$1 : \text{ tg. } (p+q) = \frac{\sin. p}{\sin. (p+q)} : \frac{\sin. p}{\cos. (p+q)}$$

$$CV : CZ = \sin. \text{ tot.} : \text{ tang. } CVZ ;$$

$$\frac{\sin. p}{\cos. (p+q)} : \frac{f. p. f. d. c. r}{\sin. (p+q)} = 1 : \text{ tang. } v.$$

Demnach haben wir

$$\text{ tang. } CVQ = \text{ tang. } v = \sin. d. \cos. r : \text{ tg. } (p+q).$$

Bernoe

Ferner erhalten wir

2) Die Zeitgerhöhe ZVH = s durch folgende Analogien:

$$\sin. CHV : CV = \sin. HCV : HV;$$

$$\sin. (p+q) : \frac{\sin. p}{(\cos. p+q)} = 1 : \frac{\sin. p}{f. (p+q). c. (p+q)}$$

$$\sin. CZH : CH = \sin. HCZ (= f. CBD) : HZ;$$

$$1 : \frac{\sin. p}{\sin. (p+q)} = \frac{\cos. d. \cos. r}{\cos. q} : \frac{f. p. c. d. c. r}{f. (p+q). c. q}$$

$$VH : f. VZH = HZ : \sin. HVZ;$$

$$\frac{\sin. p}{f. (p+q). c. (p+q)} : 1 = \frac{f. p. c. d. c. r}{f. (p+q). c. q} : \sin. s.$$

Und damit haben wir

$$\sin. ZVH = \sin. s = \frac{\cos. d. \cos. r. \cos. (p+q)}{\cos. q}$$

Endlich brauchen wir noch

3) Den Unterschied der Zeit, oder den Substylarwinkel auf der Aequatorfläche CAQ = a; und der findet sich so:

$$\sin. VQC : VC = \sin. VCQ : VQ;$$

$$1 : \frac{\sin. p}{\cos. (p+q)} = \cos. v : \frac{\sin. p. \cos. v}{\cos. (p+q)}$$

$$\sin. VQC : VC = \sin. CVQ : CQ;$$

$$1 : \frac{\sin. p}{\cos. (p+q)} = (\sin. v) : \frac{\sin. p. \sin. v}{\cos. (p+q)}$$

$$\begin{aligned} \text{fin. VAQ} : \text{VQ} &= \text{fin. AVQ} : \text{AQ}; \\ \text{I} : \frac{\text{f. p. c. v.}}{\text{c. (p+q)}} &= \text{fin. s} : \frac{\text{fin. p c. v. f. s}}{\text{col. (p+q)}}. \\ \hline \text{AQ} : \text{CQ} &= \text{I} : \text{tang. CAQ}; \\ \frac{\text{f. p. c. v. f. s}}{\text{col. (p+q)}} : \frac{\text{f. p. f. v}}{\text{c. (p+q)}} &= \text{I} : \text{tang. a}. \end{aligned}$$

Dies giebt demnach

$$\text{tang. CAQ} = \text{tang. a} = \frac{\text{tang. v}}{\text{fin. s}}.$$

Ober, wenn man diesen Winkel durch seinen Sinus ausdrücken will: so hat man

$$\begin{aligned} \text{AC} : \text{fin. AQC} &= \text{CQ} : \text{fin. CAQ}; \\ \text{fin. p} : \text{I} &= \frac{\text{f. p. f. v}}{\text{c. (p+q)}} : \frac{\text{fin. v}}{\text{col. (p+q)}}. \end{aligned}$$

Wenn man aber auch nur die neue Abweichung und neue Polhöhe gefunden hat: so läßt sich das Uebrige wie bey bloß abweichenden Flächen berechnen. **3. E**

Neigung r. 16°. 0'	tg. 9,45750	col. 9,98284	fin. 9,44034
Abweich. d. 40. 0.	col. 9,88425	fin. 9,80807	tg. 9,92381
q = 20. 31 1/2.	tg. 9,57325	fin. 9,79091	tg. 9,36415
Polhöhe p = 51. 6.		d' = 38°. 10'	m = 13°. 1'
Neue Polhöhe 71. 37 1/2 = p + q.		Neue Abweichungen	Winkel des Mittagshorizonts mit der Verticallinie.

Neue



Neue Abweich. $38^{\circ}.10'$ . tg. 9,89541	sin. 9,79091	
Neue Polhöhe $71.37\frac{1}{2}$ . sin. -9,97726	tg. -10,47857	
Untersch. d. Zeit a. 39.38. tg. 9,91815	tg. 9,31234	
Substol. Wink. v. 11.36 tg. -9,31234	v. $11^{\circ}.36'$	Subst. Wink. mit der Mittagsl.
Zeigerhöhe s. 14.21. sin. 9,39419		
	$m = 13. 1$	
	v. $m = 24.37.$	Subst. Wink. mit der Verticallinie.

Uebrigens lassen sich die gefundenen Formeln auch in solche verwandeln, worin nur die Werthe von  $p$ ,  $d$  und  $r$  befindlich sind. **Z. E.** da

$\text{cos. } (p+q) : \text{cos. } q = (1 - \text{tg. } p. \text{tg. } q), \text{cos. } p,$   
und  $\text{tang. } q = \text{tang. } r : \text{cos. } d$

ist: so löset sich die Formel

$$\sin. s = \text{cos. } d, \text{cos. } r, \text{cos. } (p+q) : \text{cos. } q$$

in folgende auf:

$$\sin. s = (\text{cos. } d - \text{tang. } p. \text{tang. } r.) \text{cos. } p. \text{cos. } r.$$

Eben so ist auch

$$\begin{aligned} \cot. a &= \frac{\sin. s}{\text{tang. } v} = \frac{\text{cos. } d. \text{cos. } r. \text{cos. } (p+q) : \text{cos. } q}{\sin. d. \text{cos. } r. \cot. (p+q)} \\ &= \frac{\sin. (p+q)}{\text{tang. } d. \text{cos. } q} \end{aligned}$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \sin. (p+q) : \text{cos. } q &= (1 + \cot. p. \text{tang. } q). \sin. p \\ &= (c. d + \cot. p. \text{tg. } r). \sin. p : c. d; \end{aligned}$$

$$\text{Demnach } \cot. a = (\text{cos. } d + \cot. p. \text{tg. } r), \sin. p : \sin. d.$$

Man

Man sehe hieraus, daß die Formel

$$\sin. s = (\cos. d - \tan. p. \tan. r). \cos. p. \cos. r$$

ganz die nämliche ist, die zur Berechnung der Sonnenhöhen dient, wenn  $p$  die Polhöhe ist, und man für  $r$  die Declination der Sonne, für  $d$  den Stundenbogen, und für  $s$  die Sonnenhöhe substituirt. — Gleichergestalt ist auch

$$\cot. a = (\cos. d + \cot. p. \tan. r). \sin. p : \sin. d$$

die eigentliche Formel für das Azimuth, wenn  $p$ ,  $r$  und  $d$  die vorige Bedeutung haben, und  $a$  das Azimuth vorstellt.

Eigentlicher aber, und nach Lamberts der Sache gemäßen Vorstellung, sind dies die Formeln für einen sphärischen Triangel auf unsrer Erde, den man gemeinlich mit PZS zu bezeichnen pflegt, wo bey  $P$  den Pol,  $Z$  unsern Ort, und  $S$  irgend einen andern Ort der Erde vorstellt, und wo also  $PZ = 90^\circ - p$ ,  $ZS = 90^\circ - r$ ,  $PZS = 180^\circ - d$ ,  $PS = 90^\circ - s$ , und  $ZPS = a$  ist. Auch findet sich solchergestalt

$$f. ZPS \text{ od. } f. CAQ \text{ unsrer Figur} = f. a = \frac{f. d. \cos. r}{\cos. s}$$

und

$$f. PSZ \text{ od. } f. CMQ \text{ unsrer Fig.} = f. (v \mp m) = \frac{f. d. c. p}{\cos. s}$$

Zum

## Zum Exempel:

90° — PZ = 51°.6'. tg. 10,09318	col. 9,79793
90° — SZ = 16.9. tg. 9,15750	col. 9,98284
69.11. col. 9,55068	2. 0,30103
2) 34.35½	
90° — ½ PZ = 20.0 ±	
54.35½. \ - -	fin. 9,91118
14.35½. - - -	fin. 9,40128
90° — PS = 14°.21' = s - -	fin. 9,39426
90° — PS = 14°.21'. i:c. 0,01377	- - - - - i:c. 0,01377
180° — PZS = 40°.0. i. 9,80807	- - - - - fin. 9,80807
90° — PZ = 51.6. c. 9,79793	90° — SZ = 16°.0'. c. 9,98284
ZSP = 24°.37'. i. 9,61977	ZPS = 39°.38'. i. 9,80468

Uebrigens habe ich diese Figuren perspectivisch gezeichnet, und die verschiedenen sogenannten Gränzlinien oder Winkelmesser mit beygefügt, um die hier vorkommenden Winkel desto anschaulicher zu machen. Allenfalls mögen sie nebenher auch als ein kleiner Beytrag zu den praktischen Beyspielen der Lambertischen freyen Perspective angesehen werden; woben es gut ist, auffer den bereits gefundenen Linien und Winkeln, auch das Maaß der Linie AV zu wissen, welches  $= \sqrt{(VC^2 - AC^2)} = \sqrt{\left(\frac{\text{fin.}^2 p}{\text{col.}^2 (p+q)} - \text{fin.}^2 p\right)} = \text{fin. } p. \text{ tang. } (p+q)$  gefunden wird.

## b. L. Oberreit an den Herausgeber von Lamberts hinterlassenen Schriften.

Aus dem Zusatze, womit Sie das Resultat meiner Auflösung der Lambertischen Aufgabe (Briefe, II. Band, S. 372) zu begleiten sich die Mühe gegeben, sehe ich, daß ich bey dieser Auflösung mit Lambert doch wirklich ganz auf einerley Wege gegangen bin; und daß sogar in Ansehung der Form beider Auflösungen keine Verschiedenheit, wie Sie vermutheten, vorwaltet. Nur die scheinbare Weitläufigkeit des Factors von  $\cos. r$ ,  $CE + AF$ . (S. 375. und folg.) mochte ihn bewogen haben, da stille zu stehen, wo ich mich wagte, auch noch die letzten Paar Schritte zu machen. Auch ist es einem Genie, dem die Zeit kostbar seyn muß, genug, den Hauptgang gewiesen zu haben, dessen Nebengängen ein kleinerer Geist hernach selbst weiter nachgehen kann, und der noch Ehre genug davon hat, dem großen Manne nachzuarbeiten.

Die eigentliche Ursache aber, warum ihm die Gleichung nicht sehr abkürzbar vorkommen mußte, scheint in zwey oder drey Schreibe- oder Rechnungs-Fehlern zu liegen. Denn in seiner Gleichung muß  $D$  eigentlich seyn  $= \text{tang. m. tang. d. cos. p}$ , anstatt  $\text{tang. m. sin. d. cos. p}$ . Ferner  $\text{sin. p. cos. h} + \text{tang. m. sin. h}$  ist nicht  $= + C$ , sondern negativ  $- C$ . Endlich ist  $F = \text{sin. p. sin. h} - \text{tang. m. cos. h}$ , anstatt  $\text{sin. p. cos. h} - \text{tang. m. cos. h}$ .

Nach

Nach diesen rectificirten Werthen nun wieder

$$CE = -f.p.f.h.c.h - f.^2 h.tg.m \dagger f.^2 p.c.^2 h.tg.m \\ + f.p.f.h.c.h.tg.^2 m.$$

$$+ AF = + f.p.f.h.c.h - c.^2 h.tg.m \dagger f.^2 p.f.^2 h.tg.m \\ - f.p.f.h.c.h.tg.^2 m.$$

---


$$\text{Also } CE \dagger AF = -tg.m.(f.^2 h \dagger c.^2 h) \dagger f.^2 p.tg.m.(c.^2 h \dagger f.^2 h),$$

$$\text{Folgl. ganz kurz} = -tg.m \dagger f.^2 p.tg.m = -c.^2 p.tg.m.$$

---


$$\text{Ferner ist } BE = f.h.c.p.tg.d - c.h.f.p.c.p.tg.d.tg.m.$$

$$\dagger CD = -f.h.c.p.tg.d.tg.^2 m - c.h.f.p.c.p.tg.d.tg.m.$$

---


$$\text{Also } BE \dagger CD = f.h.c.p.tg.d.(1 - tg.^2 m) - 2.c.h.f.p.c.p.tg.d.tg.m.$$

$$\text{Ober} = c.h.c.p.tg.d.tg.m [tg.h.(cot.m - tg.m) - 2f.p].$$

$$\text{Das ist} = \dagger 2.c.h.c.p.tg.d.tg.m.(tg.h.cot.2m - f.p).$$

---


$$\text{Endl. ist } AF - BD = f.p.f.h.c.h - tg.m.c.^2 h \dagger tg.m.f.^2 p.f.^2 h \\ - tg.^2 m.f.p.f.h.c.h - tg.m.tg.^2 d.c.^2 p.$$

$$\text{Ober} = f.p.f.h.c.h.tg.m(cot.n - tg.m) \dagger tg.m.(f.^2 p.f.^2 h \\ - c.^2 h) - tg.m.c.^2 p.tg.^2 d.$$

Die Gleichung  $(CE + AF). \text{ cof.}^2 t + (CD + BE). \text{ cof.} t = AF - BD$  giebt also, wenn mit  $CE + AF = -tg.m. \text{ cof.}^2 p$  durchgehends dividirt wird,

$$\text{cof.}^2 t \dagger 2.c.t.(f.p. - cot.2m.tg.h).c.h.tg.d : c.p = tg.^2 d \\ \dagger (1 - tg.^2 h.f.^2 p - 2cot.2m.tg.h.f.p).c.^2 h : c.^2 p.$$

Die Anwendung dieser Gleichung auf ein Paar Beispiele hat mich von ihrer Richtigkeit gänzlich überzeugt. Mehrere Weitläufigkeit aber zu vermeiden, lasse ich sie weg. — Ich habe Versuche gemacht, bey dieser Aufgabe die Ausdrücke von  $c$  zuerst aus den Gleichungen wegzuschaffen, und den Werth von  $Z$  unmittelbar zu suchen. Allein da

gerieth

geriet ich auf verwickeltere Gleichungen von höhern Graden, die mir nicht viel Hoffnung verkündigten, daß sie kürzer als die gefundene für  $t$  ausfallen möchten.

Und hiemit könnte ich nun füglich wieder abtreten. Ich will aber doch, da eine Nachlese zum Lambertischen Briefwechsel statt finden soll, es wasgen, noch einige Anmerkungen über einige Stellen in Lamberts Beyträgen nachzuholen, die wirklich, wenn er länger gelebt hätte, zu einem Theil einer Fortsetzung meines Briefwechsels mit ihm würden Stoff gegeben haben, und also gewissermaßen in der That eine Nachlese dieses Briefwechsels vorstellen können. Es sind zwar nur Schüler-Exercitia, die freylich eben nicht den eigentlichen Tiefdenkern, aber doch vielleicht manchen andern Analysten nicht ganz unwillkommen noch unnütze seyn möchten. Und Lambert war für alle Arten von Denkern, und Lehrlingen gleich lehrreich und herablassend. Auch gebührt billig Ihm der Ruhm oder die Frucht von denen etwanigen Verbesserungen, u. wozu nur Er auch blos die Veranlassung gegeben oder den Weg gebahnt hat. Ihnen, Mein Herr, bleibt es übrigens ganz überlassen, eine strenge Musterung darüber zu halten, und davon wegzustreichen oder stehen zu lassen, und halben oder ganzen Gebrauch oder Nicht-Gebrauch davon zu machen, je nachdem Sie Eines oder das Andre gut oder schicklich finden möchten. —

Die Auflösung der Aufgabe in Lamberts Beyträgen zur praktischen Geometrie §. 298. hatte mir

mir immer zu weitläufig zur Anwendung geschle-  
 nen. Und nach einigen Versuchen fand ich wirk-  
 lich, daß sie sich nicht allein sehr abkürzen, sondern  
 auch zugleich mit der Aufgabe §. 257. combiniren  
 ließ. Ich formirte daher aus diesen beiden §. §.  
 folgendes Problem; Fig. 4. „Aus einem Fenster E  
 „sehe ich auf dem Felde eine gerade Straße AD,  
 „und auf derselben eine Person gehen; und ich will  
 „wissen, wie weit sie von mir entfernt ist. Ich  
 „zähle daher ihre Schritte von A bis B, und von B  
 „bis C; oder von B bis C, und von C bis D; oder  
 „auch von A bis B, und von C bis D. In A, B,  
 „C, D stehen Bäume, die ich mir merke, um im  
 „Zählen der Schritte nicht gehindert zu werden.  
 „Ich messe sodann die Winkel AEB, AEC, AED.  
 „Daraus soll ich nun sowohl die Länge vom unab-  
 „gekehrten Stücke Weges, als auch die Entfernun-  
 „gen AE, BE, CE und DE in Schritten finden.“

$$\begin{array}{l} \text{1. Es sey } AB = m. \quad AEB = a. \\ \quad \quad BC = p. \quad AEC = b. \\ \quad \quad CD = n. \quad AED = c. \end{array}$$

Ferner sey der Winkel  $CBE = x$ : so ist  $BCE = 180^\circ - (b - a) - x$ . Desgleichen  $ABE = 180^\circ - x$ ; und  $BAE = 180^\circ - AEB - ABE = x - a$ .  
 Ferner  $DCE = 180^\circ - BCE = (b - a + x)$ , und  
 $CDE = 180^\circ - CED - DCE = 180^\circ - (c - b) - (b - a + x) = 180^\circ - (c - a) - x$ .

Nun ist  $f. BEC : BC = f. BCE : BE$ .

$$\text{Oder } f. (b - a) : p = f. (180^\circ - b + a - x) : \frac{p \cdot (f. b - a + x)}{\sin. (b - a)}$$

D

Ferner

Ferner  $\sin. AEB : AB = \sin. BAE : BE$ .

$$\text{Ober } \sin. a : m = \sin. x - a : \frac{m. \sin. (x - a)}{\sin. a}$$

Diese zwei Ausdrücke für BE geben

$$[p. \text{f.}(b-a). c. x \dagger p. c. (b-a). \text{f.}x] : \text{f.}(b-a) = [m. \text{f.}x. c. a - m. \text{cof.}x. \sin. a] : \sin. a$$

Ober  $p. \text{cot.}x = p. \text{cot.}(b-a) = m. \text{cot.}a - m. \text{cot.}x$ .

Also  $\text{cot.}x = [m. \text{cot.}a - p. \text{cot.}(b-a)] : (m + p)$ .

Ferner ist  $\sin. BEC : BC = \sin. CBE : CE$ .

$$\text{Ober } \sin. (b-a) : p = \sin. x : \frac{p. \sin. x}{\sin. (b-a)}$$

Und  $\sin. CED : CD = \sin. CDE : CE$ .

$$\text{Ober } \text{f.}(c-b) : n = \text{f.}(180^\circ - c \dagger a - x) : \frac{n. \text{f.}(c-a \dagger x)}{\sin. (c-b)}$$

Folglich  $CE = p. \text{f.}x : \text{f.}(b-a) = n. [\text{f.}(c-a). c. x + c. (c-a). \text{f.}x] : \text{f.}(c-b)$ .

Also  $p. \text{f.}(c-b) = n. \text{f.}(b-a). [\text{f.}(c-a). \text{cot.}x \dagger c. (c-a)]$ .

$$\begin{aligned} \text{Hieraus } \text{cot.}x &= \frac{p. \text{f.}(c-b) - n. \text{f.}(b-a). c. (c-a)}{n. \sin. (b-a). \sin. (c-a)} \\ &= \frac{p. \sin. (c-b)}{n. \text{f.}(b-a). \text{f.}(c-a)} - \text{cot.}(c-a). \end{aligned}$$

Folglich hat man für die beiden Wehrte von  $\text{cot.}x$ ,

$$\frac{m. \text{cot.}a - p. \text{cot.}(b-a)}{m + p} = \frac{p. \text{f.}(c-b) - n. \text{f.}(b-a). c. (c-a)}{n. \sin. (b-a). \sin. (c-a)}$$

Also



Also  $mn. \cos. a \sin. (b-a) \sin. (c-a) = pn. c. (b-a) \sin. (c-a) = mn. \sin. (b-a). c. (c-a) = pn. \sin. (b-a). c. (c-a) + p. (p+m). \sin. (c-b).$

Oder  $mn. \sin. (b-a). [\sin. (c-a). c. a + \cos. (c-a). \sin. a] : \sin. a = p. (p+m). \sin. (c-b) + pn. [\sin. (c-a). c. (b-a) - c. (c-a). \sin. (b-a)].$

Nun ist  $\sin. (c-a). c. a + c. (c-a). \sin. a = \sin. (c-a + a) = \sin. c:$

Und  $\sin. (c-a). \cos. (b-a) - c. (c-a). \sin. (b-a) = \sin. [(c-a) - (b-a)] = \sin. (c-b).$

Demnach  $p. (p+m). \sin. (c-b) + pn. \sin. (c-b) = mn. \sin. (b-a). \sin. c : \sin. a.$

Hieraus endlich  $p^2 + p. (m+n) = mn. \sin. a. \sin. (b-a) : \sin. a. \sin. (c-b).$

Aus dieser nicht ungeschmeidigen Gleichung läßt sich nun sowohl  $p$ , als auch  $m$  und  $n$ , jedes besonders, bestimmen. Man hat nämlich:

$$m = (p+n) : \left[ \frac{n. \sin. c. \sin. (b-a)}{p. \sin. a. \sin. (c-b)} - 1 \right].$$

$$\text{Oder } n = (p+m) : \left[ \frac{m. \sin. c. \sin. (b-a)}{p. \sin. a. \sin. (c-b)} - 1 \right].$$

$$\text{Und } p + \frac{1}{2}(m+n) = \sqrt{\left[ \frac{mn. \sin. c. \sin. (b-a)}{\sin. a. \sin. (c-b)} + \frac{1}{2}(m+n)^2 \right]}.$$

Der positive Werth der Wurzel giebt die wirkliche Länge des mittlern Theiles BC; der negative

D 2

hinge

hingogen giebt die negative Länge der ganzen Linie AD.

Sodann findet sich der Winkel CBE aus einer von obigen Gleichungen für  $\cos. x$ ; und daraus dann auch die übrigen Winkel, und die Distanzen AE, BE, CE und DE durch die bekannten einfachen Formeln:

$$\sin. AEB : AB = \sin. BAE : BE = \sin. ABE : AE.$$

$$\text{Und } \sin. CED : CD = \sin. CDE : CE = \sin. DCE : DE.$$

Diese Auflösung läßt sich auch auf die Aufgabe §. 301. obgedachter Beyträge anwenden, wenn nur Ein Standpunkt dabey angenommen wird; nur mit dem Unterschiede, daß dann  $\sin. dCE = \sin. 90^\circ + b - a + x = \cos. (b - a + x)$ , und  $\sin. CdE = \sin. [90^\circ - x - (c - a)] = \cos. (x + c - a)$  wird, und daher die Gleichung in

$$p^2 + p. [m + n. \cos. (c - b)] = mn. \cos. c. \sin. (b - a) \\ : \sin. a. \sin. (c - b)$$

sich verwandelt.

Eben so wird auch die Auflösung des Problems §. 109. S. 75. der mehrgedachten Beyträge für die Anwendung etwas kürzer, wenn man die vorstigen Gleichungen anders tractirt. Es ist nämlich daselbst (Fig. 5)

$$\begin{array}{ll} ADB = a. & AB = A. \\ BDC = b. & BC = B. \\ ABC = c. & BD = Z. \\ BAD = x. \text{ Und } BCD = 360^\circ - a - b - c - x. \end{array}$$

Nun

Nun war  $\sin. a : A = \sin. x : Z.$

Und  $\sin. b : B = \sin. (360^\circ - a - b - c - x) : Z.$

Also, weil  $\sin. (360^\circ - a - b - c - x) = -\sin. a + b + c + x$ , ist

$$Z = A. \sin. x : f. a = -B. f. (a + b + c + x) : f. b.$$

Nun ist  $-f. (a + b + c + x) = -f. (a + b + c). \cos. x - c. (a + b + c). \sin. x.$

Folglich  $-B. f. a. f. (a + b + c). c. x = A. f. x + B. f. a. c. (a + b + c). f. x.$

Diese mit  $-B. f. a. f. (a + b + c). f. x$  dividirt, giebt

$$\cot. x = \frac{A. \sin. b}{-B. \sin. (a + b + c)} = \cot. (a + b + c).$$

Wird nun, wie in dem Falle §. 257,  $= 180^\circ$ : so ist ABC eine gerade Linie, und  $\cot. x$  wird

$$= \frac{A. \sin. b}{+B. \sin. a. \sin. (a + b)} = \cot. (a + b).$$

Bei dergleichen und einer Menge andern, zumal astronomischen Rechnungen aber sind folgende Formeln, für Anfänger wenigstens, sehr dienlich; und es ist schade, daß sie in Lamberts XX. Tabelle der Zusätze mangeln. Sie sind zwar nicht unbekannt, aber doch noch nicht allgemein genug bekannt, ob sie gleich aus den bereits bekannten leicht können hergeleitet werden. Nur in Eulers Anal.

Infinir. habe ich die für die Sinus und Cosinus gesehen.

$$\begin{array}{ll}
 \text{fin. } (90^\circ \pm x) = + \text{cos. } x & \text{fin. } (270^\circ \pm x) = - \text{cos. } x \\
 \text{cos. } (90^\circ \pm x) = \mp \text{sin. } x & \text{cos. } (270^\circ \pm x) = \pm \text{sin. } x \\
 \text{tg. } (90^\circ \pm x) = \mp \text{cot. } x & \text{tg. } (270^\circ \pm x) = \mp \text{cot. } x \\
 \text{cot. } (90^\circ \pm x) = \mp \text{tg. } x & \text{cot. } (270^\circ \pm x) = \mp \text{tg. } x \\
 \hline
 \text{fin. } (180^\circ \pm x) = \mp \text{sin. } x & \text{fin. } (360^\circ \pm x) = \mp \text{sin. } x \\
 \text{cos. } (180^\circ \pm x) = - \text{cos. } x & \text{cos. } (360^\circ \pm x) = + \text{cos. } x \\
 \text{tg. } (180^\circ \pm x) = \pm \text{tg. } x & \text{tg. } (360^\circ \pm x) = \pm \text{tg. } x \\
 \text{cot. } (180^\circ \pm x) = \pm \text{cot. } x & \text{cot. } (360^\circ \pm x) = \pm \text{cot. } x
 \end{array}$$

So könnte eben dieselbe Tabelle auch noch mit folgenden Formeln, die in trigonometrischen Verwandlungen oft gute Dienste gethan haben, bereichert werden:

$$\begin{array}{ll}
 \text{tg. } a \pm \text{tg. } b = \frac{(a \pm b) : c}{a \cdot b} & \text{cot. } a \mp \text{tg. } b = \frac{c \cdot (a \mp b)}{a \cdot c \cdot b} \\
 \text{cot. } b \pm \text{cot. } a = \frac{f \cdot (a \pm b)}{f \cdot a \cdot f \cdot b} & \text{cot. } b \mp \text{tg. } a = \frac{c \cdot (a \mp b)}{c \cdot a \cdot f \cdot b} \\
 1 \pm \text{cot. } a \cdot \text{tg. } b = \frac{f \cdot (a \pm b)}{f \cdot a \cdot c \cdot b} & 1 \mp \text{tg. } a \cdot \text{tg. } b = \frac{c \cdot (a \mp b)}{c \cdot a \cdot c \cdot b} \\
 \text{tg. } a \cdot \text{cot. } b \pm 1 = \frac{f \cdot (a \pm b)}{c \cdot a \cdot f \cdot b} & \text{cot. } a \cdot \text{cot. } b \mp 1 = \frac{c \cdot (a \mp b)}{c \cdot a \cdot f \cdot b}
 \end{array}$$

Im zweyten Theile der Beyträge über die Verwandlung der Brüche habe ich, in meinem Exemplare, die Formel §. 56. allgemeiner ausgedrückt; indem ich  $p + qx^n$ , anstatt  $1 + x^n$ , = Z setzte, und damit für

$$y = ax^m - bx^{m+n} + cx^{m+2n} - \text{etc.}$$

Dennoch

dennoch ebenfalls eine einformige Formel erhielt; nämlich

$$y = p \cdot \left[ a \cdot \frac{x^m}{(p+qx^n)} + (aq-bp) \cdot \frac{x^{m+n}}{(p+qx^n)^2} \right. \\ \left. + (aq^2 - 2bpq + cp^2) \cdot \frac{x^{m+2n}}{(p+qx^n)^3} \right. \\ \left. + (aq^3 - 2bpq^2 + 2cp^2q - dp^3) \cdot \frac{x^{m+3n}}{(p+qx^n)^4} + \&c. \right]$$

Mache ich von dieser Formel die Anwendung auf die Reihe für die Logarithmen: so ist  $a=1$ ,  $b=\frac{1}{2}$ ,  $c=\frac{1}{3}$ ,  $d=\frac{1}{4}$ , u. s. w. Desgleichen  $m=n=1$ . Nun setze ich  $p=2$ , und  $q=+1$ : und damit verschwindet das zweite, vierte, sechste, znte Glied der Reihe, so daß man, anstatt der Lambertischen §. 58, die convergentere Reihe erhält:

$$\log(a+x) = \frac{1}{2} \cdot a + 2 \cdot \left[ \frac{x}{2a+x} + \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{x}{2a+x} \right)^3 \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{x}{2a+x} \right)^5 + \&c. \right]$$

Der Erfolg dieses Versuchs bewog mich, in der vorherigen Formel das zweite Glied überhaupt wegzuschaffen, indem ich  $aq-bp=0$ , oder  $p=a$ , und  $q=b$  setzte. Und das gab immer noch eine einformige Formel, nämlich:

D 4.

 $y=a^x$ .

$$\begin{aligned}
 y = a \cdot & \left[ \frac{x^m}{a + bx^n} - (b^2 - ac) \cdot \frac{x^{m+2n}}{(a + bx^n)^2} \right. \\
 & - (2b^3 - 3abc + a^2d) \cdot \frac{x^{m+3n}}{(a + bx^n)^3} \\
 & - (3b^4 - 6ab^2c + 4a^2bd - a^3e) \cdot \frac{x^{m+4n}}{(a + bx^n)^4} \\
 & - (4b^5 - 10ab^3c + 10a^2b^2d - 5a^3be \\
 & \left. + a^4f) \cdot \frac{x^{m+5n}}{(a + bx^n)^5} - \&c. \right]
 \end{aligned}$$

Diese Methode, unendliche Reihen durch Multiplication mit einerley Factoren in andre convergentere, doch aber einförmige Reihen zu verwandeln, führte mich ferner darauf, zu sehen, was erfolgen würde, wenn ich bey jeder Multiplication solche Factoren, obgleich ungleichförmige, nähme, die allemal das zweyte Glied eines jeden Restes der Reihe aufhoben.

Um also aus der Reihe

$$y = ax^m - bx^{m+n} + cx^{m+2n} - dx^{m+3n} + \&c.$$

das zweyte Glied wegzuschaffen, multiplicire ich sie mit  $a + bx^n = p$ ; und ich habe

$$\begin{aligned}
 py = & a^2x^m + (ac - b^2) \cdot x^{m+2n} - (ad - bc) \cdot x^{m+3n} \\
 & + (ae - bd) \cdot x^{m+4n} - \&c.
 \end{aligned}$$

Ich setze, Kürze halber,  $ac - b^2 = a'$ ,  $ad - bc = b'$ ,  $ae - bd = c'$ , &c. so ist

$$py = a^2x^m - a'x^{m+2n} - b'x^{m+3n} + c'x^{m+4n} - \&c.$$

Dies

Diese restirende Reihe multiplicire ich wieder mit  $a' + b'x^n = q$ , um deren zweytes Glied ebend falls  $= 0$  zu machen; und ich erhalte

$$pqy - qa^2x^m = a''x^{m+2n} + (a'c' - b''x^n).x^{m+4n} - (a'd' - b'c').x^{m+5n} + \&c.$$

Setze ich dafür wiederum

$$pqy - qa^2x^m - a''x^{m+2n} = a''x^{m+4n} - b''x^{m+5n} + \&c.$$

und multiplicire diesen Rest mit  $b''x^n = r$ : so wird wieder

$$pqry - qra^2x^m - ra''x^{m+2n} - a''x^{m+4n} = (a''c'' - b''r).x^{m+6n} - \&c.$$

Und so weiter, bis die Reihe  $= 0$  wird. Damit bekomme ich dann

$$y = \frac{a^2x^m}{p} + \frac{a'^2x^{m+2n}}{pq} + \frac{a''x^{m+4n}}{pqr} + \&c.$$

$$\text{Oder } y = \frac{a^2x^m}{a + bx^n} + \frac{a'^2x^{m+2n}}{(a + bx^n) \cdot (a' + b'x^n)} + \frac{a''x^{m+4n}}{(a + bx^n) \cdot (a' + b'x^n) \cdot (a'' + b''x^n)} + \&c.$$

Diese Reihe ist, wie man sieht, von derjenigen, die Lambert §. 49. durch Divisionen gefunden, zwar in etwas verschieden, giebt aber, wie ich finde, bey der Anwendung (z. E. auf das Beispiel §. 46.) dennoch das gleiche Resultat. Die Ursache hiervon habe ich jedoch nicht untersucht.

Die Anwendung dieser Formel auf die Reihe für die Logarithmen giebt wieder eine ziemlich regelmäßige Reihe, nämlich:

$$\begin{aligned} \log.(a+x) = & \xi. a + \frac{2x}{2a+x} + \frac{1}{2.3} \frac{x^2}{a.(a+x).(2a+x)} \\ & - \frac{1}{3.4.5} \frac{x^3}{a^2.(a+x)^2.(2a+x)} + \frac{1.2}{4.5.6.7} \frac{x^4}{a^3.(a+x)^3.(2a+x)} \\ & - \frac{1.2.3}{5.6.7.8.9} \frac{x^5}{a^4.(a+x)^4.(2a+x)} + \&c. \end{aligned}$$

Oder, wenn A, B, C, u. die nächstvorhergehenden Glieder vorstellen,

$$\begin{aligned} \log.(a+x) = & \xi. a + \frac{2x}{2a+x} + A. \frac{x^2}{3.4.a.(a+x)} \\ & - B. \frac{2}{4.5} \frac{x^3}{a.(a+x)} + C. \frac{2.3}{6.7} \frac{x^4}{a.(a+x)^2} \\ & - D. \frac{3.4}{8.9} \frac{x^5}{a.(a+x)^3} + E. \frac{4.5}{10.11} \frac{x^6}{a.(a+x)^4} - \&c. \end{aligned}$$

Die Regelmäßigkeit dieser verwandelten Reihe ruhet daher, weil die Coefficienten der zwey ersten Glieder eines jeden Klattes der Reihe immer einander gleich sind. Aber eben dieser Umstand macht, daß diese Klasse auch mit  $(2a+x)^2$  multiplicirt werden können, wobei die Gleichheit der Coefficienten jeder zwey ersten Glieder ebenfalls sich zeigt, und damit die vorhin schon gefundene Reihe für die Logarith-



garthmen zum Vorschein bringt. Beide diese Ketten aber scheinen im Convergiere nicht viel von einander unterschieden zu seyn, und man wird es also bey jener erstern können bewenden lassen, zumal da sie keine abwechselnde Zeichen hat.

Uebrigens hätte es keiner Umschweife bedurft, eben diese Reihe zu finden. Vorher schon war sie, nur in andrer Form bekannt gewesen. Denn es ist

$$\log. (b+y) - \log. b = \frac{y}{b} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{b^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{y^3}{b^3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{y^4}{b^4} + \&c.$$

$$\text{Und } \log. b - \log. (b-y) = \frac{y}{b} + \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{b^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{y^3}{b^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{y^4}{b^4} + \&c.$$

$$\text{Also, wie bekannt, } \log. (b+y) - \log. (b-y) = 2 \cdot \frac{y^2}{b^2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{y^4}{b^4} + \&c. = \log. \left( \frac{b+y}{b-y} \right).$$

Nun setze man  $b+y = a+x$ .

Und  $b-y = a$ .

So ist  $2b = 2a+x$ .

Und  $2y = x$ . Also  $2y:2b = y:b = x:(2a+x)$ .

Demnach  $\log. (b+y) - \log. (b-y) = \log. (a+x) - \log. a$

Und

$$\text{Und } 2. \frac{y}{b} + \frac{2}{3!} \cdot \frac{y^2}{b^2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{y^3}{b^3} + \&c. = 2. \frac{x}{2a+x} \\ + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{(2a+x)^2} + \frac{2}{5} \cdot \frac{x^3}{(2a+x)^3} + \&c.$$

Will man indessen diese Reihe doch noch convergenter haben: so nimmt man mit derselben eine nochmalige Verwandlung nach obiger Methode vor; und man wird erhalten:

$$\log. (a+x) = 1. a + \frac{6x.(2a+x)}{3.(2a+x)^2 - x^2} + A. \frac{28}{45} \\ \frac{x^4}{(2a+x)^2 \cdot [7.(2a+x)^2 - 6x^2]} - B. \frac{33}{49} \\ \frac{x^4}{(2a+x)^2 \cdot [33.(2a+x)^2 - 10x^2]} + \&c.$$

wo A, B, C, &c. wie dorthin, die nächstvorhergehenden Glieder andeuten. — Diese drei Glieder geben, wenn  $a=x=1$  gesetzt wird,

$$\log. 2 = \frac{9}{13} + \frac{28}{33345} - \frac{44}{200970315} + \&c. \\ = 0,693147,1795, \text{ welcher Werth nur um } 0,000000,0010 \text{ zu klein ist.}$$

Ob nun gleich die Reihen, die vermittelst der oben gefundenen allgemeinen Formel verwandelt werden, an sich schon stark convergiren: so ist es doch rathsfamer, diese allgemeine Formel fahren zu lassen, und die vorkommenden Reihen selbst unmittelbar

tesbar durch Multiplicationen zu verwandeln. Denn auf diese Art stößt man zuweilen auf ganz besondere Eigenschaften der Reihe und auf Vortheile, die bey der Verwandlung vermittelst der allgemeinen Formel immer versteckt bleiben würden.

c. Ein solcher außerordentlicher Fall ist mir bey der Reihe für die Quadratwurzel vorgekommen. Ich habe mir zwar schon zu Ende des vorigen Jahres die Ehre gegeben, Ihnen, mein Herr, hievon einige flüchtige Nachricht zu ertheilen. \*) Allein da ich nach der Zeit noch mehr Merkwürdiges bey dieser Reihe wahrgenommen habe, und aus dem bisher Gesagten zugleich der Gang einigermaßen zu ersehen ist, wie ich Stufenweise zur Untersuchung gedachter Reihe geleitet worden bin: so werden Sie mir ohne Zweifel verzeihen, wenn ich das ganze Verfahren hier nochmals wiederhole; zumal da es höchstbillig ist, Lamberten noch im Grabe diejenigen Früchte zuzueignen, die der Geist seiner vor-  
trefflichen Schriften erzeugt hat.

Wenn sich nämlich irgend zuträgt, daß in der vorhergehenden allgemeinen Formel  $ac - b^2 = 0$  ist, oder daß man  $c = b^2 : a$  setzen kann, und man multiplicirt mit  $a + bx^n$ : so ist klar, daß dann nicht allein das zweite, sondern auch das dritte Glied der Reihe  $= 0$  werden muß. Eben dies muß auch erfolgen, wenn  $4ac = 3b^2$ ,  $4a'c' = 3b'^2$ , &c. ist,  
oder

\*) S. Leipziger Magazin zur Naturkunde, Mathematik und Oekonomie. Viertes Stück, 1781. Seite 455, u. folg.

oder  $c = \frac{1}{2} \cdot b^2 : a$ ,  $c' = \frac{1}{2} \cdot b'^2 : a'$ , u. s. w. gesetzt werden kann, und wenn man in diesem Falle mit  $(a + \frac{1}{2}bx^n)^2$ ,  $(a' + \frac{1}{2}b'x^n)^2$ , &c. multiplicirt. Und gerade diese beiden glücklichen Fälle sind es, die mir bey der Reihe für die Quadratwurzel (zu deren genauern Untersuchung hauptsächlich der besondre Umstand wegen des dritten Gliedes in Lamberts Reihe für dieselbe §. 53. mich gereicht hatte) aufgestoßen sind, und mir die besonders merkwürdigen Eigenschaften der Reihe und ganz unerwartete Vortheile dabey aufgedeckt haben.

Laßt uns  $\sqrt{a^2+x} = a + y$  setzen: so ist bekanntermaßen

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2}{a^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{x^3}{a^3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{x^4}{a^4} + \&c.$$

Wenn nun diese Reihe erstlich mit  $4a^2+x$  multiplicirt wird: so hat man

$$my - 2ax = \frac{1}{4 \cdot 2} \cdot \frac{x^2}{a^2} - \frac{3}{4^2 \cdot 2} \cdot \frac{x^3}{a^3} + \frac{9}{4^3 \cdot 2} \cdot \frac{x^4}{a^4} - \frac{14}{4^4} \cdot \frac{x^5}{a^5} + \frac{45}{4^5} \cdot \frac{x^6}{a^{62}} - \frac{297}{4^6 \cdot 2} \cdot \frac{x^7}{a^{72}} + \&c.$$

Schon hier zeigt sich nun, daß das Product des ersten und dritten Gliedes gleich sey dem Quadrat des zweyten Gliedes, und daß also, wenn

man mit  $4a^2 + 3x = n$  multiplicirt wird, das zweite und dritte Glied  $= 0$  werden. Man erhält nämlich:

$$mn'y - 2nax - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{a} = -\frac{1}{4^2 \cdot 2} \cdot \frac{x^6}{a^2} + \frac{6}{4^2 \cdot 2} \cdot \frac{x^8}{a^2} \\ - \frac{27}{4^2 \cdot 2} \cdot \frac{x^{10}}{a^{11}} + \frac{55}{4^2} \cdot \frac{x^{12}}{a^{11}} - \&c.$$

Bei diesem Reste der Reihe zeigt sich der zweite Fall, daß nämlich das vierfache Product des ersten und dritten Gliedes gleich ist dem dreifachen Quadrate des zweiten Gliedes, und daß folglich mit  $(4a^2 + \frac{1}{2}6x)^2 = 16a^4 + 24a^2x + 9x^2 = n^2$  multiplicirt werden muß, um das zweite und dritte Glied ebenfalls verschwinden zu machen. Damit wird dann

$$mn^2y - 2n^2ax - \frac{1}{2} \cdot n^2 \cdot \frac{x^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{x^6}{a^2} = \frac{1}{4^2} \cdot \frac{x^6}{a^2} \\ - \frac{6}{4^2} \cdot \frac{x^{10}}{a^{11}} + \frac{27}{4^2} \cdot \frac{x^{12}}{a^{11}} - \frac{221}{4^2 \cdot 2} \cdot \frac{x^{14}}{a^{11}} + \&c.$$

Der nämliche zweite Fall kommt hier schon wiederum vor, daß nämlich  $4 \cdot \left(\frac{1}{4^2} \cdot \frac{27}{4^2}\right) = 3 \cdot \left(\frac{6}{4^2}\right)^2$ . Folglich wird wieder mit  $(4a^2 + 3x)^2 = n^2$  multiplicirt; und das giebt

$mn^2y$

$$\begin{aligned}
 mn'y - 2n^2ax &= \frac{1}{2} \cdot n^2 \cdot \frac{x^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot n^2 \cdot \frac{x^4}{a^2} - \frac{1}{2} \\
 &\quad \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{x^6}{a^3} - \frac{5}{4 \cdot 2} \cdot \frac{x^{12}}{a^{12}} + \frac{30}{4 \cdot 2} \cdot \frac{x^{18}}{a^{18}} \\
 &\quad - \frac{135}{4 \cdot 2} \cdot \frac{x^{24}}{a^{24}} + \&c.
 \end{aligned}$$

Nimmt man sich die Mühe, und fährt auf solche Art immer weiter fort: so wird man für diese Mühe das besonders Merkwürdige finden, daß die drey ersten Glieder A, B, C jedes folgenden Restes der Reihe beständig sich verhalten, wie  $A:B=3B:\frac{1}{2}C$ ; oder  $3B^2$  sind beständig  $=4AC$ , so, daß also die Reste der Reihe auch beständig mit  $(A+\frac{1}{2}Bx)^2 = (4a^2+3x)^2$  multiplicirt werden müssen, um das zweyte und dritte Glied eines jeden Restes der Reihe  $=0$  zu machen.

Allein noch nicht genug damit! denn „merkwürdige Eigenschaften sind selten allein,“ spricht Lambert. Sondern man wird auch mit angenehmer Verwunderung wahrnehmen, daß in der, durch diese fortgesetzten Multiplicationen verwandelten Reihe eben die nämlichen Coefficienten wieder an das Tageslicht hervortreten, wie in der ersten und unverwandelten ursprünglichen Reihe. Denn zuletzt wird

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{2ax}{m} + \frac{1}{2} \frac{x^2}{anm} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \frac{x^4}{a^2n^2m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \\
 &\quad \frac{x^6}{a^3n^3m} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \frac{x^{12}}{a^4n^4m} + \&c.
 \end{aligned}$$

Ober

$$\text{Ober; da } a + \frac{2ax}{4a^2+x} = \frac{a(4a^2+3x)}{4a^2+x} = \frac{an}{m},$$

$$y+a = \frac{an}{m} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{anm} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{x^6}{a^2 n^3 m} + \&c.$$

das ist

$$\begin{aligned} \sqrt{(a^2+x)} &= \frac{a(4a^2+3x)}{4a^2+x} + A. \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{a^2(4a^2+3x)^2} \\ &- B. \frac{1}{4} \cdot \frac{x^3}{a^2(4a^2+3x)^2} \\ &+ C. \frac{3}{6} \cdot \frac{x^3}{a^2(4a^2+3x)^2} \\ &- D. \frac{5}{8} \cdot \frac{x^3}{a^2(4a^2+3x)^2} \\ &+ \&c. \end{aligned}$$

Woben A, B, C, &c. die nächstvorhergehenden Glieder bedeuten.

Diese Auferstehung oder Wiedergeburt der gleichen Coefficienten verkündigt uns noch mehr Wunderdinge; und wir wollen also nicht dabei stehen bleiben. Wir wollen  $my - 2ax = y'$ ,  $an = a(4a^2+3x) = a'$ , und  $x^2 = x'$  nennen. Damit enthüllt uns diese Reihe eine durchaus vollständige Aehnlichkeit mit der eigentlich ursprünglichen Reihe. Denn da haben wir

$$y' = \frac{1}{2} \cdot \frac{x'}{a'} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x'^2}{a'^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{x'^3}{a'^3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{x'^4}{a'^4} + \&c.$$

€

Diese

Diese ganz unerwartete Aehnlichkeit, lobet sie uns nicht ein, und heut sie uns nicht die Gelegenheit dar, die nämliche Operation, woraus diese verwandelte und schon stark convergirende Reihe entstanden ist, mit eben dieser verwandelten Reihe aufs neue zu wiederholen, und ihre Convergenz damit zu verdoppeln? Und können wir nicht auch schon voraus sehen, ohne auf einem Dreifuß zu stehen, daß, um eben der völlig durchgängigen Aehnlichkeit willen, die neue Reihe, die durch die wiederholte Verwandlung herauskommen muß, eine abermalige vollkommene Aehnlichkeit mit den vorherigen Reihen erhalten wird?

Wir wollen dieser Spur doch nachgehen, und sehen, wohin sie uns am Ende führen wird. Wir wollen obige Reihe  $y'$  wieder mit  $4a'^2 + x' = m'$ ,  $4a'^2 + 3x' = n'$ , u. s. w. auf die Art, wie vorhin, multipliciren. Und da bekommen wir wieder

$$y' = \frac{2a'x'}{m'} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x'^3}{a'n'm'} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{x'^5}{a'^3 n'^3 m'} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{x'^7}{a'^5 n'^5 m'} - \&c.$$

Wir sehen hieraus, daß die Sache sich immer weiter und ins Unendliche fort so treiben läßt, weil die Aehnlichkeit durch alle Verwandlungen hindurch ewig beständig bleibt. Wir setzen nämlich wieder  $m'y' = 2a'x = y''$ ;  $a'n' = a'$ .  $(4a'^2 + 3x') = a''$ , und  $x' = x''$ . Damit haben wir abermal

$$y'' =$$



$$y'' = \frac{1}{2} \frac{x''}{a''} - \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{x''^2}{a''^3} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{6} \frac{x''^3}{a''^5} - \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{6} \frac{5}{8} \frac{x''^4}{a''^7} + \&c.$$

Wir multipliciren diese Reihe nochmals eben so, wie bey den vorigen, mit  $4a''^2 + x'' = m''$ ;  $4a''^2 + 3x'' = n''$ , u. s. f. und wir erhalten, wie vorher

$$y'' = \frac{2a''x''}{m''} + \frac{1}{2} \frac{x''^3}{a''n''m''} - \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{x''^5}{a''^3n''^3m''} + \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{6} \frac{x''^7}{a''^5n''^5m''} + \&c.$$

Und siehe da! So gelangen wir endlich zu einer ganz einförmigen, und unter allen am aller-schnellesten convergirenden Reihe. Wir haben nämlich:

$$y'' = \frac{2a''x''}{m''} + \&c. = m'y' - 2a'x'.$$

Demnach  $y' = \frac{2a'x'}{m'} + \frac{2a''x''}{m''m'} + \&c. = my - 2ax.$

Und hiemit  $y = \frac{2ax}{m} + \frac{2a'x'}{m'.m} + \frac{2a''x''}{m''.m'.m} + \&c.$

Folglich  $\sqrt{(a^2+x)} = a + \frac{2ax}{4a^2+x} + \frac{2a'x'}{(4a'^2+x').(4a^2+x)} + \frac{2a''x''}{(4a''^2+x'')(4a'^2+x').(4a^2+x)} + \&c.$

Und das wäre also die Reihe, der wir nachspürten, oder auf die wir vielmehr sind geleitet worden. Allein noch sind wir nicht völlig am Ziele! Selbst diese Reihe, so convergent sie auch schon ist, läßt sich gleichwohl noch so enge zusammenziehen, concentriren, vereinfachen, daß man nur ein einziges, und zwar nur das erste Glied, und eine einzige Zahlen-Division bey der Anwendung nöthig hat, um eine Quadratwurzel dennoch so genau und auf so viele Decimal-Stellen zu finden, als man nur verlangen mag.

Denn wir haben schon oben gesehen, daß wir setzen können:

$$a + \frac{2ax}{4a^2 + x} = \frac{a \cdot (4a^2 + 3x)}{4a^2 + x} = \frac{a'}{4a^2 + x}.$$

Ist aber dieses: nun, so ist auch auf gleiche Weise:

$$\frac{a'}{4a^2 + x} + \frac{2a'x'}{(4a'^2 + x') \cdot (4a^2 + x)} = \frac{a' \cdot (4a'^2 + 3x')}{(4a'^2 + x') \cdot (4a^2 + x)}.$$

Setzen wir dafür wiederum  $a'' : (4a'^2 + x')$   $(4a^2 + x)$ : so wird damit ferner

$$\frac{a''}{(4a'^2 + x') \cdot (4a^2 + x)} + \frac{2a''x''}{(4a''^2 + x'') \cdot (4a'^2 + x') \cdot (4a^2 + x)} = \frac{a'' \cdot (4a''^2 + 3x'')}{(4a''^2 + x'') \cdot (4a'^2 + x') \cdot (4a^2 + x)} \text{ u. s. w.}$$

Wir haben demnach, so genau als wirs haben wollen, stufenweise,

Erlaubt:

Ersichtlich:

$$\sqrt{a^2+x} = \frac{a \cdot (4a^2+3x)}{4a^2+x} + \frac{x^2}{2a \cdot (4a^2+3x) \cdot (4a^2+x)} + \&c.$$

$$\text{Oder genauer } \sqrt{a^2+x} = \frac{a' \cdot (4a'^2+3x')}{(4a'^2+x') \cdot (4a^2+x)} + \frac{x'^2}{2a' \cdot (4a'^2+3x') \cdot (4a'^2+x') \cdot (4a^2+x)} - \&c.$$

Noch genauer

$$\sqrt{a^2+x} = \frac{a'' \cdot (4a''^2+3x'')}{(4a''^2+x'') \cdot (4a'^2+x') \cdot (4a^2+x)} + \frac{x''^2}{2a'' \cdot (4a''^2+3x'') \cdot (4a''^2+x'') \cdot (4a'^2+x') \cdot (4a^2+x)} - \&c.$$

und so ferner. — Hier giebt's also abermalige beständige Aehnlichkeiten, auch in den Summen der Glieder; nur daß der Nenner mit jeder folgenden Formel um einen Factor anwächst.

Das erste Glied dient nun eigentlich für die Quadratwurzel; und das zweite ist sehr bequem, um vermittelst der Logarithmen einen Uberschlag zu machen, wie weit man mit dem ersten reicht; auf die Art, wie Lambert den Quadratursuchern und andern (z. B. der Beyträge, S. 154.) gezeigt hat.

Allgemein läßt sich die Formel auch so ausdrücken:

$$\sqrt{(a^2 + x)} = a \cdot \left(1 + \frac{2x}{4a^2 + x}\right) \cdot \left(1 + \frac{2x'}{4a'^2 + x'}\right) \cdot \left(1 + \frac{2x''}{4a''^2 + x''}\right) \cdot \&c.$$

Um nun aber auch die Stärke und Schnelligkeit der Convergenz ein wenig zu beurtheilen: so laßt uns  $a = x = 1$  setzen. Dafür giebt nun die

erste Formel  $\frac{7}{5} = 1,4$ .

Die zweite  $\frac{7 \cdot (4 \cdot 7^2 + 3)}{5 \cdot (4 \cdot 7^2 + 1)} = \frac{1393}{985} = 1,414213\dots$

Die dritte  $\frac{1393 \cdot (4 \cdot 1393^2 + 3)}{5 \cdot 197 \cdot (4 \cdot 1393^2 + 1)} = \frac{10812186007}{7645370045} = 1414213,562373,095048,795\dots$

Die drey letzten Ziffern dieses Werths aber müssen 801, anstatt 795, seyn. Demnach giebt das erste Glied der dritten Formel den Werth von  $\sqrt{(1+1)}$  schon bis an die 20 Decimal-Stellen richtig an. — Im Vorbengehen merke ich an, daß hiernach der Werth von  $\sqrt{2}$  in Lamberts Beyträgen über die Verwandlung der Brüche §. 17, desgleichen im I. Bande des Briefwechsels, Seite 26, rectificirt werden muß. Wenn daran gelegen ist, die an letztem Orte aufgeworfene Wettfrage zu entscheiden, der darf nunmehr mit diesen Formeln nur zween Schritte weiter gehen, als ich.

Wenn

Wenn die aus dem fortlaufenden Brüche

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

fließenden einfachen Brüche  $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{17}{12}, \dots$

$\frac{1393}{985}$ , &c. von  $\frac{1}{1}$  an abgezählt werden: so giebt unsre erste Formel den dritten, die zweite den 9ten, und die dritte gar erst den 27ten dieser Brüche. Und die dazwischen liegenden Brüche werden alle übersprungen. Hieraus erhellet, daß die Brüche unsrer Formeln dem wahren Werthe der Quadratwurzel in einer geometrischen Progression zueten, deren Exponente 3 ist. Das bestätigen auch ein Paar Ueberschläge, die ich gemacht habe, wie weit die beiden nächstfolgenden Formeln für  $\sqrt{(1+1)}$  reichen möchten. Die eine Ueberschlags-Rechnung will ich hersehen.

Der Zähler der dritten Formel 10812186007  $= a''$ . ( $4a''^2 + 3x''$ ) ist  $= a'''$ . Dessen logarithme  $= 10,0339135$ . Also  $\log. 4a''^2 = 20,6698870$ . — Da hier  $3x'''$  und  $x'''$ , in Ansehung der Tabellar-logarithmen, gegen  $4a''^2$  verschieden: so ist  $\log. 4a''^2$  zugleich auch  $\log. (4a''^2 + 3x''')$ , und  $\log. (4a''^2 + x''')$ . — Ferner ist der Nenner der dritten Formel 7645370045  $= 5.197.7761797$ .

€ 4

$= (4a^2$

$= (4a^2 + x) \cdot (4a'^2 + x') \cdot (4a''^2 + x'')$ . Demnach  
für das zweite Glied der vierten Formel:

$$\log. 2 = 0,3010300.$$

$$\log. a''' \cdot (4a''' + 3x''') = 30,7038005 = \log. a''' + \log. (4a''' + 3x''')$$

$$\log. (4a''^2 + x'') = 20,6698870 \quad + \log. 3x''')$$

$$\log. (4a'^2 + x') = 6,8899623 = \log. 7761797.$$

$$\log. (4a^2 + x) = 2,2944662 = \log. 197.$$

$$\log. (4a^2 + x) = 0,6989700 = \log. 5.$$

$$\begin{array}{r} 61.5581160. \text{ Diesen Logarithmen von } \log. x''' = \\ \hline \log. 1 = 0 \end{array}$$

abgezogen, giebt  $0,4418840 = 62$ .

Also würde das erste Glied der vierten Formel den Werth von  $\sqrt{(1+1)}$  schon bis auf 61 Decimal-Stellen richtig angeben; und die fünfte Formel, nach einer ähnlichen Rechnung, vollends bis auf 185 Stellen. Es bleibt also dabei, daß die Anzahl der Decimal-Stellen mit jeder folgenden Formel dreymal weiter reicht, als mit jeder nächst vorhergehenden Formel; und daß also die Quadratwurzel ihrem wahren Werthe in cubischem Verhältnisse, so zu sagen, schnell entgegen stürzt. —

d. Und nun noch ein einziges kleines Scherflein zu Lamberts freyer Perspective. — In seinem Zusätze zum 33. §. des ersten Theils giebt er verschiedene Anweisungen, die Lage der Linien zu bestimmen, die mit dem Augenpunkt einen sehr großen Winkel formiren, dessen Grade auf der Horizontallinie sehr weit ausserhalb der Tafel fallen. Allein die angegebenen Methoden sind, wie er selbst sagt,

sagt, nicht kurz genug bey der Ausübung. Da nun der Fall sehr häufig vorkömmt, daß große Winkel, deren Grade auf der Horizontallinie zu weit hinaus reichen, müssen gezogen werden, und diese Aufgabe also nicht unwichtig ist: so habe auch ich auf ein einfaches Mittel gesonnen, wie die Sache etwan könnte simplificirt werden. Und ich bin endlich auf einen Einfall gerathen, der hiezu, wenigstens mir; der leichteste, bequemste und kürzeste Weg zu seyn scheint.

Fig. 6. Aus P soll eine Linie in den 70ten Grad gezogen werden, oder, welches eben das ist, der Winkel OPK soll  $= 70^\circ$  werden. — Man ziehe aus einem beliebigen Punkte F (der jedoch mit P auf einerley Grundlinie, und auf derjenigen Seite liegen muß, wohin die gesuchte Linie gezogen werden soll,) Linien in den Augenpunkt O, und in den 45ten Grad in H, rückwärts nach der Seite, wo P liegt. Aus P ziehe man ebenfalls eine Linie in den entgegengesetzten 45ten Grad in R, auf der Seite des gesuchten Winkels. Von R an zähle man so viele Grade rückwärts, als der verlangte Winkel über  $45^\circ$  haben soll, nämlich hier  $70^\circ - 45^\circ = 25$ : so trifft man auf  $45^\circ - 25^\circ = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ . Aus diesem 20ten Grade in B ziehe man durch den Durchschnittspunkt Q, die Linie BQ, bis in C, wo sie FH durchschneidet. Endlich ziehe man aus P durch C die Linie PCK, welches die gesuchte Linie ist.

Der Beweis ist leicht. Denn  $CAQ$ , ist  $\equiv CAP = 90^\circ$ . Und  $PA$  ist  $\equiv AQ$ ; also die Winkel  $APC \equiv AQC \equiv BQR = 25^\circ$ . Folglich auch  $OPK$  oder  $OPC \equiv OPQ + QPC = 45^\circ + 25^\circ = 70^\circ$ .

La Caille giebt folgende Methode an:  $OP$  wird bis auf die erste Grundlinie oder den geometrischen Maasstab in  $p$  verlängert. Nun wird  $pq \equiv OR \equiv \text{tang. } 45^\circ$  gemacht, und  $qr$  wieder  $\equiv BQ \equiv \text{tang. } (90^\circ - 70^\circ)$ . Sodann wird  $rmO$ ,  $qO$  und  $mR$  gezogen. Damit ist  $PmR \equiv Pmn \equiv 90^\circ$ ; und  $Pm : mn = 1 : \text{tang. } mPn$ , oder hier  $\equiv 1 : \text{tang. } 20^\circ$ . Folglich  $OPn \equiv 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ .

Man sieht aber, daß hier doch Abmessungen mit dem Zirkel nöthig sind, die ich nach meiner Art nicht brauche, und blos mit meinem Lintal doch eben so kurz zum Zwecke komme.

Auch umgekehrt, wenn eine Linie gegeben ist, die auf dem Horizonte über  $45^\circ$  hinausläuft, läßt es sich eben so leicht finden, in welchen Grad des Horizonts sie verlängert treffen wird. Alle Linien bleiben in diesem Fall eben dieselben. Der ganze Unterschied bestehet nur darin, daß hier der Punkt  $C$  gegeben ist, und der Punkt  $B$ , oder das Complement des verlangten Winkels zu  $90^\circ$ , gesucht wird; da hingegen vorher jener gesucht und dieser gegeben war.

Dresden, im Julius 1782.

o. Nach:



e. Nachschrift, oder, Zusatz zu Seite 381.

In dem Beispiele, die Theiler einer Zahl zu suchen, das Lambert in seinem Briefe an mich vom 12. Oct. 1770 (II. Band, Seite 381) anführt, habe ich seit dem Abt. neue einen Rechnungsfehler entdeckt, der ein neuer Erfahrungs-Beweis ist, daß, wie Herr von Holland (I. B. S. 322) sagt, durch glückliche Zufälle schon so manchesmal wahre Sätze aus falschen erzeugt worden. Denn dieses Rechnungsfehlers ungeachtet, brachte Lambert daselbst doch das wahre Resultat heraus. Die Sache verhält sich so:

Lambert wollte mir zeigen, wie die Factoren der Zahl  $35369 = A$ , vermittelst einer der Formeln der V. Tafel seiner Zusätze, nämlich

$$A = 12m + 1 = \pm 36a^2 + (2b + 1)^2,$$

$$12m + 5 = \pm 4a^2 + 9(2b + 1)^2,$$

sollten gefunden werden. Er setzt demnach

$$35369 = 2947 \cdot 12 + 5 = 9 \cdot (2b + 1)^2 - 4a^2,$$

und sagt dann, dieses gebe erstlich

$$2947 \cdot 12 + 5 = 36b^2 + 18b + 9 - 4a^2.$$

Allein gleich hier steckt das Versehen. Denn bekanntermaßen ist

$$9 \cdot (2b + 1)^2 \text{ nicht } = 36b^2 + 18b + 9,$$

$$\text{sondern } = 36b^2 + 36b + 9.$$

Dadurch

Dadurch ändert sich dann die Rechnung, so daß  $b$  nicht schlechthin als gerade gesetzt werden kann; wie dies auch der Erfolg a posteriori zeigt, wo  $b=35$  und also ungerade wird. Man bestimmt nämlich

$$9b.(b+1) - a^2 = 2947 \cdot 3 + 1 = 8840.$$

Weil nun  $b.(b+1)$  allemal gerade ist: so muß von  $9(b^2+b)$  auch eine gerade Zahl abgezogen werden, um den geraden Rest 8840 zu erhalten. Demnach muß  $a$  ebenfalls gerade seyn, und kann  $=2c$  gesetzt werden. Damit wird

$$4c^2 = 9b^2 + 9b - 8840,$$

$$\text{oder } c^2 = 2b^2 + 2b - 2210 + \frac{1}{4}(b^2 + b).$$

Macht man nun  $b=4m+n$ :

so erhält man

$$4c^2 = 16 \cdot 9m^2 + 8 \cdot 9mn + 9n^2 + 9 \cdot 4m + 9n - 8840,$$

$$\text{oder } c^2 = 36m^2 + 18mn + 2n^2 + 9m + 2n - 2210 + \frac{1}{4}(n^2 + n).$$

Nun aber ist  $h < 4$ . Daher kann  $\frac{1}{4}(n^2 + n)$ , und damit auch  $c^2$ , keinen Werth in ganzen Zahlen geben, es sey denn

$$n = 0, \text{ oder } n = 3,$$

so daß  $b$  entweder  $=4m$ , das ist, gerade, oder  $=4m+3$  das ist, ungerade seyn muß. Substituiert man diese Werthe: so erhält man die beiden Formeln

$$c^2 = 36m^2 + 9m - 2210,$$

$$\text{und } c^2 = 36m^2 + 63m - 2183.$$

Nun

Nun muß  $c^2$  positiv seyn; und so kann, wenn  $s$  auch nur  $= 1$ , oder die zweite Formel

$$36m^2 + 63m = 2184$$

werden sollte,  $m$  nicht kleiner als 7 genommen werden. In der That giebt auch diese zweite Formel, für  $m = 8$ ,

$$c^2 = 36 \cdot 64 + 63 \cdot 8 - 2183 = 625.$$

Also  $c = 25 = \frac{1}{2}a$ . Und  $b = 4m + n = 4 \cdot 8 + 3 = 35$ . Folglich  $a = 50$ , und  $2b + 1 = 71$ . Und damit findet sich eben so, wie Lambert auf einem verfehlten Wege ebenfalls gefunden hatte,

$$35369 = 9 \cdot 71^2 - 4 \cdot 50^2 = (3 \cdot 71 - 2 \cdot 50) \cdot (3 \cdot 71 + 2 \cdot 50) = 113 \cdot 313.$$

Uebrigens will ich hier doch beiläufig noch anmerken, daß ich die Lücke von 72000 bis 102000, die sich in meinen Factoren-Tafeln von 1—504000 befand, und wovon Lambert (im IV. B. S. 510) Erwähnung thut, selbst noch ausgefüllt, und zu Ende des Jahrs 1780 dem Herrn Professor und Academicus Schulze zu Berlin zugesandt habe; nebst noch einer Tabelle über den Inhalt der Segmente eines Cirkels (als eine Erweiterung der Lambertischen in seiner *Disjunktion* §. 56.) auf jeden tausendsten Theil seines Diameters, wenn die ganze Cirkelfläche  $= 1$  ist, bis auf 7 Decimalstellen berechnet.

## M. Koch ein Paar Fragmente aus Lamberts Briefen an Oberreit.

I.

Berlin den 29. Sept. 1771.

Was die Gauppische Tafel zu Aufreißung einer Parabel betrifft: (a) so ist sie von der Tab. 41. der Zusätze nicht anders verschieden, als daß diese letztere auf mehrere Decimalstellen gehet. Es kann aber der Gebrauch im Texte angezeigt werden. Für die Ellipsen, Hyperbeln, und andre oft vorkommende krumme Linien aber bleibt noch gang zu sorgen. (b) Die Ephemeriden des P. Zell von 1769 enthalten ebenfalls Tafeln zur Zeichnung der Ellipsen, zum Gebrauch der Entwerfung der Sonnenfinsternisse, wo, wie bey Sonnenuhren, nicht bloß die Ellipsen selbst, sondern die Stunden und Minuten gezeichnet werden müssen.

Was übrigens die Zeichnung der Kegelschnitte überhaupt anlangt: so ist folgende Art sehr allgemein und leicht.

Fig. 7. Die gerade Linie AB soll die Tangente einer Parabel seyn, deren Brennpunkt F ist. Man schneidet aus einem steifen Papier, oder Blech, Holz, Horn, u. einen beliebigen Winkel FNM, und legt die eine Seite desselben an den Brennpunkt F, so daß die Ecke an einem beliebigen Punkte N der Linie AB anliege. Sodann zieht man NM. Und diese Linie wird ebenfalls eine Tangente der Para-

Parabel seyn. Durch Ziehung mehrerer solcher Tangenten nm bildet sich die Parabel von selbst. Ist FNM ein rechter Winkel: so steht AN auf der Axc AF senkrecht.

Dieses Verfahren habe ich in den Orbitis cometarum als ein Corollarium aus andern Lehrsätzen angezeigt. Ein guter Freund alhier (und zwar derjenige, der die hyperbolischen Logarithmen berechnen will, und auch bereits Vorbereitungen dazu gemacht hat,) gerieth erst vor einigen Monaten auf den Einfall, statt der geraden Linie AB einen Cirkelbogen zu gebrauchen. Der Erfolg gelang gut. Denn, wurde der Punkt F innerhalb dem Cirkel genommen: so wurde AM eine Ellipse, F deren Brennpunkt, und der Mittelpunkt des Cirkels traf in die kleinere Axc. War aber F außerhalb dem Cirkel: so entstand eine Hyperbel. Die Theorie hievon dehnt sich sehr weit aus. (c)

(a) In Johannes Gaupp's mechanischer Sonnenuhrkunst. Lindau, 1708. 4to Tab. XII.

(b) In ikt bemeldter Sonnenuhrkunst finden sich doch auch Tafeln (die 13te und 14te) zu Verzeichnung der Ellipsen und Hyperbeln. Die Ellipsen nach der Formel

$$y = \sqrt{(a^2 - f^2)} \cdot \sqrt{(a^2 - x^2)} : a;$$

wobey die halbe große Axc  $a = 1,000$  angenommen wird,  $f$  die halbe Distanz der Brennpunkte,

punkte, und  $x$  die Abscissen, vom Mittelpunkte an gerechnet, vorstellt. — Die Hyperbeln sind nach der Formel

$$x = a \sqrt{\left( \frac{y^2}{f^2 - a^2} + 1 \right)} - a$$

berechnet; woben  $a$  die halbe Zwerchachse ist, die halbe Distanz der Brennpunkte  $f = 1,000$  gesetzt wird, und die Abscissen  $x$  vom Scheitel an gerechnet werden. — Diese Einrichtung ist zum gnomonischen Gebrauch nicht unbequem. Denn wenn  $p$  die Polhöhe,  $d$  die Declination der  $\odot$  andeutet: so hat man z. E. für die Hyperbeln auf den Horizontal-Sonnenuhren unsrer Gegenden

$$2f = \sec. (p + d) + \sec. (p - d);$$

$$2a = \tan. (p + d) - \tan. (p - d).$$

Und da läßt sich die halbe Zwerchachse, wenn  $f = 1$  ist, durch die Analogie

$$f : a = 1 : \sec. p \sin. d$$

reduciren, um damit für jede  $y$  den Werth von  $x$  aus der Tafel zu bestimmen.

(c) Es wird nicht undienlich seyn, dies artige und leichte Verfahren für die Ellipsen und Hyperbeln ebenfalls in einer oder zwei Figuren vorzustellen. Ziestenkern wird damit das Vergnügen, dem wichtigern Theile der Theorie selbst nachzuspüren, nicht entzogen werden. Und Schwächern von meinem Schlage wird es immer nicht zuwider seyn, doch einen Grund

Grund dieser Zeichnungsart vorgestellt zu sehen; wenigstens was den leichtesten und gewöhnlichsten Fall betrifft, wo  $\angle FNM$  oder  $\angle nM$   $= 90^\circ$  ist. Also, (Fig. 8.)  $AC = CB$  ist die halbe große oder Zwerchaxe;  $FC$  und  $fC$  die halbe Distanz der Brennpunkte;  $N$  oder  $n$  die Punkte in dem Cirkel, wo der Winkel  $\angle FNM$  oder  $\angle nM$  anstößt;  $M$  der Berührungspunkt des Kegelschnitts;  $PM$  die Ordinate;  $PT$  die Subtangente. Nun findet sich beständig, sowohl für die Ellipse als für die Hyperbel,

$$FT : FM = CT : CN.$$

Oder  $FT : fM = CT : Cn$ .

Und  $CN = Cn$  ist  $= AC = CB$ . — Die Asymptote der Hyperbel ergiebt sich, wenn aus  $F$  oder  $f$  eine Tangente an den Cirkel, und durch das Centrum  $C$  eine Linie, die auf dieser Tangente senkrecht steht, gezogen wird. Die Tangente selbst ist der zugeordneten halben Ase gleich. — Bei der Parabel ist

$$AN = \frac{1}{2}PM; \text{ und } FN = \frac{1}{2}MR.$$

Dies macht, daß man bey derselben die Aufgabe umkehren, und eine gegebene oder gezeichnete krumme Linie prüfen kann, ob sie eine Parabel sey oder nicht. Man ziehe nämlich aus einem beliebigen Punkte der krummen Linie  $M$  auf die Ase  $AP$ , parallel mit  $AB$ , eine Ordinate  $PM$ . Die Hälfte von  $PM$  trage man aus  $A$  in  $N$ , und ziehe  $NM$ . Aus  $N$  richte man auf  $MN$

§

eine

eine senkrechte Linie FN auf. Trägt man nun mehrere halbe Ordinaten aus A in n, und richtet auf nn Perpendicularen Fn auf: so muß der Durchschnittspunkt sämtlicher solcher Perpendicularen in Einem Punkt F zusammen treffen, wenn anders die Krümmung wirklich parabolisch ist.

2.

Berlin den 4. May 1772.

Den Gebrauch des hyperbolischen Sectors habe ich in dem Beispiele §. 99. der Zusätze angezeigt, indem durch dessen Trisection eine Cubikwurzel gefunden wird, die, weil sie die einzige wirkliche Wurzel der Gleichung ist, durch die §. 96. erläuterte Trisection eines Eirkelbogens nicht gefunden werden kann. (§. 97.)

Seitdem habe ich über diese Sache bey der Königl. Akademie eine Abhandlung vorgelesen, die nun in den Mémoires von 1768 abgedruckt ist. \*) Ich habe nur von der Kupferplatte einen besondern Abdruck; und diesen lege ich hier bey wegen der 7ten und 8ten Figur, die ich gleich erklären werde.

Fig. 7. (Hier Fig. 9.) HZON der Meridian. HO der Horizont. AE der Aequator. SM ein Parallelkreis der Sonne oder eines Sterns. OM dessen mittägliche Höhe. HS dessen Vertiefung um Mitternacht. AC, CB die Sinus dieser Bögen. AGBF ein

\*) Observations trigonométriques &c.



ein auf AB beschriebener und in Stunden getheilter  
 Cirkel. Q ein Punkt für eine beliebige Stunde.  
 TQR, mit dem Horizont parallel durch Q gezogen,  
 giebt RO die Höhe des Sterns zu bemeldter Stunde.  
 FAG der Tagebogen. GBF der Nachtbogen. Und  
 es ist beständig

$$QK = \frac{FQ \cdot QG}{AB} = \sin. RO. (a)$$

Daraus läßt sich die Formel S. 417. §. 76. der  
 Beyträge 2ter Theil leicht herleiten. (b)

Es ist aber diese Analogie von keinem Gebrauche,  
 so oft der ganze Cirkel FAGB über dem Horizont  
 ist. Wenn B in C fällt: so wird der Nacht-  
 bogen = 0, Fällt B über C: so ist dieser Nacht-  
 bogen nicht bloß = 0, sondern vollends imaginär.  
 Indessen kann die Construction immer gebraucht  
 werden. Nur geht die erstbemeldte Analogie nicht  
 an. Dieses gab mir den ersten Anlaß, genauer  
 nachzusehen, wie sich imaginäre Circular-Functio-  
 nen in wahre hyperbolische verwandeln.

Fig. 8. (Hier Fig. 10.) Hier ist der Cirkel AB  
 ganz über dem Horizonte. Aus dessen Mittelpunkt  
 ziehe ich DL mit dem Horizonte parallel, und be-  
 schreibe die gleichseitige Hyperbel ILV, deren Axe  
 DL, der Mittelpunkt D ist.

Die Sonne oder der Stern sey vom Mittage  
 A bis in a gekommen: so ist aK der Sinus der  
 Höhe,

Höhe, wie vorhin. Dieser Sinus theilt sich in  
 $qt + ck$ . Und so ist

$$DC = ck = \text{fin. hyp. sectoris. LkDL.}$$

$$DT = tq = \text{fin. hyp. sectoris LqDL.}$$

Demnach

$$aK = \text{fin. hyp. LkDL} + \text{fin. hyp. LqDL.}$$

Dieses giebt (Tab. 18.)

$$aK = 2 \text{fin. hyp. } \frac{1}{2}(\text{LkDL} + \text{LqDL}), \text{ c. hyp. } \frac{1}{2}(\text{LkDL} - \text{LqDL}).$$

Da aber hiebey  $DL = 1$  gesetzt worden: so muß dieser Ausdruck im Verhältniß von  $CH$  zu  $DL$  vermindert werden.

### Exempel.

Die mittägliche Höhe sey  $= m$ , die mitternächtlige  $= s$ . Der Stundenbogen  $= w$ ; und  $CH = R$ : so ist

$$CA = R. \text{ fin. } m.$$

$$CB = R. \text{ fin. } s.$$

$$\text{Demnach } AB = R. (\text{fin. } m - \text{fin. } s) = 2.$$

$$R = \frac{2}{\text{fin. } m - \text{fin. } s} = \frac{1}{\text{cof. } \frac{1}{2}(m+s), \text{ fin. } \frac{1}{2}(m-s)}$$

$$\text{Und } ck = CD = \frac{f.m + f.s}{f.m - f.s} = \frac{\text{tg. } \frac{1}{2}(m+s)}{\text{tg. } \frac{1}{2}(m-s)} = \text{f. hyp. } \alpha.$$

$$qt = DT = \text{cof. } w = \text{fin. hyp. } \beta.$$

Dieses giebt nun

$$aK = 2 \text{fin. hyp. } \frac{1}{2}(\alpha + \beta). \text{ cof. hyp. } \frac{1}{2}(\alpha - \beta).$$

Und

$$\text{Und sin. Altit.} = \frac{aK}{R} = 2. \cos. \frac{1}{2}(m+s). \text{ f. } \frac{1}{2}(m-s).$$

$$\text{f. hyp. } \frac{1}{2}(a+\beta). \text{ cos. hyp. } \frac{1}{2}(a-\beta).$$

### Zum Beyspiel.

Ein Stern stehe am Mittage  $88^\circ$ , gegen Mit-  
ternacht  $12^\circ$  hoch. (Oder seine Declination sey  
 $50^\circ$  nördlich, bey einer Aequatorshöhe von  $38^\circ$ .)  
Und man verlangt seine Höhe um 4 Stunden  
Sternzeit vor oder nach seiner Culmination zu  
wissen. Hier ist  $m=88^\circ$ ;  $s=12^\circ$ ;  $w=60^\circ$ .  
Dieses giebt

$$CD = 1,5253748 = ck = \text{sin. hyp. } a.$$

$$DT = 0,5000000 = qt = \text{sin. hyp. } \beta.$$

Diese Werthe in der 3ten Columne Tab. 32 aufge-  
sucht, geben in der 2ten Columne die Sektoren

$$a = 0,5249560.$$

$$\beta = 0,2089876.$$

Folglich

$$\frac{1}{2}(a+\beta) = 0,3669718. \quad \frac{1}{2}(a-\beta) = 0,1579842.$$

Diese Werthe wiederum in der 2ten Columne auf-  
gesucht, geben in der

$$5\text{ten Col. } \log. \text{ f. hyp. } \frac{1}{2}(a+\beta) = 9,9773521$$

$$6\text{ten Col. } \log. \text{ c. hyp. } \frac{1}{2}(a-\beta) = 10,0281228$$

$$\text{Nun ferner } \angle. \text{ c. } \frac{1}{2}(m+s) = \angle. \text{ c. } 50^\circ = 9,8080675$$

$$\log. \text{ sin. } \frac{1}{2}(m-s) = \angle. \text{ f. } 38^\circ = 9,7893420$$

$$\log. 2 = 0,3010300$$

$$\log. \text{ sin. Altit.} = 9,9039144$$

$$\text{Giebt die Höhe} = 53^\circ. 16'. 31''$$

Diese Art, die hyperbolischen Sinus und Cosinus zu gebrauchen, dient in denen Fällen, wo die circulären nicht angehen; und die Ähnlichkeit des Verfahrens kann beybehalten werden. So z. E. in der 7ten (9ten) Fig. wird  $DT = \sin. s$ ,  $CD = \sin. a$  gesetzt. Und da sind  $a, s$  Cirkelbögen. Hingegen kann in der 8ten (10ten) Fig.  $CD$  nicht als ein Sinus eines Cirkelbogens angesehen werden, weil  $CD > BD$  ist. Man setzt demnach  $DT = \sin. \text{hyp. } s$ ,  $CD = \sin. \text{hyp. } a$ . Und da sind  $a, s$  hyperbolische Sektoren. Da ist demnach  $a = \frac{1}{2} [CD + \sqrt{(CD^2 + 1)}]$ , und  $s = \log. [DT + \sqrt{(DT^2 + 1)}]$ . Der Gebrauch dieser hyperbolischen Sinus geht auch bey der 7ten (9ten) Figur an. (c)

Die 18te Tafel kann unmittelbar aus den zwey ersten Formeln hergeleitet werden. So z. E. ist

$$\begin{aligned} \sin. \text{hyp. } (y \pm z) &= \frac{1}{2} (e^{y \pm z} - e^{-y \mp z}) = \frac{e^y - e^{-y}}{2} \\ &\cdot \frac{e^z + e^{-z}}{2} \pm \frac{e^y + e^{-y}}{2} \cdot \frac{e^z - e^{-z}}{2} = \sin. \text{hyp. } y \cdot \\ &\quad \cos. \text{hyp. } z \pm \cos. \text{hyp. } y \cdot \sin. \text{hyp. } z. \end{aligned}$$

(a) Ober weil  $Fr = AB$ , und die  $\Delta \Delta FrQ$  und  $QGK$  einander ähnlich sind,

$$Fr : FQ = QG : QK.$$

(b) Denn, es sey der halbe Tagebogen  $GLQA = FA = \varphi$ , und der Stundenbogen  $AQ = a$ :

so ist der Bogen  $FAQ = \varphi + a$ , und der Bogen  $QLG = \varphi - a$ . Folglich, in Theilen des Halbmessers  $DL$ ,

$$FQ = \text{Chord.}(\varphi + a) = 2 \sin. \frac{1}{2}(\varphi + a),$$

$$GQ = \text{Chord.}(\varphi - a) = 2 \sin. \frac{1}{2}(\varphi - a).$$

Ferner sey  $p$  die Polhöhe,  $d$  die Declination der  $\odot$ : so ist  $ZM = p - d$ ,  $NS = p + d$ . Demnach

$$AC = HC. \text{ cof.}(p - d),$$

$$BC = HC. \text{ cof.}(p + d).$$

$$\text{Also } \frac{1}{2}AB = DL = HC. \left[ \frac{1}{2} \text{ cof.}(p - d) + \frac{1}{2} \text{ c.}(p + d) \right] \\ = HC. \text{ cof. } p. \text{ cof. } d.$$

$$\text{Folglich } HC : \frac{1}{2}AB = 1 : \text{ cof. } p. \text{ cof. } d.$$

$$\text{Und damit } \frac{\sin. RO}{HC} = \frac{FQ. QG}{2HC} = 2 \text{ f. } \frac{1}{2}(\varphi + a) \\ \text{ f. } \frac{1}{2}(\varphi - a). \text{ cof. } p. \text{ cof. } d.$$

(c) So sinnreich auch diese Berechnungsart ist: so verursacht doch die Bestimmung der Sectoren  $x$ . die dabei erfordert wird, einen kleinen Umweg. Ich wähle daher, für ähnliche Fälle, lieber eine einfachere Auflösung, und bleibe bey den circulären Functionen, indem ich sie auf entsprechende Tangenten eines Cirkelbogens reducire. Ich setze nämlich

$$DT = \text{ cof. } w = \text{ tang. } LDb = \text{ tang. } A.$$

$$CD = \frac{\text{ tg. } \frac{1}{2}(m + s)}{\text{ tg. } \frac{1}{2}(m - s)} = \text{ tg. } d. \text{ tg. } p = \text{ tg. } LDd = \text{ tg. } B.$$

So ist  $CT = \operatorname{tg}.A + \operatorname{tg}.B = \sin.(A+B) : \cos.A. \operatorname{c}.B.$

$$\text{Und } \frac{CT}{HC} = \frac{\operatorname{c}.p. \operatorname{c}.d. f.(A+B)}{\cos.A. \cos.B} = \frac{aK}{R} = \sin. \text{Altit.}$$

Die Rechnung selbst wird dann so aussehen:

$p =$	$52^\circ. 0'. 0''$	$\log.$	$\operatorname{tang}. 10,1071903.$	$\log.$	$\cos. 9,7893420.$
$d =$	$50. 0. 0.$		$\operatorname{tang}. 10,0761865.$		$\cos. 9,8080675.$
$B =$	$56. 45. 7,6.$		$\operatorname{tang}. 10,1833767.$	$\frac{I}{\cos.}$	$0,2610115.$
$\cos. 60^\circ =$	$\operatorname{tang}. 26. 33. 54,2.$	$= \operatorname{tg}. A.$	$- - -$	$\frac{I}{\cos.}$	$0,0484550.$
$A + B =$	$83. 19. 1,8.$		$- - - -$	$\sin.$	$9,9970391.$
	$\text{Altit.}$		$53^\circ. 16'. 32''.$	$\sin.$	$9,9039151.$

Nach finde ich nicht, daß die Wurzel aus einer cubischen Gleichung von der Form

$$Z^3 \pm aZ - b = 0,$$

im Fall  $b. \sqrt{\frac{27}{a^3}} > 1$  ist, durch die circulären Functionen zu finden, weitläufiger wäre, als durch die hyperbolischen, wenn man sich der Logarithmen bedient. Man mache

$$Z. \sqrt{\frac{3}{a}} = x;$$

So verwandelt sich obige Gleichung in

$$x^3 \pm 3x - b. \sqrt{\frac{27}{a^3}} = 0.$$

Und

Und nun giebt die bekannte cardanische Regel

$$x = \left[ \sqrt{\left(\frac{27b^2}{4a^3} + 1\right)} + \sqrt{\frac{27b^2}{4a^3}} \right]^{1:3} + \left[ \pm \sqrt{\left(\frac{27b^2}{4a^3} \pm 1\right)} + \sqrt{\frac{27b^2}{4a^3}} \right]^{1:3}$$

Setze ich nun  $\sqrt{\frac{27b^2}{4a^3}} = \text{tang. } \varphi$ , oder  $\sqrt{\frac{27b^2}{4a^3}} = \text{sec. } \varphi$ ; so wird im erstern Falle

$$\sqrt{\left(\frac{27b^2}{4a^3} + 1\right)} = \text{sec. } \varphi,$$

im andern Falle

$$\sqrt{\left(\frac{27b^2}{4a^3} - 1\right)} = \text{tang. } \varphi.$$

und ich habe demnach

$$x = Z \sqrt{\frac{3}{a}} = (\text{sec. } \varphi + \text{tg. } \varphi)^{1:3} + (\text{sec. } \varphi - \text{tg. } \varphi)^{1:3}.$$

Dies giebt nun

$$Z = [\text{cot.}(45^\circ - \frac{1}{2}\varphi)^{1:3} + \text{tg.}(45^\circ - \frac{1}{2}\varphi)^{1:3}] \cdot \sqrt{\frac{1}{3}a}$$

Die Ausziehung der Cubikwurzel, die hier vorkommt, soll uns nun keine Mühe machen, wie wir aus Lamberts eignem Beispiele (Zusätze §. 99.) sogleich sehen werden. Dort ist gegeben

$$Z^3 - 3Z - 4 = 0.$$

Da ist nun  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $\sqrt{\frac{3}{a}}=1$ , und  $b \cdot \sqrt{\left(\frac{27}{4a^3}\right)}$   
 $=2 = \sec. 60^\circ = \sec. \varphi$ . Demnach

$\zeta. \cot. (45^\circ - \frac{1}{2} \cdot 60^\circ) = \zeta. \cot. 15^\circ = 0,5719475$ .

Also  $\frac{1}{3} \cdot \zeta. \cot. 15^\circ = 0,1906492 = \zeta. 1,5511336$ .

Und  $\frac{1}{3} \zeta. \tan. 15^\circ = 9,8093508 = \zeta. 0,6446899$ .

Die Summe giebt, wie dort  $Z = 2,1958235$

## N.

Für den Iten Band habe ich (der Herausgeber,)  
 außer den obigen Stücken nichts erhebliches  
 mehr beizufügen: hier folget nur noch eine kleine  
 Nachlese.

## 1. Zu S. 71. u. ff.

Ich wünschte zu vernehmen wo der gelehrte  
 Hr. Kalmar hingekommen ist? In v. Murr's  
 Journal X. B. 260. S. (1781) wird einer Reise  
 des Herrn Kalmar in die Wallachey erwäh-  
 net, wo er das Wallachische lernen wollte; es  
 wird aber nicht gesagt in welchem Jahre. Von  
 Kalmars Universal-Sprache hat Lambert  
 ausführlich einen Begriff gegeben in den Nouv.  
 Mémoires de l'Academie 1771. Hist. p. 20.  
 suiv. und in einer Recension die in dem 2ten  
 Band der log. und philos. Abhandl. zu fin-  
 den ist.

## 2. Zu



## 2. Zu S. 262 — 266.

Eine wichtige Schrift über die Kalenbergischen Wittwen-Casse ist recensirt in Büschings wöchentlichen Nachr. 1782. 18ten Stück.

## 3. In der allgem. d. Bibl. LIX. B. 1. St. stehet eine Recension des I. und II. B. dieses Briefwechsels: wo insonderheit einige Berichtigungen den würdigen und berühmten Herrn Hofrath Kästner betreffend, bey Lamberts Briefwechsel mit den Hrn. Mayer und Lichtenberg verdienen in Betrachtung gezogen zu werden. Ich habe den Band nicht bey der Hand, sonst würde ich sie selbst ausziehen.

## 4. Zu S. 494 u. ff.

Der mehrermähnte von Hrn. Prof. Klügel empfohlene Hr. Zitting, kam hernach in Dienste der Stadt Hamburg, bey dem Deichwesen zu Risbüttel. (Allg. d. Bibl. L. B. 473 S.)

## 5. Zu S. 505.

Hr. Ziegler soll Landbaumeister zu Zell im Hannoverschen seyn. (Journ. v. u. f. Deutschl. I. Jahrg. Apr. 377 S.)

---



---

 Zusätze zu dem III. Bande. \*)
 

---



---

O.

## L. Oberreits Anmerkung zu Seite 277.

Brander, dieser vortreflich geschickte und gelehrte Künstler, fragt Lamberten, (III. B. Seite 277,) wie die absolute Zahl  $1,2589\dots$ , die dem Logarithmen  $0,1000000$  entspricht, herausgebracht oder gefunden werde. Auch Herr Good (II. Band, Seite 235,) konnte diesen Werth von  $\frac{1}{7}$  log. 10 nicht herausbringen, und machte daraus gar den Schluß, die gemeinen logarithmischen Tafeln müßten wohl nicht hinlänglich dazu seyn. — Ich finde, daß Lambert seinem Freunde Brander gar nicht, dem Herrn Good aber ver eigentlichen Frage nicht gemäß, geantwortet hat; vermuthlich in der Meynung, die Sache sey an sich bekannt genug. Indessen da ein Mann, wie Brander, dem die Mathematik nichts weniger als fremd ist, so fragen kann: so habe ich Ursache zu glauben, daß es mehrere, übrigens geschickte Männer

\*) Obschon Lamberts Briefwechsel mit Brander, welcher allein den 3ten Band ausfüllt, auch unter einem eigenen Titel als ein besonderes Werk ausgegeben worden, so habe ich doch nur den hier folgenden Zusatz des fleißigen Herrn Oberreits erhalten. Der berühmte Brander starb, ehe er diesen Band zu Gesichte bekommen konnte.

Männer geben kann, denen eine eigentliche Beantwortung dieser Frage hier nicht unangenehm seyn mag; ob sie gleich Andern hingegen trivial und geringfügig vorkommen wird.

In den logarithmischen Tafeln also findet man freylich die Zahl nicht unmittelbar, die dem Logarithmen  $0,1000000$  entspricht; weil dieser Logarithme selbst, so wie er da ist, nicht darin gefunden wird. So viel aber sehe ich wohl, daß nach  $0,0000000$ , dem Logarithmen von 1, schon mehr als  $0,1000000$ ; nämlich  $0,3010300$ , der Logarithme von 2, folgt; und daß also  $0,1000000$  der Logarithme einer Zahl seyn muß, die zwischen 1 und 2 fällt.

Um nun aber diese Zahl, die ich  $n$  nennen will, genauer zu erfahren: so nehme ich sie 1000 fach. Und also addire ich zu ihrem Logarithmen den Logarithmen von  $1000 = 3$ ; so daß ich

$$\log. 1000 n = 0,1 + 3,0 = 3,1$$

bekomme. Diesen Logarithmen

$$3,1 = 3,1000000$$

suche ich unter den Logarithmen der Tausende, das ist, unter denjenigen auf, deren erste oder Kennziffer durchgehends  $= 3$  ist. Und so finde ich diesen Logarithmen zwar nicht genau; aber ich sehe doch, daß

$$\text{der nächst kleinere } 3,0996806 = \text{L. } 1258,$$

$$\text{der nächst größere } 3,1000257 = \text{L. } 1259 \text{ ist.}$$

Das

Damit habe ich also

$$1000 n \text{ beynähe} = 1259,$$

$$\text{oder } n \text{ beynähe} = \frac{1259}{1000} = 1,259.$$

Ob nun gleich die gemeinen Tafeln nicht weiter reichen, als bis zum Logarithmen von 10000: so kann man doch, wenn man will, die Genauigkeit noch weiter, nämlich bis auf 7 Ziffern, treiben. Gesezt, ich verlangte in unserm Beispiele den Werth von  $n$  so genau zu wissen, als die Tabellar-Logarithmen ihn anzugeben vermögen: so nehme ich in Gedanken diese Zahl (da sie aus 1 mit 6 Decimalstellen bestehen soll,) 1000000 fach; und ihr Logarithme wäre dann = 6,1000000. Nun wird, wie wir gefunden haben,

$$6.1000257 = \text{Log. } 1259000.$$

$$6,0996806 = \text{Log. } 1258000.$$

Also die Unterschiede 3451, und 1000.

Und der Logarithme von 1259000 ist um 257 größer, als der vorgegebene von  $10^n = 6,1000000$ . Nun findet sich der Proportional-Theil, um welchen 1259000 für Log.  $10^n$  zu groß ist, durch die Regel:

$$3451 : 1000 = 257 : 74.$$

Folglich ist Log.  $10^n$  oder

$$6,1000000 = \text{L.}(1259000 - 74) = \text{L.}1258926.$$

Demnach Log.  $n = 6,1 - 6,0$  oder

$$0,1000000 = \text{Log. } 1,258926.$$

Wäre

Wäre aber der Logarithme  $0,1000000 - 1$   
 $= -0,9000000$  vorgegeben: so wäre die ihm  
 entsprechende Zahl  $= \frac{1258926}{10000000} = 0,1258926$ .

Und eben so auch

$$0,1000000 - 2 = -1,9000000 = \text{Log. } 0,01258926.$$

$$0,1000000 - 3 = -2,9000000 = \text{Log. } 0,001258926.$$

Und so weiter.

Uebrigens muß ich für die Besitzer der Branderschen Schriften hier noch anmerken, daß in der Beschreibung eines Systems von Maassstäben obgedachte Zahl des Logarithmen  $0,1000000$  fehlerhaft  $= 1,257925$  angegeben worden: so wie daselbst die Zahl von  $\frac{1}{10}$  Log. 10 nicht  $3,980072$ , sondern  $3,981072$  seyn muß. In Lamberts Briefe an Herrn Branden vom 16. Junii 1770 (Seite 244) sind diese Zahlen ganz richtig angegeben.

---

 Zusätze zu dem IV. Bande. \*)
 

---

P.

Zu den Briefen des Frhrn. v. Pacassi an  
den Herausgeber.

(von L. Oberreit.)

Ob ich gleich mit den Tiefen der Integral-Rechnung nicht zu sehr bekannt bin, und mich nur, so zu sagen, an den Eingangs-Pforten derselben ein wenig umgesehen habe: so freuete ich mich doch nicht wenig, als ich in den Briefen des Freiherrn von Pacassi die ganz unerwartete Nachricht fand, daß dieser Herr eine neue und allgemeine Integral-Rechnung erfunden hätte. Aber leider! meine Freude verschwand gar bald, wie Dunst, nachdem ich der Natur des Kunstgriffes, worauf seine ganze Erfindung gebaut ist, ein wenig nachgespürt hatte.

Dieser Kunstgrif besteht nämlich (wie S. 371. uns geoffenbaret wird,) darin, daß, um ein Differential zu integriren, man dasselbe quadriren,

\*) Zu der ersten Abtheilung dieses Bandes, welche Lamberts Briefwechsel mit dem Herrn Prälat Selbiger und Herrn Prof. Scheibel enthält, habe ich keine Zusätze, obschon sie auch unter einem eignen Titel ausgegeben worden.

ren, und mit seinem zweyten Differential das Product oder Quadrat dividiren soll. Z. E. Wenn das Differential  $dx$  integrirt werden soll: so ist sein Quadrat  $\equiv dx \cdot dx \equiv (dx)^2$ , und sein zweytes Differential  $\equiv d(dx) \equiv d^2x$ . Folglich hat man, nach dieser Regel,

$$\int dx \equiv \frac{dx^2}{d^2x}.$$

Damit ist nun aber freylich noch nichts zu machen, wenn nicht zugleich diese Formel erst in eine andre verandelt werden kann, dergestalt, daß  $dx^2$ , mit  $d^2x$  dividirt, theilbar sey, und  $x$  zum Quotienten gebe. Um diese nicht geringe Schwierigkeit aus dem Wege zu heben, dazu weiß der Herr Erfinders flugs Rath zu schaffen, und setzt geradezu

$$dx^2 \text{ sey } \equiv xd^2x.$$

Damit ist nun allerdings die Sache mit Einemmale abgethan. Denn so bestimt man ganz natürlich

$$\int dx \equiv \frac{dx^2}{d^2x} \equiv \frac{x \cdot d^2x}{d^2x} \equiv x.$$

Und wunderbar glücklich trifft zu, daß, wenn ich z. E.  $xdx$  nach des Herrn von Pacassi Methode integriren will, die herrliche Hypothese oder Hilfs-gleichung

$$dx^2 \equiv xd^2x$$

gleichsam von sich selbst sich darbietet, indem eben diese beiden nämlichen Ausdrücke dabey zum Vor-

⊙

schrift

schein kommen; so daß ich auch hier das richtige Integrale nicht verfehlen kann. Es wird nämlich

$$\left. \begin{aligned} \int x dx &= \frac{x^2 \cdot dx^2}{dx^2 + x d^2 x} = \frac{x^2 \cdot dx^2}{2 dx^2} \\ &\text{oder} = \frac{x^2 \cdot x d^2 x}{2 x d^2 x} \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} x^2.$$

Das ist nun Alles recht schön und gut; und noch mehrere Beispiele hat uns der Herr von Pacassi selbst recht schön und gut vorgerechnet. — Allein die ganze Sache stößt sich nur noch an einem kleinen Umstand. Es ist nämlich nur die einfältige Frage, auf was für einem Fundamente die Grundgleichung

$$dx^2 = x d^2 x$$

beruhe. Doch vermuthlich nicht auf dem Gerathewohl, das einzelne Fälle blind und glücklich hat zutreffen lassen? — In Wolf, aus dessen Quellen Herr von Pacassi, wie er sagt, ebenfalls geschöpft hat, finde ich wenigstens keine Spur eines zureichenden Grundes hiervon. Wohl aber finde ich in seinen *Elementis Analyseos Infinitorum* §. 297, daß

$$d(xdx) = dx^2 + x d^2 x,$$

seyn soll; und so auch

$$d\left(\frac{dx}{x}\right) = (x d^2 x - dx^2) : x^2.$$

Hat nun aber Herr von Pacassi Recht, und ist

$$dx^2 = x d^2 x:$$

so



so hat Wolf Unrecht, daß er zwey Differential-Ausdrücke, die einander gleich sind, von einander abgetrennt hält, als wären sie nicht gleich; und er hätte kürzer und besser

$$d(dx) = 2dx^2, \text{ oder auch } = 2xd^2x,$$

$$\text{so wie } d\left(\frac{dx}{x}\right) = 0 : x^2$$

setzen sollen.

Aber ich fürchte, Wolf mag hier wohl Recht haben. Und was meine Furcht rechtfertigt, und sogar einen Verdacht gegen die Richtigkeit der neuen Integral-Methode bey mir erweckt, ist nicht allein 1) der Umstand, daß bey dem letzten Beispiele des Hrn. von Pacassi, No. V. ebenfalls wieder eine willkürliche Gleichung  $d^2y^2 = dy \cdot d^3y$ , wie aus der Lust gegriffen, und der Auflösung seiner Aufgabe angepaßt, erscheint; da doch (nach Wolf a. a. O.)  $d^2y^2 = 2dy \cdot d^2y$  ist; sondern auch 2) das Beispiel der Integration von  $fydx$ , das Herr von Pacassi, eben nicht zur Empfehlung seiner Methode, anführt. Nach ihm soll nämlich

$$fydx = xy - \frac{x^2 dy}{dx} + \frac{x^3 d^2y}{dx^2} - \&c.$$

seyn; und er giebt vor, dies sey eben die Formel, die sich im I. Bande des Lambertischen Briefwechsels, Seite 104 und 114, für  $fydx$  befindet. Allein die zu große Vorliebe für seine eigene Erfindung, die gemeiniglich etwas blödsichtig macht, läßt ihn nicht wahrnehmen, daß dort

$$fydx = xy - \frac{x^2 dy}{1.2. dx} + \frac{x^3 ddy}{1.2.3. dx^2} - \&c.$$

angegeben wird; und daß die Divisoren 1. 2, 1. 2. 3, 1. 2. 3. 4, u. s. w. die hier vorkommen, nach seiner Methode ganz zurücke bleiben; da sie doch eben so wenig vernachlässigt werden, als die beständigen Größen bey den Integralien.

Aber noch mehr! Das ganze Gebäude der herrlichen Erfindung droht völligen Einsturz. In dem Beispiele des Herrn Barons, Seite 369, ist das Quadrat des Differential  $x dx: \sqrt{a^2 + x^2}$ , durch sein zweytes Differential dividirt, zwar ganz richtig

$$\frac{x^2 dx^2. \sqrt{a^2 + x^2}}{(a^2 + x^2). (x ddx + dx^2) - x^2 dx^2}$$

Allein wenn nun  $dx^2 = x ddx$  gemacht wird, und man recht und nicht bloß zu Gunsten einer Lieblings-Hypothese, rechnet: so findet sich diese Formel (o des Unsterns!)

$$\text{nicht} = \frac{x^2 ddx. \sqrt{a^2 + x^2}}{x^2 ddx} = \sqrt{a^2 + x^2},$$

sondern

$$= \frac{x^2 ddx. \sqrt{a^2 + x^2}}{(a^2 + x^2). 2x ddx - x^2 ddx} = \frac{x^2 ddx. \sqrt{a^2 + x^2}}{(2a^2 + x^2). x ddx}$$

Also wäre  $\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{x^2. \sqrt{a^2 + x^2}}{2a^2 + x^2}$ , anstatt  $\sqrt{a^2 + x^2}$ .

Und

Und so führt uns diese Methode freylich auf außerordentliche Resultate, wie der Herr Erfinder spricht. Schade nur, daß dergleichen Außerordentlichkeiten zugleich Unrichtigkeiten sind, und uns nicht dienen können. Und ist's da zu verwundern, wenn diese Erfindung ein ähnliches Schicksal mit den Quadratur-Erfindungen hat?

Um inzwischen zum Ueberflus noch zu zeigen, wie man auf eine leichte Art sich überzeugen kann, daß es eine vergebliche Mühe seyn würde, über eine Integral-Rechnung, auf so sandichte Gründe gebaut, in einer gedruckten Schrift sich noch weitläufiger herauszulassen: so mache man nur die Probe mit solchen Differentialien, deren Integrale Brüche sind, und bey welchen zugleich im Nenner eine Summe oder Differenz von einer beständigen und einer veränderlichen Größe, oder eine Wurzel einer solchen Summe oder Differenz vorkommt. Man nehme z. E. das Beispiel

$$\int \frac{dx}{(1-x)^2} = \frac{x}{1-x} \text{ oder } = \frac{1}{1-x}.$$

Anstatt dieser wahren und sehr einfachen Integrale erhält man nach der Pacassischen Methode

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{(1-x)^2} &= \frac{dx^2 : (1-x)^4}{[(1-x)ddx + 2dx^2] : (1-x)^6} \\ &= \frac{x}{(1+x) \cdot (1-x)} \end{aligned}$$

Allein das Differential von  $\frac{x}{1-x^2}$  ist  $= \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \cdot dx$ ,  
 und sollte doch wieder  $= dx : (1-x)^2$  werden.

Und damit wäre dann nicht allein die Nicht-  
 Allgemeinheit, sondern auch die Unrichtigkeit der  
 belobten Universal Regel zu integriren, nochmals  
 à posteriori erwiesen.

\* \* \*

Nachdem ich dieses schon geschrieben hatte, be-  
 kam ich eine kleine Abhandlung von Eulern zu se-  
 hen, (in den Mém. de l'Acad. de Berlin, de 1756)  
 worin er ein Paar paradoxore Sätze aus dem Inte-  
 gral-Calcul anführt, nämlich: 1) daß es Fälle  
 gebe, wo sich das Integral schwerlich anders als  
 durch ein zweytes Differentiiren finden lasse; und  
 2) daß in einer Differentialformel mehrere Inte-  
 gralien enthalten seyn könnten, als man durch die  
 gemeine Integral-Methode erhielte. Das könnte  
 nun der Pacassischen Erfindung günstig zu seyn  
 scheinen, wenn seine Methode sich nicht, wie wir  
 oben gesehen, auf mehr als Eine Art schon verdäch-  
 tig gemacht hätte. Allein Euler giebt sein Ver-  
 fahren für nichts weniger als allgemein aus; son-  
 dern er sagt, es fände nur statt, wenn gedachte  
 beiden Umstände zugleich beisammen sich fänden. —  
 Curiosität halber will ich doch eins seiner Beispiele  
 von dieser Art zu integriren anführen. Er hat z. E.  
 die Differentialformel

$$\left(y - \frac{xdy}{dx}\right) \cdot \left(y - \frac{xdy}{dx} + \frac{2ady}{dx}\right) = c^2$$

zu integrieren. Um sowohl diese Formel einfacher, als vornehmlich das nachmalige zweite Differentiiren leichter zu machen, setzt er

$$dy = p dx,$$

wobei p natürlicherweise ebenfalls veränderlich ist. Und damit verwandelt sich die Formel in

$$(y - px) \cdot (y - px + 2ap) = c^2,$$

$$\text{oder } y^2 + 2(a-x)py - 2ap^2x + p^2x^2 = c^2.$$

Um den Werth von y zu erhalten, ergänzt er das Quadrat, und macht

$$\begin{aligned} [y + (a-x)p]^2 &= y^2 + 2(a-x)py + (a-x)^2p^2 \\ &= c^2 + a^2p^2. \end{aligned}$$

Hieraus ist die Quadratwurzel

$$y = \sqrt{c^2 + a^2p^2} - (a-x)p.$$

Nun wird diese Gleichung nochmals differentiiert:

$$dy = \frac{a^2 pdp}{\sqrt{c^2 + a^2p^2}} - (a-x)dp + p dx.$$

Hier kommt nun im ersten Gliede der Gleichung py, und im andern p dx vor. Oben aber ward dy = p dx angenommen. Folglich heben sich diese Werthe gegen einander auf; und man hat

$$0 = \frac{a^2 pdp}{\sqrt{c^2 + a^2p^2}} - (a-x)dp,$$

oder, mit dp dividirt

$$a-x = \frac{a^2 p}{\sqrt{c^2 + a^2 p^2}}$$

Dies giebt dann auch

$$y = \sqrt{(c^2 + a^2 p^2)} \frac{a^2 p^2}{\sqrt{(c^2 + a^2 p^2)}} = \frac{c^2}{\sqrt{(c^2 + a^2 p^2)}}.$$

Wird nun aus diesen letztern beiden Gleichungen  $p$  weggeschafft: so ergiebt sich das Integral

$$a^2 y^2 = c^2 (2ax - xx).$$

Diese Integration mag nun auch auf Pacassische Manier versucht werden; oder auch nur mit dem noch leichtern Beispiel

$$y dx - x dy = a \sqrt{(dx^2 + dy^2)}.$$

### Anmerkung des Herausgebers.

Ich maasse mir nicht an tantas componere litos; sondern bemerke nur, daß des Freyherrn v. Pacassi neue Methode auch bey andern Sachverständigen ihr Glück nicht gemacht hat, ohnerachtet er sie seitdem in einer eigenen Schrift: Abhandlung über eine neue Methode zu integriren, Wien 1785. 8. und in einem in die physicalischen Arbeiten der euträchtigen Freunde zu Wien, 2ter Jahrg. 1786. eingerückten Versuch einer neuen Methode zu integriren, weiter ausgeführet hat. (Vergl. die Götting. gel. Anz. 1786. 609 S. und 1787. 1022 S.)

Q.

Zu Lamberts Brief an Wolfram, IV. B.  
S. 474 u. ff. Von L. Oberreit.

Schon hatte ich mir eingebildet, unter den Erfindern auch ein kleines Ehrenstüchlein verdient zu haben, nachdem ich im Jahr 1781 zur Ausziehung der Quadratwurzel eine ungemein convergente Formel gefunden hatte. Allein der IV. Band des Briefwechsels unsers vortreflichen Lamberts hat den Dunst meiner Einbildung wieder vertrieben, und mir gezeigt, daß er selbst diesen Fund schon 9 Jahre vorher gethan hatte, und zwar in einer geschmeidigern Form, und nicht bloß für die Quadratwurzel, sondern auch für die Cubikwurzel. Und als wenn das gar nichts Besondres wäre, thut er nur beiläufig davon Erwähnung in einem Privatschreiben an Hrn. Wolfram, (vom 19. Dec. 1772, Seite 474. 475,) ohne Geräusche davon zu machen. Aber freylich! Ein Weiser rühmet sich nicht seiner Weisheit. Indessen da er seine Methode nur so im Vorbengehen gleichsam an den Weg hingelegt hat: so wollen wir sie doch, da sie so einfach und von so schneller Convergenz ist, nicht so ungenützt am Wege liegen lassen, sondern sie nochmals vornehmen, und sie in ihrem ersten Grunde betrachten, nebenher aber mit erläuternden Anmerkungen begleiten. Wir werden sehen, daß sie nicht allein wegen ihrer Simplizität und gewaltigen Convergenz, sondern auch um ihrer Allgemeinheit willen, schätzbar ist. Will man übr-

gens dies mein Geschreibe für bloße Wiederholung des Lambertischen Briefes ansehen: so habe ich nichts dagegen. Wenigstens mag's dann aber zugleich für eine etwas ausführliche Verbesserung der Druck- und Rechnungsfehler, die in gedachtem Briefe sich finden, und zu Irrungen Anlaß geben können, angesehen werden.

Aus der Newtonischen Binomial-Formel

$$(a^n + x)^{1:n} = a + \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{a^{n-1}} + \frac{1}{n} \cdot \frac{n-1}{2n} \cdot \frac{x^2}{a^{2n-1}} + \frac{1}{n} \cdot \frac{n-1}{2n} \cdot \frac{2n-1}{3n} \cdot \frac{x^3}{a^{3n-1}} + \&c.$$

Schaffe man das zweite Glied weg, durch die Multiplication mit  $2na^n + (n-1)x$ . Wird sodann das Product der Reihe mit eben dem Multiplicator wieder dividirt: so hat man

$$(a^n + x)^{1:n} = a + \frac{2ax}{2na^n + (n-1)x} + \&c. \\ = a \cdot \left( 1 + \frac{2x}{2na^n + (n-1)x} + \&c. \right)$$

Dieser Bruch nun giebt die Wurzel, wenn  $a > 100x$  ist, meistens schon ziemlich genau an. Doch um sie auf alle Fälle, so genau als man nur will, zu erhalten: so setze man, dieser Ausdruck sey noch mit  $y^{1:n}$  multiplicirt; oder es sey

$$(a^n + x)^{1:n} = a \cdot \left( 1 + \frac{2x}{2na^n + (n-1)x} \right) \cdot \sqrt[n]{y}.$$



So wird

$$a^n \pm x = a^n \cdot \left( \frac{2na^n \pm (n+1)x}{2na^n \pm (n-1)x} \right)^n \cdot y;$$

Und hieraus

$$y = \frac{[2na^n \pm (n-1)x]^n}{a^n \cdot [2na^n \pm (n+1)x]^n} \cdot (a^n \pm x)$$

$$= \left( 1 \mp \frac{2x}{2na^n \pm (n+1)x} \right)^n \cdot \left( 1 \pm \frac{x}{a^n} \right).$$

Folglich haben wir

$$(a^n \pm x)^{1:n} = a \cdot \left( 1 \pm \frac{2x}{2na^n \pm (n-1)x} \right)^n \cdot \sqrt[n]{\left[ \left( 1 \mp \frac{2x}{2na^n \pm (n+1)x} \right)^n \cdot \left( 1 \pm \frac{x}{a^n} \right) \right]}.$$

Es ist aber  $\left( 1 \mp \frac{2x}{2na^n \pm (n+1)x} \right)^n$ , mit  $\left( 1 \pm \frac{x}{a^n} \right)$

multipliziert, oder y

$$= 1 \mp n \cdot \frac{2x}{2na^n \pm (n+1)x} \mp n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{4x^2}{[2na^n \pm (n+1)x]^2} \mp$$

$$n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{8x^3}{[2na^n \pm (n+1)x]^3} \mp \&c.$$

$$+ \frac{x}{a^n} \quad - n \cdot \frac{x}{a^n} \cdot \frac{2x}{2na^n \pm (n+1)x} \mp$$

$$n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{x}{a^n} \cdot \frac{4x^2}{[2na^n \pm (n+1)x]^2} - \&c.$$

Demnach, wenn die drei ersten Glieder der untern Reihe zum zweiten und dritten Gliede der obern Reihe

Reihe in Eins zusammen addirt, die folgenden Glieder der obern Reihe aber schlechtthin nur mit  $(a^n + x) : a^n$  multiplicirt werden,

$$\begin{aligned}
 y &= 1 + \frac{(n-1)^2 \cdot x^2}{a^n \cdot [2na^n + (n+1)x]^2} \\
 &+ 8n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{(a^n + x) \cdot x^3}{a^n \cdot [2na^n + (n+1)x]^3} \\
 &+ 16n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{n-3}{4} \cdot \frac{(a^n + x) \cdot x^4}{a^n \cdot [2na^n + (n+1)x]^4} \\
 &+ \text{\&c.}
 \end{aligned}$$

Aus dieser allgemeinen Formel nun folgt für die Quadratwurzel, wenn wir  $n=2$  setzen,

$$\begin{aligned}
 \sqrt{(a^2 + x)} \text{ oder } a \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x}{a^2}\right)} &= a \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{2x}{4a^2 + x}\right)} \\
 &\cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{a^2 \cdot (4a^2 + 3x)^2}\right)}.
 \end{aligned}$$

Macht man nun  $x^2 = x'$ ,  
und  $a^2 \cdot (4a^2 + 3x)^2 = a'^2$ :

$$\begin{aligned}
 \text{So hat man wiederum } \sqrt{\left(1 + \frac{x'}{a'^2}\right)} &= \left(1 + \frac{2x'}{4a'^2 + x'}\right) \\
 &\cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x'^2}{a'^2 \cdot (4a'^2 + 3x')^2}\right)}.
 \end{aligned}$$

Demnach

$$\begin{aligned}
 a \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x}{a^2}\right)} &= a \cdot \left(1 + \frac{2x}{4a^2 + x}\right) \cdot \left(1 + \frac{2x'}{4a'^2 + x'}\right) \\
 &\cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x'^2}{a'^2 \cdot (4a'^2 + 3x')^2}\right)}.
 \end{aligned}$$

Wenn

Wenn nun wieder  $x'' = x''$ ,  
 und  $a'^2 \cdot (4a'^2 + 3x'')^2 = a''^2$

gesetzt wird: so läßt sich auf solche Art immer weiter fortfahren. — Oder will man, wie Lambert,

$$2x : (4a^2 + x) = B : A$$

setzen, so daß  $A = 4a^2 + \frac{1}{2}B$ , oder  $8a^2 = 2A + B$   
 wird: so hat man  $x' = \frac{1}{2}B'$ ,  
 und  $4a^2 + 3x = A + B$ .

Folglich

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(1 + \frac{x}{a^2}\right)} &= \left(1 + \frac{B}{A}\right) \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{B'}{(A+B)^2 \cdot (2A+B)}\right)}, \\ &= \left(1 + \frac{B}{A}\right) \cdot \left(1 + \frac{2B^3}{4(A+B)^2 \cdot (2A+B) + B^3}\right) \cdot \sqrt{\&c.} \end{aligned}$$

dergestalt daß jeder nächstfolgende Factor

$$1 + \frac{2B^3}{4(A+B)^2 \cdot (2A+B) + B^3} = 1 + \frac{2B^3}{8A^3 + 3B \cdot (4A^2 - B^2)}$$

durch seinen vorhergehenden  $1 + \frac{B}{A}$  bestimmt wird.

Eben so giebt uns die allgemeine Formel auch für die Cubikwurzel  $\sqrt[3]{(a^3 + x)}$  oder  $a \cdot \sqrt[3]{\left(1 + \frac{x}{a^3}\right)}$

$$= a \cdot \left(1 + \frac{x}{3a^3 + x}\right) \cdot \sqrt[3]{\left[1 + \frac{(2a^3 + x) \cdot x^3}{a^3 \cdot (3a^3 + 2x)^3}\right]}.$$

Auch hier kann man

$$\begin{aligned} (2a^3 + x) \cdot x^3 &= x', & (2a'^3 + x') \cdot x'^3 &= x'', \\ \text{und } a^3 \cdot (3a^3 + 2x)^3 &= a'', & a'' \cdot (3a''^3 + 2x'')^3 &= a''', \end{aligned}$$

und

und so weiter, setzen, und auf gleiche Weise, so weit man will, fortfahren. — Oder man macht auch hier ebenfalls, wie Lambert,

$$x : (3a^3 \pm x) = B : A,$$

so daß  $3a^3 = A \mp B$  wird. Und so hat man

$$(2a^3 \pm x) \cdot x^2 = \frac{1}{3}(2A \pm B) \cdot B^3,$$

$$\text{und } a^3 \cdot (3a^3 \pm 2x) \cdot x^2 = \frac{1}{3}(A \pm B)^3 \cdot (A \mp B).$$

Demnach

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{\left(1 \pm \frac{x}{a^3}\right)} &= \left(1 \pm \frac{B}{A}\right) \cdot \sqrt[3]{\left[1 \pm \frac{(2A \pm B) \cdot B^3}{(A \pm B)^3 \cdot (A \mp B)}\right]} \\ &= \left(1 \pm \frac{B}{A}\right) \cdot \left(1 \pm \frac{(2A \pm B) \cdot B^3}{3[(A \pm B)^3 \cdot (A \mp B)] \pm (2A \pm B) \cdot B^3}\right) \\ &\quad \cdot \sqrt[3]{\text{(&c.}} \end{aligned}$$

Und solchergestalt wird wiederum jeder folgende Bruch

$$\frac{(2A \pm B) \cdot B^3}{3(A \pm B)^3 \cdot (A \mp B) \pm (2A \pm B) \cdot B^3} = 1 : \left[ \frac{3A^3 \cdot (A \pm 2B)}{2B^3 \cdot (A \pm \frac{1}{2}B)} \mp 2 \right]$$

aus dem vorhergehenden  $B:A$  gefunden. Auch reicht man ebenfalls, so wie bey den Quadratwurzeln, mit jedem Factor über 3mal mehr Decimalsstellen weiter hinaus; gleichwie folgendes Beispiel zeigen wird.





seyn; und die ledige Zahl  $\mp 2$  wird gegen  $3A^3 : 2B^3$  ebenfalls von keinem Betracht seyn. Folglich kann man diesen Bruch ohne merklichen Fehler

$$= 1 : \frac{3A^3}{2B^3} = \frac{2B^3}{3A^3}$$

setzen. — Nun ist

$$\frac{\text{£ } 768143878}{8,8854426} = \text{£.A. Und } \frac{\text{£. } 253}{2,4031205} = \text{£.B.}$$

Miso

$$\frac{\text{£. } 768143878^3}{\text{£og. } 3} = 26,6563278 = \text{£.A}^3. \quad \frac{\text{£. } 253^3}{\text{£og. } 2} = 7,2093615 = \text{£.B}^3$$

$$\frac{\text{£og. } 3}{\text{£. } 3A^3} = 0,4771213$$

$$\frac{\text{£og. } 2}{\text{£og. } 2} = 0,3010300$$

$$\text{£. } 3A^3 = 27,1334491$$

$$\text{Ferner } \frac{\text{£og. } 5}{4} = 0,0969100$$

$$\frac{\text{£og. } 127}{126} = 0,0034338$$

$$\frac{\text{£og. } 768144131}{768143878} = 0,0000001$$

$$- \frac{\text{£og. } 3A^3}{7,6107348} = -27,1334491$$

$$\text{Demnach } \text{£og. } 3,00114 \cdot 10^{-20} = -20 + 0,4772857$$

Das will sagen: Die drey ersten Factoren reichen bis auf die 20ste Decimalstelle; und von dieser Stelle an sind die 6 ersten Ziffern, die der 4te Factor giebt, 300114.

Die von Lambert zuerst (Seite 472. 473) angegebenen Formeln für die Quadrat- und Cubikwurzeln convergiren zwar bey weitem nicht so stark, wie die vorhin angeführten. Doch sind sie immer auch brauchbar, und gar nicht zum Wegwerfen. Wir wollen sie hier auch noch kurz mit anführen, um wenigstens die dabey vorkommenden Fehler zu rectificiren.

Die

Die allgemeine Formel für diese weniger convergente Methode findet sich

$$(a^n \pm x)^{1:n} = a \cdot \left( \frac{x}{1 \pm na^n} \right) \cdot \sqrt[n]{1 \pm \frac{(n-1) \cdot [na^n \pm (n-2)x] \cdot x^2}{2a^n \cdot (na^n \pm x)^2} + n \cdot \frac{n-1}{2} \cdot \frac{n-2}{3} \cdot \frac{(a^n \pm x) \cdot x^2}{a^n \cdot (na^n \pm x)^3} + \&c.}$$

Folglich für die Quadratwurzel  $\sqrt{a^2 \pm x}$  ober

$$\begin{aligned} a \cdot \sqrt{\left(1 \pm \frac{x}{a^2}\right)} &= a \cdot \left(1 \pm \frac{x}{2a^2}\right) \cdot \sqrt{\left[1 - \frac{x^2}{(2a^2 \pm x)^2}\right]} \\ &= a \cdot \left(1 \pm \frac{x}{2a^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{x^2}{2 \cdot (2a^2 \pm x)^2}\right) \\ &\quad \cdot \sqrt{\&c.} \end{aligned}$$

Hieraus findet sich

$$\begin{aligned} \sqrt{1+1} &= \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{18}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{578}\right) \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{1}{665858}\right) \cdot \&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{9+1} &= 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{18}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{722}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1039682}\right) \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{1}{2161873163522}\right) \cdot \&c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{13} &= \frac{1}{5} \cdot \sqrt{(18^2+1)} = \frac{18}{5} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{1}{324}\right)} = \frac{18}{5} \\ &\quad \cdot \left(1 + \frac{1}{648}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{84202}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1419278889602}\right) \cdot \&c. \end{aligned}$$

§

Für



Für die Cubikwurzel hat man  $\sqrt[3]{(a^3+x)}$  oder

$$\begin{aligned} a \cdot \sqrt[3]{\left(1 + \frac{x}{a^3}\right)} &= a \cdot \left(1 + \frac{x}{3a^3}\right) \cdot \sqrt[3]{\left[1 - \frac{(9a^3+x) \cdot x^2}{(3a^3+x)^3}\right]} \\ &= a \cdot \left(1 + \frac{x}{3a^3}\right) \cdot \left(1 - \frac{(9a^3+x) \cdot x^2}{3 \cdot (3a^3+x)^3}\right) \\ &\quad \cdot \sqrt[3]{\&c.} \end{aligned}$$

Und  $\sqrt[3]{11}$  giebt

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2^3+3} &= 2 \sqrt[3]{\left(1 + \frac{3}{8}\right)} = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{25}{2187}\right) \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{510625}{3789643323}\right) \cdot \&c. \end{aligned}$$

Diese Formeln haben übrigens das Besondere voraus, daß sie eine Abkürzung der Rechnung darbieten, dergleichen auch Herr Wolfram bemerkt hat. Es ist nämlich

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(1 + \frac{x}{a^2}\right)} &= \left(\frac{2a^2+x}{2a^2}\right) \cdot \left[\frac{2 \cdot (2a^2+x)^2 - x^2}{2 \cdot (2a^2+x)^2}\right] \cdot \sqrt{\&c.} \\ &= \frac{1}{2a^2} \cdot \left[\frac{2 \cdot (2a^2+x)^2 - x^2}{2 \cdot (2a^2+x)}\right] \cdot \&c. \end{aligned}$$

Folglich, wenn die Factoren in Brüche verwandelt werden, so hebt sich der Zähler eines jeden vorhergehenden Bruches in dem Nenner des nächstfolgenden Bruches auf: so daß nur der Zähler des letzten Bruches bleibt, und der Nenner aus dem Producte



ducte der doppelten vorhergehenden Zähler besteht.  
So z. E. ist

$$\sqrt{(16+3)} = 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{3}{16}\right)} = 4 \cdot \left(1 + \frac{3}{32}\right)$$

$$\cdot \left(1 - \frac{9}{2450}\right) \cdot \left(1 - \frac{81}{11916962}\right) \cdot \&c.$$

$$= \frac{4}{1} \cdot \frac{35}{32} \cdot \frac{2441}{2450} \cdot \frac{11916881}{11916962} \cdot \&c.$$

$$= \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{70} \cdot \frac{11916881}{4882} \cdot \&c. = \frac{11916881}{2733920} \cdot \&c.$$

Supplemente zu den Briefen von Wolfram  
an Lambert. IV. Band, S. 436—536.

In der Vorrede zu dem IV. Bande habe ich schon angezeigt, warum ein Theil des Ziffernreichen Briefwechsels zwischen Lambert und dem Herrn Hauptmann Wolfram; für den V. Band hat müssen verspartet werden; die zurückgelegten Stücke bestanden hauptsächlich in Belegen zu den Wolframschen Briefen; diese erachte ich mich nun verbunden als Supplemente in gegenwärtigen Zusätzen nachzuholen. Dieses Stück wäre vielleicht noch vollkommener und verbessert erschienen, wenn ich mit Herrn Wolfram selbst über diese Sache hätte correspondiren können; allein ich habe auf den Brief mit welchem ich den ihm zugeschickten IVten Band begleitete keine Antwort erhalten, und nur seit einigen Monaten weiß ich mit etwas Zuverlässigkeit, daß dieser fleißige und geschickte Calculator, dieser in seinem Fache wirklich außerordentliche Mann, nicht mehr am Leben ist: aber ohne Umstände von Zeit, Ort u. wo er zu leben aufgehört hat, und welches Schicksal seine vielen mühsamen handschriftliche Rechnungen gehabt haben, wie man doch zu erfahren sehr wünschen muß, wenn man sich aller seiner Arbeiten und vorgehabten Dispositionen aus seinen Briefen an Lambert erinnert. — Doch ich schreite nun zu den Supplementen,

---

menten, nach der Ordnung in welcher sie in meinen Anmerkungen zu dem Briefwechsel versprochen worden.

I. Zu S. 491.

Hier folget zuerst die a. a. D. versprochene  
Tafel zum Livelliren.

---

Tafel zum Niveliren sowohl französisch als rheinländ.  
auf 50° Polhöhe (Astronom. pag. 120. Tom. 3.)

franz. Schuh.	rheinl. Schuh.	Weiten.	Weiten.	Erhöb.	
I 090 400	I 128 000	franz	rheinl.	3.	2.
39 254 000	40 608 000	6265	6372	12	—
38 164 000	39 480 000	6178	6283	11	8
37 073 600	38 352 000	6089	6193	11	4
35 983 200	37 224 000	5999	6101	11	—
34 893 800	36 096 000	5907	6008	10	8
33 803 400	34 968 000	5814	5913	10	4
32 712 000	33 840 000	5719	5817	10	—
31 621 600	32 712 000	5623	5719	9	8
30 531 200	31 584 000	5526	5620	9	4
29 440 800	30 456 000	5426	5519	9	—
28 350 400	29 328 000	5325	5416	8	8
27 260 000	28 200 000	5221	5310	8	4
26 169 600	27 072 000	5116	5203	8	—
25 079 200	25 944 000	5008	5094	7	8
23 988 800	24 816 000	4898	4982	7	4
22 898 400	23 688 000	4785	4867	7	—
21 808 000	22 560 000	4670	4750	6	8
20 717 600	21 432 000	4552	4630	6	4
19 627 200	20 304 000	4430	4506	6	—
18 536 800	19 176 000	4305	4379	5	8
17 446 400	18 048 000	4177	4248	5	4
16 356 000	16 920 000	4044	4113	5	—
15 265 600	15 792 000	3907	3974	4	8
14 175 200	14 664 000	3765	3829	4	4
13 084 800	13 536 000	3617	3679	4	—
11 994 400	12 408 000	3463	3522	3	8
10 904 000	11 280 000	3302	3359	3	4
9 813 600	10 152 000	3133	3186	3	—
8 723 200	9 024 000	2954	3004	2	8
7 632 800	7 896 000	2763	2810	2	4
6 542 400	6 768 000	2558	2602	2	—
5 452 000	5 640 000	2335	2375	1	8
4 361 600	4 512 000	2088	2124	1	4
3 271 200	3 384 000	1809	1840	1	—
2 180 800	2 256 000	1477	1502	—	8
1 090 400	1 128 000	1044	1062	—	4

Maasß, der halbe Diameter der Erde, nach de la Lande  
3271200 Toises, oder 1692000 Ruthen rheinländisch.

Weiten.		Erhöb.		Weiten.		Erhöb.	
franz.	rheinl.	3.	4.	franz.	rheinl.	3.	4.
3133	3186	3	—	1566	1593	9	0
3089	3142	2	11	1544	1571	8	9
3044	3096	2	10	1522	1548	8	6
2999	3051	2	9	1500	1525	8	3
2954	3004	2	8	1477	1502	8	0
2907	2957	2	7	1453	1478	7	9
2860	2909	2	6	1430	1454	7	6
2812	2860	2	5	1406	1430	7	3
2763	2810	2	4	1381	1405	7	0
2713	2759	2	3	1356	1380	6	9
2662	2708	2	2	1331	1354	6	6
2611	2655	2	1	1305	1328	6	3
2558	2602	2	0	1279	1301	6	0
2504	2547	1	11	1252	1273	5	9
2449	2491	1	10	1224	1245	5	6
2393	2434	1	9	1196	1217	5	3
2335	2375	1	8	1167	1187	5	0
2276	2315	1	7	1138	1157	4	9
2215	2253	1	6	1108	1126	4	6
2153	2190	1	5	1076	1095	4	3
2088	2124	1	4	1044	1062	4	0
2022	2057	1	3	1011	1028	3	9
1954	1987	1	2	977	993	3	6
1882	1915	1	1	941	957	3	3
1809	1840	1	—	904	920	3	0
1732	1761	—	11	866	881	2	9
1651	1679	—	10	826	840	2	6
1566	1593	—	9	783	797	2	3
1477	1502	—	8	738	751	2	0
1381	1405	—	7	691	702	1	9
1279	1301	—	6	639	650	1	6
1167	1187	—	5	584	594	1	3
1044	1062	—	4	522	531	1	0
904	920	—	3	452	460	—	9
738	751	—	2	369	375	—	6
522	531	—	1	261	266	—	3

2. Zu S. 500.

## Wolfram an Lambert.

Stamyr den 14. Oct. 1773.

— — Ihre Anmerkungen über meine Tafel von Kettenfäden, haben die nöthige Verbesserung und Vermehrung derselben verursacht, welche ich mit der völligen Ausarbeitung und Fertigung hiemit aufs neue übersende \*).

\*) Demobugeachtet konnte die erstere, wegen Lamberts Anmerkungen nicht wegbleiben, (s. IV. B. S. 499. 500.) Im Briefe vom 30. Dec. 1773, gab Herr Wolfram auch einige Verbesserungen von Rechnungsfehlern zu dieser 2ten Tafel an: ich habe sie gehörig eingetragen, und die Summen darnach geändert.

Eine

## Eine Tafel von 9402 Kaffettensätzen.

A			B			C					
						1		2			
3	4	2	3	8	6	4	12	9	7	20	14
3			I			I		2	2		4
I			I			2			3		
5	8	2	6	16	5	6	16	11	8	24	8
0			2			I			2		I
2			2			3			4		
7	12	4	8	24	11	8	20	13	10	28	19
0			3			I			2		
3			3			4			5		
9	16	4	11	32	11	10	24	15	12	32	10
0			4			I			2		
4			4			5			6		
12	20	7	14	40	21	12	28	17	14	36	23
0			5			I			2		
5			5			6			7		
14	24	3	16	48	11	14	32	19	16	40	12
0			6			I			2		
6			6			7			8		
16	28	11	19	56	32	16	36	21	18	44	27
0			7			I			2		
7			7			8			9		
18	32	7	22	64	21	18	40	23	20	48	14
0			8			I			2		
8			8			9			10		
21	36	10	24	72	32	20	44	25	22	52	31
0			9			I			2		
9			9			10			11		
23	40	7	27	80	22	22	48	27	24	56	16
0			10			I			2		
10			10			11			12		
25	44	18	30	88	53	24	52	29	26	60	35
0			11			I			2		
11			11			12			13		
27	48	7	32	96	21	26	56	31	28	64	18
0			12			I			2		
12			12			13			14		
30	52	21	34	104	64	28	60	33	30	68	39
0			13			I			2		
23			13			14			15		
		103			310			273			266
								2			5

3		4		5		6							
10	28	19	13	36	24	16	5	44	29	19	6	52	34
3		6	4		8	5			10	6			12
4			5			6				7			
11	32	22	14	40	13	17	5	48	32	20	6	56	18
3		5	4		3	5			9	6			5
5			6			7				8			
12	36	16	15	44	30	18	5	52	35	21	6	60	26
3		2	4		6	5			8	6			6
6			7			8				9			
14	40	27	16	48	16	19	5	56	38	22	6	64	21
3			4		2	5			7	6			4
7			8			9				10			
16	44	29	18	52	35	20	5	60	32	23	6	68	46
3			4			5			4	6			8
8			9			10				11			
18	48	20	20	56	18	22	5	64	43	24	6	72	16
3			4			5			11	6			2
9			10			11				12			
20	52	33	22	60	39	24	5	68	45	26	6	76	51
3			4			5			12	6			
10			11			12				13			
22	56	35	24	64	20	26	5	72	47	28	6	80	26
3			4			5			13	6			
11			12			13				14			
24	60	24	26	68	43	28	5	76	49	30	6	84	36
3			4			5			14	6			
12			13			14				15			
26	64	39	28	72	22	30	5	80	50	32	6	88	28
3			4			5			8	6			
13			14			15				16			
28	68	41	30	76	47	32	5	84	53	34	6	92	59
3			4			5				6			
14			15			16				17			
30	72	28	32	80	24	34	5	88	55	36	6	96	20
3			4			5			17	6			
15			16			17				18			
32	76	45	34	84	51	36	5	92	57	38	6	100	63
3			4			5			18	6			
16			17			18				19			
		378			382			555					444
		13			19			38					47



C

7		8		9		10					
22	69	39	25	68	44	28	76	49	31	84	54
7		14	8		16	9		18	10		20
8			9			10			11		
23	64	42	26	72	23	29	80	52	32	88	28
7		13	8		7	9		17	10		9
9			10			11			12		
24	68	45	27	76	50	30	84	36	33	92	60
7		12	8		14	9		10	10		18
10			11			12			13		
25	72	48	28	80	26	31	88	58	34	96	31
7		11	8		12	9		15	10		8
11			12			13			14		
26	76	51	29	84	56	32	92	61	35	100	52
7		10	8		12	9		14	10		12
12			13			14			15		
27	80	54	30	88	29	33	96	42	36	104	34
7		9	8		5	9		8	10		7
13			14			15			16		
28	84	48	31	92	62	34	100	67	37	108	72
7		6	8		10	9		12	10		14
14			15			16			17		
30	88	59	32	96	32	35	104	70	38	112	37
7			8		4	9		11	10		6
15			16			17			18		
32	92	61	34	100	67	36	108	48	39	116	78
7			8			9		6	10		12
16			17			18			19		
34	96	63	36	104	34	38	112	75	40	120	32
7			8			9			10		4
17			18			19			20		
36	100	65	38	108	71	40	116	77	42	124	83
7			8			9			10		
18			19			20			21		
38	104	67	40	112	36	42	120	52	44	128	42
7			8			9			10		
19			20			21			22		
40	108	69	42	116	75	44	124	81	46	132	87
7			8			9			10		
20			21			22			23		
		711			605			768			690
		75			74			111			110

C									
11			12			13			
34	92	59	37	100	64	40	108	69	507
11		22	12		24	13		26	182
12			13			14			
35	96	62	38	104	33	41	112	72	416
11		21	12		11	13		25	126
13			14			15			
36	100	65	39	108	46	42	116	75	516
11		20	12		14	13		24	134
14			15			16			
37	104	68	40	112	36	43	120	78	472
11		19	12		10	13		23	105
15			16			17			
38	108	71	41	116	76	44	124	81	630
11		18	12		20	13		22	120
16			17			18			
39	112	74	42	120	26	45	128	84	471
11		17	12		6	13		21	75
17			18			19			
40	116	77	43	124	82	46	132	87	711
11		16	12		18	13		20	96
18			19			20			
41	120	80	44	128	42	47	136	90	575
11		15	12		8	13		19	63
19			20			21			
42	124	83	45	132	58	48	140	93	696
11		14	12		10	13		18	60
20			21			22			
43	128	86	46	136	45	49	144	96	603
11		13	12		7	13		17	41
21			22			23			
44	132	80	47	140	94	50	148	99	833
11		10	12		14	13		16	40
22			23			24			
46	136	91	48	144	32	51	152	102	598
11			12		4	13		15	19
23			24			25			
48	140	93	50	148	99	52	156	96	888
11			12			13		12	12
24			25			26			
		989			733			1122	7916
		185			146			258	1073

Diese Tafel hat unten und zur Rechten keine Grenzen, sondern kann so weit fortgesetzt werden, als man will.

Diese Tafel hat 3 Theile, A, B und C. A und B haben jede nur eine Perpendicularreihe, und C hat 13, alle 3 haben 13 Horizontalreihen, folglich besteht die Tafel aus  $13 \times 15 = 195$  Fächern. Jedes Fach hat eine Anzahl Säße da Schwefel und Kohlen bleiben, und nur durch den Salpeter die Veränderung und Verschiedenheit gemacht wird. In jedem Fach stehen 3 Zahlen untereinander, welche Salpeter, Schwefel und Kohlen bedeuten. Neben der Ersten steht eine größere, die bedeutet auch Salpeter; daneben, hinter der Linie, eine andere, welche die Anzahl der Säße in jedem Fache anzeigt. Unter dieser steht in C, in der einen Hälfte, welche die Diagonal macht, noch eine kleinere, die bedeut Säße, in welchen Schwefel und Kohlen verwechselt werden können. A hat 103 Säße von Salpeter und Kohlen, ohne Schwefel; B 310 Säße, von Salpeter, Schwefel und Kohlen, da von Schwefel und Kohlen gleich viel, und C hat 7916 Säße, da von Kohlen mehr als Schwefel, nebst 1073 Säßen da von Kohlen weniger als Schwefel, genommen wird.

In A ist 9, 0, 4, in B 8, 3, 3 und in C 4, 1, 2 für den schwächsten und geringsten Saß angenommen worden. A und B sind leicht zu verfertigen; für C hat man noch 3, 1, 1 stärker, und 2, 1, 1 schwächer als 4, 1, 2 gewählt. Das letzte fällt leicht in die Augen, das erste schliesse ich so: 4, 1 $\frac{1}{2}$ , 1 $\frac{1}{2}$  zum wenigsten so gut, wo nicht besser als 4, 1, 2;

9, 3, 3

$9, 3, 3 \doteq 3 \times 3, 1, 1$  ist besser als  $8, 3, 3 \doteq 2 \times 4, 1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}$ , folglich  $3, 1, 1$  besser, als  $4, 1, 2$ .

Dieser Satz  $4, 1, 2$  und dessen  $2, 3, 4$  n. faches ist in der Diagonal von C, von oben linker Hand, herunter nach der Rechten, eingetragen worden. Alsdann ist  $2, 1, 1$  von den Sätzen dieser Diagonal, linker Hand beständig subtrahiret, und  $3, 1, 1$ , rechter Hand beständig zu addiret, bis C ganz voll geworden ist. Es ist klar, daß die Sätze rechter Hand der Diagonal, beständig besser werden, weil ein besserer als  $4, 1, 2$ , beständig zu addiret worden; auch daß alle diese Sätze zwischen den engen Schranken  $4, 1, 2$  und  $3, 1, 1$  enthalten sind. Ingleichen, daß die Sätze linker Hand sich beständig bessern, weil ein Geringerer als  $4, 1, 2$ , beständig abgezogen worden. Der stärkste von diesen ersten Sätzen, linker Hand der Diagonal, ist  $16, 1, 8$ , weil er die beste Verhältniß zwischen dem Salpeter und Schwefel hat, und der stärkste von den Ersten rechter Hand, ist  $40, 13, 14$ , weil er  $3, 1, 1$  am nächsten kömmt. Weiter ist zu diesen ersten und geringsten Sätzen in A, B und C das 4fache des Schwefels und Kohlen zum Salpeter gefeket worden, anzuzeigen, daß man von dem ersten und schwächsten Satz des Salpeters bis da hinauf steigen kann, ehe man den stärksten Satz zu den gegebenen Schwefel und Kohlen erhält. Ich bin darinn

darinn dem Mémoire im Manuel de l'Artificier gefolget, in welchem 16, 0, 4 und 16, 1, 3, jeder für sich, am stärksten sind befunden worden. Wenn der Schwefel  $\frac{1}{7}$  bis  $\frac{2}{7}$ , und die Kohlen von  $\frac{1}{2}$  bis  $\frac{2}{7}$  des Salpeters sind, so können beide mit einander verwechselt, und anstatt des Schwefels das Gewicht der Kohlen, und anstatt der Kohlen das Gewicht des Schwefels genommen werden, und daraus sind die 1073 umgekehrten Sätze in C entstanden. Da alle Sätze in dieser Tafel, einen Zusatz von Mehlpulver leiden, so kann man so viel desselben nehmen von Eins an, bis so viel als der ganze Satz von Salpeter, Schwefel und Kohlen schwer ist und noch darüber. Insonderheit ist's gut, die ersten und schwächsten Sätze dieser Tafel, ehe sie bis auf  $\frac{1}{7}$  des Salpeters mehr angewachsen sind, mit  $\frac{1}{7}$  des ganzen Satzes an Mehlpulver zu verstärken, wie z. E. der 12te Satz von Herrn Stövesand, auf der folgenden Seite.

Im May und Juny 1771 habe ich hier angemerkt, daß eine Bombe aus einem 50pfündigen Mörser, mit 2 Pf. Pulver geladen, und 50° Richtung, an einem frühen Morgen, aber regnicht Wetter, nur etwas weniges über 50 Ruthen geworfen worden, dahingegen die Bombe auf eine andere Zeit, im vollen Tage, aber gut Wetter, mit eben der Ladung und Richtung über 100 Ruthen gefallen ist. Ich schliesse aus dieser und andern dergleichen Erfahrungen, daß eine Rakete, nach Beschaffenheit der Luft, einmal viel höher, ja noch

noch einmal so hoch steigen kann, als auf eine andere Zeit.

Die Geschwindigkeit womit eine Rakette steigt, hängt gleichfalls sowohl von der Luft als vom Satz, und überdies noch etwas vom Schlagen des Satzes ab; denn man kann einen Schwärmer so hart schlagen, daß er noch einmal so lange brennt als ein anderer, und weder läuft noch schwärmt, wenn er geworfen wird. Daher kömmt auch zum Theil, daß man die Zehrung der Raketten von 1 Caliber und darüber, bis auf  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{1}{3}$  vermindern muß. Was die Sätze für gewisse Caliber betrifft, wovon fast alle Alte und Neue so viel Aufhebens machen, so will ich nur die 34 Sätze des Herrn Stövesands (damaligen Braunschweigischen Artillerie-Hauptmanns, als sein Buch 1748 heraus kam) zur Betrachtung hieher setzen, und dieselben, nachdem ich sie erst auf die kleinsten Zahlen gebracht, vom stärksten bis auf den schwächsten, durch Hülfe meiner Tafel, so gut ich gekonnt habe, auf einander folgen lassen; hier sind sie. Es sind eigentlich nur 31.

N <sup>o</sup> .	Rehlp.	Salp.	Schw.	Koblk.	Caliber.
1	16	8	2	3	2, 3 u. 4 Loth 4 u. 5 Pf.
2	16	7	3	5	1 Pf.
3	10 $\frac{1}{2}$	8	2	3	6 bis 12 Loth.
4	16	18	6	5	$\frac{1}{2}$ Pf.
5	16	16	4	7	$\frac{1}{3}$ Pf.
6	40	40	10	19	$\frac{3}{4}$ Pf.
7	30	36	13	13	1 Pf.
8	6	7	2	3	$\frac{1}{2}$ Pf.
9	28	32	14	15	1 Pf.
10	16	52	9	21	2 Pf.
11	12	32	10	13	20 bis 40 Pf.
12	1	4	1	2	$\frac{1}{4}$ Pf.
13	2	4	1	3	4 und 6 Loth.
14	—	8	1	2	4 und 5 Pf.
15	—	7	1	2	6 bis 9 Pf.
16	—	10	2	3	3 Pf.
17	—	13	4	3	$\frac{1}{2}$ Pf.
18	—	32	7	10	16 Pf.
19	—	16	5	5	2 Pf.
20	—	8 $\frac{1}{2}$	2	3 $\frac{1}{2}$	10 Pf.
21	—	8	2	3	15 Pf.
22	—	9	2	4	1, 2 u. 3 Pf. 1 bis 100 Pf.
23	—	11	3	5	1 Pf.
24	—	4	1	2	10 bis 15 Pf.
25	—	10	3	5	$\frac{1}{2}$ bis 1 Pf.
26	—	9	2	5	25 bis 100 Pf.
27	—	16	6	7	4 Pf.
28	—	30	7	18	1, 2 u. 3 Pf. 30, 40, 50 Pf.
29	—	32	7	20 $\frac{1}{2}$	100 Pf.
30	—	16	8	7	3 Pf.
31	—	3	1	2	1 bis 60 Pf.

Ich kann aus diesem Verzeichniß unmöglich  
andere schließen, als daß die Sätze für gewisse Ca-  
liver, nur in der Einbildung bestehen und daß,  
wenn

wenn ein Saß gut ist, derselbe wie Nr. 22, 9, 2, 4 von 1 bis 100 Pf., das ist: zu allen Calibern gut ist.

Man will gute Säße für große Caliber zu stark befunden haben; ich bin aber versichert, daß es nur am Füllen und Schlagen gelegen hat. Wenn man auf einmal 2, 3, 4 zc. Zoll Saß in große Hülsen thut, so ist es unmöglich denselben durchs Schlagen zur nöthigen und gleichen Härte und Festigkeit zu bringen; denn indem der Obertheil des Saßes niedergeschlagen und hart wird, wird er zu gleicher Zeit so stark inwendig an die Seitenwände des Papiers geklemmt, daß solches nicht mehr nachgiebt, sondern mit hineingeschlagen wird, wodurch noch mehr verhindert wird, daß der mittlere Theil, kaum fest genug, der untere Theil des Saßes aber, so los bleibt, daß die Rakette beim Anstecken gleich springen muß.

Wollte man aber sich gefallen lassen, in großen Raketten allezeit weniger als einen Zoll Saß, ja nur einen halben Zoll jedesmal hineinzuschütten, so würde man ohne große Mühe und Gewalt denselben zur gehörigen gleichen Festigkeit und Härte schlagen können, und man würde keinen Saß, wie groß der Caliber auch wäre, zu stark finden.

Schlechtere Säße zu gebrauchen, als die in dieser Tafel stehen, wie z. E. die Säße des Herrn Stövesands von Nr. 25 bis 31 bleibt unverboten. Es ist aber unmöglich, daß eine Rakette mit einem



einem solchen faulen Satz, so geschwind und so hoch steigen kann, als mit einem guten, und daß der Unterschied sehr merklich seyn muß, wenn die Luft und übrigen Umstände einerley sind. Wegen des Satzes Nr. 31. 3, 1, 2 den Herr Stövesand zu 1 bis 60 Pfund angebt, habe ich zu erinnern, daß ihn Simienowicz zu 100, 80 und 60 Pf. gegeben, und daß ich davon Wasserwärmer habe lassen schlagen, die gut gegangen sind. Im 2ten Theile von Simienowicz, von D. Ulrich, habe ich den elendesten von allen Sätzen angetroffen, nemlich 4, 2, 3.

Ich hätte die Tafel von Rakettensätzen gern verkürzen, und auf 9 Perpendicular- und 7 Horizontalreihen bringen wollen, weil sie mir was praelerisch ausseht. Ich habe aber doch Bedenken getragen, solches zu thun, da ich den 7ten, 10ten und 29sten Satz von Stövesand, kaum in der 12ten und 13ten Horizontalreihe habe auffuchen können; und wegen des 9ten Satzes noch eine Perpendicularreihe zu kurz komme. Den 20ten habe ich müssen in Brüchen und den 30ten in kleineren Zahlen geben, die nächst bekommen.

Was endlich noch die Länge der Raketten betrifft, so halte ich es mit den heutigen Feuerwerkern. Z. E. einem Stövesand, weil ich in Simienowicz keine Ursache finden kann, davon abzugehen.

Es hat nicht am guten Willen gelegen, daß ich nicht weiter in diesem Theil von der Artillerie gefördert

bert bin, sondern an die unüberwindlichen Schwierigkeiten, welche mir bisher sind in den Weg gesetzt worden.

### 3. Zu S. 503.

Hier folget das Verzeichniß der (Prim- und durch Primzahlen theilbaren) Zahlen, welche  $< 1000^2$  sind, dessen Lambert in seinem Briefe vom 21. Aug. 1773, a. d. 503. S. erwähnt. Es gehöret eigentlich zu S. 495 in Wolframs Briefe vom 5. April 1775. Nach der daselbst mitgetheilten Zergliederung der Logarithmen von 991981 bis 1000 015, setzte Herr Wolfram nachstehendes hinzu:

„Ich habe auch sonst schon ausgerechnet, daß  
 „von Eins bis eine Million sich 78458 Prim-  
 „zahlen befinden, darunter die Primzahlen von 2, 3  
 „und 5 nicht gerechnet, Eins aber mitgezählt ist:  
 „so daß, ohne die Einheit, aber mit diesen 3 Prim-  
 „zahlen sich 78460 Primzahlen unter Eine Million  
 „befinden. Weiter 38095 Zahlen deren kleinster  
 „Factor 7; 20778 deren kleinster Factor 11;  
 „15983 deren kleinster Factor 12 ist, u. s. w. wie  
 „aus dem folgenden Verzeichniß zu ersehen.“

78458	1	457	271	152	601
38095	7	446	277	149	607
20778	11	439	281	147	613
15983	13	434	283	144	617
11283	17	418	293	142	619
9502	19	398	307	136	631
7454	23	391	311	131	641
5766	29	388	313	129	643
4998	31	381	317	126	647
4133	37	367	331	124	653
3617	41	360	337	121	659
3356	43	349	347	120	661
2982	47	347	349	114	673
2575	53	340	353	111	677
2261	59	333	359	109	683
2143	61	325	367	105	691
1910	67	315	373	99	701
1775	71	308	379	97	709
1700	73	304	385	94	719
1553	79	299	389	92	727
1460	83	291	397	89	733
1354	89	289	401	87	739
1244	97	283	409	86	743
1195	101	274	419	85	751
1171	103	270	421	83	757
1136	107	262	431	80	761
1109	109	260	433	76	769
1074	113	254	439	74	773
964	127	250	443	68	787
937	131	245	449	66	797
898	137	240	457	63	809
886	139	238	461	62	811

832	149	236	463	58	821
820	151	233	467	56	823
794	157	224	479	54	827
763	163	218	487	53	829
745	167	215	491	50	839
719	173	210	499	47	853
697	179	205	503	45	857
689	181	201	509	44	859
654	191	196	521	42	863
647	193	194	523	39	877
633	197	184	541	38	881
629	199	181	547	37	883
593	211	177	557	35	887
562	223	172	563	30	907
551	227	170	569	29	911
547	229	168	571	25	919
539	233	165	577	23	929
523	239	160	587	21	937
518	241	156	593	19	941
496	251	155	599	17	947
485	257			15	953
473	263			12	967
462	269			9	971
				8	977
				5	983
				3	991
				1	997

Summa in allen 1266666 Zahlen.

Wenn ich mich nicht irre, könnte dieses Verzeichniß etwas zur Prüfung und Verbesserung der Zergliederung der Zahlen, bis auf eine Million beytragen.

## 4. Zu S. 508.

Ich habe mit etwas Unbesonnenheit in meiner Anmerkung a. a. D. Wolframs 3 Proben seiner Art die hyperbolischen Logarithmen zu berechnen versprochen. Ungerne gehe ich daran; die hier folgenden vielen Zahlen abdrucken zu lassen, in der Ungewißheit, ob irgend jemand verhältnißmäßig mir dafür danken wird: es ist aber versprochen; ich sehe und weiß es, und so darf mich nichts zurückhalten, mein Versprechen zu erfüllen.

A. \*)

Probe oder Auszug von Berechnung einer  
Tafel der hyperbolischen Logarithmen:  
angefangen im Jahre 1772.

Die Logarithmen zu finden, sind mir folgende  
drey Formeln bekannt:

$$a) \log. \frac{1+n}{1} = n - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{5}n^5 \&c.$$

$$b) \log. \frac{1}{1-n} = n + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{4}n^4 + \frac{1}{5}n^5 \&c.$$

$$c) \log. \frac{1+n}{1-n} = 2n + \frac{2}{3}n^3 + \frac{2}{5}n^5 \&c.$$

3 4

Durch

\*) Diese erste Probe begleitete einen kurzen Brief vom 30. Decbr. 1773.

Durch alle drei Formeln erhält man zu einer Absolutzahl nur einen und denselben Logarithmen; zum Exempel:

$$\log. 2 = \log. \frac{1+1}{1} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \&c.$$

$$\log. 2 = \log. \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^2} + \frac{1}{4 \cdot 2^3} \&c.$$

$$\log. 2 = \log. \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3 \cdot 3} + \frac{2}{5 \cdot 3^2} \&c.$$

denn alle drei Logarithmen in Decimalscheile aufgesetzt, geben  $\log. 2 = 0.693147180$  u.

Nach Saunderson ist der

$$\log. 2 = \frac{2}{3} + \frac{A}{3 \cdot 3^2} + \frac{3B}{5 \cdot 3^2} \&c.$$

$$\text{und } \log. 8 = 2 + \frac{A}{3 \cdot 3^2} + \frac{3B}{5 \cdot 3^2} \&c.$$

$$\log. \frac{5}{4} = \frac{2}{9} + \frac{A}{3 \cdot 9^2} + \frac{3B}{5 \cdot 9^2} \&c. \text{ endlich}$$

$$\log. 8 \times \frac{5}{4} = \log. 10 = 2.302585092 \&c.$$

Ich habe denselben auf eine andere Art auch also gefunden:

$$\log. \frac{10}{9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{200} + \frac{1}{3000} + \frac{1}{40000} \&c.$$

$\log.$

$$\log. \frac{10}{8} = \frac{2}{10} + \frac{4}{200} + \frac{8}{3000} + \frac{16}{40000} \text{ \&c.}$$

$$\log. \frac{12}{10} = \frac{2}{10} - \frac{4}{200} + \frac{8}{3000} - \frac{16}{40000} \text{ \&c.}$$

$$\frac{10}{9} \times \frac{10}{8} \times \frac{12}{10} \times \frac{12}{10} = 2, \text{ und } 2^3 \times \frac{10}{8} = 10.$$

Nach diesen Formeln hat man eigentlich nur nöthig, die Logarithmen der Primzahlen zu berechnen; denn die der componirten Zahlen werden aus den ersten durch eine bloße Addition gefunden.

Weil in natürlicher Ordnung das Leichtere vor dem Schweren stehen muß, so werden auch hier die Logarithmen zuerst gesucht, die am leichtesten zu finden sind, es mögen Primzahlen seyn oder nicht, wenn man nur ihre Zergliederung hat, das ist: aus was für Primzahlen sie zusammengesetzt sind. Und das sind die folgenden Zahlen, in so weit ich dieselben zergliedert habe, und der größte Primfactor unter 10000 ist, weil ich nicht weiter zu gehen denke. So wie man sieht, werden in folgenden Rechnungen nur die zwey ersten Formeln gebraucht, keinesweges aber die dritte.

9	3 <sup>2</sup>
11	..
99	9. 11
101	...
999	9. 3. 37
1 001	11. 7. 13
9 999	99. 101
10 001	73. 137
99 999	9. 41. 271
100 001	11. 9091
999 999	999. 1001
1 000 001	101. 9901
9 999 999	9. 239. 4649
10 000 001	11. 909091
99 999 999	9999. 10001
100 000 001	17. 5 882 353
999 999 999	999. 3. 333 667
1 000 000 001	1001. 19. 52 579
9 999 999 999	99 999. 100 001
10 000 000 001	101. 3541. 27961
100 000 000 001	11 <sup>2</sup> . 23. 4093. 8779
999 999 999 999	999 999. 1000 001
1000 000 000 001	100 001. 7. 13. 211. 241. 2161

$$1' = 100\ 000\ 000\ 000\ 000''$$

$$5\ 000\ 000\ 000\ 000$$

$$333\ 333\ 333\ 333$$

$$25\ 000\ 000\ 000$$

$$2\ 000\ 000\ 000$$

$$166\ 666\ 666$$

$$14\ 285\ 714$$

$$1\ 250\ 000$$

$$111\ 111$$

$$10\ 000$$

$$909$$

$$83$$

	ε	32	7
$\sqrt{V}$	0.	100 335 347 731 075	
$\sqrt{\frac{100}{99}}$	0.	005 025 167 926 750	
$\frac{10}{9}$	0.	105 360 515 657 826	
$\frac{11}{10}$	0.	095 310 179 804 324	
10	2.	302 585 092 994 045	
9	2.	197 224 577 336 219	
3	1.	098 612 288 668 169	
11	2.	397 895 272 798 370	
9. 11. 99	4.	595 119 850 134 589	



$\begin{matrix} \text{e} & & \text{33} \\ \text{I} = \dots 10 & 000 & 000 & 000 & 000'' \\ & 50 & 000 & 000 & 000 \\ & & 333 & 333 & 333 \\ & & & 2 & 500 & 000 \\ & & & & 20 & 000 \\ & & & & & 166 \end{matrix}$

	e	33	I
	10 000	333 353	334
	50	002 500	166
$\frac{100}{99}$	0. 010	050 335	853 501
$\frac{100}{98}$	0. 009	950 330	853 168
100	4. 605	170 185	988 091
9. 11 = 99	4. 595	119 850	134 589
101	4. 615	120 516	841 259

$\begin{matrix} \text{333} \\ \text{I} = \dots 1 & 000 & 000 & 000 & 000'' \\ & & 500 & 000 & 000 \\ & & & 333 & 333 \\ & & & & 23 & 250' \end{matrix}$

	0. 001	000 500	333 583
	0. 000	999 500	333 083
1000	6. 907	755 278	982 137
999	6. 906	754 778	648 553
$3^3 = 27$	3. 295	836 866	004 329
37	3. 610	917 212	644 224
1001	6. 908	754 779	315 220
11	2. 397	895 272	798 370
91	4. 510	859 506	516 850
7	1. 945	910 149	055 313
13	2. 564	949 357	461 536

So bald im folgenden der Log. 7 gefunden ist,  
wird er hier von Log. 91 abgezogen.

	IV	ε	ζ
	I =	.... 100 000 000 000	000 000
			5 000 000
			333
		0, 000 100 005 000	333
		0. 000 099 995 000	333
10 000		9. 210 340 371 976	182
9 999		9. 210 240 366 975	849
99		4. 595 119 850 134	589
101		4. 615 120 516 841	259
10 001		9. 210 440 366 976	516
73		4. 290 459 441 148	391
137		4. 919 980 925 828	124

	V	ε	ζ
	I =	.... 10 000 000 000	000 000
			50 000
		0. 000 010 000 050	000
		0. 000 009 999 950	000
100 000		11. 512 925 464 970	228
99 999		11. 512 915 464 920	228
9.41 = 369		5. 910 796 644 040	527
271		5. 602 118 820 879	700
100 001		11. 512 935 464 920	228
11		2. 397 895 272 798	370
9091		9. 115 040 192 121	858

	VI	ε	ζ
	I =	.... 1 000 000 000	000 000
			500
		0. 000 001 000 000	500
		0. 000 000 999 999	500
1 000 000		13. 815 510 557 964	274
999. 1001 = 999 999		13. 815 509 557 963	774
1 000 001		13. 815 511 557 963	774
101		4. 615 120 516 841	259
9901		9. 200 391 041 122	514

		vii	ε	z3
		I =	.....	100 000 000''
				5
				0. 000 000 100 000 005
10 000 000		16. 118 095	650 958	319
9 999 999		16. 118 095	550 958	314
9.239 =	2 151	7. 673 688	129 267	730
	4 649	8. 444 407	421 690	584

		xI	ε	z3
		I =	.....	10 000''
				0. 000 000 000 009. 999
100 000 000 000		25. 328, 436	022 934	592
100 000 000 001		25. 328 436	022 944	502
	11 <sup>2</sup> . 23. 4093	16. 248 318	238 018	293
	8779	9. 080 117	784. 926	208

		xv	ε	z3
		I =	.....	I''
				0. 000 000 000 000 000
1 000 000 000 000 000		34. 538 776	394 910	685
1 000 000 000 000 001		34. 538 776	394 910	686
	100 001. 91. 211. 241	26. 860 450	038 403	800
	2161	7. 678 326	356 506	885

Von Primzahlen sind bisher nur die Logarithmen 3, 11, 37, 101, 9091 und 9901 wirklich gefunden, die von 2 und 5 ungerchnet; so bald man aber in folgenden die  $\log. 7, 23, 41, 73, 211, 241,$  und 4093 gefunden hat, so hat man auch hier die von 13, 137, 271, 2161, 4649 und 8779.

Den übrigen Raum will ich noch mit dem Ur-  
fange der Fortsetzung ausfüllen.

2	1	128	7	8 192	13	
4	2	256	8	16 384	14	
8	3	512	9	32 768	15	u. f. f.
16	4	1024	10	65 536	16	
32	5	2048	11	131 072	17	
64	6	4096	12	262 144	18	

2	..	2' = 200 000 000 000 000''
8	2 <sup>7</sup>	20 000 000 000 000
128	2 <sup>2</sup> · 3	2 666 666 666 666
8 98	2 · 7 <sup>2</sup>	400 000 000 000
102	2 · 3 · 17	64 000 000 000
998	2 · 499	10 666 666 666
1002	2 · 3 · 167	1 828 571 428
9 998	2 · 4999	320 000 000
10 002	2 · 3 · 1667	56 888 888
99 998	2 · 49 999	10 240 000
100 002	2 · 3 · 7 · 2381	1 861 818
999 998	2 · 31 · 127 <sup>2</sup>	341 333
1 000 002	2 · 3 · 166 667	63 015
10 000 002	2 · 3 · 47 · 35461	11 702
100 000 002	2 · 3 · 19 · 739 · 1187	2 184
1 000 000 002	2 · 3 · 43 · 983 · 3943	469
		77
		14

	ε	εε	ε
	202 732 554 054 082		
	20 410 997 260 127		
79	0. 223 143 551 314 209		
78	0. 182 321 556 793 954		
10	2. 302 585 092 994 045		
8	2. 079 441 541 679 835		
2	0. 693 147 180 559 945		
12	2. 484 906 649 788 000		
4	1. 386 294 361 119 890		
3	1. 098 612 288 668 109		

2'' =

ii	5	3
2 =	20 000 000 000 000 //	
	200 000 000 000	
	2 666 666 666	
	40 000 000	
	640 000	
	10 666	
		182
	5	3
	20 002 667 306 849	
	200 040 010 669	
	0. 020 202 707 217 519	
	0. 019 802 627 296 179	
100	4. 605 170 185 988 091	
98	4. 584 967 478 670 571	
2	0. 693 147 180 559 945	
49	3. 891 820 298 110 626	
7	1. 945 910 149 055 318	
102	4. 624 972 813 284 271	
2. 3 = 6	1. 791 759 469 228 055	
17	2. 833 213 344 056 216	

iii	5	3
2 =	2 000 000 000 000 //	
	2 000 000 000	
	2 666 666	
	4 000	
		23 6
	0. 002 002 002 670 673	
	0. 001 998 002 662 673	
1000	6. 907 755 278 982 137	
998	6. 905 753 276 311 463	
2	0. 693 147 180 559 945	
499	6. 212 606 095 751 518	
1002	6. 909 753 281 644 810	
6	1. 791 759 469 228 055	
167	5. 117 993 812 416 755	

B.

B. \*) Von den Zahlen, deren Logarithmen man aus den Dignitäten der Zahl 2 mit Vortheil finden kann.

Wenn man von den Dignitäten von 2, folgende Tafel verfertigt.

1. 000 000 000 000 000<sup>11</sup> 4'. 8' = 32<sup>11</sup>

400	000	000	000	000	2
320	000	000	000	000	5
128	000	000	000	000	7
103	400	000	000	000	10
40	960	000	000	000	12
32	768	000	000	000	15
13	107	200	000	000	17
10	485	760	000	000	20
4	194	304	000	000	22
3	355	443	200	000	25
1	342	177	280	000	27
1	073	741	824	000	30
	429	496	729	600	32
	343	597	383	680	35
	137	438	953	473	37
	109	951	162	777	40
	43	980	465	111	42
	35	184	372	088	45
	14	073	748	835	47
	11	258	999	068	50
	4	503	599	627	52
	3	602	879	701	55
	1	441	151	880	57
	1	152	921	504	60
		461	168	601	62
		368	934	881	65
		147	573	952	67
		118	059	162	70
		47	223	664	72
		37	778	931	75
		15	111	572	77
		12	089	258	80
		4	835	703	82
		3	868	562	85
		1	547	425	87
		1	237	940	90
			495	176	92
			396	140	95
			158	456	97
			126	765	100

Die übrigen Dignitäten von 2 werden aus diesen durch bloßes Duppliren od. Halbiren gefunden.

Aus einer solchen Tafel können zu nachfolgenden Zahlen die Logarithmen gefunden werden, von welchen ich aber nur diejenigen hersehe, die ich völlig zergliedert habe.

50	706	102
40	564	105
16	225	107
12	980	110
5	192	112
4	153	115
1	661	117
1	329	120
	531	122
	425	125
	170	127

\*) Dies war die ste Probe, bey einem kleinen Briefe vom 17. März 1774.

2	1.
8	$2^3$
12	$2^2.3$
98	$2.7^2$
102	$2.3.17$
998	$2.499$
1 002	$2.3.167$
9 998	$2.4999$
10 002	$2.3.1667$
99 998	$2.49999$
100 002	$2.3.7.2831$
999 998	$2.31.127^2$
1 000 002	$2.3.166667$
9 999 998	$2.4999999$
10 000 002	$2.3.4735461$
99 999 998	$2.7.23.310559$
100 000 002	$2.3.19.729.1187$
999 999 998	$2.691.723589$
1 000 000 002	$2.3.43.983.3943$
10 000 000 000 002	$2.3.2221.2287.328121$

4	$2^2$
6	$2.3$
14	$2.7$
96	$8.12$
104	$2^3.13$
996	$2^2.3.83$
1 004	$2^2.251$
9 996	$98.102$
10 004	$2^2.41.61$
99 996	$2^2.3.13.641$
100 004	$2^2.23.1087$
999 996	$998.1002$
1 000 004	$2^2.53^2.89$
9 999 996	$2^2.3.191.4363$
10 000 004	$2^2.7.19.18797$
99 999 996	$9998.10002$
100 000 004	$2^2.13^2.29.5101$
1 000 000 004	$2^2.41^2.148721$
9 999 999 996	$99998.100002$
99 999 999 996	$2^2.3.13.7477.85733$
999 999 999 996	$999998.1000002$
1 000 000 000 004	$2^2.17.149.197.501001$

<u>8</u>		$2^3$
92		$2^2. 23$
108		$2^2. 3^3$
992		$8. 2^2. 31$
I 008		$12. 2^2. 3. 7$
9 992		$2^3. 1249$
10 008		$2^3. 3^2. 139$
99 992		$2^3. 29. 431$
100 008		$2^3. 3^3. 463$
999 992		$98. 2^2. 2551$
I 000 008		$102. 2^2. 3. 19. 43$
9 999 992		$2^3. 12499 99$
10 000 008		$2^3. 3^2. 138 889$
99 999 992		$2^3. 12 499 999$
000 000 008		$2^3. 3^4. 154 321$
999 999 992		$998. 2^2. 250 501$
I 000 000 008		$1002. 2^2. 3. 7. 109^2$
9 999 999 992		$2^3. 4409. 283 511$
999 999 999 992		$9998. 2^2. 7. 79. 103. 439$
100 000 000 000 008		$2^3. 3^3. 457. 3923. 258 233$

<u>16</u>		$2^4$
84		6. 14
116		$2^2. 29$
984		$2^3. 3. 41$
I 016		$2^3. 127$
9 984		96. 104
10 016		$2^5. 313$
99 984		$2^4. 3. 2083$
100 016		$2^4. 7. 19. 47$
999 984		996. 1004
I 000 016		$2^4. 62501$
9 999 984		$2^4. 3. 208 333$
10 000 016		$2^4. 13. 131. 367$
99 999 984		9996. 10 004
100 000 016		$2^4. 97. 64 443$
999 999 984		$2^4. 3. 31. 672 043$
9 999 999 984		99 996. 100 004
99 999 999 984		$2^4. 3. 71. 733. 40021$
999 999 999 984		999 996. 1000 004
9 999 999 999 984		$2^4. 3. 41. 173. 773. 37 997$
99 999 999 999 984		9 999 996. 10 000 004



32	2 <sup>5</sup>
68	2 <sup>2</sup> . 17
132	2 <sup>3</sup> . 3. 11
968	2 <sup>3</sup> . 11 <sup>2</sup>
1 032	2 <sup>3</sup> . 3. 43
9:968	2 <sup>4</sup> . 7. 89
10 032	2 <sup>4</sup> . 3. 11. 19
99 968	8. 2 <sup>4</sup> . 11. 71
100 032	12. 2 <sup>4</sup> . 581
999 968	2 <sup>5</sup> . 31 249
1 000 032	2 <sup>5</sup> . 3. 11. 947
9 999 968	2 <sup>5</sup> . 11. 28 409
10 000 032	2 <sup>5</sup> . 3. 7. 23. 647
99 999 968	2 <sup>5</sup> . 3 124 999
100 000 032	2 <sup>5</sup> . 3. 11. 281. 337
999 999 968	2 <sup>5</sup> . 11. 59. 179. 269
1 000 000 032	2 <sup>5</sup> . 3. 127. 82 021
999 999 999 968	2 <sup>5</sup> . 47. 1753. 379 289
999 999 999 999 968	998. 2 <sup>4</sup> . 11. 31. 811. 226 451

64	2 <sup>6</sup>
936	6. 2 <sup>2</sup> . 3. 13
1 064	14. 2 <sup>2</sup> . 19
9 936	92. 108
10 064	2 <sup>4</sup> . 17. 37
99 936	2 <sup>5</sup> . 3 <sup>2</sup> . 347
100 064	2 <sup>5</sup> . 53. 59.
999 936	992. 1008
1 000 064	104. 2 <sup>4</sup> . 601
9 999 936	2 <sup>6</sup> . 3 <sup>5</sup> . 643
10 000 064	2 <sup>6</sup> . 37. 41. 103
99 999 936	9992. 10 008
100 000 064	2 <sup>6</sup> . 1201. 1301
999 999 936	996. 2 <sup>4</sup> . 3. 13. 1609
1 000 000 064	1004. 2 <sup>4</sup> . 7. 8893
9 999 999 936	99 992. 100 008
999 999 999 936	999 992. 1000 008
1 000 000 000 064	10 004. 2 <sup>4</sup> . 13. 157. 3061
99 999 999 999 936	9 999 992. 10 000 008
1 000 000 000 000 064	100 004. 2 <sup>4</sup> . 7. 127. 727. 967

<u>128</u>	<u>2<sup>7</sup></u>
872	2 <sup>3</sup> . 109
1 128	2 <sup>3</sup> . 3. 47
9 872	2 <sup>4</sup> . 617
10 128	2 <sup>4</sup> . 3. 211
99 872	2 <sup>5</sup> . 3121
100 128	2 <sup>5</sup> . 3. 7. 149
999 872	2 <sup>6</sup> . 17. 919
1 000 128	2 <sup>6</sup> . 3. 5209
9 999 872	2 <sup>7</sup> . 2 <sup>6</sup> . 19531
10 000 128	12. 2 <sup>6</sup> . 29. 449
99 999 872	2 <sup>7</sup> . 7. 235. 479
100 000 128	2 <sup>7</sup> . 3. 260 417
10 000 000 128	2 <sup>7</sup> . 3. 89. 227. 1289
100 000 000 128	2 <sup>7</sup> . 3. 7. 5843. 6367
1 000 000 000 128	2 <sup>7</sup> . 3. 8273. 314 779

<u>256</u>	<u>2<sup>8</sup></u>
9 744	84. 116
10 256	2 <sup>4</sup> . 641
99 744	2 <sup>5</sup> . 3. 1039
100 256	2 <sup>5</sup> . 13. 241
999 744	984. 1016
1 000 256	2 <sup>6</sup> . 15 629
9 999 744	2 <sup>7</sup> . 3. 26041
10 000 256	2 <sup>7</sup> . 7. 11161
99 999 744	9984. 10016
100 000 256	2 <sup>7</sup> . 17. 11489
999 999 744	2 <sup>8</sup> . 3. 43. 107. 283
1 000 000 256	2 <sup>8</sup> . 23. 169837
9 999 999 744	99984. 100 016
10 000 000 256	2 <sup>8</sup> . 3529. 11069
99 999 999 744	2 <sup>8</sup> . 3. 41. 53. 59921

<u>512</u>	<u>2<sup>9</sup></u>
9 488	2 <sup>4</sup> . 593
10 512	2 <sup>4</sup> . 3 <sup>2</sup> . 73
99 488	2 <sup>5</sup> . 3109
100 512	2 <sup>5</sup> . 3 <sup>2</sup> . 349
999 488	92. 2 <sup>4</sup> . 7. 97
1 000 512	108. 2 <sup>4</sup> . 3. 193
9 999 488	2 <sup>7</sup> . 78121
10 000 512	2 <sup>7</sup> . 3 <sup>2</sup> . 8681
99 999 488	2 <sup>8</sup> . 73. 5351
100 000 512	2 <sup>8</sup> . 3 <sup>2</sup> . 43403
999 999 488	992. 2 <sup>6</sup> . 19. 829
1 000 000 512	1008. 2 <sup>5</sup> . 3. 5167
9 999 999 488	2 <sup>9</sup> . 17. 79. 14543
10 000 000 512	2 <sup>9</sup> . 3 <sup>2</sup> . 587. 3697
99 999 999 488	2 <sup>9</sup> . 4831. 40429
999 999 999 488	9992. 2 <sup>6</sup> . 7. 127. 1759
1 000 000 000 512	10008. 2 <sup>6</sup> . 3. 73. 7129
999 999 999 999 488	99992. 2 <sup>6</sup> . 151. 229. 4519.
1 000 000 000 000 512	100008. 2 <sup>6</sup> . 3. 7. 67. 111043

<u>1 024</u>	<u>2<sup>10</sup></u>
8 976	68. 132
11 024	2 <sup>4</sup> . 13. 53
98 976	6. 2 <sup>4</sup> . 1031
101 024	14. 2 <sup>4</sup> . 11. 41
998 976	968. 1032
1 001 024	2 <sup>6</sup> . 15641
9 998 976	2 <sup>7</sup> . 3. 13. 2003
10 001 024	2 <sup>7</sup> . 11. 7103
99 998 976	9968. 10032
100 001 024	2 <sup>8</sup> . 577. 677
999 998 976	2 <sup>9</sup> . 3. 653. 997
1 000 001 024	2 <sup>9</sup> . 11. 277. 641
9 999 998 976	99968. 100032
10 000 001 024	104. 2 <sup>8</sup> . 41. 9161
99 999 998 976	2 <sup>10</sup> . 3. 197. 373. 443
100 000 001 024	2 <sup>10</sup> . 7. 11. 173. 7331
999 999 998 976	999968. 1000032
1 000 000 001 024	2 <sup>10</sup> . 17 <sup>2</sup> . 29. 109. 1069

2 048		$2^{12}$
97	952	$2^5 \cdot 3061$
102	048	$2^5 \cdot 3 \cdot 1063$
997	952	$2^6 \cdot 31 \cdot 503$
1	008 048	$2^6 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 307$
9	997 952	$2^7 \cdot 19 \cdot 4111$
10	002 048	$2^7 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 61^2$
99	997 952	$2^8 \cdot 47 \cdot 8311$
100	002 048	$2^8 \cdot 3 \cdot 130211$
999	997 952	$2^9 \cdot 89 \cdot 67349$
0	999 997 952	$2^{10} \cdot 7 \cdot 151 \cdot 9239$
100	000 002 048	$12 \cdot 2^{10} \cdot 23 \cdot 67 \cdot 5281$
999	999 997 952	$2^{11} \cdot 113 \cdot 353 \cdot 12241$

4 096		$2^{12}$
95	904	$2^5 \cdot 3^4 \cdot 37$
104	096	$2^5 \cdot 3253$
995	904	$936 \cdot 1064$
1	004 096	$116 \cdot 2^4 \cdot 541$
9	995 904	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 677$
10	004 096	$2^7 \cdot 78 \cdot 157$
99	995 904	$9936 \cdot 10064$
100	004 096	$2^8 \cdot 113 \cdot 3457$
999	995 904	$984 \cdot 2^6 \cdot 3 \cdot 67 \cdot 79$
1	000 004 096	$1016 \cdot 2^6 \cdot 7 \cdot 13^3$
9	999 995 904	$99936 \cdot 100064$
99	999 995 904	$2^{11} \cdot 3^3 \cdot 37^2 \cdot 1321$
100	000 004 096	$2^{11} \cdot 331 \cdot 147517$
999	999 995 904	$999936 \cdot 1000064$
1	000 000 004 096	$10016 \cdot 2^8 \cdot 390001$
999	999 999 995 904	$99984 \cdot 2^8 \cdot 3 \cdot 241 \cdot 54037$

8 192		$2^{13}$
991	808	$2^6 \cdot 15 \cdot 497$
1	008 192	$2^6 \cdot 3 \cdot 59 \cdot 89$
9	991 808	$2^7 \cdot 251 \cdot 311$
10	008 192	$2^7 \cdot 3 \cdot 67 \cdot 389$
99	991 808	$2^8 \cdot 7 \cdot 55 \cdot 799$
100	008 192	$2^8 \cdot 3 \cdot 107 \cdot 1217$
1	000 008 192	$2^9 \cdot 3 \cdot 229 \cdot 2843$
10	000 008 192	$2^{10} \cdot 3 \cdot 17 \cdot 419 \cdot 457$
99	999 991 808	$2^{11} \cdot 61 \cdot 709 \cdot 1129$
100	000 000 008 192	$2^{11} \cdot 3 \cdot 19^2 \cdot 97 \cdot 116201$

16 384	$2^{24}$
983 616	872. 1128
1 016 384	$2^6. 15881$
9 983 616	$2^7. 3. 25999$
10 016 384	$2^7. 7^2. 1597$
99 983 116	9872. 10128
100 016 384	$2^8. 13. 41. 733$
999 983 616	$2^9. 3. 31. 21001$
9 999 983 616	99872. 100 128
10 000 016 384	$2^{10}. 797. 12 253$
99 999 983 616	$2^{11}. 3. 13. 163. 7681$
100 000 016 384	$2^{11}. 691. 70663$
999 999 983 616	999872. 1000 128
10 000 000 016 384	$2^{13}. 7. 41. 19. 23. 9733$

32 768	$2^{25}$
967 232	$68. 2^4. 7. 127$
1 032 768	$132. 2^4. 3. 163$
9 967 232	$2^7. 11. 7079$
10 032 768	$2^7. 3^3. 2903$
99 967 232	$2^8. 79. 4943$
100 032 768	$2^8. 3^2. 11. 3947$
999 967 232	$968. 2^6. 16141$
1 000 032 768	$1032. 2^6. 3. 7^2. 103$
9 999 967 232	$92. 2^8. 281. 1511$
10 000 032 768	$108. 2^8. 11. 131. 251$
100 000 032 768	$2^{11}. 3^2. 29. 187081$
999 999 967 232	$9968. 2^8. 391 879$
1 000 000 032 768	$10032. 2^8. 3. 129 793$
999 999 999 967 232	$99968. 124. 2^8. 181. 1741$
1 000 000 000 032 768	$100032. 84. 2^8. 61. 7621$

65 536	$2^{26}$
9 934 464	$2^7. 3. 41. 631$
10 065 536	$2^7. 13. 23. 263$
99 934 464	9744. 10256
100 065 536	$2^8. 17. 22993$
999 934 464	$2^9. 3. 53. 71. 173$
9 999 934 464	99744. 100256
100 000 065 536	$2^{11}. 7^2. 19. 179. 293$

	131 072	$2^{17}$
9	868 928	$2^7. 77101$
10	131 072	$2^7. 3. 7. 3769$
100	131 072	$2^8. 3. 130379$
999	868 928	$2^9. 239. 8171$
9	999 868 928	$2^{10}. 7. 17. 137. 599$
10	000 131 072	$2^{10}. 3. 19. 171329$
100	000 131 072	$2^{11}. 3. 181. 89923$
999	999 868 928	$2^{12}. 3. 191. 41233$
9 999	999 868 928	$2^{13}. 251. 739. 6581$
	262 144	$2^{18}$
99	737 856	9488. 10512
100	262 144	$2^8. 457. 857$
999	737 856	$936. 2^5. 3. 5563$
1 000	262 144	$1064. 2^5. 37. 397$
9	999 737 856	$99488. 100512$
10	000 262 144	$2^{10}. 89. 197. 557$
100	000 262 144	$2^{11}. 41. 47. 25339$
999	999 737 856	$999488. 1000512$
1 000 000	262 144	$10064. 2^8. 13. 73. 409$
9 999	999 737 856	$2^{13}. 3^2. 641. 211597$
99 999	999 737 856	$9999488. 10000512$
999 999	999 737 856	$99936. 2^{10}. 3. 13. 43. 5827$
1 000 000 000	262 144	$100064. 2^{10}. 7^3. 37. 769$
	524 288	$2^{19}$
99	475 712	$2^8. 7. 55511$
100	524 288	$2^8. 3. 19. 83^2$
999	475 712	$2^9. 31. 62971$
1 000	524 288	$2^9. 3. 23. 127. 223$
100 000	524 288	$2^{11}. 3. 7. 227. 10243$
	1 048 576	$2^{20}$
98	951 424	8976. 11024
101	048 576	$2^8. 394721$
1 001	048 576	$2^9. 11. 177743$
9	998 951 424	$98976. 101024$
10	001 048 576	$2^{10}. 29. 61. 5521$
99	998 951 424	$2^{11}. 3. 1013. 16067$
100	001 048 576	$2^{11}. 11. 13. 341459$

2 097 152				$2^{22}$
997	902	848		$872.2^6.17881$
I 002	097	152		$1128.2^6.3.7.661$
10 002	097	152		$2^{20}.3^2.17.63841$
100 002	097	152		$2^{22}.3^7.83.269$
999	997	902	848	$9872.2^8.7.56527$
I 000	002	097	152	$10128.2^8.3.128563$
999	999	997	902 848	$99872.2^{20}.19.514639$
4 194 304				$2^{22}$
995	805	696		$2^9.3.648311$
I 004	194	304		$2^9.41.47637$
9 995	805	696		$97952.102048$
100 004	194	304		$2^{22}.7.23.303293$
8 388 608				$2^{23}$
10 008	388	608		$2^{20}.3.97.33587$
100 000	008	388	608	$2^{24}.3.17^2.83.89.953$
16 777 216				$2^{24}$
9 983	222	784		$95904.104096$
99 983	222	784		$2^{22}.3^2.613.8849$
100 016	777	216		$2^{22}.103.251.1889$
999 983	222	784		$995904.1004096$
999 999	983	222	784	$99744.2^{20}.3.151.21613$
I 000 000	016	777	216	$100256.2^{20}.7.571.2437$
33 554 432				$2^{25}$
9 966	445	568		$68.2^8.572521$
10 033	554	432		$132.2^8.296921$
99 966	445	568		$2^{21}.11.19.233549$
100 033	554	432		$2^{22}.3.7.101.23029$
I 000 033	554	432		$2^{22}.3.11.113.233.281$
9 999	966	445	568	$2^{23}.11.101.569.1931$
999 999	966	445	568	$968.2^{22}.31.761.10691$
67 108 864				$2^{26}$
99 932	891	136		$2^{22}.3.13.269.1627$
999 932	891	136		$991808.1008192$
I 000 067	108	864		$2^{22}.17.41.433.809$

<u>134 217 728</u>	$2^{27}$
99 865 782 272	$2^{22} \cdot 331 \cdot 147 \cdot 319$
999 865 782 272	$9488 \cdot 2^8 \cdot 7^2 \cdot 31 \cdot 271$
1 000 134 217 728	$10512 \cdot 2^8 \cdot 3 \cdot 43^2 \cdot 67$
9 999 865 782 272	$2^{23} \cdot 71 \cdot 139 \cdot 179 \cdot 691$
1 000 000 134 217 728	$100512 \cdot 2^{20} \cdot 3 \cdot 7 \cdot 127 \cdot 3643$
<u>536 870 912</u>	$2^{29}$
999 463 129 088	$2^{22} \cdot 23 \cdot 727 \cdot 14593$
<u>1 073 741 824</u>	$2^{30}$
998 926 258 176	$967 \cdot 232 \cdot 1032768$
1 001 073 741 824	$11024 \cdot 2^8 \cdot 229 \cdot 1529$
999 998 926 258 176	$98976 \cdot 156 \cdot 2^8 \cdot 31 \cdot 8161$
<u>8 589 934 592</u>	$2^{32}$
999 991 410 065 408	$97952 \cdot 2^{20} \cdot 79 \cdot 126199$
1 000 008 589 934 592	$102048 \cdot 2^{20} \cdot 3 \cdot 7 \cdot 455701$
<u>17 179 869 184</u>	$2^{34}$
99 982 820 130 816	$9868928 \cdot 10131072$
100 017 179 869 184	$2^{24} \cdot 89^2 \cdot 773 \cdot 997$
<u>34 359 738 368</u>	$2^{35}$
999 965 640 261 632	$872 \cdot 2^{12} \cdot 11 \cdot 31 \cdot 251 \cdot 3271$
<u>68 719 476 736</u>	$2^{36}$
999 931 280 523 264	$95904 \cdot 2^{20} \cdot 3 \cdot 241 \cdot 14083$
1 000 068 719 476 736	$104096 \cdot 2^{20} \cdot 7 \cdot 13 \cdot 103099$

2' step



2' steht schon auf meinem ersten Blatte (S. 390.)

	<u>6</u>	<u>13</u>			
4 = ... 40	000	000	000	000	000
	800	000	000	000	
	21	333	333	333	
		640	000	000	
		20	480	000	
			682	666	
			23	405	
				819	
				29	
	<u>6</u>	<u>13</u>	<u>1</u>		
	40	021	353	836	768
		800	640	683	486
	0.	040	821	994	520 255
	0.	039	220	713	153 281
100	4.	605	170	185	988 091
8. 12 = 96	4.	564	348	191	467 836
104	4.	644	390	899	141 372
8	2.	079	441	541	679 835
13	2.	564	949	357	461 536

	<u>6</u>	<u>13</u>			
4 = ... 4	000	000	000	000	000
	8	000	000	000	
	21	333	333		
		64	000		
	<u>6</u>	<u>13</u>	<u>204</u>		
	0.	004	008	021	397 538
	0.	003	992	021	269 537
1000	6.	907	755	278	982 137
996	6.	903	747	257	584 598
12	2.	484	906	649	788 080
83	4.	418	840	607	796 597
1004	6.	911	747	300	251 674
4	1.	386	294	361	119 890
251	5.	525	452	939	131 783

iv  
4 =

IV	6	23
4 =	.....	400 000 000 000 <sup>11</sup>
		80 000 000
		21 333
		6

	6	23	6
	0. 000 399 920 021	326	
10 000	9. 210 340 371 976	182	
	9. 210 740 291 997	509	
10 004	5. 099 866 427 824	198	
4. 41 = 164			
61	4. 110 873 864 173	311	

V	6	23
4 =	.....	40 000 000 000 <sup>11</sup>
		800 000
		21

	6	23	21
	0. 000 040 000 800	021	
	0. 000 039 999 200	021	
100 000	11. 512 925 464 970	228	
99 996	11. 512 885 464	170 207	
12. 13 = 156	5. 049 856 007 249	537	
641	6. 463 029 456 920	670 <sup>11</sup>	
100 004	11. 512 965 464	170 249	
4. 23 = 92	4. 521 788 577 049	040	
1087	6. 991 176 887 121	209	

VI	6	23
4 =	.....	4 000 000 000 <sup>11</sup>
		8 000

	0. 000 003 999 992	000
1 000 000	13. 815 510 557 964	274
1 000 004	13. 815 514 557 956	274
4. 89 = 356	5. 874 930 730 852	030
53 <sup>2</sup> = 2809	7. 940 583 827 104	243
53	3. 970 291 913 552	121

VII	6	23
4 =	.....	400 000 000 <sup>11</sup>
		80

	0. 000 000 400 000	080
10 000 000	16. 118 095 650 958	319
9 999 996	16. 118 095 250 958	239
13. 191 = 2292	7. 737 180 077 834	630
4363	8. 380 915 173 123	609

und so weiter

I. 000

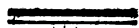
Aus der vorhergehenden Tafel, theils durch Duppliren oder Halbiren, theils unmittelbar.

		6	12	11	IV
I. 000 000 000 000 000		000 000 000	000 000	8	64 &c.
	80	000 000 000	000 000	1	—
	6	400 000 000	000 000	2	1
	5	12 000 000	000 000	3	—
	40	960 000 000	000 000	4	2
	3	276 800 000	000 000	5	—
		262 144 000		6	3
	20	971 520		7	—
	1	677 721		8	4
		134 217		9	—
		10 737		10	5
		858		11	—
		68		12	6
		5		13	—

11	6	12
8 = ..	80 000 000 000 000	000 000
	3 200 000 000 000	000 000
	170 666 666 666	
	10 240 000 000	
	655 360 000	
	43 690 666	
	2 995 931	
	209 715	
	14 913	
	1 073	
	78	
	6	12 5

	80	171 325 037 589
	3	210 283 901 461
	0.	083 381 608 939 051
	0.	076 961 041 136 128
100	4.	605 170 185 988 091
92	4.	521 788 577 049 040
4	1.	386 294 361 119 890
23	3.	135 494 215 929 149
2 <sup>2</sup> . 3 <sup>3</sup> = 108	4.	682 131 227 124 219

111  
8 =



	III	6	13
	8	000 000 000 000	000 000 000 000
		32 000 000 000	
		170 666 666	
		1 024 000	
		6 553	
		6	13 43
		8 000 170 673 220	
		32 001 024 043	
		0. 008 032 171 697 264	
		0. 007 968 169 649 176	
	1000	6. 907 755 278 982 137	
	992	6. 899 723 107 284 872	
	32	3. 465 735 902 799 726	
	31	3. 433 987 204 485 146	
	1008	6. 915 723 448 631 313	
	12 <sup>2</sup> = 144	4. 969 813 299 576 000	
	7	1. 945 910 149 055 313	

u. f. w.



	IV	6	13
	64	000 000 000 000	000 000 000 000
		20 480 000 000	
		87 381 333	
		419 430	
		2 147	
		6	13 11
		6 400 087 383 480	
		20 480 419 441	
		0. 006 379 606 964 039	
	10 000	9. 210 340 371 976 182	
	10 064	9. 216 719 978 940 221	
	16. 17 = 272	5. 605 802 066 295 997	
	37	3. 610 917 912 644 224	

v  
64 =

	v	6	13
	64	...640	000 000 000'
			204 800 000
			87 381
		6	13 41.
		0. 000	640 204 887 423
		0. 000	639 795 287 339
100 000	II.	512 925	464 970 228
99 936	II.	512 285	260 082 805
32. 9 = 288	5.	662 960	480 135 945
347	5.	849 324	775 946 859
100 064	II.	513 565	260 257 567
32. 53 = 1696	7.	436 027	816 351 848
59	4.	077 537	443 905 719

u. f. W.

I. 000 000 000 000 000'	16	IV	256 &c.
160 000 000 000 000	I	—	
25 600 000 000 000	2	I	
4 096 000 000 000	3	—	
655 360 000 000	4	2	
104 857 600 000	5	—	
16 777 216 000	6	3	
2 684 354 560	7	—	
429 496 729	8	4	
68 719 476	9	—	
10 995 116	10	5	
1 759 218	11	—	
284 474	12	6	
45 035	13	—	
7 205	14	7	
1 152	15	—	
184	16	8	
29	17	—	
4	18	9	

		6	12
111			
16	=	16 000 000 000 000	000 000
		128 000 000 000	000
		1 365 333 333	
		16 384 000	
		209 715	
		2 796	
		6	12 38
		<hr/>	
		16 001 365 543 086	
		128 016 386 796	
		<hr/>	
		0. 016 129 381 929 883	
		0. 015 873 349 156 290	
		<hr/>	
I 000		6. 907 755 278 982 137	
		<hr/>	
984		6. 891 625 897 052 253	
24		3. 178 053 830 347 945	
		<hr/>	
41		3. 713 572 066 704 307	
		<hr/>	
I 016		6. 923 628 628 138 427	
8		2. 079 441 541 679 835	
		<hr/>	
127		4. 844 187 086 458 591	

		6	12
IV			
16	=	I 600 000 000 000	000 000
		I 280 000 000	000
		I 365 333	
		I 638	
		6	12 2
		<hr/>	
10 000		0. 001 598 721 363 697	
		<hr/>	
10 016		9. 210 340 371 976 182	
32		9. 211 939 093 339 879	
		<hr/>	
313		5. 746 203 190 540 153	

H. F. W.

	IV	256 =	25	600	000	000	000	000	000
				327	680	000	000		
				5	592	405	333		
					107	374	182		
					2	199	023		
						46	912		
						1	029		
								6	13 23
				25	605	594	605	386	
				327	787	421	117		
				0.	025	933	382	026	504
				0.	025	277	807	184	268
		10 000		9.	210	340	371	976	182
		9 744		9.	184	406	989	949	678
16.	21 =	336		5.	817	111	159	963	204
		29		3.	367	295	829	986	474
		10 256		9.	235	618	179	160	451
		16		2.	772	588	722	239	781
		641		6.	463	029	456	920	670

	V	256 = ... 2	560	000	000	000	000	000	
			3	276	800	000			
				5	592	405			
					10	737			
							6	13 21	
				0.	002	563	282	403	164
				0.	002	556	728	781	680
		100 000		11.	512	925	464	970	228
		99 744		11.	510	362	182	567	063
32.	3 =	96		4.	564	348	191	467	836
		1 039		6.	946	013	991	099	227
		100 256		11.	515	482	193	751	918
32.	13 =	416		6.	030	685	260	261	263
		241		5.	484	796	933	490	654

H. f. W.

C<sup>\*)</sup>. Eine Tafel von den Dignitäten von 3 oder von 5<sup>l</sup>.

1. 000 000 000 000 000 000 20.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 20.
500 000 000 000 000	1									
250 000 000 000 000	2	1								
125 000 000 000 000	3		1							
62 500 000 000 000	4	2		1						
31 250 000 000 000	5				1					
15 625 000 000 000	6	3	2			1				
7 812 500 000 000	7						1			
3 906 250 000 000	8	4	2					1		
1 953 125 000 000	9		3						1	
976 562 500 000	10	5			2					
488 281 250 000	11									
244 140 625 000	12	6	4	3		2				
122 070 312 500	13									
61 035 156 250	14	7					2			
30 517 578 125	15		5		3					
15 258 789 062	16	8		4				2		
7 629 394 531	17									
3 814 697 265	18	9	6			3			2	
1 907 348 632	19									
953 674 316	20	10		5	4					
476 837 158	21		7				3			
238 418 579	22	11								
119 209 289	23									
59 604 644	24	12	8	6		4		3		
29 802 322	25				5					
14 901 161	26	13								
7 450 580	27		9						3	
3 725 290	28	14		7			4			
1 862 645	29									
931 322	30	15	10		6	5				
465 661	31									
232 830	32	16		8				4		
116 415	33		11							
58 207	34	17								
29 103	35				7	5				
14 551	36	18	12	9		6			4	
7 275	37									
3 637	38	19								
1 818	39		13							
909	40	20		10	8			5		
454	41									
227	42	21	14			7	6			
113	43									
56	44	22		11						
28	45		15		9				5	
14	46	23								
7	47									
3	48	24	16	12		8	6			

\*) Dies war die 3te Probe, bey dem Briefe vom 29. Julii 1774. S. 507. 508.



Aus einer solchen Tafel können die Logarithmen zu folgenden Zahlen bequem gefunden werden, welche ich aber nur in so weit herführe, als ich dieselben völlig zergliedert habe.

2	..
1	..
3	..
19	..
21	3.7
199	....
201	3.67
1 999	.....
2 001	3.23.29
19 999	7.2857
20 001	3.59.113
199 999	.....
200 001	3.163.409
1 999 999	17.71.1657
2 000 001	3.666.667
199 998 999	89.1447.1553
19 999 999 999	7.97.193.152617
20 000 000 001	3.19.1627.215679
4	2 <sup>2</sup>
3	(1.3)
5	..
39	3.13.
41	....
399	(19.21)
401	.....
3 999	3.31.43
4 001	.....
39 999	(199.201)
40 001	13.17.881
399 999	3.151.883
400 001	7.57143
3 999 999	(1999.2001)
4 000 001	41.97561
399 999 999	(19999.20001)
39 999 999 999	(199999.200001)
400 000 000 001	7.19.41.317.641

8	$2^2$
7	.
9	$3^2$
79	...
81	$3^4$
799	17. 47
801	$3^2. 89$
7 999	(19). 481
8 001	(21). 3. 127
79 999	.....
80 001	$3^3. 2963$
799 999	.....
800 001	$3^2. 103. 863$
7 999 999	(199). 7. 5743
8 000 001	(201). 3. 13267
79 999 999	1709. 46811
8 000 000 001	(8001). 3. 7. 61. 3121
90 000 000 001	$3^6. 17^2. 379 721$
8 000 000 000 001	(80 001). 3. 19. 937. 7489

16	$2^4$
15	(3. 5) •
17	...
159	3. 53
161	7. 23
1 599	(39. 41)
1 601	.....
15 999	3. 5333
16 001	.....
159 999	(399. 401)
160 001	.....
1 599 999	3. 241. 2213
1 600 001	13. 123 077
15 999 999	(3999. 4001)
16 000 001	109. 829. 641
160 000 001	7. 1453. 15731
1 600 000 001	1889. 847009
160 000 000 000 001	$7^3. 19. 419. 997. 58771$

32	$2^5$
31	...
33	3. 11
319	11. 29
321	3. 107
3 199	7. 457
3 201	3. 11. 97
31 999	11. 2909
32 001	3. 10667
319 999	23. 13913
320 001	3. 11. 9697
3 199 999	(19). 11. 61. 251
3 200 001	(21). 152381
31 999 999	263. 281. 433
32 000 001	3. 11. 17. 57041
319 999 999	11. 149. 195241
320 000 001	3. 3061. 34847
3 199 999 999	7. 3847. 118831
319 999 999 999	(199). 3361. 478441

64	$2^5$
63	(7. 9)
65	(5.) 13
639	$3^2$ . 71
641	...
6 399	(79. 81)
6 401	37. 173
63 999	(39). 3. 547
64 001	(41). 7. 223
639 999	(799. 801)
640 001	$29^2$ . 761
6 399 999	$3^3$ . 293. 809
6 400 001	37. 172973
63 999 999	(7999. 8001)
64 000 001	(401). 13. 12277
640 000 001	23. 179. 155453
6 399 999 999	(79999. 80001)
6 400 000 001	37. 41. 53. 79601
63 999 999 999	(3999). 3. 13. 410359
64 000 000 001	(4001). $7^2$ . 326449
639 999 999 999	(799999. 800001)
63 999 999 999 999	(7999999. 8000001)
64 000 000 000 001	(40001). 97. 373. 44221

<u>128</u>		2 <sup>7</sup>
127		...
129		3. 43
I 279		.....
I 281		3. 7. 61
12 799		.....
12 801		3. 17. 251
127 999		31. 4129
128 001		3. 42 667
I 279 999		7. 182 857
I 280 001		3. 131. 3257
12 799 999		2411. 5309
127 999 999		7937. 16127
I 279 999 999		(19). 29. 71. 32719
I 280 000 001		(21). 7. 827. 10529
127 999 999 999		359. 449. 794 089

<u>256</u>		2 <sup>8</sup>
255		(15. 17)
257		.....
2 559		3. 853
2 561		13. 197
25 599		(159. 161)
25 601		.....
255 999		3. 85333
256 001		59. 4339
2 559 999		(1599. 1601)
2 560 001		769. 3329
25 600 001		7 <sup>2</sup> . 522 449
255 999 999		(15 999. 16001)

<u>512</u>		2 <sup>9</sup>
511		(7). 73
513		(9). 3. 19
5 119		.....
5 121		3 <sup>2</sup> . 569
51 199		.....
51 201		3 <sup>2</sup> . 5689
511 999		(79.) 6481
512 001		(81). 3. 7 <sup>2</sup> . 43
5 119 999		719. 7121
5 120 001		3 <sup>2</sup> . 73. 7793
51 199 999		3251. 15749
51 200 001		3 <sup>2</sup> . 23. 247343
511 999 999		(799). 7. 31. 2953
512 000 001		(801). 3. 213067
512 000 000 001		(8001). 3. 307. 69481

<u>1 024</u>	<u>2<sup>10</sup></u>
1 023	(31. 33)
1 025	(5). 5. 41
10 239	3. 3413
10 241	11. 7 <sup>2</sup> . 19
102 399	(319. 321)
102 401	13. 7877
1 023 999	3. 341 333
1 024 001	11. 127. 738
10 239 999	(3199. 3201)
10 240 001	17. 193. 3121
102 400 001	(41). 11 <sup>2</sup> . 20641
1 023 999 999	(31999. 32001)
10 240 000 001	11. 7. 2557. 52009
102 399 999 999	(319 999. 320001)

<u>2 048</u>	<u>2<sup>11</sup></u>
2 047	23. 89
2 049	3. 683
20 479	.....
20 481	3. 6827
204 799	7. 17. 1721
304 801	3. 19. 3593
2 047 999	839. 2441
2 040 001	3. 109. 6263
20 488 001	3. 83. 233. 353
204 799 999	571. 358 669
204 800 001	3. 7. 29. 523. 643
2 047 999 999	311. 743. 8863
2 048 000 001	3. 43. 659. 24091

<u>4 096</u>	<u>2<sup>12</sup></u>
4 095	(63. 65)
4 097	(17). 241
40 959	3 <sup>3</sup> . 37. 41
40 961	.....
409 599	(639. 641)
409 601	149. 2749
4 095 999	(159). 3. 31. 277
4 096 001	(161). 13. 19. 103
40 959 999	(6399. 6401)
4 095 999 999	(63999. 64001)
4 096 000 001	(1601). 61. 41941
40 960 000 001	139. 251. 691. 1699
409 599 999 999	(639 999. 640 001)

8 192	2 <sup>13</sup>
8 191	.....
8 193	3. 2731
81 919	.....
81 921	3. 7. 47. 83
819 199	191. 4289
819 201	3. 273067
8 191 999	1471. 5569
8 192 001	3. 283. 9649
81 919 999	7. 1033. 11329
819 199 999	6571. 124669
819 200 000 001	3. 1259. 11161. 19433

16 384	2 <sup>14</sup>
16 383	(127. 129)
16 385	5. 29. 113
163 839	3. 13. 4201
163 841	.....
1 638 399	(1279. 1281)
1 638 401	41. 89. 449
163 839 999	(12799. 12801)
163 840 001	13. 997. 12641
16 383 999 999	(127999. 128001)

32 768	2 <sup>15</sup>
32 767	(31). 7. 151
32 769	(33). 9. 331
327 679	11. 29789
327 681	3 <sup>2</sup> . 23. 1583
3 276 801	3 <sup>3</sup> . 11 <sup>2</sup> . 17. 59
32 767 999	(319). 139. 739
32 768 001	(321). 3. 7. 4861
327 680 001	3 <sup>2</sup> . 11. 281. 11779
3 276 799 999	(79). 11. 751. 5021
32 768 000 001	(3201). 3. 19. 179593

65 536	2 <sup>16</sup>
65 535	(255. 257)
65 537	.....
655 359	3. 218453
655 361	7. 251. 373
6 553 599	(2559. 2561)
6 553 601	2141. 3061
65 535 999	3. 41. 43. 12391
655 359 999	(25599. 25601)
65 535 999 999	(255999. 256001)
6 553 599 999 999	(2559999. 2560001)
6 553 600 000 001	17 <sup>2</sup> . 113. 337. 641. 929

131 072	2 <sup>17</sup>
131 071	.....
131 073	3. 43691
1 310 721	3. 67. 6521
13 107 199	7. 887. 2111
13 107 201	3. 137. 31891
131 071 999	31. 419. 10091
13 107 199 999	151. 179. 239. 2029
262 144	2 <sup>18</sup>
262 143	(511. 513)
262 145	(65). 37. 109
2 621 439	3 <sup>2</sup> . 291271
2 621 441	131. 20011
26 214 399	(5119. 5121)
262 143 999	(639). 3. 13. 67. 157
262 144 001	(641). 7. 37. 1579
2 621 439 999	(51199. 51201)
2 621 440 001	17. 41. 73. 51521
262 143 999 999	(511999. 512001)
262 144 000 001	(6401). 13 <sup>2</sup> . 242329
26 214 399 999 999	(5119999. 5120001)
262 144 000 000 001	(64001). 19. 37. 379. 15373
524 288	2 <sup>19</sup>
524 287	.....
524 289	3. 174763
5 242 879	19. 275941
5 242 881	3. 7. 29. 8609
52 428 799	17. 23. 134089
1 048 576	2 <sup>20</sup>
1 048 575	(1023. 1025)
1 048 577	(17). 61681
10 485 761	11. 13. 73327
104 857 599	(10239. 10241)
10 485 759 999	(102399. 102401)
104 857 599 999	(159). 41. 991. 16231
1 048 575 999 999	(1023999. 1024001)
2 097 152	3 <sup>21</sup>
2 097 151	(127). 7 <sup>2</sup> . 337
2 097 153	(129). 3. 5419
20 971 521	3 <sup>3</sup> . 103. 7541
2 097 151 999	(1279). 19. 211. 409
2 097 152 001	(1281). 3. 229. 2383

4 194 304	2 <sup>22</sup>
4 194 303	(2047. 2049)
4 194 305	5. 397. 2113
41 943 041	7. 41. 59. 2477
419 430 399	(20479. 20481)
8 388 608	2 <sup>23</sup>
8 388 607	47. 178481
8 388 608 001	3. 23. 43. 727. 3889
16 777 216	2 <sup>24</sup>
16 777 215	(4095. 4097)
16 777 217	(257). 97. 673
1 677 721 599	(40959. 40961)
1 677 721 601	29. 389. 148721
16 777 216 001	(2561). 7. 127. 7369
167 772 159 999	(409599. 409601)
16 777 215 999 999	(4095999. 4096001)
16 777 216 000 001	(25601). 349. 1009. 1861
33 554 432	2 <sup>25</sup>
33 554 431	(31). 601. 1801
33 554 433	(33). 251. 4051
335 544 319	11. 521. 58549
335 544 320	3. 7. 101. 158201
3 355 443 199	281. 367. 32537
3 355 443 199 999	(319). 131. 691. 116201
67 108 864	2 <sup>26</sup>
67 108 863	(8191. 8193)
67 108 865	5. 53. 157. 1613
671 088 639	3. 13. 557. 30893
6 710 886 399	(81919. 81921)
134 217 728	2 <sup>27</sup>
134 217 727	(511). 262 657
134 217 729	(513). 3. 87211
134 217 727 999	(5119). 31. 271. 3181
134 217 727 999 999	(51199). 7. 127. 823. 3583
1 073 741 824	2 <sup>30</sup>
1 073 741 823	(32 767. 32 769)
1 073 741 825	(1025). 13. 61. 1321
107 374 182 399	(327 679. 327 681)
1 073 741 823 999	(10239). 3. 13. 43. 62533
10 737 418 239 999	(3276799. 3276801)



8 589 934 592	2 <sup>33</sup>
8 589 934 593	(2049). 3. 67. 20857
17 179 869 184	2 <sup>34</sup>
17 179 869 183	(131071. 131073)
17 179 869 185	5. 137. 953. 26317
34 359 738 368	2 <sup>35</sup>
34 359 738 367	(127). 31. 71. 122921
34 359 738 369	(129). 11. 221. 26171
68 719 476 726	2 <sup>36</sup>
68 719 476 735	(262143. 262145)
68 719 476 737	(4097). 433. 38737
549 755 813 828	2 <sup>37</sup>
549 755 813 827	(8191). 7. 79. 121369
35 184 372 088 832	2 <sup>45</sup>
35 184 372 088 831	(32767). 71. 631. 23211

$\frac{1}{20} =$	50 000 000 000 000 <sup>00</sup>
	1 250 000 000 000
	41 666 666 666
	1 562 500 000
	62 500 000
	2 604 166
	111 607
	4 822
	217
	9

	50 041 729 278 491
	1 251 565 109 059
	0. 051 293 294 327 540
	0. 048 790 164 169 432
20	2. 995 732 273 553 990
91	2. 944 438 979 166 440
3. 7—21	3. 044 522 437 723 422

	6	12
$\frac{1}{200} = \dots$	5 000 000 000 000	000 000
	12 500 000 000	000
	41 666 666	
	156 250	
	625	
	6	12 2
	5 000 041 667 291	
	12 500 156 252	

	0. 005 012 541 823 544
	0. 004 987 541 511 039
200	5. 298 317 366 548 036
199	5. 293 304 824 724 492
201	5. 303 304 908 059 075
3	1. 098 612 288 668 109
67	4. 304 692 619 390 966

	6	12
$\frac{1}{2000} = \dots$	500 000 000 000	000 000
	200 000 000	
	41 666	
	6	12 15

	0. 000 500 125 041 682
	0. 000 499 875 041 651
2000	7. 600 902 459 542 082
1999	7. 600 402 334 500 400
2001	7. 601 402 334 583 733
3. 23. = 69	4. 234 106 504 597 259
29	3. 367 295 829 986 474

	6	12
$\frac{1}{200000} = \dots$	5 000 000 000	000 000
	12 500	

200 000	0. 000 004 999 987 500
	12. 206 072 645 530 173
200 001	12. 206 077 645 517 673
3. 163 = 489	6. 192 362 489 474 872
409	6. 013 715 156 042 801

	I	6	13
	20 000	50 000 000 000	000 000 000
		250 000	
		6	13 14
		0. 000 050 001 250 041	
		0. 000 049 998 750 041	
	20 000	9. 903 487 552 536 128	
	19 999	9. 903 437 551 286 086	
	7	1. 945 910 149 055 313	
	2 857	7. 957 527 402 230 773	
	20 001	9. 903 537 551 286 169	
	3. 59 = 177	5. 176 149 732 573 829	
	113	4. 727 387 818 712 340	

	I	6	13
	2 000 000	500 000 000	000 000 000
			125
		0. 000 000 500. 000 125	
	2 000 000	14. 508 657 732 324 219	
	1 999 999	14. 508 657 238 524 094	
	17. 71 = 1207	7 095 893 221 097 532	
	1657	7. 412 764 017 426 562	

	I	6	13
	200 000 000	5 000 000 000	000 000 000
		0. 000 000 005 000 000	
	200 000 000	19. 112 827 924 512 310	
	199 999 999	19. 112 827 919 512 310	
	89. 1447	17. 765 884 096 962 623	
	1553	7. 347 943 823 148 687	



$\frac{1}{400}$	=	2 500 000 000 000 <sup>00</sup>
		3 125 000 000
		5 208 333
		9 765
		13 19
		<u>2 500 005 208 352</u>
		3 125 009 765
		0. 002 503 130 218 118
		0. 002 496 880 198 587
400		5. 991 464 547 107 981
19. 21 = 399		5. 988 961 416 889 863
401		5. 993 961 427 306 569

$\frac{1}{4000}$	=	250 000 000 000 <sup>00</sup>
		31 250 000
		5 208
		0. 000 250 031 255 209
		0. 000 249 968 755 207
4000		8. 294 049 640 108 027
3999		8. 293 799 608 846 818
3. 21 = 93		4. 532 599 493 153 255
43		3. 761 200 115 693 562
4001		8. 294 299 608 857 235

$\frac{1}{40000}$	=	25 000 000 000 <sup>00</sup>
		312 500
		5
		0. 000 025 000 312 509
		0. 000 024 999 687 505
40000		10. 596 634 733 096 073
39999		10. 596 609 732 783 568
3. 67 = 201		5. 303 304 908 059 075
199		5. 293 304 824 724 492
40001		10. 596 659 732 783 578
13. 17 = 221		5. 398 162 701 517 752
181		5. 198 497 021 265 825

$\frac{1}{400000}$

$$\frac{1}{400000} = \dots \overset{6}{2} \overset{13}{500\ 000\ 000}$$

	0. 000 002 500 003 125
400 000	12. 899 219 826 090 119
399 999	12. 899 217 326 086 994
3. 151 = 453	6. 115 892 125 483 034
883	6. 783 325 200 603 960

$$\frac{1}{4\ 000\ 000} = \dots \overset{6}{250\ 000\ 000}$$

	0. 000 000 250 000 031 1
4 000 000	15. 201 804 919 084 164
3 999 999	15. 201 804 669 084 133
3. 23. 29 = 2801	7. 601 402 334 583 733
1 999	7. 600 402 334 500 400

H. f. W.

$$\frac{1}{800} = \dots \overset{6}{1\ 250\ 000\ 000}$$

	0. 001 250 781 901 652
	0. 001 249 219 400 431
800	6. 684 611 727 667 927
799	6. 683 360 945 766 274
17	2. 833 213 344 056 216
47	3. 850 147 601 710 058
801	6. 685 860 947 068 359
9	2. 197 224 577 336 219
89	4. 488 636 369 732 139

I		£	12
8000	= . . .	125 000 000 000	000
		7 812 500	
		£	12 651
		0. 000 125 007 823 151	
		0. 000 124 992 188 150	
8000		8. 987 196 820 661 972	
7999		8. 987 071 812 848 821	
19		2. 944 438 979 166 440	
421		6. 042 632 833 682 381 4	
8001		8. 987 321 812 850 123	
7. 9 = 63		4. 143 134 726 391 532	
127		4. 844 187 086 458 591	

VII		£	12
125	= . . . . .	12 500 000 000	000
		78 125	
		0. 000 012 499 921 875	
80 000		11. 289 781 913 656 018	
80 001		11. 289 794 413 577 894	
27		3. 295 836 866 004 329	
2963		7. 993 957 547 573 565	

LIX		£	12
125	= . . . . .	1 250 000 000	000
		781	
		0. 000 001 249 999 218	
800 000		13. 592 367 006 650 064	
800 001		13. 592 368 256 649 283	
9. 103 = 927		6. 831 953 565 565 855	
863		6. 760 414 691 083 427	

IX		£	12
125	= . . . . .	125 000 000	000
		£	7
		0. 000 000 125 000 007	
8 000 000		15. 894 952 099 644 110	
7 999 999		15. 894 951 974 644 102	
7. 199 = 1393		7. 239 214 973 779 805	
5743		8. 655 737 000 864 296	

XII  
125 =

		XII	6	13
		125 =	.....	125 000''
		0.	000 000 000	124 999
8 000 000 000		22.	802 707 378 626	247
8 000 000 001		22.	802 707 378 626	247
9. 7. 23. 29. 61		14.	756 798 636 480	467
3 121		8.	045 908 742 270	779

		XV	6	13
		125 =	.....	125''
		0.	000 000 000 000	124
8 000 000 000 000		29.	710 462 657 608	384
8 000 000 000 001		29.	710 462 657 608	309
9. 19. 59. 113. 937		20.	789 272 101 359	349
7 489		8.	921 190 556 249	367

		I	6	13
		160 =	. 6	250 000 000 000''
			19	531 250 000
			81	380 208
				381 469
				1 907
			6	13 9
			6	250 081 382 115
			19	531 631 479
			0.	006 269 613 013 595
			0.	006 230 549 750 636
160		5.	075 173 815 233	826
159		5.	068 904 202 220	231
3		1.	098 612 288 668	109
53		3.	970 291 913 552	121
161		5.	081 404 364 984	462
7		1.	945 910 149 055	313
23		3.	135 494 215 929	149

MI

$\frac{1}{160}$

██████████

$$\frac{1}{1600} = \dots \overset{6}{625} \overset{000}{000} \overset{000}{000} \overset{000}{000} //$$

	199 212 500
	0. 000 624 804 768 842
1600	7. 377 758 908 227 872
1601	7. 378 383 712 996 714

$$\frac{1}{16000} = \dots \overset{6}{62} \overset{500}{500} \overset{000}{000} \overset{000}{000} //$$

	1 953 125
	0. 000 062 501 953 206
16 000	9. 680 344 001 221 918
15 999	9. 680 281 499 268 711
3	1. 098 612 288 668 109,
5 333	8. 581 669 210 600 602

$$\frac{1}{1600000} = \dots \overset{6}{625} \overset{000}{000} \overset{000}{000} //$$

	159
	0. 000 000 625 000 195
1600 000	14. 285 514 187 210 009
1599 999	14. 285 513 562 209 814
3. 241 = 723	6. 583 409 222 158 764
2 213	7. 702 104 340 051 049

$$\frac{1}{16 000 000} = \dots \overset{62}{62} \overset{500}{500} \overset{000}{000} //$$

	1
	0. 000 000 062 500 001
	0. 000 000 062 499 998
16 000 000	16. 588 099 280 204 055
15 999 999	16. 588 099 217 704 053
43. 93 = 3999	8. 293 799 608 846 818
4 001	8. 294 299 608 857 235
16 000 001	16. 588 099 342 704 053
109. 641	11. 154 377 339 149 813
229	5. 433 722 003 554 239



$\frac{I}{320} = .$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$
320	3	125	000	000	000''
			4	882	812 500
				10	172 526
				23	841
			$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$
			3	125	010 172 585
			4	882	836 342

				0. 003	129	893	008 927
				0. 003	120	127	336 343
320				5. 768	320	995	793 772
319				5. 765	191	102	784 844
11				2. 397	895	272	798 370
29				3. 367	295	829	986 474
321				5. 772	441	123	130 015
3				1. 098	612	288	668 109
107				4. 672	828	834	461 906

$\frac{I}{3200} = . .$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$
3200	312	500	000	000''	
			48	828	125
				10	172
			$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$
			3	12	2

				0. 000	312	548	838 299
				0. 000	312	451	182 045
3200				8. 070	906	088	787 817
3199				8. 070	593	539	949 518
7				1. 945	910	149	055 313
457				6. 124	683	390	894 204
3201				8. 071	218	539	969 863
33				3. 496	507	561	466 480
97				4. 574	710	978	503 382

$\frac{I}{32000} = . . .$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$
32000	31	250	000	000''	
			488	281	
			$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$	$\overset{\circ}{\circ}$
				10	

				0. 000	031	250	488 291
32000				10. 373	491	181	781 863
31999				10. 373	459	931	293 572
11				2. 397	895	272	798 370
2909				7. 975	564	658	495 201

H. J. W.  
I

1 073 741 824	0. 000 000 000 931 322
1 073 741 825	20. 794 415 416 798 359
5 <sup>2</sup> . 13. 41. 61	20. 794 415 417 729 681
1 321	13. 608 271 113 207 356
	7. 186 144 304 522 325

5. Zu S. 517, in fine.

Der erste Weg (den Logarithmen von der Primzahl 3343 zu finden, wenn die vorhergehenden kleinern Logarithmen bekannt sind) ist Brüche zu finden, deren Zähler eins größer als der Nenner, und die keinen größern Primfactoren haben als die gegebene Primzahl, hier z. B. 3343, ist, und zweitens in deren Nenner oder Zähler die gegebene Primzahl enthalten ist. Dieses giebt zweien Fälle, nachdem die Primzahl entweder im Nenner oder im Zähler seyn soll.

Erster Fall, wenn die Primzahl im Nenner sich befinden soll, das ist: wenn man den Logarithmen nach der ersten Formel suchen will.

3343 = a

$$\begin{array}{r}
 3\ 343 = a \\
 \hline
 10\ 029 = 3a \\
 300\ 87 \\
 2\ 340\ 1 \\
 \hline
 2\ 650\ 999 = 793a \\
 \hline
 10\ 029 \\
 \hline
 12\ 679\ 999 = 3793a \\
 133\ 72 \\
 \hline
 146\ 399\ 999 = 43793a \\
 668\ 6 \\
 \hline
 814\ 999\ 999 = 243793a = 11 \cdot 88643a \\
 16715 \\
 \hline
 17529\ 999\ 999 = 5243793a = 3 \cdot 23 \cdot 75997
 \end{array}$$

Weil 3793 und 43793 Primzahlen sind, und die zwey folgenden Multipel 243793a und 5243973a, größere Primfactores enthalten als 3343, so sind dieselben nicht zu gebrauchen. Nimmt man aber anstatt der zwey ersten 13793a = 13 · 1061a, und 143793a = 3 · 13 · 1229a, so hat man nebst 793a, drey Multipel und folglich 3 Brüche den Log. 3343 zu finden; nemlich es

$$\begin{array}{l}
 \text{ist: } \frac{1}{1-n} = \frac{2651000}{2650999} \quad \text{oder} \quad \frac{46110000}{46109999} \quad \text{oder} \\
 \frac{480600000}{480599999}, \quad \text{und } n = \frac{1}{2651000} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{46110000} \\
 \text{oder} \quad \frac{1}{480600000}
 \end{array}$$

Zweyter Fall, wenn die Primzahl im Zähler stecken soll, oder der Logarithmus nach der zweyten Formel soll gefunden werden.

$$\begin{array}{r}
 3343 = a \\
 \hline
 23401 = 7a \\
 6686 \\
 \hline
 692001 = 207a \\
 20058 \\
 \hline
 20750001 = 6207a = 3 \cdot 2069a \\
 16715 \\
 \hline
 187900001 = 56207a \\
 23401 \\
 \hline
 2528000001 = 756207a = 3 \cdot 73 \cdot 1151a \\
 13372 \\
 \hline
 15900000001 = 4756207a = 1823 \cdot 2609a
 \end{array}$$

Wie die Logarithmen zu diesen Brüchen, und aus solchen der Logarithme von 3343 zu finden, habe ich hier nicht nöthig auszuführen.

$$\begin{array}{l}
 1+n = \frac{23401}{1} \text{ oder } \frac{692001}{692000} \text{ oder } \frac{20750001}{20750000} \\
 \text{oder } \frac{2528000001}{2528000000} \text{ oder } \frac{159000000001}{159000000000}, \text{ und} \\
 n = \frac{1}{23400} \text{ oder } \frac{1}{692000} \text{ oder } \frac{1}{20750000} \text{ oder} \\
 \frac{1}{2528000000} \text{ oder } \frac{1}{15900000000}
 \end{array}$$

Zu

$$\begin{array}{r} \text{Zu merken ist, daß } 5243793^a \\ + 4756207^a \\ \hline \text{Summa } 10000000^a \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Als auch daß: } 2651 + 692 = \\ 1268 + 2075 = \\ 1464 + 1879 = \\ 815 + 2528 = \\ 1753 + 1590 = \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2651 \\ 1268 \\ 1464 \\ 815 \\ 1753 \end{array}} \right\} 3343.$$

Der zweyte Weg ist, Brüche zu finden, deren Zähler unbestimmt größer ist als der Nenner, und davon einer die gegebene Primzahl als ihren größten Primfactor enthält, der andere aber, nemlich der Zähler oder der Nenner, nur aus der Dignität von 10 besteht.

$$\begin{array}{r} 3343 = a \\ \hline 10029 \dots = 3^a \\ \quad 30087 \\ \hline 9998913 = 2991^a \\ \quad 10029 \\ \hline 99999159 = 29913^a = 3 \cdot 13^2 \cdot 59^a \\ \quad 6686 \\ \hline 999998276 = 299132^a = 2^2 \cdot 17 \cdot 53 \cdot 83^a \\ \quad 16715 \quad 299133^a = 3^2 \cdot 1213^a \\ \hline 9999999475 = 2991325^a = 5^2 \cdot 119653^a \\ \quad 3343 \quad 2991324^a = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 149 \cdot 239^a \\ \quad 2991326^a = 2 \cdot 13 \cdot 103 \cdot 1117^a \\ \hline 99999998093 = 29913251^a = 17 \cdot 43 \cdot 151 \cdot 271^a \\ \quad 20058 \quad 29913252^a = 2^2 \cdot 3 \cdot 1279 \cdot 1949^a \\ \hline 1000000000988 = 299132516^a = 2^2 \cdot 31 \cdot 827 \cdot 2917^a \end{array}$$

M 4

Wenn

Wenn man 10029 mitnimmt, so hat man hier  
 9 Multipl., wodurch der Log. von 3343 zu finden  
 ist, und zwar nach der ersten Formel ist

$$n = 841 \text{ oder } 1724 \text{ oder } 3868 \text{ oder } 1907,$$

und nach der zweiten Formel ist

$$n = 29 \text{ oder } 1619 \text{ oder } 2828 \text{ oder } 1436 \text{ oder } 988.$$

Nach diesem Wege berechne ich den Logarithmen  
 für die Peripherie des Circuls auf die folgende Art.

$$\frac{3.141592653589793238462'' \text{ \&c.}}{1.000000357564167085735''} \quad (0.31831 (= 139.229))$$

$r. m = 0.434294481903251827651$	$\frac{357564167085735''}{n}$
$mn = 155288144691667$	1
$mn^2 = 55525476$	2
$mn^3 = 19$	3

$$357564 \text{ \&c.} = \dots \dots \dots 155288144691667''$$

$1000000.357564167085735$	$\frac{6.000000155288116928935}{n}$
$(139.2290)$	$5.502850282593983074584$

$3.141592653589793238462$	$0.427149872694133854351$
	$\text{\&c.}$

Anders:

$$\frac{3.141592653589793238462''}{0.999999980573048654959} \quad (0.31830988 (= 2^2 \cdot 7^2 \cdot 23^2 \cdot 307))$$

$n = 0.434294481903251827651''$	$\frac{19426951245040''}{n}$
$mn = 8437017769353$	1
$mn^2 = 163905$	2

$19\ 426\ \&c. = \dots\dots\dots 8\ 437\ 017\ 769\ 353''$	$81\ 952$
$0.000\ 000\ 008\ 437\ 017\ 851\ 306$	
$999\ 999\ 980\ 573\ 048\ 654\ 959''$ ( $322^2 \cdot 3070$ )	$8.999\ 999\ 991\ 562\ 982\ 148\ 693$ $8.502\ 850\ 118\ 868\ 848\ 294\ 342$
$3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462''$	$0.497\ 194\ 872\ 694\ 133\ 854\ 351''$

Noch anders:

$3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462''$	$0.999\ 999\ 915\ 086\ 328\ 551\ 961$ ( $\frac{113}{355}$ )
$m = 0.434\ 294\ 481\ 903\ 251\ 827\ 651''$	$84\ 913\ 671\ 448\ 038'' = n$
$mn = 36\ 877\ 538\ 948\ 028$	$1$
$mn^2 = 3\ 131\ 407$	$2$
$84\ 913\ \&c. = \dots\dots\dots 36\ 877\ 538\ 948\ 028''$	$1\ 565\ 703$
$1000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000''$	$b.600\ 000\ 036\ 877\ 540\ 513\ 732$
$999\ 999\ 915\ 086\ 328\ 551\ 961''$	
$355$	$0.497\ 149\ 909\ 571\ 624\ 368\ 083$
$113$	
$3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462$	$0.497\ 149\ 872\ 694\ 133\ 854\ 351''$

In vorigen Rechnungen kommt es hauptsächlich auf die Zergliederung der Zahlen an, worinn aber Ihre Zergliederung bis auf eine Million, vornehmlich ihren Nutzen zeigen kann. Ob nun bey solchen Rechnungen noch Nebentabellen nöthig und nützlich seyn können, solches hoffe ich nächstens von Ihnen zu erfahren.

## Zusätze zu der Berechnung des Logarithmen von 3343. \*)

334	$2^2 \cdot 13$
233	..
235	5. 47
2 339	..
2 341	..
2 399	..
2 401	7. 3343
233 999	311. 1109
234 001	29. 8069
2 339 999	17. 59. 2333
2 340 001	..
233 999 999	23. 227. 44819
2 339 999 999	877. 977. 2731
2 340 000 001	31. 1051. 71821
692	$2^2 \cdot 173$
692 001	$3^2 \cdot 23 \cdot 3343$
691 999 999	257. 1433. 1879
692 000 001	$3^2 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 29 \cdot 4919$
159	$3 \cdot 53$
1 589 999	541. 2939
159 000 001	4357. 36493
1 589 999 999	7. 2729. 83233
15 900 000 001	1823. 2609. 3343
29	..
9 971	$13^2 \cdot 59$
10 029	3. 3343
99 971	..
100 029	3. 33343
999 971	7. 23. 6212
1 000 029	3. 31. 10759
9 999 971	..
10 000 029	3. 13. 17. 15083
100 000 029	3. 53. 131. 4807
9 999 999 971	13. 109. 1657. 4259
10 000 000 029	3. 19. 4447. 39451

1619

\*) Diese Zusätze waren eine Beilage zu dem nächstfolgenden Briefe vom 2ten April 1776.



1 619	1
999 998 381	127. 1907. 4129
1 000 001 619	3 <sup>2</sup> . 1213. 3343
100 000 001 619	3 <sup>2</sup> . 7. 43. 977. 37783
3 868	2 <sup>2</sup> . 967
999 996 132	2 <sup>2</sup> . 3. 43. 491. 3947
9 999 996 132	2 <sup>3</sup> . 3. 7. 149. 239. 3343
988	2 <sup>2</sup> . 13. 19
10 000 988	2 <sup>2</sup> . 457. 5471
1 000 000 988	2 <sup>2</sup> . 7. 41. 821. 1061
999 999 999 012	2 <sup>2</sup> . 3. 7. 1279. 2417. 3851
1 000 000 000 988	2 <sup>2</sup> . 31. 827. 2917. 3343

Ich habe nur die folgenden zwei angewandt,  
den Logarithmus von 3343 zu berechnen.

29	1
841	2
24 389	3
707 281	4
20 511 149	5
594 823 321	6
17 249 876 309	7
500 246 412 961	8
u. f. f.	

IV	U	13	18
29	2900	000 000 000 000 000	000 000
	4	205 000 000 000 000	000 000
	8	129 666 666 666	666 666
	17	622 025 000	
	41	022 298	
	99	137	
	U	13	18 246

	2 900 008 129 707 689 211
	4 205 017 682 124 137
	0. 002 904 213 147 398 813 248
	0. 002 895 803 112 025 565 073
10 000	9. 210 340 371 976 182 736 071
13 <sup>2</sup> . 59 = 9971	9. 207 436 158 828 792 922 723
10 029	9. 213 236 175 088 208 301 145
3	1. 098 612 288 668 109 691 395
3343	8. 114 623 886 480 098 609 749

VI 6 13 18  
 29 = ... 29 000 000 000 000 000"  
420 500 000 000  
8 129 666  
6 13 18  
176

	0. 000 029 000 420 508 129 843
1000 000	13. 815 510 557 964 274 104 107
999 971	13. 815 481 557 543 765 974 264
7. 23 = 161	5. 081 404 364 984 462 995 912
6 211	8. 734 077 192 559 302 978 352

VII 6 13 18  
 29 = ... 290 000 000 000 000"  
42 050 000  
8  
6 13 18  
8

	0. 000 000 289 999 957 950 008
100 000 000	18. 420 680 743 952 365 472 143
100 000 029	18. 420 681 033 952 323 422 152
3. 53. 131	9. 944 101 525 421 383 069 689
4 801	8. 476 579 508 530 940 352 462

X 13 18  
 29 = ... 2 900 000 000 000"  
6 13 18  
4 205

	0. 000 000 002 900 000 004 205
10 000 000 000	23. 025 850 929 940 456 840 179
9 999 999 971	23. 025 850 927 040 456 835 974
13. 109. 1657	14. 669 061 257 117 243 348 335
4 259	8. 356 789 669 923 213 487 639

	988	1
	976	2
	964	3
	952	4
	941	5
930	125 749 549 993 984	6

		VII			
		6	13	18	
988 = ....		98	800	000	000 000 000
			4 880	720	000 000
				321	476 757
					23 821
					1
<hr/>					
	10 000 000	0. 000	098 795	119 601	452 937
	<hr/>	16. 118	095 650 958	319 788	125
	10 000 988	16. 118	194 446 077	921 241	063
4. 457 =	1828	7. 510	977 752 014	094 318	027
	<hr/>	5471	8. 607 216 694	063 825 923	036
<hr/>					
		IX			
		6	13	18	
988 = ....		988	000	000	000 000 000
				488	072 000
					321
<hr/>					
	1 000 000 000	0. 000	000 987 999	511 928	321
	<hr/>	20. 723	265 836 946	411 156	161
	1 000 000 988	20. 723	266 824 945	923 084	483
28. 41. 821	<hr/>	13. 756	299 686 331	939 949	421
	<hr/>	1 061	6. 966 967 138	613 983	15 061
<hr/>					
		XII			
		6	13	18	
988 = .....		988	000	000	000 000
				488	
<hr/>					
	0. 000 000 000	0. 000	000 988	000 000	488
	<hr/>	0. 000	000 000 987 999	999 511	
1 000 000 000 000	<hr/>	27. 631	021 115 928	548 208	215
999 999 999 012	<hr/>	27. 631	021 114 940	548 207	727
84. 1279. 2417	<hr/>	19. 374	932 981 125	639 317	055
	<hr/>	3 851	8. 256 088 133	214 908	890 672
1 000 000 000 988	<hr/>	27. 631	021 116 916	548 207	727
4. 31. 827. 2917	<hr/>	19. 516	397 230 496	449 597	977
	<hr/>	3343	8. 114 623 886	420 098	609 749

Ich habe nun aus Sherwin ersehen und erfarnt, daß diese Rechnungsart, nichts anders als nur eine verbesserte von dem D. Wallis ist.

Abriß

## 6. Abriss von meiner Zergliederung der Zahlen.

Es wird hier ein solcher Entwurf einer Tafel, als in den Beyträgen zur Mathematik, 2. Bande, S. 52. sich befindet, vorausgesetzt. In welcher aber noch vorne alle Horizontalreihen, von oben herunter mit 1, 2, 3, 4, u. s. w. und alle Perpendicularreihen, oben von der linken nach der rechten Hand, mit 1, 2, 3, 4, 5 u. s. f. bezeichnet sind. Dann sind alle Zahlen in der Tafel durch 2 Zahlen, der Breite und der Länge nach bestimmt.

Die Nro. II. unter den Primzahlen stehenden Zahlen, sind die Weiten der Stellen, aus der darüberstehenden Tafel I., in einer solchen Tafel als in den Beyträgen, abgezählt, d. i. von 7 bis 49, 12. von 49 bis 77, 7. von 77 bis 91, 4. von da bis 119, 7. bis 133, 4. u. s. w.

Die Nro. III. stehenden Formeln, der darüber II. und darunter IV. stehenden Zahlen, habe ich aus bloßem Versuche gefunden.

Durch diese Formeln kann man, für alle und jede Zahlen in der Tafel (in den Beyträgen) es mögen Prim- oder Componirtezahlen seyn, ihre Stellen, der Breite und Länge nach bestimmen, in welcher sie wieder vorkommen, oder wo sie Factores sind. Z. E. von 7 und 307, 697, 907, u. s. w.

		1	2	3	4	5	6	7	8	II		21
	I	1	7	11	13	17	19	23	29	30	33	39
	2	7	49	77	91	119	133	161	209	200	25	203
	3	XI	77	121	143	187	209	253	319	20	25	319
	4	13	91	143	169	221	247	299	377	21	25	377
	5	17	119	187	221	289	323	391	493	14	19	493
	6	19	133	209	247	323	361	437	551	7	13	551
	7	23	161	253	299	391	437	529	667	7	13	667
	8	29	203	319	377	493	551	667	841	13	17	841
	II	I	7	11	13	17	19	23	29	30	33	39
	1	I	12	18	21	27	30	36	47	20	25	47
	2	I	7	12	14	18	20	25	31	18	22	31
	3	I	4	6	7	9	10	12	15	9	11	15
	4	I	7	11	13	19	21	25	31	19	21	31
	5	I	4	6	7	9	10	12	15	10	12	15
	6	I	7	12	14	18	20	25	31	18	21	31
	7	I	12	18	21	27	30	36	47	20	25	47
	8	I	3	5	7	9	11	13	15	11	13	15

III.

$3n-2$	$3(n+1)$	$3(n+1)$	$3n$	$3n$	$3(n-1)$	$3(n-1)$	$3n+2$
$2n-1$	$2(n+1)-1$	$2(n+1)$	$2n$	$2n$	$2(n-1)$	$2(n-1)+1$	$2n+1$
$n$	$n+1$	$n+1$	$n$	$n$	$n-1$	$n-1$	$n$
$2n-1$	$2(n+1)-1$	$2(n+1)-1$	$2n-1$	$2n+1$	$2(n-1)+1$	$2(n-1)+1$	$2n+1$
$n$	$n+1$	$n+1$	$n$	$n$	$n-1$	$n-1$	$n$
$2n-1$	$2(n+1)-1$	$2(n+1)-1$	$2n$	$2n$	$2(n-1)$	$2(n-1)+1$	$2n+1$
$n$	$n+1$	$n+1$	$n$	$n$	$n-1$	$n-1$	$n$
$3n-2$	$3(n+1)$	$3(n+1)$	$3n$	$3n$	$3(n-1)$	$3(n-1)$	$3n+2$
$n$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$

IV.

1	1	7	3	11	5	13	7	17	9	19	11	23	13	29	15
31	17	37	19	41	21	43	23	47	25	49	27	51	29	59	31
61	33	67	35	71	37	73	39	77	41	79	43	83	45	89	47
91	49	97	51	101	53	103	55	107	57	109	59	113	61	119	63
121	65	127	67	131	69	133	71	137	73	139	75	143	77	149	79
151	81	157	83	161	85	163	87	167	89	169	91	173	93	179	95
181	97	187	99	191	101	193	103	197	105	199	107	203	109	209	111
211	113	217	115	221	117	223	119	227	121	229	123	233	125	239	127
241	129	247	131	251	133	253	135	257	137	259	139	263	141	269	143
271	145	277	147	281	149	283	151	287	153	289	155	293	157	299	159

2	307	607	2	1	2	2	70	38	46	69	22	100	78	130	54	161	30	192	6	6	223	62	253	38	284
12	6	12	14	1	8	77	42	53	73	29	104	5	135	61	165	37	196	13	6	227	69	257	45	288	
7	4	8	21	.	12	77	45	57	75	33	106	9	137	65	167	41	198	17	6	229	73	259	49	290	
4	2	4	25	.	14	1	49	64	79	40	110	16	141	72	171	48	202	24	6	233	80	263	56	294	
7	4	8	32	.	8	8	51	68	81	44	112	20	143	76	173	52	204	28	6	235	4	266	60	296	
4	2	4	36	.	20	12	55	75	85	51	116	27	147	3	178	59	208	35	6	239	11	270	67	300	
7	4	8	43	.	24	19	61	77	92	63	122	39	153	15	184	71	214	47	6	245	23	276	79	306	
12	6	12	55	.	30	31	61	7	94	66	124	42	155	18	186	74	216	50	6	247	26	278	82	309	
3	2	4	58	.	32	34	63	10	94	66	124	42	155	18	186	74	216	50	6	247	26	278	82	309	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

Perpendicular Reihen. Horizontal Reihen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

Solchergestalt habe ich erstlich von allen Primzahlen besondere Tafeln verfertigt, und hernach dieselbe in einer allgemeinen Tafel eingetragen. Man kann aber auch dergleichen Tafeln von den componirten Zahlen aufmachen. B. E. von 49, 77, 91, ic.



7. Zu G. 523.

Hier folget das angeführte und zurückgelegte:

Etwas von der Berechnung der Sinus und Cosinus.

S. iif = 0. 196 549 540 849 368 077  
 I 261 648 627 941 887  
 2 432 025 947 454  
 2 232 434 337  
 I 195 380  
 419

0. 196 351 972 876 504 911  
 I 261 650 860 376 643  
 S. iif = 0. 195 090 322 016 128 268

S. if = 0. 019 634 954 084 936 207 740  
 I 261 648 627 941 887  
 24 320 259 475  
 223 243  
 I

0. 019 634 954 109 256 467 216  
 I 261 648 628 165 130  
 S. if = 0. 019 632 692 460 628 302 086

S. 6/4 = 0. 001 963 495 408 493 620 774 039  
 I 261 648 627 941 887  
 243 202 595  
 25

S. 6/4 = 0. 001 963 494 146 845 286 034 725

I. 000 000 000 000 000 000  
 19 276 571 095 877 654  
 61 931 032 202 404  
 79 587 863 019  
 54 792 182  
 23 471  
 7

Col. iif = 0. 980 785 280 403 230 449

I. 000 000 000 000 000 000  
 192 765 710 958 776 535  
 6 193 103 220 240  
 79 587 863  
 548

Col. if = 0. 999 807 240 482 064 856 390

I. 000 000 000 000 000 000  
 192 765 711 098 364 398  
 I. 000 000 000 000 000 000  
 I 927 657 109 587 765 355  
 619 310 324 044  
 79 588

Col. 6/4 = 0. 999 998 072 343 509 722 477 081

0.785 398 163 397 448 309 615 660 845  
 3) 261 799 387 799 149 436 538 553 615  
 87 266 462 599 716 478 846 184 538  
 29 088 820 866 572 159 615 394 846  
 2 490 394 570 192 72...  
 3<sup>5</sup>) 10 248 537 325 8960  
 42 175 050 7238  
 173 559 8795  
 3 590 860 448 59...  
 3<sup>5</sup>) 547 303 8330  
 83 4177  
 127  
 1757 247 67...  
 99197  
 89

308 425 137 534 042 456 838  
 3<sup>2</sup>) 34 269 459 726 004 717 426  
 3 807 717 747 333 857 492  
 423 079 749 702 761 944  
 325 921 886 927 39...  
 3<sup>5</sup>) 447 176 799 6260  
 613 411 2477  
 841 4420  
 313 361 689 04...  
 3<sup>5</sup>) 15 920 4231  
 8088  
 115 011 59...  
 2164

80 745 512 188 280 781.  
 3<sup>2</sup>) 2 990 574 525 491 880 8  
 110 762 019 462 662 2  
 4 102 297 017 135 6  
 36 576 204 182 18...  
 3<sup>1</sup>) 16 724 373 1921  
 7 647 1756  
 3 4966  
 24 611 369 50...  
 3<sup>10</sup>) 416 7957  
 70  
 6948 45...  
 48

15 874 344 243 815 50...  
 3<sup>2</sup>) 195 732 644 985 376 6  
 2 416 452 407 2267  
 29 832 745 768 2  
 0. 261 799 387 799 149 437  
 2 990 574 525 491 881  
 10 248 537 325 896  
 16 724 373 197  
 15 920 423  
 9 920  
 1. 000 000 000 000 000  
 34 269 459 726 004 717  
 195 232 644 985 377  
 447 176 799 626  
 547 303 833  
 416 796

S. 15 = 0.458 819 045 102 520 762  
 0.261 809 636 352 395 760  
 2 990 591 249 874 998  
 4  
 1. 000 195 733 192 289 426  
 34 269 906 903 281 139  
 5  
 Conf. 15 = 0.965 925 826 289 068 287  
 216

$\$ .1\frac{1}{2} = 0.026$ 
 $\overset{6}{179}$ 
 $\overset{13}{928}$ 
 $\overset{18}{779}$ 
 $\overset{23}{914}$ 
 $\overset{24}{943}$ 
 $\overset{25}{654}$   
 $\quad 2$ 
 $\overset{6}{990}$ 
 $\overset{13}{574}$ 
 $\overset{18}{525}$ 
 $\overset{23}{491}$ 
 $\overset{24}{881}$   
 $\quad 108$ 
 $\overset{6}{485}$ 
 $\overset{13}{373}$ 
 $\overset{18}{259}$   
 $\quad 1$ 
 $\overset{6}{672}$ 
 $\overset{13}{437}$ 
 $\overset{18}{16}$

$0.026$ 
 $\overset{6}{179}$ 
 $\overset{13}{928}$ 
 $\overset{18}{882}$ 
 $\overset{23}{400}$ 
 $\overset{24}{316}$ 
 $\overset{25}{929}$   
 $\quad 2$ 
 $\overset{6}{990}$ 
 $\overset{13}{574}$ 
 $\overset{18}{527}$ 
 $\overset{23}{164}$ 
 $\overset{24}{318}$

$S. 1\frac{1}{2} = 0.026$ 
 $\overset{6}{176}$ 
 $\overset{13}{948}$ 
 $\overset{18}{307}$ 
 $\overset{23}{873}$ 
 $\overset{24}{152}$ 
 $\overset{25}{611}$

$\$ .9' = 0.002$ 
 $\overset{6}{617}$ 
 $\overset{13}{993}$ 
 $\overset{18}{877}$ 
 $\overset{23}{991}$ 
 $\overset{24}{494}$ 
 $\overset{25}{365}$ 
 $\overset{26}{386}$   
 $\quad 2$ 
 $\overset{6}{990}$ 
 $\overset{13}{574}$ 
 $\overset{18}{525}$ 
 $\overset{23}{491}$ 
 $\overset{24}{881}$   
 $\quad 1$ 
 $\overset{6}{024}$ 
 $\overset{13}{853}$ 
 $\overset{18}{733}$ 
 $\overset{24}{167}$

$S. 9' = 0.002$ 
 $\overset{6}{617}$ 
 $\overset{13}{990}$ 
 $\overset{18}{887}$ 
 $\overset{23}{417}$ 
 $\overset{24}{993}$ 
 $\overset{25}{727}$ 
 $\overset{26}{071}$

$\$ .54'' = 0.000$ 
 $\overset{6}{261}$ 
 $\overset{13}{799}$ 
 $\overset{18}{387}$ 
 $\overset{23}{799}$ 
 $\overset{24}{149}$ 
 $\overset{25}{436}$ 
 $\overset{26}{538}$ 
 $\overset{27}{554}$   
 $\quad 2$ 
 $\overset{6}{990}$ 
 $\overset{13}{574}$ 
 $\overset{18}{525}$ 
 $\overset{23}{491}$ 
 $\overset{24}{881}$   
 $\quad 1$ 
 $\overset{6}{024}$ 
 $\overset{13}{853}$ 
 $\overset{18}{733}$ 
 $\overset{24}{167}$

$S. 54'' = 0.000$ 
 $\overset{6}{261}$ 
 $\overset{13}{799}$ 
 $\overset{18}{384}$ 
 $\overset{23}{808}$ 
 $\overset{24}{574}$ 
 $\overset{25}{921}$ 
 $\overset{26}{295}$ 
 $\overset{27}{210}$

$1.000$ 
 $\overset{6}{000}$ 
 $\overset{13}{000}$ 
 $\overset{18}{000}$ 
 $\overset{23}{000}$ 
 $\overset{24}{000}$ 
 $\overset{25}{000}$ 
 $\overset{26}{000}$ 
 $\overset{27}{000}$

$342$ 
 $\overset{6}{694}$ 
 $\overset{13}{597}$ 
 $\overset{18}{260}$ 
 $\overset{23}{047}$ 
 $\overset{24}{174}$

$19$ 
 $\overset{6}{573}$ 
 $\overset{13}{264}$ 
 $\overset{18}{498}$ 
 $\overset{23}{538}$

$1.000$ 
 $\overset{6}{000}$ 
 $\overset{13}{019}$ 
 $\overset{18}{573}$ 
 $\overset{23}{264}$ 
 $\overset{24}{504}$ 
 $\overset{25}{011}$

$342$ 
 $\overset{6}{694}$ 
 $\overset{13}{597}$ 
 $\overset{18}{707}$ 
 $\overset{23}{223}$ 
 $\overset{24}{974}$

$Col. 1\frac{1}{2} = 0.999$ 
 $\overset{6}{657}$ 
 $\overset{13}{324}$ 
 $\overset{18}{975}$ 
 $\overset{23}{557}$ 
 $\overset{24}{280}$ 
 $\overset{25}{037}$ 
 $\overset{26}{000}$

$1.000$ 
 $\overset{6}{000}$ 
 $\overset{13}{000}$ 
 $\overset{18}{000}$ 
 $\overset{23}{000}$ 
 $\overset{24}{000}$ 
 $\overset{25}{000}$ 
 $\overset{26}{000}$ 
 $\overset{27}{000}$

$342$ 
 $\overset{6}{426}$ 
 $\overset{13}{945}$ 
 $\overset{18}{972}$ 
 $\overset{23}{600}$ 
 $\overset{24}{471}$ 
 $\overset{25}{743}$

$1$ 
 $\overset{6}{957}$ 
 $\overset{13}{326}$ 
 $\overset{18}{449}$ 
 $\overset{23}{854}$ 
 $\overset{24}{447}$ 
 $\overset{25}{177}$

$Col. 9' = 0.999$ 
 $\overset{6}{996}$ 
 $\overset{13}{573}$ 
 $\overset{18}{955}$ 
 $\overset{23}{984}$ 
 $\overset{24}{725}$ 
 $\overset{25}{530}$ 
 $\overset{26}{934}$

$1.000$ 
 $\overset{6}{000}$ 
 $\overset{13}{000}$ 
 $\overset{18}{000}$ 
 $\overset{23}{000}$ 
 $\overset{24}{000}$ 
 $\overset{25}{000}$ 
 $\overset{26}{000}$ 
 $\overset{27}{000}$

$34$ 
 $\overset{6}{269}$ 
 $\overset{13}{459}$ 
 $\overset{18}{726}$ 
 $\overset{23}{004}$ 
 $\overset{24}{717}$ 
 $\overset{25}{426}$

$195$ 
 $\overset{6}{732}$ 
 $\overset{13}{644}$ 
 $\overset{18}{985}$ 
 $\overset{24}{447}$

$Col. 54'' = 0.999$ 
 $\overset{6}{999}$ 
 $\overset{13}{999}$ 
 $\overset{18}{965}$ 
 $\overset{23}{730}$ 
 $\overset{24}{540}$ 
 $\overset{25}{469}$ 
 $\overset{26}{727}$ 
 $\overset{27}{927}$ 
 $\overset{28}{112}$

$5. 5^{\circ} = 0.087266468599716479$   
 $110762019462652$   
 $42175050724$   
 $7647176$   
 $809$

$0.087266504774768018$   
 $110762027109838$

$5. 5^{\circ} = 0.087155742747658174$   
 $110762019462662$   
 $421750507$   
 $765$

$5. 30' = 0.008726635498373934965$   
 $110762019462662$   
 $4217505$

$5. 3' = 0.000872664515235149543305$   
 $110762019462662$   
 $42175$

$5. 18'' = 0.000087266462599716478846185$   
 $110762019462662$   
 $42175$

$1.000000000000000000$   
 $3807717747333857$   
 $2416452407227$   
 $613411248$   
 $83418$

$1.000002416452490645$   
 $3807718360745112$

$Col. 5^{\circ} = 0.996194698091745593$   
 $1.000000000000000000$   
 $3807717747333857$   
 $2416452407227$   
 $613411$

$Col. 30' = 0.999951923064171288737$   
 $1.000000000000000000$   
 $380771774733385749$   
 $2416452407227$   
 $613$

$Col. 3' = 0.99999689228249431137710$   
 $1.000000000000000000$   
 $3807717747333857492$   
 $2416452407$

$Col. 18'' = 0.9999999619228225082594915$

$\begin{array}{r} 5. 1\dot{3} = 0. 029 \quad 088 \quad 820 \quad 866 \quad 572 \quad 159 \quad 6 \\ 4 \quad 102 \quad 297 \quad 017 \quad 135 \quad 6 \\ 173 \quad 559 \quad 879 \quad 5 \\ \hline 3 \quad 496 \quad 7 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1. 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 0 \\ 423 \quad 079 \quad 749 \quad 703 \quad 761 \quad 9 \quad 0 \\ 29 \quad 832 \quad 745 \quad 768 \quad 2 \\ 841 \quad 442 \quad 0 \\ \hline 127 \end{array}$

$\begin{array}{r} 0. 029 \quad 088 \quad 821 \quad 040 \quad 132 \quad 039 \quad 1 \\ 4 \quad 102 \quad 297 \quad 020 \quad 632 \quad 3 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1. 000 \quad 000 \quad 029 \quad 832 \quad 745 \quad 780 \quad 9 \\ 423 \quad 079 \quad 750 \quad 545 \quad 203 \quad 9 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 1\dot{3} = 0. 029 \quad 084 \quad 718 \quad 743 \quad 111 \quad 406 \quad 8 \end{array}$

$\begin{array}{r} Col. 1\dot{3} = 0. 999 \quad 576 \quad 950 \quad 082 \quad 200 \quad 577 \quad 0 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 10' = 0. 002 \quad 908 \quad 882 \quad 086 \quad 657 \quad 215 \quad 961 \quad 5 \\ 4 \quad 102 \quad 297 \quad 017 \quad 135 \quad 6 \\ 1 \quad 735 \quad 598 \quad 8 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1. 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 0 \\ 4 \quad 230 \quad 797 \quad 497 \quad 037 \quad 619 \quad 4 \\ 2 \quad 983 \quad 274 \quad 841 \quad 4 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 10' = 0. 002 \quad 908 \quad 877 \quad 984 \quad 361 \quad 934 \quad 424 \quad 4 \end{array}$

$\begin{array}{r} Col. 10' = 0. 999 \quad 995 \quad 769 \quad 205 \quad 486 \quad 236 \quad 116 \quad 0 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 1' = 0. 000 \quad 290 \quad 888 \quad 208 \quad 665 \quad 721 \quad 596 \quad 153 \quad 9 \\ 4 \quad 102 \quad 297 \quad 017 \quad 135 \quad 6 \\ 17 \quad 356 \quad 0 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1. 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 0 \\ 42 \quad 307 \quad 974 \quad 970 \quad 376 \quad 194 \quad 4 \\ 298 \quad 327 \quad 457 \quad 7 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 1' = 0. 000 \quad 290 \quad 888 \quad 204 \quad 563 \quad 424 \quad 596 \quad 374 \quad 3 \end{array}$

$\begin{array}{r} Col. 1' = 0. 999 \quad 999 \quad 957 \quad 692 \quad 025 \quad 327 \quad 951 \quad 262 \quad 5 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 6'' = 0. 000 \quad 029 \quad 088 \quad 820 \quad 866 \quad 572 \quad 159 \quad 615 \quad 394 \quad 8 \\ 4 \quad 102 \quad 297 \quad 017 \quad 135 \quad 6 \\ 173 \quad 6 \end{array}$

$\begin{array}{r} 1. 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 000 \quad 0 \\ 423 \quad 079 \quad 749 \quad 703 \quad 761 \quad 943 \quad 5 \\ 29 \quad 832 \quad 745 \quad 8 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5. 6'' = 0. 000 \quad 029 \quad 088 \quad 820 \quad 862 \quad 469 \quad 862 \quad 598 \quad 422 \quad 8 \\ C. 6'' = 0. 999 \quad 999 \quad 999 \quad 999 \quad 576 \quad 920 \quad 250 \quad 326 \quad 070 \quad 802 \quad 3 \end{array}$

0. 785 398	163 397	448 309	615 660	845 (2)	2 490	399 570	192 72.	(2)	313 361	689 04.	(2)	160 441
157 079	632 679	489 661	923 132	169	796 926	262 462						
[0. 308 425 137 534 042 456 84. (2) <sup>2</sup> 325 991 886 927 39. (2) <sup>2</sup> 24 611 369 50. (2) <sup>2</sup> 2												
12 337	005 501	361 698	273		20 863	480 763						
80 745	512 188	280 781			36 576	204 182 18.	(2) <sup>2</sup>	1 757	247 67.	(2) <sup>2</sup>	36	
645 964	097 506	246 2	(2) <sup>2</sup>		468 175	413						
15 854 344	243 815 50	(2) <sup>2</sup>			28 726 883 588 72.	(2) <sup>2</sup>						
25 366 950 790 104					9 192 603	(2) <sup>2</sup>						

Sierdurch findet man die Sinus und Cosinus von 9°, von 54', u. s. w.

S. 9°	0. 156 414	465 040	230 869	1	0. 987 688 340 595	137 726 1
S. 54'	0. 015 707	317 311	820 695	753 423	0. 999 876 632 481	660 598 638 9
S. 5' 24"	0. 001 570	795 680	830 878	805 606 7	0. 999 998 766 299 703	533 217 210 2

Auf solche Art kann man noch eine gute Anzahl andere Sinus und Cosinus aus diesen berechnen.

## 8. Zu S. 529.

Versuch von den Perioden der Decimal-  
zahlen. \*)

Period.		
1	9	$3^2$
	11	..
2	99	(9. 11)
	101	..
3	999	(9). 3. 37
	1001	(11). 7. 13
4	999	(99. 101)
	001	73. 137
5	999	(9). 41. 271
	001	(11). 9091
6	999	(999. 1001)
	001	(101). 9901
7	999	(9). 239. 4649
	001	(11). 909091
8	999	(9999. 10001)
	001	(17). 5882353
9	999	(999). 3. 333667
	001	(1001). 19. 52579
10	999	(99999. 100001)
	001	(101). 3541. 27961
11	999	(9).
	001	(11 <sup>2</sup> ). 23. 4093. 8779
12	999	(999999. 1000001)
	001	(10001).
13	999	(9). 53. 79.
	001	(11). 859
14	999	(9999999. 10000001)
	001	(101). 29. 281.
15	999	(99999). (3. 37). 31
	001	(100001). (7. 13). 211. 241. 2161
16	999	(99999999. 100000001)
	001	353. 449. 641.

u. f. f.

In dieser Zergliederung der Zahlen  $10^n - 1$  und  $10^n + 1$ , habe ich angemerkt: daß Eins der  
N 5 Perioden

\*) Hiervon handelt auch der nächstfolgende Zusatz S. von Herrn Oberreit.

Periodus ist von  $\frac{1}{9} = 0.\overset{e}{111111} \text{ u.}$ ; zwey der

Periodus von  $\frac{1}{99} = 0.\overset{e}{010101} \text{ u.}$  drey der Pe-

riodus von  $\frac{1}{999} = 0.\overset{e}{001001} \text{ u. u. f. f.}$

Weiter, daß Eins der halbe Periodus ist von

$\frac{1}{11} = 0.\overset{e}{090909} \text{ u.}$  Zwey der halbe Periodus von

$\frac{1}{101} = 0.\overset{e}{009900} \text{ u.}$  Drey der halbe Periodus von

$\frac{1}{1001} = 0.\overset{e}{000999} \text{ u. u. f. f.}$

Von diesen letztern Perioden ist die erste Hälfte der Ziffern, das Complement zu 9 von der andern Hälfte; daher wenn man die Erste hat, so ist die andere auch bekannt.

Der Periodus ist einerley mit dem Exponenten von 10. Z. E. der Periodus 3 mit  $10^3 + 1$ .

Was von 9, 99, 999, u. und 11, 101, 1001, u. in Ansehung der Perioden gilt, das kömmt auch derselben Factoren zu. Nämlich: wie Eins der Periodus von 9, also auch von 3, als derselben Quadratwurzel.

Wie 3 der Periodus von 999 ist, also auch von 17, 37, 111, 333, als derselben Factoren.

Wie



Wie 3 der halbe Periodus von 1001 ist, also auch von derselben Factoren 7, 13, 77, 91 und 143.

In Ansehung der Dignitäten habe ich angemerkt, daß

Eins ist der Periodus von 3 und  $3^2$ ; drey ist er von  $3^3$ ; neun von  $3^4$ , u.

Eins ist der halbe Periodus von 11; 11 von  $11^2$ ; 121 von  $11^3$ , u. Kurz: der ganze oder halbe Periodus der Dignität n, einer Primzahl p, deren Periodus d, ist  $dp^{n-1}$ , ausgenommen von 3, dieser ist  $dp^{n-2}$ .

Eins ist der halbe Periodus von 9. 11; zwey von 99. 101; drey von 999. 1001, u. desgleichen von 27. 7, 27. 11, 27. 13, 7. 37, 11. 37, 13. 37, u. Demnach ist auf den Unterschied der ganzen und halben Perioden nicht anders zu sehen, als nur in der Zusammensetzung; wenn ein oder mehrere halbe Perioden vorkommen, so ist der letzte Periodus doppelt zu nehmen.

Alle Perioden kommen in ihren Multipeln wieder vor, z. E. der Periodus Eins in allen folgenden; zwey in 4, 6, 8, 10 u. drey in 6, 9, 12, 15, u. vier in 8, 12, 16, 20, u. fünf in 10, 15, 20, 25, u. u. s. f.

Eiff und 101 sind die einzigen Primzahlen unter  $10^{22} + 1$ , die eigene Perioden haben. Wenn  $30^{22} + 1$  eine Primzahl wäre, würde sie die dritte

in der Ordnung seyn. Die andern Zahlen zwischen  $101$  und  $10^{32} + 1$ , der Perioden 2 bis 32, sind Componirtzahlen, deren Primfactoren den Periodum mit einander gemein haben.

Zum Exempel.

19, 13, 11, 7,  $\kappa$ . den Periodum 9 von  $10^9 + 1$ ,  
 31, 37, 41, 271,  $\kappa$ . den Period. 15 von  $10^{15} - 1$ ,  
 n. s. f.

Der Periodus einer Componirtzahl ist aus den Perioden seiner Primfactoren zusammengesetzt, in so ferne dieselben verschiedene Perioden, auch keinen Periodum gemeinschaftlich haben.

Ferner habe ich insonderheit angemerkt, daß der ganze oder halbe Periodus einer Primzahl  $p$ , entweder  $\frac{p-1}{2}$  oder nur ein Factor davon ist.

Von den 166 Primzahlen unter 1000, die Perioden machen, den 2 und 5 sind davon ausgeschlossen, sind 97 deren ganzer oder halber Periodus  $\frac{p-1}{2}$  ist, und von den übrigen 69 ist er nur

ein Factor davon; dieses sind die folgenden:

	Per.	P.	P.	P.	P.	P.	P.						
11	1	127	21	271	5	401	109	601	150	691	115	829	138
13	2	137	3	277	69	409	103	607	101	733	61	853	213
37	3	139	23	281	14	421	70	613	51	739	123	859	13
41	5	157	39	293	73	449	16	617	44	753	125	877	219
53	13	173	43	317	79	457	76	641	16	757	27	881	220
73	4	197	49	331	55	463	77	643	107	761	190	907	151
79	13	211	15	349	58	521	26	653	163	769	96	929	232
89	22	239	7	353	16	547	91	661	110	773	193	967	161
101	3	241	15	373	93	557	139	673	112	797	199	997	83
103	17	251	25	397	99	569	142	677	169	809	101	1009	126

Nun sind die andern 97 auch bekannt.

$$\frac{2}{2} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{9 \cdot 11} + \frac{2}{11 \cdot 13} \kappa = 0.785 \overset{6}{398} \overset{13}{163} \overset{23}{397} \kappa.$$

Die

Die Perioden zu bestimmen, wenn die Brüche dieser unendlichen Reihe nach und nach addirt werden.

	Perioden der Nenner.	
$\frac{2}{3}$	I	I Period.
$\frac{2}{5 \cdot 7}$	*. 3	2. 3 = 6
$\frac{2}{9 \cdot 11}$	I. I	. . . . 6
$\frac{2}{13 \cdot 15}$	§. I	. . . . 6
$\frac{2}{17 \cdot 19}$	8. 9	2. §. 8. 9 = 144
$\frac{2}{21 \cdot 23}$	§. II	2. 8. 9. II = 1584
$\frac{2}{25 \cdot 27}$	*. 3	2. 8. 9. II. 3 = 4752
$\frac{2}{29 \cdot 31}$	14. 15	2. 8. 9. II. §. 14. 15 = 332 640
$\frac{2}{33 \cdot 35}$	I. §	. . . . . 332 640
$\frac{2}{37 \cdot 39}$	§. §	. . . . . 332 640
$\frac{2}{41 \cdot 43}$	§. 21	2. 8. 9. II. 14. 15. 21 = 6985440
$\frac{2}{45 \cdot 47}$	I. 23	2. 8. 9. II. 14. 15. 21. 23. = 160 665 120
$\frac{2}{49 \cdot 51}$	(§. 7). 8	2. 8. 9. II. 14. 15. 21. 23. 7 = 1 124 655 840

n. L. N.

Auf die Zähler dieser Brüche wird nicht gesehen.

Der halbe Periodus 3 von 7 muß doppelt genommen werden.

13 hat denselben mit 7 gemein.

Desgleichen auch 19, als dessen Multipel. Als auch 35 und 39.

37 hat den Periodum mit 27 gemein.

Der Periodus 5 ist schon in 15, dem von 31 begriffen.

In dem Periodo  $3 \cdot 7 = 21$  von  $7^2 = 49$ , fällt der erste Factor 3 weg.

Der Periodus von 51 ist schon in dem von  $3 \cdot 17$  da gewesen.

Aus diesem erhellet nun, daß diese unendliche Reihe in Decimalzahlen aufgelöst, keine Perioden geben könne, und folglich auch durch keinen Rationalbruch ausgedrückt werden mag.

Zum Ueberflusse folgt hier noch eine kleine Probe.



Die Zähler sind die ordentlichen Zahlen, der Nenner aber jedesmahl 2 mehr als sein Zähler.

$$\text{Man nehme } \frac{6\ 999\ 998}{7\ 000\ 000} = 0.\overset{5}{999}\overset{23}{999}\overset{23}{714}\overset{23}{285}$$

714 &c.

Wenn  $\frac{6999}{7000}$  &c. unendlich groß, so fängt der Periodus unendlich spät an; denn 2, 5 oder 10 machen, daß der Periodus jedesmahl eine Decimalstelle später anfängt: also hat diese Reihe keinen Periodus. Doch es ist alsdann  $0.\overset{5}{999}\overset{23}{999}$  &c. = 1.

$$\text{Anders: } \frac{999\ 997}{999\ 999} = 0.\overset{5}{999}\overset{23}{997}\overset{23}{999}\overset{23}{997}$$
 &c.

Wenn dieser Bruch unendlich groß ist, so ist solches auch der erste Periodus, und das ist so viel als kein Periodus. Es ist aber alsdann  $0.\overset{5}{999}\overset{23}{999}$  &c. gleichfalls = 1.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \text{&c.}$$

Diese Reihe nach und nach addirt giebt  $\frac{1}{3}, \frac{2}{5},$

$\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}$ , u. s. f. Die Zähler sind wieder die natürlichen Zahlen, eines jeden Nenner aber der

doppelte Zähler + 1. Nimmt man  $\frac{499\ 999}{999\ 999}$

=  $0.\overset{5}{499}\overset{23}{999}\overset{23}{499}\overset{23}{999}$  &c., so sieht man wohl, im Fall

Fall  $\frac{499}{999} x$ . unendlich, alsdann auch solches der erste  
 Periodus ist; und so ist gleichfalls  $0.499999999$   
 $x. = \frac{1}{2}$ .

Es ist eine Eigenschaft geometrischer Progressionen, die unendlich absteigen, daß die Summa der Glieder in Decimalzahlen, es sey daß die Glieder selbst Perioden machen oder nicht, daß ihre Summa sage ich, allezeit Perioden machen, oder doch machen können. 3. E.

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} x.; \quad \frac{1}{7} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^3} x.;$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} x.; \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} x.$$

9. Zu S. 530.

Zu beweisen daß die unendliche Reihe  $\frac{2}{3}$   
 $+ \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{9 \cdot 11} x. = 0.785398 x.$  d. i.  
 deren Summa in ihren Dignitäten keine Perioden gebe oder mache, oder welches einerley, daß dieselbe durch keinen Irrationalbruch genau ausgedrückt werden könne.

Der ganze oder halbe Periodus einer Primzahl  $p$  ist  $\frac{p-1}{2}$  oder nur ein Factor davon. Ausgenommen

nommen die Primzahl  $p$ , von allen andern. Sinegen wenn  $\frac{p-1}{2}$  eine Primzahl ist, so ist solche auch der Periodus von der Primzahl  $p$ .

Der ganze oder halbe Periodus der Dignität  $n$ , einer Primzahl  $p$ , deren Periodus  $d$  ist, ist  $dp^{n-1}$ ; ausgenommen von 3, denn dieser ist  $dp^{n-2}$ .

Alle Primzahlen sammt derselben Dignitäten sind Rationalzahlen, und haben ihre bestimmten Perioden. Sinegen die Wurzel einer Dignität aus einer Primzahl ist irrational, und kann keine Perioden haben oder machen.

Eine Irrationalzahl kann und muß in ihren Dignitäten, wenn sie rational wird, Perioden bekommen. **Z. E.**

$$\left(\frac{1}{\sqrt[n]{p}}\right)^n = \frac{1}{p}, \text{ und } \left(\frac{1}{\sqrt[n]{p}}\right)^{mn} = \frac{1}{p^m}.$$

Der Periodus von  $\frac{2}{3} + \frac{2}{5 \cdot 7} = \frac{76}{3 \cdot 5 \cdot 7}$  ist 6.

Vom Quadrat desselben ist er  $1 \cdot 7 \cdot 6 = 42$

Vom Cubo  $= 3 \cdot 7^2 \cdot 6 = 882$

Von der 4ten Dignität  $= 3^2 \cdot 7^3 \cdot 6 = 18522$ .

u. s. f.

Der Periodus von

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{9 \cdot 11} = \frac{2578}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11} \text{ ist } 6.$$

Vom



Vom Quadr. desselb. ist er  $7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 6 = 4158$   
 Vom Cubo. " " "  $7^2 \cdot 9^2 \cdot 11^2 \cdot 6 = 2881494$   
 u. s. w.

Hieraus folgt: daß der Periodus von der ganzen Summa dieser unendlichen Reihe, welcher an und für sich selbst schon unendlich groß ist, in allen seinen Dignitäten noch unendlich größer wird, und daraus ist man überzeugt, daß dieselbe Summa auch durch keinen Irrationalbruch ausgedruckt werden kann.

10. Zu S. 533.

Hier folgen zum Beschlusse dieser Wolframschen Beylagen, die drey kleinen Stücke, welche in meiner Note a. a. D. versprochen worden.

a. Von den Primzahlen.

10	1230	9	1118	138	12842	1000000	78461	Bis 10000 sind 1230 Primzahlen eines mit gezählt;
20	2263	18	2065	150	13849	500000	41541	
30	3246	27	2962	162	14853	333333	28668	
40	4204	36	3825	174	15834	250000	22044	
50	5134	45	4676	186	16837	200000	17985	
60	6058	54	5501	198	17822	166666	15226	bis 20000, 2263 u. s. w.
70	6936	63	6321	210	18808	142857	13253	
80	7838	72	7129	222	19777	125000	11735	bis 9000, 1118 —
90	8714	81	7926	234	20747	111111	10545	
100	9593	90	8714	246	21714	100000	9593	18009, 2065.
110	10454	99	9506	258	22676	90909	8795	Dasselbe se versteht sich nun von selbst.
120	11302	108	10275	270	23643	83333	8135	
130	12160	117	11046	282	24605	76923	7563	
140	13011	126	11819	294	25532	71428	7075	
150	13849			300	25998	66666	6646	
						62500	6276	
						58823	5949	
						55555	5638	
						52631	5375	
						50000	5134	

Die ersten drey Columnen habe ich berechnet und abgezählt, wie ich meine Tafel bis 300000 geprüft und verbessert habe, theils auch nöthig gehabt, die Primzahlen bis auf eine Million zu bestimmen. Die 4te Colonne aber habe ich nöthig gehabt, die componirten Zahlen unter einer Million, die man aus den Primzahlen unter 10000 zusammensetzen kann, zu bestimmen.

	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83
5399	024	964	515	447	553	108	17	193	316	677	409	518	192	008	008	205	7875	
5471	601	306	438	639	889	290	06	199	944	099	205	380	915	900	195	9840		
5563	579	989	777	860	806	660	79	251	434	441	407	278	305	735	089	4626		
5827	519	540	034	370	368	174	1	503	256	448	154	676	521	064	125	4204		
6263	969	306	941	902	120	494	6	521	749	787	766	241	167	438	134	9327		
7231	411	875	577	295	832	962	1	643	696	928	104	070	500	334	931	2271		
7487	398	631	073	108	171	499	6	997	012	848	835	369	148	995	822	6735		
7499	455	362	786	762	211	152		1999	616	821	763	812	104	271	187	2138		
7681	156	322	063	712	967	421	65	2083	327	133	775	488	094	743	895	1879		
8191	448	655	200	740				2699	269	139	210	631	327	740	566	5901		
9091	555	653	054	163	511	827	814	4001	209	592	720	417	936	239	101	2893		
9283	079	994	614	263	037	313	1	4111	630	319	560	196	408	562	189	7813		
9421	276	070	998	717	125	303	9											
9437	189	985	931	874	618	193	935											
9973	889	078	171	464	028	379	751											

b. Von 27 abfol. Zahlen, die weitere Ausföhrung der hypothet. Logarithmen, theils von der 6ten, theils von der 64sten Stelle an.

c. Zwey Tafeln, die Logarithmen zu verwandeln (weiter ausgeföhret von der 46sten bis 66sten Stelle).

	48	54	60	66
1	628 772	976 033	327 900	967 11
2	257 545	952 066	655 801	935
3	886 318	928 099	983 702	902
4	515 091	904 133	311 663	870
5	143 864	880 166	639 504	837
6	772 637	856 199	967 405	805
7	401 410	832 233	295 306	773
8	030 183	808 266	623 207	740
9	658 956	784 299	951 108	708
	48	54	60	66
1	803 666	566 114	453 783	165 11
2	607 333	132 228	907 566	331
3	410 999	698 343	361 349	497
4	214 666	264 457	815 132	663
5	018 332	830 572	268 915	829
6	821 999	396 686	722 693	995
7	625 665	962 801	176 482	161
8	429 332	528 915	630 265	326
9	232 999	095 030	084 048	492

## II.

Zu den oben gelieferten Nachträgen aus Herrn Wolfram's eigenen Briefen an Lambert gehöret noch folgendes Stück eines Briefes desselben an den Herrn Geheimen Kriegsrath Davisson in Danzig \*), welches er mir bald nach Empfang

D 3

des

\*) Der Herr Geheime Rath Davisson, dessen Briefwechsel mit Lambert auch im vierten Bande steht, privatiret jesu in Manheim.

des Briefes ohne Rücksicht auf Lamberts hinterlassene Schriften mittheilte; ich erinnerte mich dessen nicht mehr, da ich Wolframs Briefe drucken ließ; erst kürzlich ist es mir von ungefehr wieder unter die Hände gekommen.

„Auszug eines Schreibens des Herrn Capitain Lieutenant Wolfram, an mich D. G. Davisson, datirt Selvoetsluys, den 2ten März 1781.“

„Von meinen Nebengeschäften seit 1778 habe ich zu melden, daß ich die Logarithmen, welche ich von 1772 bis 1776 berechnet, und die Rechnungen selbst nur bis auf 27 Decimalstellen niedergeschrieben hatte, diese Rechnungen habe ich bis auf 51 Decimalstellen ergänzt, so wie ich dieselben von 1776 bis 1778 aufgeschrieben gehabt. Hiemit wurde ich im Julio 1780 schon fertig, und habe dabei folgende 5 (4) Schreib- und Rechnungsfehler in meinen gedruckten Logarithmen verbessert, nemlich:“

Log.	wie viel: ste Ziffer.	steht	muß seyn
1900	33	2	1
4357	47	6	8
7247	32	4	5
8963	35	2	3

„Weiter habe ich auch die Logarithmen von A. Sharp in Sherwin's Mathem. Tables befindlich, die für die ersten 100 Zahlen, und für alle Primzahlen bis 1100, bis auf 61 Decimalstellen

stellen berechnet sind, diese Logarithmen habe ich nachgerechnet und ausser wenigen in den letzten Ziffern, sie alle richtig gefunden, womit ich im October 1780 fertig wurde.

„Ich war schon 1776 auf den Einfall gekommen, durch die Perioden der Decimalzahlen zu beweisen, daß die Quadratur des Kreises durch keinen endlichen Werth, weder in Rational- noch Irrationalzahlen ausgedruckt werden könne. Ich eröffnete meine Gedanken darüber dem seel. Herrn Lambert, welcher mir vom 8. März 1777 schrieb: „Es wird wohl auch — lassen.“ \*)

„Bei weiterm Nachsinnen wurde ich gewahr, daß ich mich im Grunde zwar nicht geirret, gleichwohl aber meine Gedanken dort noch allzu unreif gewesen waren. Ich sann also nach, und habe endlich 1779 einen Versuch von den Perioden der Decimalzahlen, und derselben Anwendung auf die unendlichen Reihen von der Hyperbel und des Kreises aufgesetzt, worin ich meine dargethan zu haben, daß diese unendlichen Reihen durch keinen endlichen Werth, weder in Rational- noch Irrationalzahlen gegeben werden, und folglich auch nicht die hyperbolischen Logarithmen und die Ellipsen, welche von der Hyperbel und dem Circle abhängen.“

„Von diesem Aufsatz oder Versuch habe ich eine Abschrift den 28. April 1779 aus Nimwegen an

D 4

den

\*) S. Lamberts Briefwechsel, IV. B. 534. S.

den Herrn Professor J. C. Schulze in Berlin, geschickt. — — Ich habe aber seit der Zeit keine Nachricht davon erhalten — — .“ \*)

## S.

Diesem allen vom grossen Calculator Wolfram schliesset sich noch füglich der nachstehende Aufsatz an, welcher den eben so geschickten und unermüdeten Herrn Ober-Finanz-Buchhalter Oberreit zum Verfasser hat.

In den letztern Briefen des Lambert-Wolframschen Briefwechsels, vornemlich in Lamberts Briefe vom 30. Nov. 1776, kommt etwas Weniges von den sogenannten periodischen Decimal Reihett vor. Diese merkwürdige Eigenschaft unsers Zahlengebäudes scheint weit weniger bekannt zu seyn, als sie es zu seyn verdient. Da nun in den Mémoires, die Herr Professor Bernoulli bey der Königl. Akademie zu Berlin im Jahr 1771. hierüber vorgelesen, (und die in obgedachtem Briefwechsel, in der Note, Seite 534 angeführt sind,) mehrere sehr nützliche Bemerkungen enthalten sind, die auch Lambert selbst über diese Materie gemacht hatte: so wird's wohl nicht am unrech-

\*) Eben der Nachfrage wegen, wurde mir dieser Auszug zugeschickt: Herr Professor (und Ober-Baurath) Schulze versicherte, die Abhandlung erhalten zu haben, und daß er bey Gelegenheit Gebrauch davon machen würde.

unrechten Orte angebracht seyn, wenn ich das Wichtigste davon in Kürze hier zusammenfasse.

1. Wenn ein Bruch  $\frac{1}{a}$  in Decimaltheilen aus-

gedrückt wird: so hat, wenn  $a$  nicht von der Form  $2^m \cdot 5^n$  ist, dieser Decimalbruch kein Ende; sondern seine Theile kommen nach einer gewissen Anzahl von Ziffern, in eben der Ordnung unaufhörlich wieder zum Vorschein. So z. B. ist

$$\frac{1}{41} = 0,02439\ 02439\ 02439 \ \&c.$$

2. Die wiederkehrenden Decimalzahlen von  $\frac{1}{a}$

können zwar weniger, aber doch nicht mehr als aufhöchste  $a-1$  Ziffern haben.

3. Die Zahl  $a$ , wodurch eine gegebene Zahlen-Periode hervorgebracht wird, läßt sich aus der letztern finden, wenn man unter die Ziffern der Periode eine eben so große Anzahl der Zahl 9 bruchweise setzt, und diesen Bruch verkleinert. Z. B.

$$\frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}; \quad \frac{027}{999} = \frac{1}{37}.$$

Daher ist die Summe der Ziffern einer Periode, folglich auch die Periode selbst, allemal in 9 theilbar; wenn  $a$  eine Primzahl, und nicht  $< 7$  ist.

4. Wenn  $a$  eine Primzahl,  $b$  eine jede andere durch  $a$  nicht theilbare Zahl ist: so wird

$$\frac{b^{a-1} - 1}{a}$$

D 5

allemal

alleinmal eine ganze Zahl seyn. Folglich wird auch  $\frac{10^a - 1}{a}$  eine ganze Zahl seyn, wenn  $a$  weder  $= 2$ , noch  $= 5$  ist.

5. Wenn  $a$  eine jede andre Primzahl vorstellt, und  $\frac{10^m - 1}{a}$  ist eine ganze Zahl: so muß  $m$  ent-

weder ein Vielfaches von  $a - 1$ , oder  $= a - 1$ , oder aber ein Theiler von  $a - 1$  seyn. 3. E.

$\frac{10^{12} - 1}{7}$ ,  $\frac{10^{12} - 1}{13}$ ,  $\frac{10^{12} - 1}{37}$ , sind ganze Zahlen; und 12 ist ein Vielfaches von  $7 - 1$ , ein Theiler von  $37 - 1$ , und auch  $= 13 - 1$ .

6. Wenn 1 durch irgend eine ungerade Zahl  $a$  getheilt wird, und es findet sich nach  $\frac{1}{2} \cdot (a - 1)$

Divisionen der Rest  $a - 1$ ; oder, welches, wie wir sehen werden, Einerley ist, wenn die ganze Periode  $a - 1$  wiederkehrende Ziffern hat: so ist  $a$  nothwendig eine Primzahl.

7. Wenn  $\frac{1}{a}$  eine Periode von  $2m$  Ziffern giebt, so daß  $\frac{10^{2m} - 1}{a}$  eine ganze Zahl wird: so muß auch  $\frac{10^m + 1}{a}$  eine ganze Zahl seyn; weil

$$\frac{10^{2m} - 1}{a}$$



$\frac{10^{2m}-1}{a} = \frac{(10^m-1) \cdot (10^m+1)}{a}$  ist. Dabey mag nun  $2m$  entweder  $<$  oder  $= a-1$  seyn.

Dieser Satz giebt einen Rechnungs-Vortheil an die Hand, wodurch die Theilung, wenn man sie wirklich vornimmt, in solchen Fällen auf die Hälfte reducirt wird. Es sey nämlich von  $\frac{10^m+1}{a}$

der Quotient  $= q$ : so wird von  $\frac{10^{2m}-1}{a}$  der Quotient  $(10^m-1) \cdot q = 10^m q - q$  seyn; und man braucht also nur  $q$  von  $10^m q$  abzuziehen.

Es ist z. B.  $\frac{10^4+1}{73} = 137$ . Folglich hat man  $(10^4-1) \cdot 137 = 1370000 - 137 = 1369863$ . Demnach  $\frac{1}{73} = 0,0136986301369863 \&c.$  — Oder, welches auf Eins hinausläuft: Wenn man  $\frac{1}{73} = 0,0136 + \frac{73-1}{73 \cdot 10^4}$  gefunden hat, und also auf den Rest  $-1$  gekommen ist: so nimmt man zu diesen gefundenen vier Ziffern nur noch ihr Complement zu 9, nämlich 9863; und so hat man die ganze Periode  $\frac{1}{73} = 0,01369863 + \frac{1}{73 \cdot 10^8}$ .

Eine

Eine andre Divisions-Ablürzung bietet sich dar, wenn man im Dividiren auf einen Rest verfällt, der nur eine einzelne Ziffer ausmacht, oder auch um einige Einheiten kleiner, als der Divisor selbst ist. Z. E.  $\frac{1}{19}$  giebt nach der 4ten Division

$$0,0526 + \frac{6}{19 \cdot 10^4}. \text{ Demnach hat man}$$

$$\frac{10^4 - 6}{19 \cdot 10^4} = 0,0526;$$

folglich auch

$$\frac{6 \cdot 10^4 - 6^2}{19 \cdot 10^8} = 0,0003156;$$

Man multiplicirt demnach den ersten Quotienten, und jedes folgende Product, mit dem Reste 6, und ordnet die Producte, wie folgt:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{19} = 0,0526 \\ \phantom{0,0526} 3156 \\ \phantom{0,0526} 18936 \\ \phantom{0,0526} 113616 \\ \phantom{0,0526} 681696 \\ \phantom{0,0526} 4091 \frac{5}{19 \cdot 10^{20}} \end{array}$$

---


$$\frac{1}{19} = 0,052631578 | 947368421,05 \text{ \&c.}$$

Nach der 18ten Ziffer, kehrt also die Periode wieder zum Vorschein; und schon nach der 9ten

$$\left( = \frac{1}{2} \right)$$

( $= \frac{1}{2} (19-1)$ ten) Ziffer hätte man sehen können, daß von da an der erstern Ziffern ihre Complementary zu 9 auftreten, und daß man also die Multiplicationen noch um die Hälfte hätte ersparen können.

Ein ander Beispiel:  $\frac{1}{179}$  giebt nach der 15ten

$$\text{Division } 0,005586592178771 - \frac{9}{179 \cdot 10^{15}}$$

Man erhält demnach

$$\begin{array}{r} \frac{1}{179} 0,005586592178771 : 10^{15} \text{ oder } 0,005586592178770 \\ - 050279329608939 : 10^{10} \qquad 949720670391061 \\ + 452513966480451 : 10^{15} \qquad 452513966480446 \\ - 4,072625698324059 : 10^{10} \qquad 927374301675977 \\ + 36,653631284916531 : 10^{15} \qquad 653631284916201 \\ - 329,882681564248779 : 10^{10} \qquad 11731843575418,9944 \\ + 2968,944 \text{ \&c.} \qquad \qquad \qquad \text{\&c.} \end{array}$$

Hier kommen nach der  $\frac{1}{2} (179-1)$  oder 89ten

Ziffer die Complementary der ersten Ziffern zu 9 zum Vorschein; demnach ist das weitere Multipliciren Ueberfluß, und die Periode hat 2. 89 = 178 Ziffern.

Ist's aber nicht um die Periode selbst, sondern bloß darum zu thun, daß man die Anzahl der periodischen Ziffern wissen will: so wird die Rechnung oft noch kürzer. Z. E. im vorigen Beispiel war nach der 15ten Division der Rest = - 9.

Also

Also nach der 30ten wird er seyn  $(-9)^2 = +81$ .

nach der 45ten = = =  $(-9)^3 = -729 =$   
 $-4.179 - 13$

nach der 60ten = = =  $-9. - 13 = +117$

nach der 75ten = = =  $-9. + 117 = -1053$   
 $= -6.179 + 21$

nach der 90ten = = =  $-9. 21 = -189 =$   
 $-179 - 10$

Es ist demnach  $\frac{9^6 + 10}{179}$  eine ganze Zahl; und diese

mit  $9^6 - 10$  multiplicirt, giebt

$$\frac{9^{12} - 10^2}{179}, \text{ wieder eine ganze Zahl.}$$

Folglich wird nach 12. 15 - 2 = 178 Divisionen der Rest wieder, wie Anfangs, = +1 seyn; und die Periode hat also, wie gesagt, 178 Ziffern. — Es löst sich dieses auch daraus schließen, daß, wenn nach 90 Divisionen der Rest = -10 ist, nach  $90 - 1 = 89$  Divisionen der Rest = -1 seyn, und daher die Periode 2. 89 Ziffern haben muß.

Bei diesem Verfahren kömmt es eigentlich darauf an, daß die Anzahl der Divisionen =  $n$ , die einen bequemen Ueberrest giebt, zugleich auch ein Factor sey von  $a - 1$ , oder auch von  $a + 1$ ; und alsdann werden, wie gezeigt worden, die folgenden Ueberreste sprungsweise gesucht, bis man nach  $m$  Wiederholungen auf einen kömmt, der 1, 10, 100,  $\pi$ . oder  $a - 1$ ,  $a - 10$ ,  $a - 100$ ,  $\pi$ . sey. Ist nun  $10^r$  oder  $a - 10^r$  der Rest: so zeigt  $m - r$  im ersten Fall die Anzahl der Ziffern der ganzen, im andern

ändern die der halben Periode an. Doch ist hiebei zu merken, daß man den Versuch mit allen Werten, die  $n$ , als Factor von  $a-1$  oder  $a+1$  haben kann, machen muß; weil man sonst leicht irgend einen Rest von  $10^0=1$ ,  $10^1$ ,  $a-1$ ,  $a-10^1$ , überspringen, und glauben kann, die Periode sey

größer als sie wirklich ist. So z. B. bey  $\frac{1}{2} = \frac{1}{31}$

ist 2 ein Factor von  $31+1$ , so wie von  $31-1$ ; 3 und 5 aber sind Factoren von  $31-1$ . Nun ist der 2te Ueberrest  $=7$ , der 3te  $=8$ , der 5te

$=-6$ ; und man erhält demnach  $\frac{7^5-10^5}{31}$ ,

$\frac{8^5-1}{31}$  und  $\frac{(-6)^3-1}{31}$ , welches ganze Zahlen

sind. Daher hat die Periode  $8.2-1=3.5-0$  Ziffern. Nehme ich hingegen  $n=6$ , welches auch ein Factor von  $31-1$  ist: so habe ich nach der 6ten Division 2 zum Ueberrest; das giebt nach der 2. 6ten Division  $2^2$ ; nach der 3. 6ten,  $2^3=8$ . Und damit ist, von der 12ten bis zur 18ten Division, die 1 zum Rest läßt, übersprungen.

Wenn übrigens  $10^m-1$  durch die Primzahl  $a$  theilbar ist: so ist nicht nur  $10^{2m}-1$ , sondern auch  $10^{3m}-1$ , und überhaupt  $10^{mn}-1$ , ebens falls durch  $a$  theilbar.

Aus dem bisher gefagten ist klar, daß die periodischen Decimal-Reihen und die Theiler der Summe der geometrischen Progression

$1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{m-1} = (10^m - 1)$   
 :  $(10 - 1)$  in so genauer Verbindung mit einander  
 stehen, daß man aus jenen Perioden diese Theiler,  
 und wieder aus diesen Theilern die Größe der Per-  
 rioden finden kann; und daß es sich daher der Mühe  
 lohnt, die Eulerschen Lehrsätze, um die Thei-  
 ler von  $10^m - 1$  zu finden, die Herr Bernoulli  
 anführt, ebenfalls noch kürzlich hier zu wieder-  
 holen. \*)

1. Wenn  $p$  eine Primzahl ist: so kann  
 $a^p - b^p$  (oder  $10^p - 1$ ), außer  $a - b$  (oder  $10 - 1$ ),  
 keine andern Primzahlen zu Theilern haben,  
 als solche, die von der Form  $2pm + 1$  sind.  
 3. E.  $10^7 - 1$  ist theilbar durch  $14m + 1$ , oder,  
 da hier  $m = 17$ , durch  $14 \cdot 17 + 1 = 239$ .

2. Die Summe zweier Potenzen  $a^{2^m} + b^{2^m}$   
 hat keine andern Prim-Theiler, als solche  
 von der Form  $2^{m+1}n + 1$ . So 3. E. ist  
 $10^{2^4} + 1 = 10^{16} + 1$  in  $2^{4+1}n + 1 = 32n + 1$ ,  
 oder, da hier  $n = 11, 14, 20, \text{u.}$  ist, in 353,  
 449, 641, u. theilbar.

3. Zahlen von der Form  $a^{2^n}p + b^{2^n}p$  lassen  
 sich theilen durch  $a^{2^n} + b^{2^n}$ . 3. E.  $10^{2^2}3 + 1$   
 $= 10^{2^3}$

\*) Daher hat Herr Oberreit auch die am Ende  
 dieses Aufsatzes stehenden 2 Tabellen beygefüget,  
 von denen die erste eine Erweiterung der meini-  
 gen in den Mémoires &c. 1771. p. 333. enthält.

$\equiv 10^{2n} + 1$  durch  $10^{2^k} + 1 \equiv 10^k + 1$ . —

Wenn aber eine solche Zahl, z. E.  $10^{2^n} p + 1$  durch eine Primzahl theilbar ist: so muß auch  $10^{2^n} p - 1$  dadurch theilbar seyn. Nun hat  $10^{2^n} p - 1 \equiv (10^{2^n})^{2p} - 1 \equiv (10^{2^{n+1}})^p - 1$  keine anderen Primzahlen zu Theilern, als die von der Form  $2pm + 1$ ; woben  $p$  eine ungerade Primzahl ist. Folglich sind die Zahlen  $10^{2^n} p + 1$  ebensfalls zugleich durch Primzahlen von  $2pm + 1$  theilbar; oder die Theiler  $10^{2^n} + 1$  müssen zugleich  $\equiv 2pm + 1$  seyn; wodurch dann die Anzahl der Theiler, womit man Versuche zu machen hat, anscheinlich begränzt und vermindert wird.

4. Wenn ferner  $p$  den Theiler  $q$  hat: so hat die Formel  $a^{2^n} p + b^{2^n} p$  auch  $a^{2^n} q + b^{2^n} q$  zum Theiler.

5. Wenn  $r$  ein Theiler der ungeraden Zahl  $2n + 1$  ist: so hat die Formel  $a^{2n+1} + b^{2n+1}$  allemal, ausser dem Theiler  $a + b$ , auch den Theiler  $a^r + b^r$ . Z. E.  $10^{2^5} + 1$  ist theilbar durch  $10^5 + 1$  und  $10^3 + 1$ .

6. Eine jede Zahl von der Form  $10a^2 + b^2$  kann, ausser den Zahlen 2 und 10 keine anderen Primzahlen zu Theilern haben, als die in folgenden 8 Formeln enthalten sind:

$40m + 1$	$40m + 7$
$40m + 9$	$40m + 23$
$40m + 11$	$40m + 37$
$40m + 19$	$40m + 13$ .

Man

Man habe z. E.  $10^{2n+1} + 1$ : so läßt sich dieser Ausdruck in  $10 \cdot (10^n)^2 + 1$  verwandeln, und so mit  $10a^2 + b^2$  vergleichen. Und da  $10^{2n+1} + 1$  ein Factor  $100^{2n+1} - 1$  ist: so müssen die Theiler von  $10^{2n+1} + 1$  zugleich auch die Form  $2 \cdot (2n+1)m \mp 1$  haben; wodurch die Theilungs-Versuche wiederum stark abgekürzt werden.

Ueberhaupt, da in der Formel  $10^m - 1$ , wenn sie durch die Primzahl  $a$  theilbar ist,  $m$  allemal entweder  $= a - 1$ , oder ein Vielfaches oder, aber ein Theiler von  $a - 1$  seyn muß: so darf man nur die vorgegebene, oder durch obige Lehrsätze gefundene, um eine Unität verminderte Primzahl  $a - 1$  in ihre Factoren zerfallen, und sehen, ob sie mit  $m$  commensurabel sind. Man wolle z. E. die Tafel der Theiler der Zahlen  $10^{11} - 1$  bis  $10^{32} - 1$  vollständiger machen, und man soll untersuchen, ob die Primzahl 859 ein Theiler einer dieser Zahlen sey. Nun findet sich  $859 - 1 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$ ; und die Factoren 11, 13, 2. 11, 2. 13, zeigen mir an, daß der Bruch  $\frac{1}{859}$  entweder 11, 13, 22 oder 26 periodische Ziffern geben, und also die Primzahl 859 ein Theiler von  $10^{11} + 1$ ,  $10^{13} + 1$ , seyn könnte; wie sie denn wirklich von  $(10^{13} + 1) \cdot (10^{13} - 1)$  ein Theiler ist, und  $\frac{1}{859}$ , folglich 26 wiederkehrende Ziffern giebt. Auch ist  $10^{13} + 1 = 10 \cdot (10^6)^2 + 1$ ; und 859 ist nicht allein  $= 26 \cdot 33 + 1$ , sondern auch, nach dem vorhergehenden 6ten Lehrsatze, zugleich



gleich  $= 40. 21 \frac{1}{2} 19$ . — Die nächstfolgende Primzahl hingegen giebt  $863 - 1 = 2. 431$ , und würde also, da 431 wieder eine Primzahl ist, nur bey  $10^{431} + 1$  oder  $10^{862} - 1$ , die man nie gebrauchen wird, zur Theilung dienen können.

Noch ist anmerkwürdig, daß, wenn eine Primzahl  $\frac{1}{a}$  eine gerade Anzahl wiederkehrender Ziffern  $= n$  giebt, die Summe der positiven Reste der  $1$ ten und  $\left(\frac{1}{2}n + 1\right)$ ten, der  $2$ ten und  $\left(\frac{1}{2}n + 2\right)$ ten, der  $3$ ten und  $\left(\frac{1}{2}n + 3\right)$ ten Division u. s. w. allemal zusammen  $= a$  ausmacht. Ueberhaupt aber ist die Summe sämmtlicher positiven Reste, auch wenn  $n$  ungerade ist, jederzeit  $= a$  oder ein Vielfaches von  $a$ . So z. B. giebt

$$\frac{1}{7} \text{ die Reste } 1, 3, 2, 6, 4, 5; \text{ oder } 1, 3, 2, -1, -3, -2.$$

$$\frac{1}{11} \text{ „ „ } 1, 10; \text{ oder } +1, -1.$$

$$\frac{1}{13} \text{ „ „ } 1, 10, 9, 12, 3, 4; \text{ oder } 1, 10, -4, -1, -10, +4.$$

$$\frac{1}{37} \text{ „ „ } 1, 10, 26; \text{ oder } 1, 10, -11.$$

§ 2

$\frac{1}{41}$  die

$\frac{1}{41}$  die Reste 1, 10, 18, 16, —4.

$\frac{1}{101}$  = „ = 1, 10, 100, 91; oder 1, 10, —1,  
—10.

$\frac{1}{137}$  = „ = 1, 10, 100, 41, —1, —10, —100,  
—41.

&c.

Es ist bekannt, daß Clausberg, und andere, von den Resten von  $\frac{1}{7}$  und  $\frac{1}{11}$  Gelegenheit genommen

haben, die Kennzeichen, ob eine gegebene Zahl durch 7 oder 11 theilbar sey, zu bestimmen. Auf ähnliche Art kann man auch untersuchen, ob eine Zahl durch 13, 37, 101, 137, u. s. w. sich dividiren lasse. Will man z. E. wissen, ob eine Zahl durch 13 ohne Rest theilbar sey: so theile man diese Zahl (weil der Theiler 13, 3 positive und 3 gleich große negative Reste hat,) von der Rechten zur Linken in Classen von 3 zu 3 Ziffern ab, addire die ungeraden, so wie die geraden Classen, jede besonders, und ziehe eine Summe von der andern ab; und da der 1te und 2te Rest von  $\frac{1}{131}$ , 1 und 10, der 3te Rest aber

—4 ist: so subtrahire man die 4fache Zahl der Hunderte des Restes, wenn welche vorhanden sind, von den Zehnern und Einern desselben; und es wird, wenn die ganze Zahl in 13 theilbar ist, entweder 0 oder ein Multiplum von 13 restiren. Z. E.

$$\underline{16|875|761|669}$$

$$875 + 669 = 1544$$

$$16 + 761 = 777$$

$$7|67$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

$$39 = 3 \cdot 13.$$

Man kann auch von den Summen so oftmal 13 wegwerfen oder abziehen, als es sich thun läßt, und als man zur Abkürzung der Probe dienlich findet. Hier z. E. kann von der Summe 1544, 1300 oder 1339 weggeworfen werden, so daß nur 244 oder 205 bleiben, die von 777 abgezogen, 5,33 oder 5,72 übrig lassen; da dann die 5 Hunderte, 4mal genommen, von 33 oder 72 subtrahirt, wieder 13m geben. — Ja man kann die Sache noch weiter abkürzen; z. B. bey der Summe 875+669 machen die Einer 5+9, 14, wofür ich 14—13=1 setze; die Zehner 6+7 thun 13; dafür setze ich 13—13=0; und von den Hunderten 8+6 werfe ich wieder 13 weg; so daß ich für die Summe 101 setzen, und im übrigen, wie vorher gesagt, verfahren kann. Dergleichen Abkürzung findet auch bey folgenden Beispielen statt.

Von  $\frac{1}{37}$  sind die Reste, wie wir gesehen haben, = 1, 10, — 11.

Um also die Theilbarkeit einer Zahl mit 37 zu versuchen, wird solche in Classen von 3 Ziffern getheilt; sämtliche Classen werden addirt, und von den Hunderten, 11 mal genommen,

3

nommen, die Zehner abgezogen. Der Rest muß 37m seyn. **3. E.**

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{) 787} \overline{) 946} \overline{) 887} \\
 \underline{946} \\
 787 \\
 \underline{7} \\
 25 \overline{) 27} - \\
 \underline{11. 26} = 286
 \end{array}$$

$$259 = 7 \cdot 37.$$

Die Theilbarkeit einer Zahl mit 101 zu probiren, erfordert weiter nichts, als die abwechselnden Classen von 2 zu 2 Ziffern zu addiren, und die Summen von einander abzuziehen; weil die Reste nur 1, 10, -1, -10 sind. **3. E.**

$$9 \overline{) 97} \overline{) 54} \overline{) 67} \text{ giebt } (67 + 97) - (54 + 9) = 164 - 63 = 101.$$

Wollte man die Theilbarkeit einer Zahl mit 137 versuchen: so müßte man solche, da  $\frac{1}{137}$ , 4 positive und eben so viele und gleich große negative Reste giebt, in Classen von 4 und 4 Ziffern eintheilen, und die Summen der geraden und ungeraden Classen von einander abziehen; und da der 4te und 8te Rest von  $\frac{1}{137} = +41$  ist: so werden die Tausende des Rests der Summen, 41 mal genommen, zu den Hunderten x. addirt; welche Summe dann, wenn die Zahl in 137 theilbar ist = 137m seyn wird. **3. E.**

$$\begin{array}{r}
 \hline \hline
 30 \mid 0167 \mid 4247 \\
 \quad \quad \quad + 30 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 4277 \\
 \quad \quad \quad - 167 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 4 \mid 110 \\
 4 \cdot 41 = \quad \quad \quad \mid 164 + \\
 \hline
 274 = 2 \cdot 137.
 \end{array}$$

Wie man mit andern Zahlen, nach Beschaffenheit ihrer Reste, (die aber freulich, allenfalls aus einer eigenen Tabelle, bekannt seyn müssen,) zu verfahren habe, wird aus diesen Beispielen satzsam klar seyn. Schade nur, daß die bequeme Brauchbarkeit von dergleichen Proben nur auf einige wenige Zahlen eingeschränkt ist; indem die Anzahl der periodischen Ziffern und folglich auch der Reste der meisten Zahlen, entweder zu groß ist, oder aber die unbequemen Reste, wie bey 41, mehrere Multiplicationen und also Weitläufigkeiten verursachen.

In den folgenden 2 Tafeln bedeuten die mit einem Sternchen bezeichneten Zahlen, solche, bey denen nicht vollständig untersucht worden, ob sie Primzahlen sind.

## I. Tafel.

m.	$\frac{10^m - 1}{10 - 1}$
1.	I.
2.	II.
3.	III = 3. 37.
4.	IIII = II. 101.
5.	IIIII = 41. 271.
6.	IIIIII = 3. 7. 11. 13. 37.
7.	I,IIIIII = 239. 4649.
8.	II,IIIIII = II. 73. 101. 137.
9.	III,IIIIII = 3 <sup>2</sup> . 37. 333667.
10.	IIII,IIIIII = II. 41. 271. 9091.
11.	IIIII,IIIIII.
12.	IIIIII,IIIIII = 3. 7. 11. 13. 37. 101. 9901.
13.	53. 79. 265371653.
14.	II. 239. 4649. 909091.
15.	3. 31. 37. 41. 271. 2906161.
16.	II. 17. 73. 101. 137. 5882353.
17.	IIIII,IIIIII,IIIIII.
18.	3 <sup>2</sup> . 7. 11. 13. 19. 37. 52579. 333667.
19.	19 mal I.
20.	II. 41. 101. 271. 3541. 9091. 27961.
21.	3. 37. 43. 239. 1933. 4649. 10,838689.
22.	11 <sup>2</sup> . 23. 4093. 8779. * IIIII,IIIIII. *
23.	23 mal I.
24.	3. 7. 11. 13. 37. 73. 101. 137. 9901. 99990001. *
25.	41. 271. 100001000010000100001.
26.	II. 53. 79. 859. 265371653. * 1052312049. *
27.	3 <sup>2</sup> . 37. 757. 333667. 440334654777631.
28.	II. 29. 101. 239. 281. 4649. 909091. 121499449. *
29.	29 mal I. * theilbar durch 3191.
30.	3. 7. 11. 13. 31. 37. 41. 211. 241. 271. 2161. 9091. 2906161. *
31.	31 mal I. * theilbar durch 2791.
32.	II. 17. 73. 101. 137. 313. 449. 641. 1409. 69857. 5882353.

## II. Tafel

m.	$10^m + 1$
1.	11.
2.	101.
3.	1001 = 7. 11. 13.
4.	10001 = 73. 137.
5.	100001 = 11. 9091.
6.	1,000001 = 101. 9901.
7.	10,000001 = 11. 909091.
8.	100,000001 = 17. 5,882353.
9.	1000,000001 = 7. 11. 13. 19. 52579.
10.	10000,000001 = 101. 99,009901. *
11.	$10^{11} + 1 = 11^2. 23. 35,972447. *$
12.	$10^{12} + 1 = 73. 137. 99,990001. *$
13.	$10^{13} + 1 = 11. 859. 1058,313049. "$
14.	$10^{14} + 1 = 29. 101. 281. 121,499449. "$
15.	$10^{15} + 1 = 7. 11. 13. 211. 241. 2161. 9091.$
16.	$10^{16} + 1 = 353. 449. 641. 1409. 169857.$

## Zusätze zu dieses Vten Bandes I. Theile.

### T.

Zu S. 16.

**W**egen einer Stelle hier, die ich allerdings besser gethan hätte, wegzustreichen, als sie mit einer apologischen Note begleitet, durchgehen zu lassen, hat der seitdem immer berühmter gewordene Mathematiker und Dichter, Herr Hauptmann von Stamford in Potsdam, folgenden Brief an mich geschrieben.

„Daß Ew. — des seel. Lamberts deutschen gelehrten Briefwechsel herausgeben, erfuhr ich erst vor kurzem ganz zufälligerweise, und nachdem schon der erste Theil des 5ten und letzten Bandes desselben, der auch meine Briefe enthält, völlig abgedruckt war.. Hätte ich von dieser Sache früher etwas gehört: so hatte ich Ew. — inständigst gebeten, mir gedachte Briefe, weil ich von keinem derselben eine Abschrift behalten, zum Durchsehn anzuvertrauen; und dann wäre der Scherz über Herrn Rosenthal im 5ten dieser Briefe gewißlich nicht stehn geblieben. Ich begreife nicht, wie ich mir diesen Scherz, obwohl nur in einem Briefe, von dem' ich nicht glaubte, daß er jemals dem Publikum in die Hände kommen würde, habe erlauben können; und ich wüßte, Ew. — nicht genug zu danken, wenn Sie die Güte gehabt hätten, ihn zu vertilgen; denn,  
daß



daß er Ihnen aufgefallen, beweiset Ihre bengefügte Anmerkung. Herr Rosenthal ist ein edler, rechtschaffener Mann, dessen Talente und vortrefliche Eigenschaften des Herzens und Verstandes mich bewogen, seine Bekanntschaft und Freundschaft zu suchen, und der überzeugt seyn muß, daß ich ihn jederzeit von Grund meines Herzens hochschätzte und liebte. Dies läßt mich hoffen, daß er mir jene ohne Ueberlegung und vielleicht in der Eile hingeschriebene Worte, verzeihen werde, die ich gern wieder gut machen möchte, und mit nichts wieder gut zu machen weiß, als daß ich Em. Wohlgeboren bitte, dieses Schreiben dem letzten Theil des Lambergschen Briefwechsels anzuhängen.“

Potsdam, den 21. May 1785.

U.

Zu S. 34.

Ueber meine Anmerkung auf dieser Seite, habe ich von zwey Freunden folgende Berichtigungen No. 1 und 2. erhalten; die erste ist von meinem berühmten Landsmanne Herrn Nic. Fuß, ordentl. Mitglied der Kaiserl. Academie der Wissensch. in St. Petersburg; die andere von meinem gel. Bruder, Herrn Daniel Bernoulli, M. D. Professor der Wohlredenheit in Basel: beide kleinen Aufsätze waren handschriftlich.

I.

St. Petersburg, den 15. Aug. 1785,

„Der neue Theil von Lamberts Briefwechsel, den ich so eben erhalte, ist sehr interessant. Die Geschichte der Primzahlen- (und Factoren-) Tafeln hat verdienet, daß sie in den Briefen die davon handeln, aufbehalten werde.

Die Formel des Herrn Sessel, in der Note S. 34.  $r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q$  ist richtig. Der Fehler oder Zweifel rühret von der Art her, wie er die Eigenschaft des Unterschiedes von 2 aufeinander folgenden Cubitzahlen ausgedrückt hat. Dieser Unterschied ist das Sechsfache der Summe aller vorhergehenden Zahlen, mit Inbegriff der Wurzel des kleinern Cubus, + 1. Denn  $q^3 - p^3 = 3aa + 3a + 1 = 3a(a+1) + 1$ ; Folglich  $q^3 - p^3 = 3pq + 1$ .

Es sey  $p = a$ ,  $q = a + 1$ ,  $r = a + 2$ , so ist

$$\left. \begin{array}{l} r^3 = a^3 + 6aa + 12a + 8 \\ 2q^3 = 2a^3 + 6aa + 6a + 2 \\ p^3 = a^3 \end{array} \right\} \text{Folglich}$$

---


$$\begin{array}{l} r^3 - 2q^3 + p^3 = 6a + 6 = 6q; \text{ und demnach} \\ r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q. \end{array}$$

2.

Basel, den 27. Sept. 1785.

In der Note S. 34 wird Herr Sessel irrig eines Fehlers beschuldiget, und gesagt, es scheine die Gleichung

Gleichung müsse seyn  $r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q - 6$ . Die Sache beruhet auf einem Mißverstände, indem unter dem Ausdruck alle vorhergehenden Zahlen, nicht 1, 2 &c. bis  $q$  exclusiv, sondern mit Herrn Seltel,  $1+2 \dots +q$  zu verstehen. Auch wäre sonst Herrn Seltels Versehen zu arg, weil sogar seine Voraussetzung falsch wäre. Uebrigens sehe ich nicht ein, warum Herr Seltel sich an die Gleichung  $r^3 = 2q^3 - p^3 + 6q$  hält, und sie dieser:  $r^3 = q^3 + 3qq + 3q + 1$  vorziehet, welche letztere ganz einfach und schon erwiesen ist, und worin nur 2 Buchstaben vorkommen. Eben so wenig sehe ich, wie man aus Herrn Seltels Gleichung den Lehrsatz von welchem die Rede ist, herleiten könnte, da er sich hingegen aus den andern leicht ziehen läßt; und zwar wie folget:

$$\begin{aligned} r^3 &= q^3 + 3qq + 3q + 1 \\ &= q^3 + 3q(q+1) + 1 \\ r^3 - q^3 &= 3q(q+1) + 1 \\ &= 6 \cdot \frac{1}{2} q(q+1) + 1 \end{aligned}$$

Nun ist  $\frac{1}{2}q(q+1)$  die Summe aller natürlichen Zahlen, von 1 bis  $p$  inclus. Folglich der quästionirte Unterschied  $(r^3 - q^3)$  gleich 6 mal diese Summe  $+ 1$ . W. z. B. w.

Von Herrn Fekel selbst, welcher an dem halben Bande der vor uns liegt, so viel Antheil hat, habe ich seit dessen Erscheinung noch mehrere Briefe erhalten; und da seine Erfindungsart der Factoren, so wie überhaupt sein Benehmen bey dieser Sache etwas scharf und freymüthig beurtheilet worden, so war zu erwarten, daß er sich gegen mich darüber beschweren würde. Unter andern hat er mir den gleichfolgenden Aufsatz ausdrücklich zur Bekanntmachung überschieft, \*) und ich kann ihm nicht versagen, ihn hier abdrucken zu lassen. \*\*)

### Anton Fekels,

abgeändigte Rechtfertigung über einige im Vten Bande des Lambertischen Briefwechsels ihm unrecht zur Last gelegte, oder sonst mißverständene Umstände.

Hochhero preismürdigstes Bestreben, den Lambertischen Briefwechsel durch eingerückte Thatfachen

\*) Datirt von den Feldern und Wäldern der Herrschaft Sehusitz, den 28. October 1785; unterschrieben: Anton Fekel, dormaliger Landmesser.

\*\*\*) Nur sind mit des gütendenden Herrn Verfassers Genehmigung einige in der ersten Hise allzu empfindlich gerathene Stellen gemildert worden.

then und Belege zu unterstützen, um die darinn enthaltenen Wahrheiten in ihr mögliches Licht zu setzen, würde mich schon aus Liebe für allgemeine Vortheile verbinden; wenn ich auch nicht aus dem V. Bande, der vornemlich die Sactorengeschichte zum Gegenstande hat, die deutlichsten Merkmale einer unverdienten Zuneigung zu mir wahrgenommen hätte. Meine dormaligen Geschäfte sind zwar meinen Lieblingsstudien allzu wenig günstig, als daß ich der Sache im Zusammenhange nachdenken könnte. Doch ist der Inhalt dieses Bandes allzu wichtig für mich, und die Zeitumstände zu dringend, als daß ich, durch ein kurzes Stillschweigen, die Gelegenheit einer mir selbst schuldigen Rechtfertigung auf immer fahren lassen, und jenen Theil der Wahrheit, der mir, wo nicht allein, doch noch am besten bekannt ist, nicht nach Möglichkeit darlegen sollte. Ich schreibe also, so gut es mir in der Geschwindigkeit, und unter dem Gewimmel des unwissenden Haufens, der mich stündlich umgiebt, beifällt.

Die Zeiten sind verstrichen, wo ein verewigter Lambert über mich ungehalten zu seyn, Ursache finden konnte; vorüber ist der Zeitpunkt, wo Herr Prof. Zindenburg noch im Dunkeln über meine Unternehmung urtheilte: er hat meine Werkzeuge, deren Erfolg und das Uebergewicht meiner Manipulation — mit Augen gesehen — Er hat Proben von meiner Billigkeit, Mäßigung und Hochachtung für sein Verdienst erfahren, da ich, seinen überwiegenden Einsichten — zu Liebe, ihm den Antrag machte — seinetwegen den fortgesetzten  
Abdruck

Abdruck meiner Tafeln schriftlich aufzugeben, die weitere Berechnung aber, nach seiner Einsicht und seinem Gutbefinden zu veranstalten. Dieses waren die Folgen einer Reise, die ich im Herbst 1783 nach Leipzig unternahm, um seine theure Bekanntschaft zu machen. Was erfolgte aber? Herr Prof. Zindenburg ließ diese meine Aeußerung, die ich nicht ohne Verleugnung von mir gab, ins Leipziger Intelligenzblatt setzen. Dies veranlaßte mich im Herbst 1784 zu einer abermaligen Reise; die ich, um etwas entscheidendes zu thun, über Dresden, Leipzig, Halle, Berlin, Göttingen u. richtete, um die Gefinnungen mehrerer Gelehrten über mein Vorhaben in Erfahrung zu bringen. Die Nachricht aus Halle S. 130 zeigt den Erfolg; die 3 letzten Zeilen derselben aber meine bescheidene — Rache.

Vermuthlich war dieses noch nicht bekannt, da Herr Prof. Zindenburg noch fortfuhr, meine Wenigkeit in den Noten über seine Briefe herabzusetzen, und Beweise über ganz grundlose Umstände zusammen zu suchen. So z. B. mußte es, S. 189, und wo nur sonst Gelegenheit dazu ist, ein ausgemachter Handel seyn, daß mein Plan von 8 Kolonnen von Herrn Euler abgestolen wäre; da doch, allen Umständen gemäß, solcher eben zu der Zeit, da ich durch sehr ordentliche Stufen\*) darauf kam,

viel-

\*) Ich habe den Hergang meiner Erfindung meistens im ersten Flug meiner Gedanken, folglich ohne systematischen Zusammenhang niedergeschrieben; diesen Aufsatz aber (welcher Umstand ihn

vielleicht erst der Akademie zu Petersburg vorgelegt, sicher kaum zum erstenmal abgedruckt worden ist. Da ich doch so deutlich und unbesorgt in meinem Vorberichte u. von der Deutschen Algebra des Herrn Euler gestehe, daß solche mich zuerst im October 1775 auf die Betrachtung der Faktoren gebracht: in welcher Betrachtung ich eigentlich nur darum weiter gekommen bin, weil ich mich an anderseitige Kunstgriffe gar nicht zu binden entschlossen war. Es ist auch eine genauere Bekanntschaft mit mathem. Schriftstellern, zumal in andern Sprachen, mit meinen damaligen Geschäften und Umständen ganz incombinabel.

Zu näherer Beleuchtung dessen, folget hier eine kurze Geschichte meiner mathem. Studien, bis zu dieser Faktorentrankheit. Nicht eher, als im Weinmonat 1774 (im 35ten Jahr meines Alters) zur Vakanzzeit, da ich der vielfältigen Methodestreitigkeiten überdrüssig, eine angemessenere Speise für meinen Geist suchte, lernte ich das erste  $\Delta$  aus Euklids I. Buche (unter der Anleitung eines Baurischen Schülers, Lukas Zbe, kennen; hierauf las ich allein, so viel ich in sparsamen Stunden konnte. Schon damals spürte ich den Hang, von andern unabhängig zu forschen. Ich blieb nicht unver-

ihn zur Gültigkeit eines Dokuments erhebt) im October 1784, da er bereits 7 Jahre unberührt gelegen war, dem Herrn Prof. Meister in Göttingen, der eben Betrachtungen über die Gesetze der Faktoren machte, in Händen gelassen.

unversucht, eine eingebilbete Quadratur des Kreises zu finden, nachdem ich, unwissend, und ohne eben weitere Folgen zu erwarten, von selbst auf die Quadratur des hippokratischen Halbmonds gekommen war. Das dritte Buch Euklids machte mich mit dem Zirkel mehr vertraut, so daß ich durch dessen Verbindung mit dem 6ten einen eigenen Aufsatz über die Eigenschaften der Winkel und Sehnen verfertigte, welcher mir aber verbrannt ist.

Von verschiedenen sonst nirgends gelesenen Gesetzen meiner Sehnenlehre fallen mir folgende bey: (s. Fig. II.)

a) Alle durch den  $\frac{1}{2}$  Bogen  $cd$  (eines durch den Mittelpunkt  $c$  und einen Quadranten  $bd$  beschriebenen Zirkels) bis an den größern Umkreis  $ad$  (aus  $b$ ) gezogenen Sehnen werden in  $e$  so geschnitten, daß  $be^2 + ef^2 = bd^2 = \frac{ab^2}{2}$ .

b) Wenn 2 Sehnen einander senkrecht schneiden ( $mn, pq$ ) in  $r$ , so sind die Quadrate aller 4 Segmente gleich dem Quadrat des Durchmessers;  $pr^2 + mr^2 + rn^2 + qr^2 = ab^2$ , u. m. a.

Die Beweise laße ich Kürze halber weg.

Durch eine so gestaltige Abhandlung des Zirkels, kam ich auch von selbst auf die quadratische Gleichung, bevor ich sie algebrisch kennen lernte. Aus geometrischer Vorliebe schrieb ich mir Simons



sons lat. Abhandlung von Kegelschnitten ab, die mir auch verbrannt ist. So wurden die sparsamen Stunden eines Jahres zugebracht, mit lauter Linien und Zirkeln.

Erst die nachfolgende Vakanz, im Okt. 1775 wagte ich mich an die Eulersche Algebra, von welcher S. 34. des Briefwechsels, die Rede ist, und so war ich noch nicht im Stande, auf ein Plagium, aus den Petersburger ungedruckten Commentarien oder Journalen zu gedenken; noch dessen bedürftig gewesen; noch ist mir bis heute davon etwas (leider!) zu Gesicht gekommen. Damit aber meinem Geständnisse nichts an seiner Vollständigkeit gebreche, gestehe ich, zu meinem Leidwesen, daß selbst alle Nachahmung für mich Schwierigkeit bringt. Und dieses mag die Ursache seyn, daß mein Verfahren in mathematischen Gegenständen nicht allemal genug methodisch ist. Doch diese Beschwerlichkeit und die darauf gegründete besondere Art zu denken und zu untersuchen, hat mich vielleicht durch einen Vortheil entschädigt, auf einige Wahrheiten zu kommen, die einer strengern methodischen Untersuchung durch den Reichthum näher liegender Entdeckungen eben nicht allemal zu Gebote stehen: daher ich mir gefallen lassen muß, wenn Herr Zindenburg S. 201. unten, mit mir nicht allerdings zufrieden ist. Allein Vorwürfe zu ertragen, die man nicht verdient, leidet weder die Wahrheit, noch die Absicht öffentlicher, zumal mathematischer Schriften.

Daher ich auch aus der Uebereinstimmung meiner ersten und letzten Aeußerungen und Bemühungen

hungen, so viel in meiner — Macht gestanden ist, erwiesen zu seyn glaube, daß selbst der große Lambert in einigen Stellen, wo er meine Redlichkeit und gute Absicht in Zweifel zieht, sich geirret habe: S. 28. des Lamb. Briefw. V. B. Ich selbst habe mir zuweilen, ehe die Sache noch recht geläutert wurde, zu nah geredet, wie Herr Zindenburg S. 162. Note u, selbst gesteht: 2 Minuten S. 271. zu Auffindung aller Faktoren ist sicher 4mal zu hoch angesetzt u. Was aber von der Schwierigkeit, berechnete Tafeln umzugießen, S. 103. gesagt wird, widerspricht der Erfolg, durch welchen ich stündlich bis 800 Zahlen umarbeite, das ist, die Faktoren davon übersehe. Ueberhaupt könnte ich bey meiner dormaligen Vorrichtung, die mir durch Entfernung des Gehilfen alle müßigen Stunden eigen macht, ohne Nachtheil der Geschwindigkeit, noch weit mehr als vorhin sagen und versprechen — Genug ich habe nie wider meine Ueberzeugung gehandelt, weder die Liebe — noch die Wahrheit — geüffentlich verletzet.

Meine Ausfälle, die ich in meiner Nachricht, S. 85 — 104, auf meine Gegner gemacht habe, könnte ich heute um so weniger widerrufen, da derselben Nebenabsichten nur allzu deutlich in die Augen fallen. Ich darf so gar nicht mehr zweifeln, eine 3monatliche Zurücksetzung des Datums, welche ich durch meine zwenyerlen Data zu verstehen gab, errathen zu haben. Um endlich meiner Zurückhaltung das Anstößige zu benehmen; so weiß die ganze Welt, was innerhalb 18 Monaten, außer meinen Berufsarbeiten durch meine Hände geschehen

schehen ist. Man weiß die kurze Vorbereitung in den sparsamen Nebenstunden einer Jahresfrist, die mich auf bessere Zeit und Gelegenheit warten hieß.

Was mir im Inhalt S. XIX. ausgestellt wird, betrifft eben eine unreife Arbeit, deren Frucht zwar sicher, aber unentbüllet war: die glückliche Aussicht aber, dazu, nach seiner endlichen Vollendung, einen Mazänaten zu finden, hat sich, wider meine Schuld bis heute verzogen. Nun will ich noch kürzlich einige für mich bedenkliche Stellen des oft erwähnten Bandes anführen, und kürzlich beantworten. Ein gefälliger Gebrauch derselben wird unpartheyischen Wahrheitsfreunden gewiß willkommen seyn.

Inhalt S. XIX. Schonung. Wüchete doch Herr Zindenburg so billig, wie andere seyn, wo er nicht schonen will.

S. 27. 28. Die übeln Absichten, die mir hier zugemüthet werden, widerlegt die That: Meine Aeufferungen S. 63. scheinen dabey Bedenklichkeiten veranlaßt zu haben. Nun aber dürfste man doch die Uebereinstimmung der Sache mit den übertrieben scheinenden Verheißungen so leicht nicht mehr in Zweifel ziehen.

S. 34—36. Auch dieses sind Proben meines späten Anfangs und meiner späten Vorbereitung zu mathem. Unternehmungen.

S. 121. Die Ursachen dieser Unfruchtbarkeit zeige ich im vorhergehenden.

S. 122.

S. 122. Es wäre zu wünschen, Herr Zin-  
denburg hätte nicht alles in einem falschen Lichte  
dargestellt: zu einer Zeit, da er das ehemalige  
Dunkle — schon besser einsehen konnte, und als —  
Kunstrichter einzusehen, schuldig war. —

S. 128. 130. Was hier von einem Hrn. Kö-  
dike gesagt wird, wünschte ich zurück zu nehmen.  
Ich habe ihn verkannt. Ich suchte an ihm einen  
fleißigen Arbeiter — einen zuverlässigen Correspon-  
denten — beides vergebens. —

S. 138. O leidige Folgen der neidigen Erb-  
sünde! Ein Freund, der um die ganze Sache sich  
nicht im geringsten bekümmerte; sobald die Hof-  
nung eines nahen Nutzens verschwand, wird nun  
auf einmal zum Urheber eines Werkzeuges, wel-  
ches die Welt längst unter einem andern Namen  
kannte. — Wer muß doch dieser getreue Dolmet-  
scher seyn?

S. 142—150. Nach den Regeln der Wahr-  
scheinlichkeit kann es Hrn. Zinzenburg nie Ernst  
gewesen seyn, \*) 5 Millionen zu liefern, die er, ei-  
genem Geständnisse gemäß, weder in der Macht ei-  
gener noch fremder Hände fand. Die Widersprü-  
che seiner öffentlichen Nachricht zeigen es deutlich  
genug, ohne sie noch einmal zu rügen. Doch wie  
konnte er sonst Arges von andern denken und schrei-  
ben, indem sie mehr versprochen, weil sie mehr lei-  
sten konnten? Doch ich rede hier von mechanischen  
Fertig-

\*) Ich bin gerade vom Gegentheil überzogenet, ob-  
gleich das Unternehmen nicht ausgeführt wor-  
den.  
B.

Fertigkeiten, die er nicht für seine Sache ausgiebt. Man lasse aber den Erfolg reden, welcher meinen Worten ohne Widerrede entspricht!

S. 153. Gerühmten Kenntnissen. Das läßt sich wohl einzig auf die Rechnungsvortheile beschränken, wo ich eben nicht unrecht hatte — nicht von Einsichten, wie es Herr Lambert damal genommen haben mag.

S. 155. Note l. In Fällen, wo der Erfolg anstatt aller Beweise spricht, fällt wohl die Auktorität weg. Und so sie je gegen mich gegolten hätte, so würde meine neue Vorrichtung wohl alle Patronen aufwägen.

S. 156. Note n. Diese Priorität ist mir um so gleichgültiger, weil ich, meinem Vorberichte gemäß, schon vor mehr als 9 Jahren daran nicht gezweifelt habe. Ich sagte ja dort schon: sie rechneten seit 1770. Ja ich gründe die Vorzüge meiner Berechnung vornehmlich auf meinen späten, doch in aller Absicht von andern unabhängigen Anfang. Genug! daß ich quasi-prioritätisch, der erste den Muth gefaßt, öffentlich aufzutreten, und meines Uebergewichts versichert, so gleich unbesorgt seyn durfte, von irgend einem zurückgesetzt zu werden: so wenig ich übrigens, meinen Umständen gemäß, von allem, was vorging, unterrichtet seyn konnte. Mit der Originalität hat es ein ganz anders Bewenden, und gehdret das mir angeschuldigte Plagium unter jene ungereimten Dinge, die man von einem Hindenburgischen Scharfsinne nie  
R
erwart

erwarten sollte. Sonst ist diese Note eine Bestätigung des bereits gesagten: Im Oktober fing ich an, darüber nachzudenken, im November zu rechnen.

S. 157. Glücklicher Gedanke. Zum Glücke, daß er nicht der einzige, sondern ein Glied einer Kette war, wie es aus meinem ersten Aufsatze, aus Göttingen zu ersehen seyn kann. Die vermeinten Vorwürfe treffen mich nicht: ich machte die Maschine sammt Beschreibung sogleich allgemein bekannt. Nicht Zurückhaltung, sondern Erwartung günstigerer Zeit — häufige Geschäfte, und widerabsichtlich sich eindrängende Lieblingsarbeiten u. machten es hinterstellig.

S. 158. 2 Minuten. Ein Uebereilungsfehler. Man setze  $\frac{1}{2}$  Minute.

S. 159. Note q. Ganz ungegründet. Nicht einmal zufälliger Weise, sondern in schönster Stufenordnung, bin ich gleichsam nothwendig auf meinen Plan gekommen. Oftgedachter Aufsatz ist dessen ein geltender Beweis.

S. 160. Note s. Unbefangene Augenzeugen finden an meiner Maschine mehr Einfachheit als Künsteley; doch weniger Reibung als an der Zindenburgschen. —

S. 161. Zweydeutigkeit. Wer es weiß, was in 18 Monaten durch meine Hände geschehen ist, wird meine Worte nicht mehr auf die Goldwage legen.

Note

Note t daselbst. 2 Augenblicke (Tempo) finden alles. Doch es gelte von dem alten Plane, was man wolle!

S. 162. Note u. Was soll ich nun von der neuen, doppelt vortheilhaftern Vorrichtung sagen?

*Causam ignorantia.* Grundlos geargwohnet. Ich mußte wirklich im Okt. 1775 von allem noch nichts.

S. 163. Bloßes Addiren u. Dreierley Vortheile waren unumgängliche Folgen meiner Betrachtungsart. Mein Aufsatz von 1776 zeigt dieses klar: meinen Vorgang vom Zählen zum Messen, zu einzelnen und Hauptpatronen, dann zur Maschine, als Universalpatrone. Alle sind einfacher und wohlfeiler als die Zindenburgschen. — Und in der That ist mir S. 28. zu nah getreten worden.

S. 164. Benachrichtiget. Leider! daß ich in einigen Wochen erst alles aufsuchen mußte, was andere seit vielen Jahren wußten. Allein sicher hätte ich zu viel davon wissend — es nicht unternommen, mehr als andere thun zu wollen. Man sehe S. 102:

S. 165. Note w. Hier ist endlich die Wundersprache, die ich, als nicht Franzos, von Petersburg aus bis Wien verstanden haben soll — ehe sie noch nach Deutschland kam.

S. 167. Notex. Bekannt gemacht! Genug! daß man mich erst später — nachgeahmt — hat.

S. 171. Produkt oder die Primzahl. Da nun schon jeder sein eigener Redner ist: so habe doch wirklich ich — der erste — die Zergliederung der Zahlen in allen Faktoren aufs Tapet gebracht; welches Herr Lambert erst später vom Herrn Zindenburg gefordert — hat.

S. 172. Sells Maschine. Ja! sie war eben unterweges! aber nicht so theuer, als man hier sagt.

S. 173. Note. Fällt mit der Basis Note  $q$  und  $w$  zusammen.

S. 175. Sells Maschine. Nicht dieses — sondern weit mehrers — zeigt der Erfolg.

S. 185. Decimalbrüche. Ich bin so treuherzig, zu gestehen, daß mich diese Hindenburgsche Abhandlung zu einer ganz neuen Betrachtungsart — nicht bloß zehner — sondern nthelliger Brüche veranlaßt hat, welche von weit aussehenden Folgen zu seyn scheint. Herr Zindenburg wolle aber die Güte haben, mir mit der Priorität nicht abermal die Originalität streitig machen zu wollen; wie er's mit einem Plane gemacht, der 1 Jahr nach meiner Erfindung erst nach Deutschland kam.

S. 187. Arbeit fast doppelt so groß. Mein Kunstgriff brachte sogleich die Ersparung neuer Mühe, und diese Quelle augenblicklicher Rechnungsproben mis sich. —

S. 189. Eulers Plan in Note 2. Die Kunst, Unwahrheiten zu demonstrieren — für wahr übermathematisch!

S. 191.



S. 191. Note 1. Ganz übereilt. Wozu dann die ausgefetzten Tausende an ihren Stellen bey

†, \*, \*? freylich willkührliche Zeichen — Und die ordentliche — Folge der Endesziffern! Wozu dann Machtsprüche, wo man aus Grundsätzen schließen soll?

Note 2. Glück Ihnen, mein Herr! wenn Sie ohne Dekonomie der Zeit, des Raumes und der Kosten alles richten können!

S. 193. Note 2. Wenn nun meine Maschine die größten Faktoren eben so schnell, wie die kleinsten zeigt, so ist ja die Einförmigkeit auf meiner Seite 2c.

Ebenda oben. Seltels Buchstaben. Das widerspricht die That. —

S. 195—214. Auch dieses habe ich nicht umsonst gelesen; doch nicht plagiarisch; wie Hr. Zindenburg abermal S. 200, ohne die Vordersätze zu prüfen, behaupten will.

S. 201. Seltels Anordnung, ist mit S. 191. widerlegt; Doch ist sie nun abgeändert!

S. 202—204. Das Urtheil über meine Maschine ist etwas schief; und so es auch richtig wäre, so gilt es bey dormaliger Vorrichtung nicht mehr. Doch was läßt sich von parthenischen Kunststrichtern erwarten?

S. 216. Geltende Gesetz. Auf dieses führet meine Periodenrechnung.

S. 224. Euler. Nur Schelsucht — konnte einer nur durch zusammenhängende Schlüsse im Ganzen möglich werdenden Erfindung ein Stückwerk andichten.

S. 232. Zweyte Beylage. Es würde überflüssig seyn, einige Sätze dieser Beylage zu berichtigen, da die neue Vorrichtung der ganzen Sache eine neue und vollkommenerere Gestalt gegeben hat.

S. 235. Verschiedene Daten. Die Art mit welcher Herr Prof. Zindenburg mich behandelt, macht mich darauf beharren, daß er seine im August 1776 herausgegebene Nachricht um 3 Monate zurück datirt \*), und mein hierauf zielend doppeltes Datum mit Recht veranlaßt hat. \*\*)

S. 239.

\*) Dies ist gar nicht wahrscheinlich; eine giftige Ursache des späteren Herausgebens, die man einem Manne, wie Herr Zindenburg glauben muß, sagt er selbst S. 137. 138: Herr S. glaubte selbst noch am 28ten Sept. da er den Briefwechsel schon in Händen hatte, „daß er sich in Ansehung der vermeinten List geirret habe.“

B.

\*\*\*) Die zweyerley Daten sind einzig nach Leipzig und Berlin gesandt worden, indem, wenigst am ersten Orte, die Absicht nicht fehl geschlagen hat. Das rechte Datum war vom 1. September.

S.

S. 239. **Priorität.** Wie gleichgültig mir diese zu aller Zeit gewesen sey, zeigt mein Ausdruck von 1776: Sie rechneten seit 1770. Nur die Originalität konnte mir ein übelgesinnter streitig machen; es sey nun Plan oder Maschine gemehnt.

Die Eulerschen 8 Kolumnen betreffend, getraue ich mir zu wetten, und mit mehr als Buchdruckerischer Auctorität versiegelt zu belegen, daß im Jahr 1775 noch kein Eulerisches Exemplar in Wien gewesen. Doch es sey wie ihm wolle, ich sahe es bis heute noch nicht.

Aus den späteren Briefen des Herrn Sessel sehe ich, daß er unter mancherley Unruhen, Geschäften, und Besorgnissen für seinen künftigen Unterhalt, überaus thätig gewesen ist, und neben der weiteren Ausführung seiner Factoren-Tafeln, mit mehreren nützlichen mathematischen und pädagogischen Speculationen sich abgegeben hat. Gegen Anfang des J. 1786 wurde zwar sein Amt eines Gräfl. Thunschen Schulendirectors, bey verschiedenen vorgefallenen Reductionen aufgehoben; dem unerachtet aber versicherte ihm der vortreffliche Graf von Thun, dessen Gnade, Frengeligkeit und Liebe zu den Wissenschaften er nie genug rühmen kann, sein altes Brod bey willkührlicher Beschäftigung, bis zu einer anständigeren Versorgung; und diese Musse hat er benuset, theils eine Reise nach Wien zu thun, theils einige sinnreiche

reiche Einfälle auszuführen. \*) Z. B. ein neuere fundenes Leseinstrument; eine bequeme Rechenscheibe, als Verbesserung der Nepperschen Rechenstäbe; und insonderheit eine Erleichterung und Abkürzung des lateinischen Unterrichts, von deren gutem Erfolge, auch bey andern Sprachen, er mir aus eigener Erfahrung, viel merkwürdiges geschrieben hat. Aus seinem letzten Briefe, vom 25. May 1787, ersehe ich, daß er dieses Jahr wiederum in Schußitz, auf den Gräfl. Thunischen Gütern befindlich, und mit Deutschen, lateinischen und Böhmischen, täglich 8 bis 9stündigen Unterrichte beschäftigt ist; daß er aber nach Verlauf eines Jahres von dieser Last soll befreuet werden. Ich wünsche, daß dieser schätzbare Mann alsdann seinem Wunsche gemäß in eine Lage komme, wo er entweder seine mathematischen Arbeiten und Erfindungen in sorgloser Ruhe ausführen, oder seine pädagogischen Einsichten in einer grösseren Sphäre, anwenden könne.

B.

\*) Ueber die schon an der 134. S. erwähnte Untersuchung der periodischen Brüche, hat Herr Seikel bereits im Sept. 1785 sich näher gegen mich ausgelassen, und in den Abhandlungen der Böhmischen Gesellschaft der Wissensch. auf das J. 1785 findet man seine Verwandlung der Bruchperioden, nach den Gesetzen verschiedener Systeme, S. 135—174. eingerückt. Man sehe auch oben S. 498.

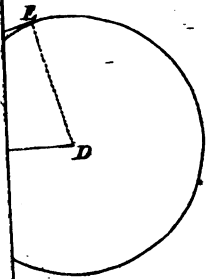


Fig. 5.

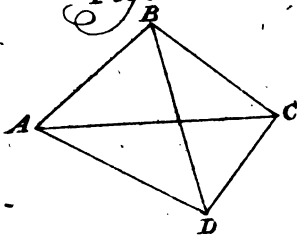
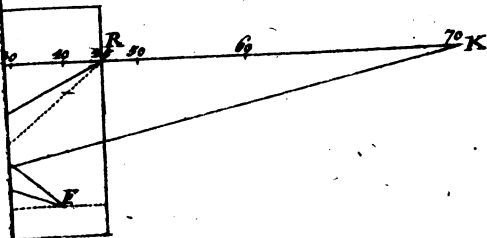
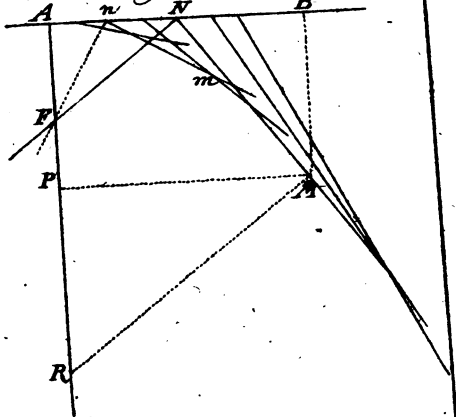


Fig. 2.

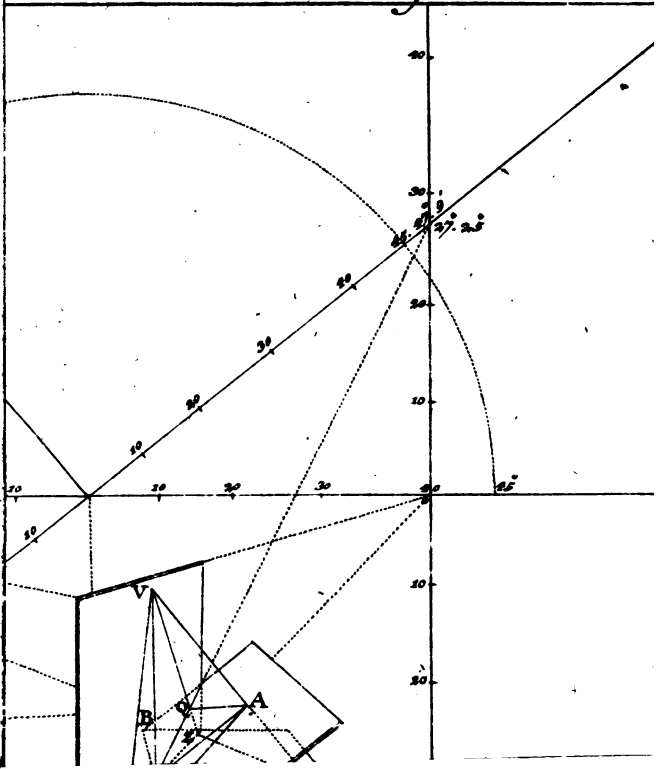


Fig. 7.





Lamberts Briefw: V B. Tab. II.







Lamberto Briefw. V. B. Tab. III

